

## 局所ファジィ再構成法による有義波高の短期予測

太田 隆夫・白神 健司・木村 晃  
社会開発システム工学科

Short-term Prediction of the Significant Wave Height  
by the Local Fuzzy Reconstruction Method  
Takao OHTA, Kenji SHIRAGA and Akira KIMURA

Department of Social Systems Engineering, Faculty of Engineering  
Tottori University, Tottori, 680 Japan  
E-mail: ohta@orange.cv.tottori-u.ac.jp

**Abstract:** In this study, a prediction method which is based on the chaos theory is applied to time series data of the significant wave height. First, it is necessary to verify the chaotic characteristics of the significant wave height data. The correlation integral and the Lyapunov exponent are calculated from the data for this purpose. If the time series data is chaotic, it is considered to be generated by a deterministic nonlinear system. The dynamics of the system is estimated from the obtained data and is used in performing the prediction. The local fuzzy reconstruction method is applied to the estimation of the dynamics. Short-term prediction of the significant wave height is performed by using the estimated dynamics.

**Key words:** Significant wave height, Prediction, Chaos, Fuzzy, Correlation integral, Lyapunov exponent

### 1. はじめに

港湾工事の施工管理や作業時の安全確保のためには、数時間から数日先の波浪予測情報が必要とされる。予測の対象となるのは、通常、有義波高と有義波周期であり、これまでも、波浪推算法[1]や重回帰モデル[2],[3]および物理因子重回帰モデル[4]などを用いて予測が行われてきた。しかし、波浪推算法では、気象学の専門知識が必要であることや、計算に多くの費用と時間を要するという問題がある。また、重回帰モデルや物理因子重回帰モデルでは、気圧や風速といった気象データの作成・入力に労力が必要であるという問題が残っている。一方で、最近、観測された時系列データのカオス性に基づいた予測法（決定論的非線形予測法）が経済予測、電力や上水の需要予測に適用され、一定の成果を挙げてきている。この方法は、ある時系列データがカオス性を有するならば、その時系列を生じさせているシステムは非線形な決定論的法則に従うものであり、観測された時系列から逆にこの法則を推定して予測を行うというものである。本研究では、解析および予測の対象を有義波高のみとし、まずその観測データのカオス性を検討する。ついで、決定論的非線形予測法の

一つである局所ファジィ再構成法[5]を用いて有義波高の予測を行い、その適用性を検討する。

### 2. 観測データのカオス性

本研究で用いたデータは、全国港湾海洋波浪観測資料[6]のうち、深浦港（青森県）における1985年12月1日0時から1989年6月30日22時まで（データ数15696）と、鳥取港における1983年6月1日0時から1990年3月31日22時まで（データ数29952）の有義波高のデータである。このデータは2時間毎に観測されたものであり、上記の期間のデータ取得率は、深浦が99.8%、鳥取が99.6%である。また、欠測の影響を小さくするために、連続9回以下の欠測に対しては線形補間を行い、それ以上の欠測は観測波高をゼロとした。決定論的非線形予測法を用いるためには、まずこの有義波高データのカオス性の有無を判定することが必要となる。本研究では、2.1に述べる相関積分法と2.2に述べるリアプノフ指数を用いてデータのカオス性を判定するが、このためには最初に「時間遅れ座標による軌道の再構成」を行う。すなわち、時系列データ  $\{x(t)\}$  から次のような  $m$ 次元ベクトルを作る。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= \left( x_1, x_{1+r}, \dots, x_{1+(m-1)r} \right) \\ \mathbf{X}_2 &= \left( x_2, x_{2+r}, \dots, x_{2+(m-1)r} \right) \\ &\vdots \\ \mathbf{X}_n &= \left( x_n, x_{n+r}, \dots, x_{n+(m-1)r} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $r$ は時間遅れの大きさ、 $m$ は軌道再構成を行う空間の次元である。これらのベクトルは、 $m$ 次元空間上の点を表し、その点を結ぶことにより軌道を構成することになる。

## 2.1 相関積分法

時系列データから再構成した軌道の形状がフラクタルであれば、もとの時系列データはカオスである可能性を有すると判定される。Grassberger・Procaccia[7]は、再構成した軌道に対して相関積分の計算をすることにより、フラクタル次元を表す尺度の1つである相関次元を求める手法を提案している。相関積分は次式のように定義される。

$$C^m(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H\left(\varepsilon - |\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|\right) \quad (2)$$

ここに、 $H(t)$ はHeaviside関数、 $|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|$ はベクトル $\mathbf{X}_i$ 、 $\mathbf{X}_j$ 間の距離である。ここでは $|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|$ をつぎのように与える。すなわち、2つのベクトルを

$$\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}), \quad \mathbf{X}_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm}) \quad (3)$$

とすると、

$$|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j| = \sum_{k=1}^m |x_{ik} - x_{jk}| \quad (4)$$

$\varepsilon$ の値を変えて式(2)の相関積分を計算し、その結果が

$$C^m(\varepsilon) \propto \varepsilon^{\nu(m)} \quad (5)$$

のように表されるとき、 $\nu(m)$ は相関指数とよばれる。軌道を再構成する空間の次元 $m$ を上げながら $\nu(m)$ を計算したとき、 $\nu(m)$ がある値に漸近すればその値が相関次元となり、軌道を構成するもとの時系列データはカオスである可能性を有すると判定

される。本研究では、式(1)の $r$ の値を30, 40, 50, 60時間の4通りとし、それぞれについて $m$ を5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 35の17通りとして軌道の再構成を行い、式(2)の相関積分を計算した。図1, 図2は相関積分の結果を示したものであり、図1は深浦のデータで $r=50$ とした場合、図2は鳥取のデータで $r=40$ とした場合である。さらに、これらのグラフの直線部分の傾きから相関指数 $\nu(m)$ を求めた。 $m$ と $\nu(m)$ の関係を示したのが図3と図4で、図3が深浦、図4が鳥取でのデータに対する結果である。図3では $r=50$ および $r=60$ の場合に、図4では $r=40$ の場合に相関指数の収束が見られる。また、深浦については、 $r=40$ と $r=50$ の場合で相関積分の値が大きな領域(たとえば図1で縦軸の値が-3から-1のあたり)に直線部分が見られたため、その傾きの変化も併せて図3に示した。何れも2より少し小さいあたりに収束している。これらの結果より、ここで用いた深浦および鳥取の有義波高データはカオスである可能性を有すると考えられる。

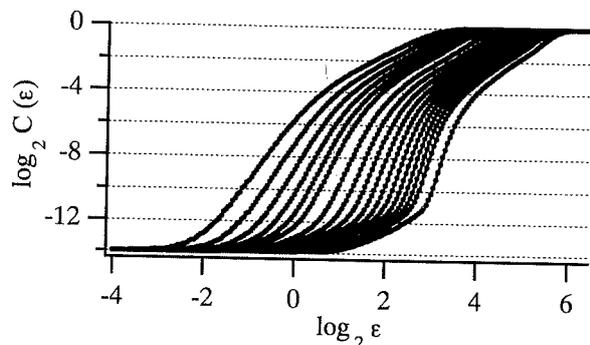


図1 相関積分の結果(深浦)

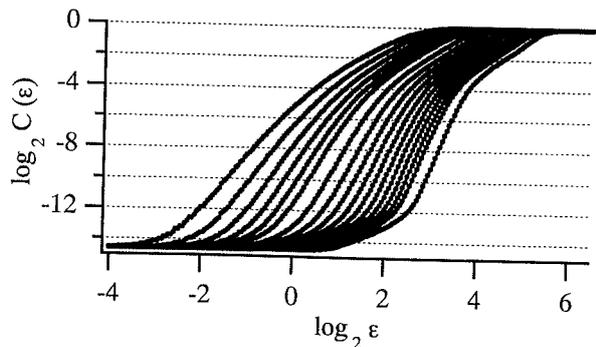


図2 相関積分の結果(鳥取)

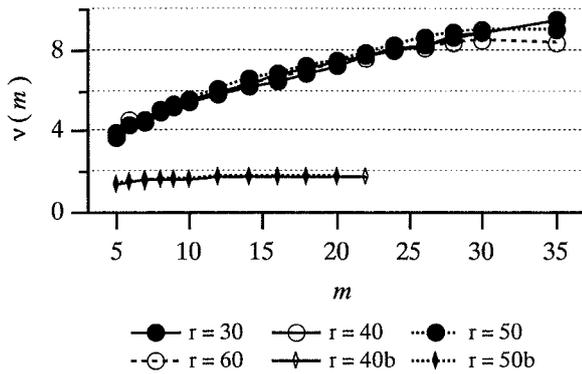


図3 相関指数の変化 (深浦)

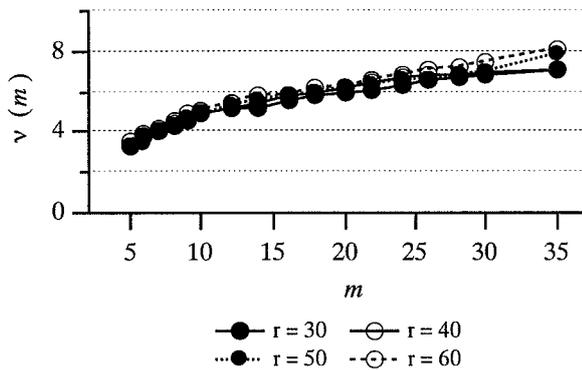


図4 相関指数の変化 (鳥取)

## 2.2 リアプノフ指数

カオスのもう1つの特徴として、軌道不安定性 (もしくは初期値鋭敏性) が挙げられる。これは、ある軌道とその近傍にある軌道が時間発展にともなって指数関数的に離れていく性質のことである。リアプノフ指数は軌道間距離の変化率を表す指標であり、これが正の値を示せば軌道間の距離は拡大されることになり、したがって軌道不安定性をもつと判断される。ここでは、時系列データからリアプノフ指数を求める方法としてSano・Sawada[8]の方法を用いる。まずm次元空間に再構成された軌道上の一点を $\mathbf{X}_i$ とし、この点を中心にして距離 $\varepsilon$ の範囲に入る軌道上の他の点 $\mathbf{X}_{ki}$ をM個( $i=1,2,\dots,M$ )探し出す。このとき $\mathbf{X}_{ki}$ の $\mathbf{X}_i$ に対する変位ベクトル $\mathbf{y}_i$ は、次式で与えられる。

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{X}_{ki} - \mathbf{X}_i \quad (6)$$

時間 $\tau$ の経過後、 $\mathbf{X}_i$ は $\mathbf{X}_{i+\tau}$ に、近傍の各点 $\mathbf{X}_{ki}$ は $\mathbf{X}_{ki+\tau}$

にそれぞれ移動するから、時刻 $t+\tau$ での変位ベクトル $\mathbf{z}_i$ は

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{X}_{ki+\tau} - \mathbf{X}_{i+\tau} \quad (7)$$

となる。ここで距離 $\varepsilon$ が十分に小さいとすると、 $\mathbf{y}_i$ から $\mathbf{z}_i$ への変化は、行列 $A_i$ を用いて次式のように表すことができる。

$$\mathbf{z}_i = A_i \mathbf{y}_i \quad (8)$$

ここで、式(6)の $A_i$ は、次式のように表される。

$$A_i V = C \quad (9)$$

ここに、

$$v_{kl} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_{ik} y_{il}, \quad c_{kl} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M z_{ik} y_{il} \quad (10)$$

$y_{ik}$ ;  $\mathbf{y}_i$ の第k成分,  $z_{ik}$ ;  $\mathbf{z}_i$ の第k成分

この $A_i$ を用いてリアプノフ指数を求めるのであるが、それにはm次元空間に互いに直交する単位ベクトルの組 $\mathbf{u}_1(t), \dots, \mathbf{u}_m(t)$ を与え、各ベクトルの $A_i$ による変化をみるという方法[9]をとる。すなわち、

$$\mathbf{e}_i(t+\tau) = A_i \mathbf{u}_i(t) \quad (11)$$

を求め、さらに式(12)、(13)で与えられるGram-Schmidtの直交化により新しい正規直交系 $\mathbf{u}_i(t+\tau)$ ( $i=1,2,\dots,m$ )へ変換する。

$$\mathbf{e}_i'(t+\tau) = \mathbf{e}_i(t+\tau) -$$

$$\sum_{j=1}^{i-1} \langle \mathbf{e}_i(t+\tau), \mathbf{u}_j(t+\tau) \rangle \mathbf{u}_j(t+\tau) \quad (12)$$

$$\mathbf{u}_i(t+\tau) = \frac{\mathbf{e}_i'(t+\tau)}{\|\mathbf{e}_i'(t+\tau)\|} \quad (13)$$

ただし、 $\langle, \rangle$ は内積を表す。つぎに、「 $A_{i+\tau}$ を求めて式(11)のように $\mathbf{u}_i(t+\tau)$ を写像し、式(12)、(13)によりさらに新しい正規直交系へ変換する」という操作を繰り返すことにより $\mathbf{e}_i'$ の系列 $\{\mathbf{e}_i'(t)\}$ を求める。これを用いてリアプノフ指数 $\lambda_i$ ( $i=1,2,\dots,m$ )は以下のように与えられる。

$$\lambda_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \log \left| \left\{ e_i'(t) \right\} \right| \quad (14)$$

$\lambda_i$ のうち、1つでも正值のものがあれば、軌道不安定性（初期値鋭敏性）を表していると考えられる。図5と図6に、上記の方法で求めたリアプノフ指数のうち最大のもの（最大リアプノフ指数）を示す。図5が深浦、図6が鳥取でのデータに対する結果である。rを30,40,50,60時間の4通り、mを5～15の11通り、式(14)のNを600として計算を行った。これらの図から、深浦、鳥取の何れの場合も最大リアプノフ指数は正值となっており、深浦ではmが10以上の範囲で、鳥取ではmが7から11の範囲で概ね変化が緩やかになっていることがわかる。したがって、この結果からも深浦、鳥取の両データともカオスである可能性が示されたと考えられる。

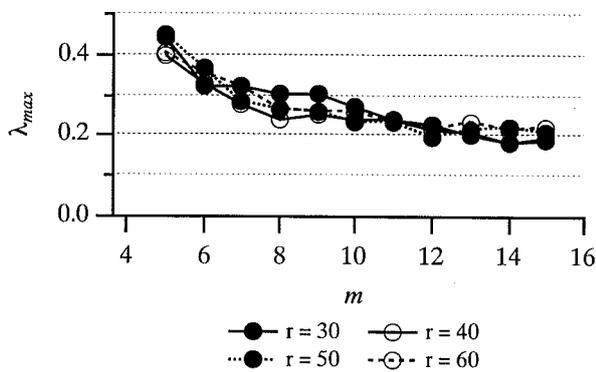


図5 最大リアプノフ指数（深浦）

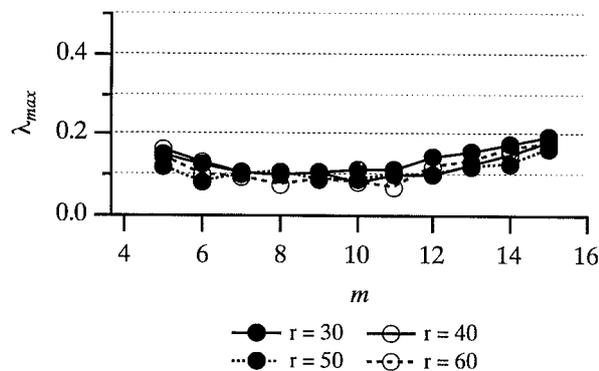


図6 最大リアプノフ指数（鳥取）

### 3. 局所ファジィ再構成法

観測データのカオス性に基づく予測法では、まずそのデータが決定論的な非線形力学系より生じたものであると考える。さらに、この力学系の状態変化を支配する法則を時系列データから逆に推定し、これを用いて予測を行う。本研究ではm次元空間に再構成した軌道を小さな区間に分けて、それぞれの区間ごとに局所的な支配法則を推定する方法を用いる。これには多くの手法が提案されているが、本研究では五百旗頭ら[5]による局所ファジィ再構成法を用いる。いま、最新の観測データを含むm次元ベクトルを $\mathbf{X}_i$ 、その近傍のベクトルの集合を $\{\mathbf{X}_{ki}\}$ とし、 $\{\mathbf{X}_{ki}\}$ の時間 $\tau$ 後の集合を $\{\mathbf{X}_{ki+\tau}\}$ とする。また、 $\mathbf{X}_i$ の時間 $\tau$ 後のベクトルを $\mathbf{X}_{i+\tau}$ とすると、これが予測の対象となる。ここで、 $\tau$ が決定論的因果性を失う時間幅以内であれば、 $\mathbf{X}_i$ から $\mathbf{X}_{i+\tau}$ への状態変化と、 $\{\mathbf{X}_{ki}\}$ から $\{\mathbf{X}_{ki+\tau}\}$ への状態変化とが近似的に等価であると仮定できる。さらに、 $\mathbf{X}_i$ から $\mathbf{X}_{i+\tau}$ への変化は、 $\mathbf{X}_i$ と $\{\mathbf{X}_{ki}\}$ との距離に影響されると考えられ、これをファジィ関数を用いて表現すると式(15)のようになる。

$$\text{if } a_{j_{ki}} \text{ is } \tilde{y}_{j_i} \text{ then } a_{j_{ki+\tau}} \text{ is } \tilde{y}_{j_{i+\tau}} \quad (15)$$

ここに、 $a_{j_{ki}} : \{\mathbf{X}_{ki}\}$ の第j成分、 $a_{j_{ki+\tau}} : \{\mathbf{X}_{ki+\tau}\}$ の第j成分 ( $j=1, 2, \dots, m$ )

このようにファジィ関数を用いることにより、状態変化の非線形性を取り込める。さらに、式(1)に示したように、

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k1} &= (x_{k1}, x_{k1+r}, \dots, x_{k1+(m-1)r}) \\ \mathbf{X}_{k2} &= (x_{k2}, x_{k2+r}, \dots, x_{k2+(m-1)r}) \\ &\vdots \\ \mathbf{X}_{kM} &= (x_{kM}, x_{kM+r}, \dots, x_{kM+(m-1)r}) \end{aligned} \quad (16)$$

と表されるから、たとえばj=1について式(15)は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \text{if } a_{1_{ki}} \text{ is } \tilde{x}_{k1} \text{ then } a_{1_{ki+\tau}} \text{ is } \tilde{x}_{k1+\tau} \\ \text{if } a_{1_{ki}} \text{ is } \tilde{x}_{k2} \text{ then } a_{1_{ki+\tau}} \text{ is } \tilde{x}_{k2+\tau} \\ \vdots \\ \text{if } a_{1_{ki}} \text{ is } \tilde{x}_{kM} \text{ then } a_{1_{ki+\tau}} \text{ is } \tilde{x}_{kM+\tau} \end{aligned} \quad (17)$$

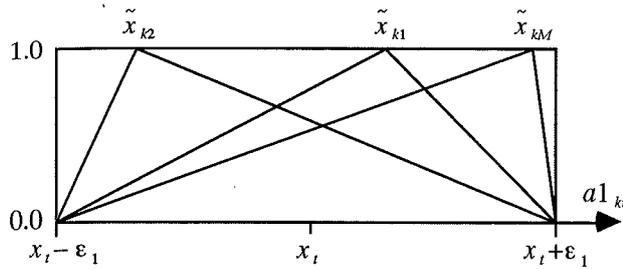


図7 前件部メンバーシップ関数

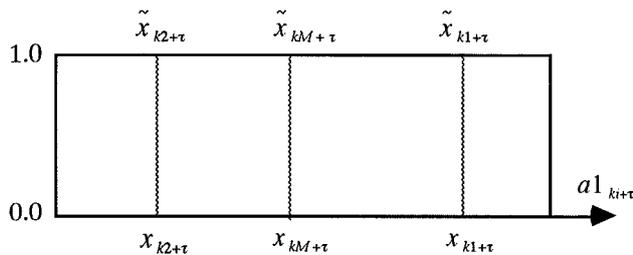


図8 後件部メンバーシップ関数

また,

$$\mathbf{X}_t = \left( x_t, x_{t+r}, \dots, x_{t+(m-1)r} \right) \quad (18)$$

であるから、式(17)を $\mathbf{X}_{t+\tau}$ の第1成分 $x_{t+\tau}$ の予測に用いるには、 $a1_{ki}$ に $x_i$ を代入すればよい。また、 $\mathbf{X}_{k1}$ 、 $\mathbf{X}_{k2}$ 、 $\dots$ 、 $\mathbf{X}_{kM}$ は $\mathbf{X}_t$ の近傍のベクトルであるから、式(17)の前件部のメンバーシップ関数は図7のようになる。図中の $\epsilon_1$ は、 $a1_{ki}$ 軸での近傍を表す範囲である。なお、後件部のメンバーシップ関数は図8のようなシングルトン表現とする。以上のようなファジールールとメンバーシップ関数を用い、 $\mathbf{X}_t$ の各成分を入力データとしてファジィ推論を行うと、 $\mathbf{X}_{t+\tau}$ の各成分は $a1_{k+\tau}$ として求められる。さらに、非ファジィ化の操作[10]を行うことで $\mathbf{X}_{t+\tau}$ の各成分が数値として与えられ、第 $m$ 成分が最新のデータから時間 $\tau$ だけ後の予測値となる。また、本研究では非ファジィ化の方法として、一般に重心法とよばれる方法を用いる。

#### 4. 有義波高の予測結果

3. に示した方法で有義波高の予測を行うには、軌道を再構成する際の時間遅れ $r$ と、軌道を再構成する空間の次元 $m$ を決定する必要がある。図4から鳥取については $r$ を40時間とすればよいことがわか

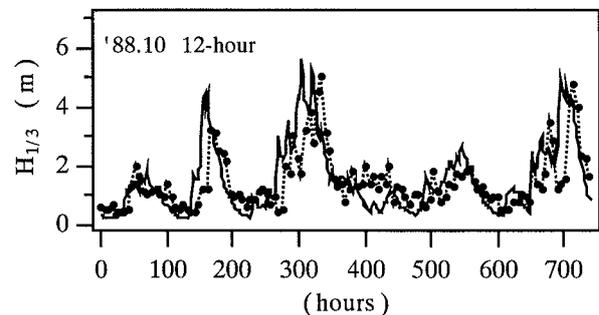
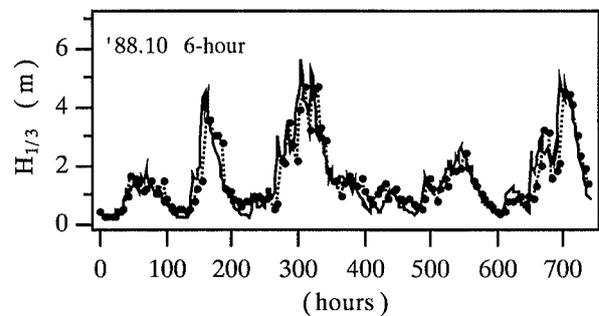
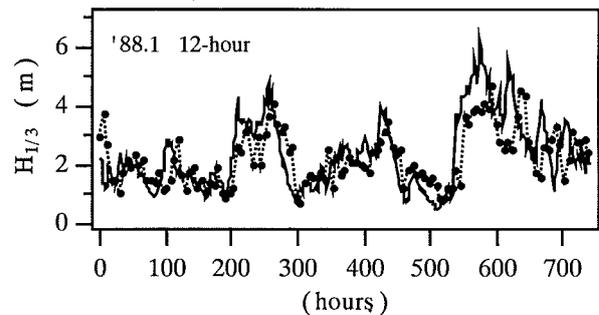
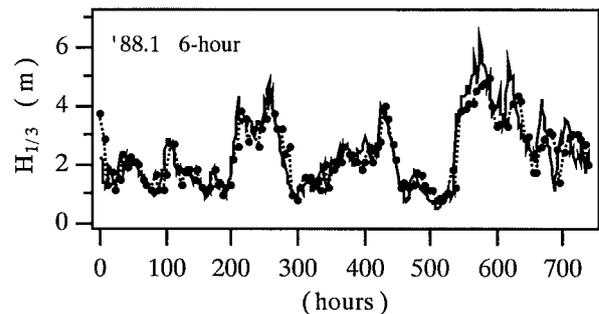


図9 有義波高の予測結果(深浦)

る。深浦については、図3から $r=40, 50, 60$ の3通りが考えられるが、 $r=50$ の場合のみ低次元と高次元ともに収束傾向が見られることから、この値を用いる。 $m$ については、図4において $r=40$ の場合の相関次元が7程度であることから、これ以上の値をとる必要がある。また、図6に示したように、 $m$ が7

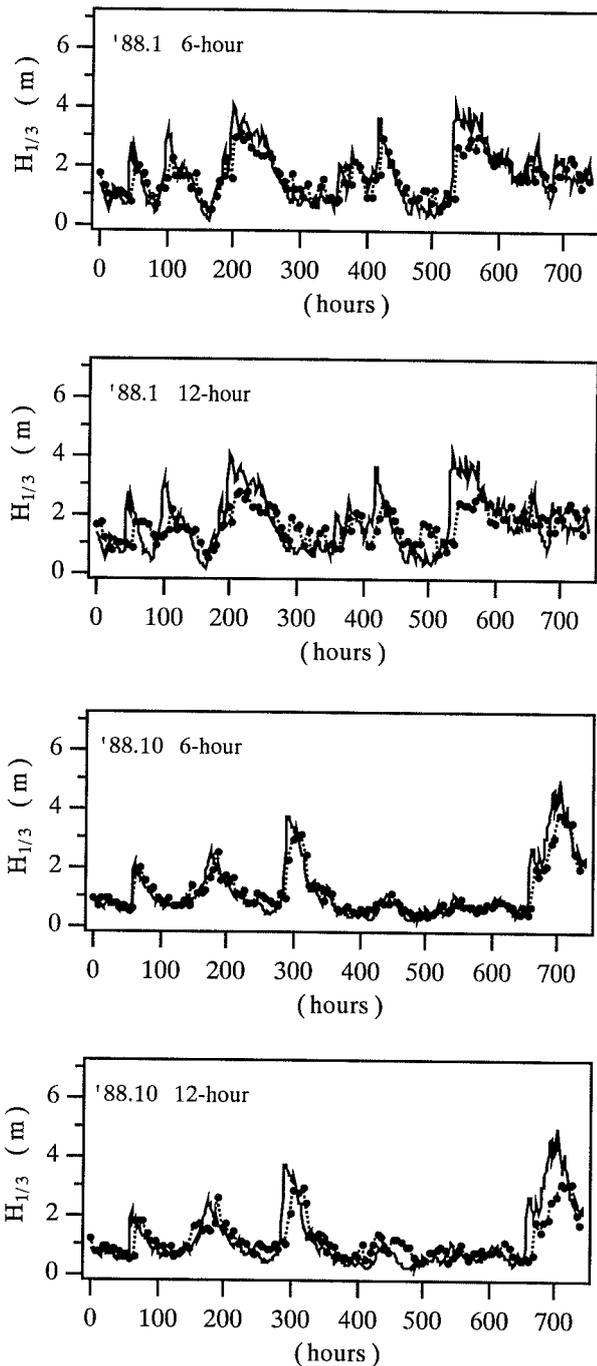


図10 有義波高の予測結果 (鳥取)

から11の範囲で最大リアプノフ指数の変化が小さいことから、鳥取については $m=10$ とする。一方、深浦については図3から、 $m$ を2以上ととる場合と、9以上ととる場合の2通りが考えられる。図5では $m$ が10以上の範囲で最大リアプノフ指数の変化が小さくなっているが、鳥取との比較の意味で低次

表1 予測の的中率

	深 浦		鳥 取	
	6時間後	12時間後	6時間後	12時間後
'88.1	0.732	0.577	0.710	0.508
4	0.642	0.392	0.750	0.558
7	0.879	0.710	0.935	0.806
10	0.677	0.379	0.790	0.605

元側の値をとり、試行的に $m=5$ とする。有義波高の予測は、深浦、鳥取ともに1988年1, 4, 7, 10月を対象とし、6時間後および12時間後の値について行った。予測値は0, 6, 12および18時の6時間毎に求めた。予測に際しては、深浦については予測を実施する時刻から過去2年間の有義波高データを、鳥取については同じく4年間のデータを用いた。図9に深浦、図10に鳥取(ともに1988年1月と10月)の6時間後および12時間後の予測結果を示す。実線が観測値、●付きの点線が予測値である。6時間後予測の両者の対応は比較的よいが、高波浪の立ち上がりの遅れが見られる。12時間後予測では、さらに立ち上がりの遅れが目立つようになる。表1には予測の的中率を示した。これは、後藤ら[4]にならない次のような基準を用いて求めたものである。

$$\begin{cases} |H_p - H_o| \leq 0.3 \text{ (m)} & (H_o \leq 1.0 \text{ (m)}) \\ |H_p - H_o| / H_o \leq 0.3 & (H_o > 1.0 \text{ (m)}) \end{cases} \quad (19)$$

ここで、 $H_o$ は観測値、 $H_p$ は予測値である。式(19)で表される範囲に入る予測値の数の、全予測数に対する割合を的中率とした。本研究では、深浦と鳥取のともに日本海沿岸での同じ時期を予測の対象としたが、表1からわかるように的中率に大きな差が生じる場合がある。ただ、予測に用いたデータ数が、鳥取に比べて深浦の方が少なく、その影響もあると思われる。

### 5. おわりに

本研究では、観測データのカオス性に基づく時系列予測法(決定論的非線形予測法)の有義波高予測への適用性を検討した。対象としたのは、深浦港と鳥取港で得られた有義波高データである。

これらの観測データのカオス性については、一般的に用いられる相関積分とリアプノフ指数を求めることにより検証した。有義波高の予測には、決定論的非線形予測法の一つである局所ファジィ再構成法を用いた。予測結果はこの方法の適用可能性をある程度示しているが、高波浪時の立ち上がり遅れという問題を残すものであった。

### 参考文献

- [1] 山口正隆・土屋義人・小矢田 宏・渡辺 健：有限風域場における波浪の数値予知法，第26回海岸工学講演会論文集，pp. 96-100, 1979
- [2] 須田 熙・湯沢 昭：波浪予測に基づく外海シーバースの待ち行列に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第339号，pp. 177-185, 1983
- [3] 小舟浩治・橋本典明・亀山 豊・久高将信：重回帰式を用いた波浪予測手法の適用について，第34回海岸工学講演会論文集，pp.167-171, 1987
- [4] 後藤智明・柴木秀之・青野利夫・片山 忠：波浪予測を目的とした物理因子重回帰モデル，土木学会論文集，No. 473/II-24, pp.45-53, 1993
- [5] 五百旗頭 正・菅家正康・藤本泰成・鈴木新悟：カオスの時系列の短期予測のための局所ファジィ再構成法，日本ファジィ学会誌，Vol. 7, No. 1, pp. 186-194, 1995
- [6] 運輸省港湾局 / (財) 沿岸開発技術研究センター発行：全国港湾海洋波浪観測資料 (NOWPH-AS) , 1983~1990
- [7] Grassberger, P. , Procaccia, I. : Characterization of Strange Attractors, Physical Review Letters, Vol.50, No.5, pp. 346-349, 1983
- [8] Sano, M. , Sawada, Y. : Measurement of the Lyapunov Spectrum from a Chaotic Time Series, Physical Review Letters, Vol. 55, No.10, pp. 1082-1085, 1985
- [9] 合原一幸編著：ニューラルシステムにおけるカオス，東京電機大学出版，361 p, 1993
- [10]たとえば，菅野道夫：ファジィ制御，日刊工業新聞社，183 p, 1988

(受理 平成9年8月25日)

A  
P  
n  
t  
c  
c  
T  
s  
o  
th  
d

K

1

T  
es  
er  
ra  
T  
lo  
co  
m  
O  
si  
po  
by

2.