

砂時計型ニューラルネットワークによる 最適FIRフィルタの構成

吉村 宏紀・菅田 一博・井須 尚紀・清水 忠昭

知能情報工学科

(1995年9月1受理)

A constitution method of an optimum FIR filter by use of
Sandglass Neural Network

by

Hiroki YOSHIMURA, Naoki ISU, Kazuhiro SUGATA, Tadaaki SHIMIZU

Department of Information and Knowledge Engineering, Tottori University

(Received September 1, 1995)

We proposed the way of constituting an optimum FIR filter by using the sandglass Neural Network. We showed through the experiment by use of the signal generated auto-regressive model that our FIR filter can be constituted conveniently to correspond to the frequency characteristics of time series signals inputted at the learning stage. The frequency pass band of our FIR filter can be adjusted by varying the number of units in the input layer. So we can set up the frequency pass band very easily according to the purpose of signal processing.

Key words : neural network, FIR filter, auto-regressive model, signal processing, optimization

1 はじめに

階層型ニューラルネットワークのうち、入力層と出力層のユニット数を同数とし、中間層のユニット数を入出力層のユニット数よりも少なくした構造のものを、砂時計型ニューラルネットワーク（以下、SNN）⁽¹⁾と呼ぶ。入力信号と教師信号を等しくして学習を行ったSNNを用い、入力層への入力信号に対する中間層のユニットの出力を利用することにより、入力信号の情報圧縮が可能となる⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

3層SNNに関して舟橋ら⁽⁶⁾は、中間層ユニット N 個の3層SNNの情報圧縮の能力が、主成分分析において第 N 主成分までを利用した場合の情報圧縮能力と同等かそれ以下であることを理論的に証明している。また、Baldi⁽⁷⁾らは、ユニットの特性関数を線形とした3層SNNにおいて、結合加重と学習パターンの分散・共分散との関係を理論的に解析した。その結果、第1主成分による近似誤差はただ1つの偏微分値0のcritical pointをもち、より高次の主成分を含めた場合、近似誤差は鞍状の複数のcritical pointsを持つことを理論的に明らかにし、local minimaは存在しないことを示した。これらの研究により、3層のSNNは、主成分分析と等価な処理を行っていることが明らかになっている。

筆者らは、時系列信号に対する3層SNNの周波数成分の抽出能力について検討してきた⁽⁸⁾⁽⁹⁾。その結果、単一正弦波を学習の対象とした場合、入力信号と同じ信号を出力させるためには、中間層のユニット数は2個で十分であることを明らかにした。この場合、SNNは入力層から中間層へかけてフーリエ変換、中間層から出力層へかけてフーリエ逆変換と同等の変換を行っており、結合加重はフーリエ変換における回転因子の役割りを果たしていた。さらに、中間層のユニット数が2個のSNNに対し、複数の正弦波の和で表わされる信号の学習を行った場合、信号が含む周波数成分のうち振幅の最も大きな正弦波を抽出することを示した。

本稿では、学習の対象を定常不規則過程の時系列信号とした場合の、3層SNNの周波数成分の抽出能力について実験的に明らかにし問題点を指摘する。さらに、3層SNNの周波数成分の抽出能力を応用して、ニューラルネットワークによりFIRフィルタを構成する方法を提案する。提案したFIRフィルタを、学習に

用いた時系列信号の周波数特性に合わせて構成することができることを示す。またSNNの入力層のユニット数を変えることで、フィルタの遮断特性を調整できることを示す。

2 定常不規則過程の学習

2.1 学習データの作成及び学習方法

SNNの学習には、誤差逆伝搬学習法を用い、一括学習で学習を行う。誤差逆伝搬学習法は、ニューラルネットワークに入力信号を入力した時の出力信号と教師信号の自乗誤差を最小にするように結合加重を更新していく。本研究ではSNNに入力信号を入力した時の出力信号が、入力信号と同じものを出力するように学習を行う。従って、教師信号は入力信号と同じ信号を用いる。以後、簡単のため、入力信号とそれに対する教師信号との対を学習データと呼ぶ。図1に、学習方法の模式図を示す。

SNNの学習の対象として、離散時系列信号を与える。SNNの入力層及び出力層のユニット数が M 個の時、1つの学習データは学習対象の離散時系列信号 $x(n)$ ($n=0,1,2,\dots$)の連続した M 点の系列とする。学習データは、1時点ずつずらした計 N 組の系列を用意する。

学習の終了条件は、学習誤差 E の値が零になる

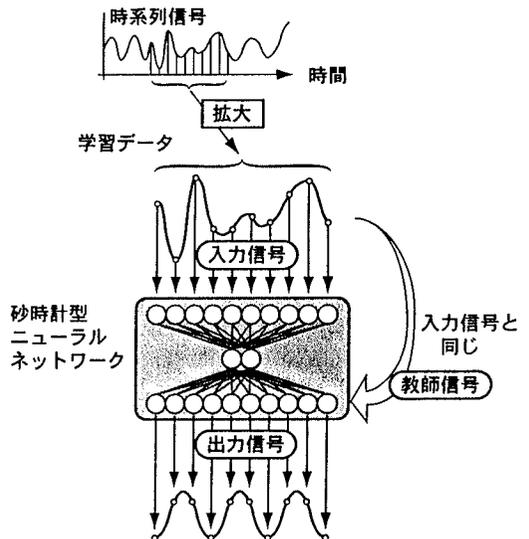


図1 SNNの学習過程の模式図

か、学習回数が3万を超えるまでとする。

2.2 【実験1】自己回帰モデルの学習

我々は、これまでに、中間層ユニット2個のSNNが単一正弦波を正確に学習できることを報告した。正弦波のz変換を行った場合の分母の次数は2次である。定常不規則過程の1つである自己回帰モデルによって生成された信号を学習の対象とした場合、自己回帰モデルの次数と同じ数のユニットを中間層に持つSNNにより、学習対象の信号の特徴を抽出できると予想される。実験1では、中間層ユニット2個のSNNに2次の自己回帰モデルから作成した学習データを学習させた場合のSNNの学習結果を、入出力層のユニット数と学習誤差に関して調べた。(式1)に学習の対象とした自己回帰モデルを示す。

$$y_p = 1.13 \cdot y_{p-1} - 0.64 \cdot y_{p-2} + e_p \dots\dots\dots (式1)$$

e_p : 白色雑音

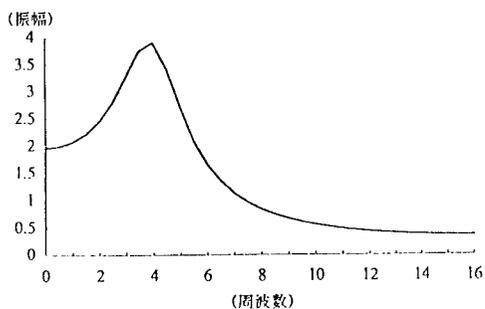
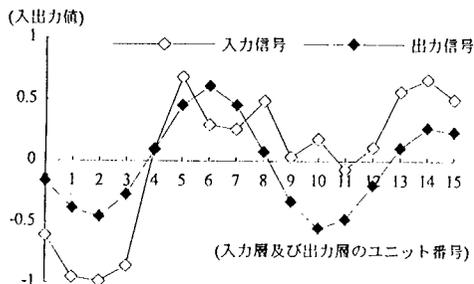
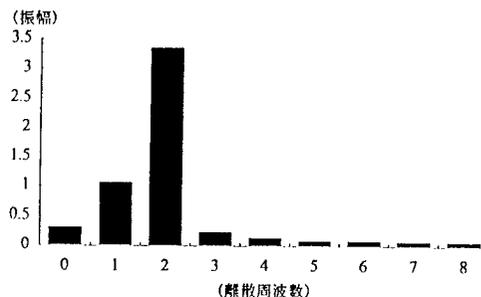


図2 学習データの振幅スペクトル



(a) 入出力信号



(b) 出力信号の平均振幅スペクトル

図3 実験1におけるSNNの出力信号の平均振幅スペクトル

(式1)のモデルの理論的な振幅スペクトルを図2に示す。(式1)の自己回帰モデルについて、(式2)に示す学習データを作成し、SNNで学習を行った。学習データは300パターンとした。

$$Y^{(n)} = \{y_i^{(n)} \mid y_i^{(n)} = 1.13 \cdot y_{n+i-1} - 0.64 \cdot y_{n+i-2} + e_{n+i}, \\ i=0,1,\dots,M-1\} \dots\dots\dots (式2)$$

$$n = 1,2,\dots,300$$

$Y^{(n)}$: n 番目の学習データ

$y_i^{(n)}$: i 番目の入力層ユニットへの入力信号及び、 i 番目の出力層ユニットへの教師信号

e_{n+i} : 白色雑音 [-0.5, 0.5]

M : 入力系列の長さ

(入力層及び出力層のユニット数)

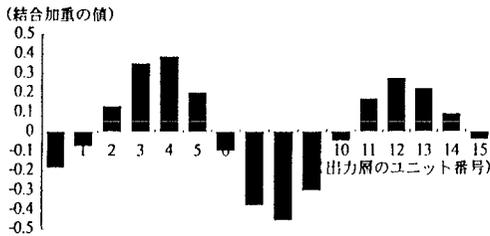
2.2 【実験1】学習結果

学習後のSNNに、学習データとして用いた入力信号を入力した時の出力信号の一例と、全ての学習入力信号に対する出力信号の平均振幅スペクトルを図3に示す。図3-(a)に示すように、学習後のSNNに、学習入力信号を与えた場合の出力信号は正弦波に似た波形となる。図3-(b)よりSNNは周波数帯域を持つ入力信号のほぼピーク周波数付近の周波数成分を出力している。また、学習後のSNNの中間層から出力層への結合加重の値とその振幅スペクトルを図4に示す。図4-(a)に示したように、結合加重は完全な正弦波になっておらず、正弦波に窓関数が掛った形

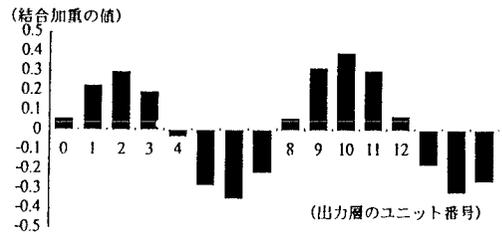
となった。図4-(b)より、1番目の中間層ユニットから出力層ユニットへの結合加重と2番目の中間層ユニットから出力層ユニットへの結合加重とは異なる形となった。

学習後のSNNについて、各出力層ユニットごとの学習誤差を調べた。図5-(a)は入力層及び出力層ユニット数16個、中間層ユニット数2個のSNNに自己回帰モデルによって生成された信号を学習させた時の各出力層ユニットの学習誤差を示したものである。また、図5-(b)に入力層及び出力層のユニット数32

個、中間層のユニット数2個の時の、出力層の各ユニットの学習誤差を示す。図5-(a)に示したように学習誤差は、両端の出力層ユニットほど大きく、中央の出力層ユニットほど小さい。つまり、出力層ユニットの中央ほど入力信号に対する近似が良く、両端ほど近似が悪い。出力層の両端のユニットに近いほど学習誤差が大きく、中央のユニットに近いほど学習誤差が小さいという傾向は、入力層及び出力層のユニット数が少ない場合に顕著に現われた。本実験では入力層及び出力層のユニット21個まで上記の

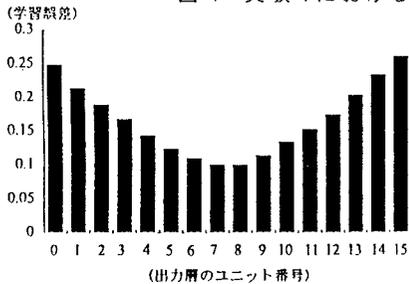


(a) 中間層ユニット1から出力層

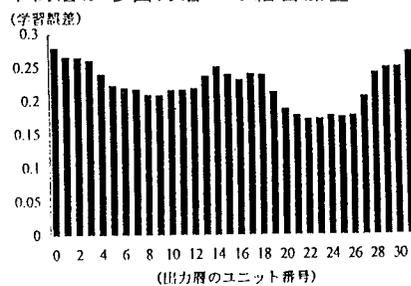


(b) 中間層ユニット2から出力層

図4 実験1におけるSNNの中間層から出力層への結合加重



(a) 出力層ユニット16個の場合



(b) 出力層ユニット32個の場合

図5 実験1におけるSNNの出力層の各ユニットの学習誤差

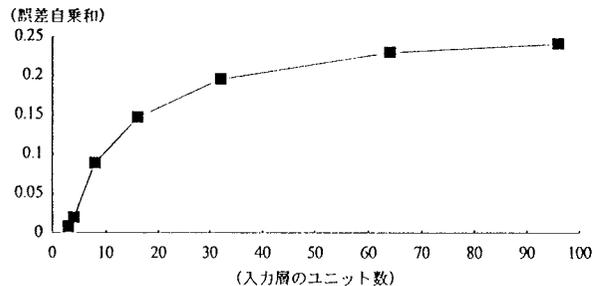


図6 入出力層のユニット数と学習誤差の関係

傾向が見られた。しかし図5-(b)に示したように、入力層及び出力層のユニット数が32個の場合、中央のユニットに近いほど学習誤差が小さいという傾向は崩れていた。入力層及び出力層のユニット数が22個以上の時、32個と同様の結果であった。

図6に、入力層及び出力層のユニット数と学習誤差の関係について示す。結果は、入力層及び出力層のユニット数を増やすほど学習誤差は大きくなっていった。同様に出力層の中央のユニットの学習誤差も大きくなっていった。

3 砂時計型ニューラルネットワークを用いたFIRフィルタ

実験1では、自己回帰モデルで生成された信号を中間層ユニット2個のSNNを用いて学習を行った。結果として、自己回帰モデルで生成された周波数帯域を持つ信号に対して、SNNは周波数帯域のピーク周波数を抽出した。しかし、学習後のSNNの出力層の各ユニットの学習誤差は一様ではなかった。このことは、各入力層ユニットに入力する入力信号に対する各出力層ユニットの出力信号の近似度が異なり、出力信号を利用しようと考えた場合実用上都合が悪い。

実験1の結果より、入力層及び出力層のユニット

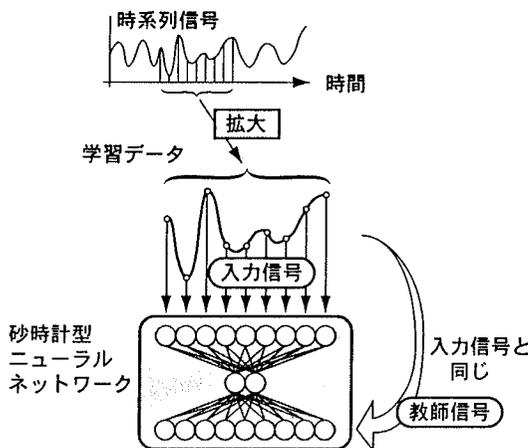
数が少なければ出力信号は入力信号に対して中央ユニットの出力ほど近似が良く、端のユニットの出力ほど近似が悪いという結果になった。入力層及び出力層のユニット数が多い場合にも、両端の出力層のユニットの近似が最も悪いという結果になった。

3.1 【実験2】SNNによるFIRフィルタ

実験1で用いた学習データにおいて、 k 番目の入力信号 $Y^{(k)}$ (学習データ $Y^{(k)}$) と $k+1$ 番目の入力信号 $Y^{(k+1)}$ (学習データ $Y^{(k+1)}$) は時系列信号から1時点ずらして取り出した信号系列である。この学習データを順にSNNに入力すると、SNNの入力層の中央のユニットに入力される入力値の系列は、元の時系列信号中で時間的に連続した系列となる。よって1番目の入力信号から順番に入力していった時の出力層の中央のユニットの出力値の系列も、時間的に連続した系列となると考えた。

実験2では、学習時には実験1と同様にSNNを用いて学習を行い、学習終了後は入力層ユニットと同じ数ある出力層ユニットのなかで中央のユニットのみを利用して信号を処理する。学習終了後に学習で用いた入力信号を1番目の入力信号から順次入力した時に、出力層中央のユニットより出力される出力値系について調べた。学習時及び実行時の模式図を図7に示す。

a) 学習時



b) 実行時

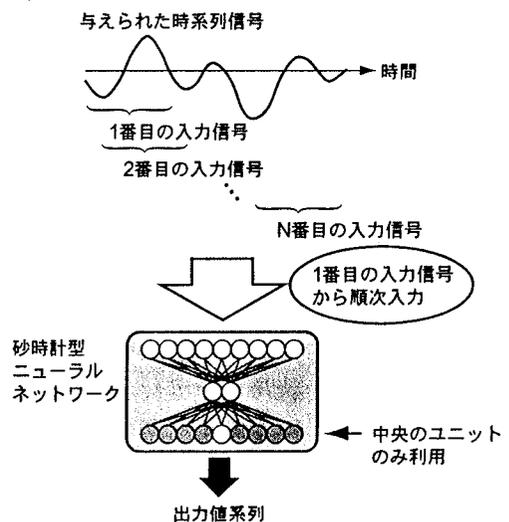


図7 ニューラルネットワークによるFIRフィルタの構成

学習終了後に信号処理を行うとき、ニューラルネットワークの入力層には時間的に連続した信号を入力することから、ニューラルネットワークを一種のFIRフィルタと見ることができる。実験2では、ニューラルネットワークによるFIRフィルタの入力層ユニット数を変えたとき得られる出力値系列について比較・検討する。

本実験で用いる学習時のSNNの入力層及び出力層のユニット数は3個、15個、63個とする。63個の場合、中央のユニットほど学習誤差が小さく、両端のユニットになるにつれて学習誤差が大きくなるという傾向にはならなかったが、入力層及び出力層のユニット数が3個、15個との比較を行うために用いた。また、学習データは実験1で用いた学習データと同じものとした。

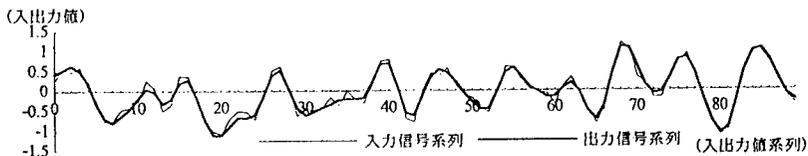
3.2 【実験2】学習結果

図8に入力層及び出力層のユニット数3個、15個、63個とした時のSNNについて、入力層の中央のユニッ

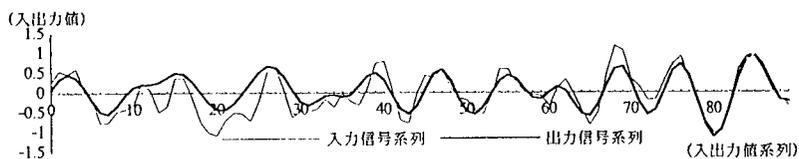
トへの入力系列と出力層の中央のユニットの出力系列を示す。図8に示すように、入力層及び出力層ユニットが3個のSNNの出力系列が入力系列に最も近いものとなった。上記の結果より、入力層及び出力層のユニット数3個のSNNが最も良い性質を示している。

3.3 【実験3】SNNのフィルタ特性

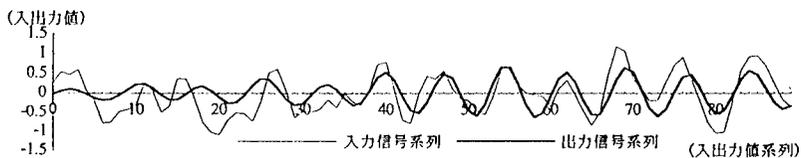
実験2の結果から入力層及び出力層のユニット数が3個の場合、出力系列は入力系列と最も近似度が良かった。しかし、未学習の時系列を入力した場合、出力層の中央のユニットの出力系列がどのような信号系列になるか明らかではない。そこで本実験では、実験2で学習済みのSNNに、白色雑音を入力信号 E_n ($n=1,2,3 \dots$)として、実験1の学習データと同様な形で $n=1$ から順番に入力する。入力層の中央のユニットに入力する入力系列と出力層の中央のユニットが出力する出力系列から、入出力特性を調べる。以下に白色雑音による入力信号を示す。



(a) 入力層ユニット3個



(b) 入力層ユニット15個



(c) 入力層ユニット63個

図8 実験2におけるフィルタの入出力

$$E_n = \left\{ x_i \mid x_i = e_{i+n}, i = 0, 1, \dots, M \right\} \dots (式 3)$$

$$n = 1, 2, \dots, 2056$$

E_n : n 番目の学習データ

e_i : 白色雑音 [-0.5, 0.5]

x_i : i 番目の入力層ユニットへの入力信号

M : 入力系列 (入力層及び出力層のユニット数)

3.4 【実験 3】学習結果

図9,10,11は, 入力層ユニット及び出力層ユニットが3個, 15個, 63個の場合について (a) は入力系列の振幅スペクトル, (b) は出力系列の振幅スペクトル, (c) は入出力特性を表わしたグラフである. 入力層の中央のユニットに入力される信号は, 白色雑音であることから図9,10,11とも入力系列の振幅スペクトルはどれもほぼ同じ周波数特性を示している. しかし, 図9,10,11 (b) に示す出力系列の周波数特性は,

大きく異なったものとなった. 図9,10,11 (c) は図9,10,11 (a) と図9,10,11 (b) から求めた入出力特性である. 図9,10,11 (c) より, 入力層及び出力層のユニット数の違いによって, 入出力特性は大きく違うことが分かる. 図9 (c) より, 入力層及び出力層のユニット数が3個の場合の入出力特性は, 低域の周波数を通過させるローパスフィルタ特性になっていた. 入力層及び出力層のユニット数が15個と63個の場合, 入出力特性はバンドパスフィルタ特性となっていた. バンドパスフィルタの通過帯域は入力層及び出力層のユニット数が15個の方が広くなっており, 学習データの持つ周波数特性に近い通過帯域幅となっていた. 入力層のユニット数が63個の場合, 学習データとは通過帯域幅が大きく異なったが, 通過帯域の中心周波数と学習データの持つピーク周波数とはほぼ一致した.

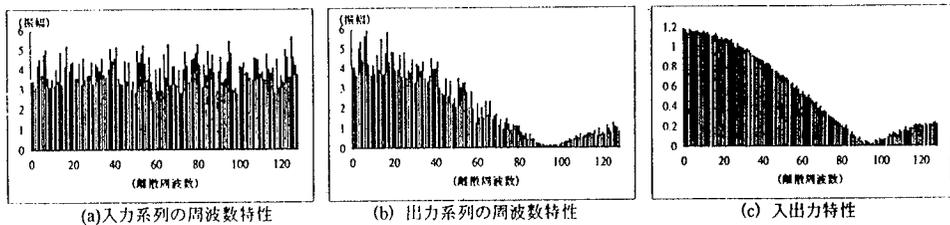


図9 入力層のユニットが3個のSNNによるフィルタの実験結果

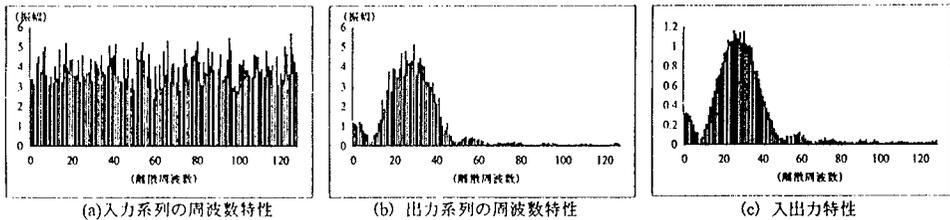


図10 入力層のユニットが15個のSNNによるフィルタの実験結果

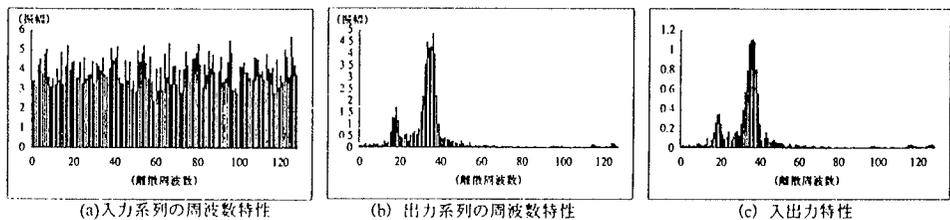


図11 入力層のユニットが63個のSNNによるフィルタの実験結果

4 おわりに

4.1 定常不規則過程を学習データとして用いたときの成分抽出能力

自己回帰モデルの信号のように帯域幅を持つ時系列信号から作成した学習データを用いて、中間層ユニット2個のSNNで学習を行った。その結果、学習後の砂時計型ニューラルネットワークは入力信号の帯域のピーク周波数を抽出した。しかし、出力層ユニットの各ユニットの学習誤差を見ると、中央のユニットの学習誤差が最も小さく、両端のユニットの学習誤差が最も大きくなるという結果になった。つまり、入力信号に対する出力信号の近似度は、出力信号の中央ほど良く、端ほど悪い。これは、SNNが、学習により前向き予測と後ろ向き予測を行っているためと考えられる。出力層の1番目のユニットはそれ以後の入力信号のみで予測をしなければならず、後ろ向き予測しかできない。同様に、出力層の最後のユニットはそれ以前の入力信号のみで予測をしなければならず、前向き予測しかできない。それに対して、出力層の中央のユニットは、入力層に入力する前後のユニットの入力から予測でき、前向き予測と後ろ向き予測の両方を行うことができる。そのため中央のユニットの学習誤差が最も小さく、端のユニットほど学習誤差が大きくなると考えられる。

4.2 FIRフィルタとSNN

帯域幅を持つ信号に対して、学習後のSNNの各出力層の誤差は、中央のユニットの学習誤差が最も小さく、端のユニットの学習誤差が最も大きくなるという結果になった。そこで実験2では、出力層の中央のユニットの出力に着目した。すなわち、学習データとして用いた入力信号を順次入力し、入力層の中央のユニットに入力する入力系列と出力層の中央のユニットの出力系列を比較した。入力層及び出力層のユニット数が3個の時、入力系列に対する出力系列の近似度が良いという結果を得た。

実験2, 3は、出力層の中央のユニットだけを出力として用い、入力層の中央のユニットへ入力する入力系列と比較したものである。この場合、ニューラルネットワークは一種のFIRフィルタと見ることができる。このフィルタの特性は実験3の結果に見られるように、入力層のユニット数の違いにより大き

く異なる。入力層のユニット数が少ない場合はローパスフィルタの特性に近く、入力層のユニット数が多くなるとバンドパスフィルタの特性を持つようになる。これは、FIRフィルタと同様に、3点入力では能力的にバンドパスを構成することができなかつたためと考えられる。また、本実験で用いた学習データの周波数帯域は、低い周波数にあった。高い周波数の方にある信号を用いて学習を行えば、ハイパスフィルタを構成することができると思われる。入力層のユニット数を多くするにしたがって、バンドパスの通過帯域は狭くなる。通過帯域の中心周波数は、学習に用いた入力信号のピーク周波数と一致した。

上記からSNNは、FIRフィルタを構成することができる。学習データの特徴に合ったフィルタを学習により構成できることから、特徴抽出フィルタといえる。

参考文献

- (1) Cottrell G.W., Munro P. and Ziper D. : "Image Compression by Backpropagation", Tech. Rep. 8702, Univ. of California, San Diego, Institute for Cognitive Science (1987)
- (2) 渡部一央, 伊東英彦, 増田 一, 大塚隆文 : "KL変換用多段接続形パーセプトロン", 信学論 (D-II), J75-D-II, 11, pp.1925-1932 (1992-11).
- (3) 臼井支朗, 中内茂樹, 中野正恵 : "多層ニューラルネットワーク恒等写像モデルによるマンセル色空間の特徴解析" 信学技報, NC89-40 (1989)
- (4) 米倉達広, 宮崎慎也, 鳥脇純一郎 : "恒等写像モデルおよびPPNに基づく4層ニューラルネットワークの情報集約機能の解析", 信学論 (D-II), J74-D-II, 10, pp.1398-1410 (1991-10).
- (5) 入江文平, 川人光男 : "多層パーセプトロンによる内部表現の獲得", 信学論 (D-II), J73-D-II, 8, pp.1173-1178
- (6) 舟橋健一 : "3層ニューラルネットワークによる恒等写像の近似的表現について の理論的考察", 信学論 (A), J73-A, 1, pp.139-145 (1990-01).
- (7) Baldi P. and Hornik K. : "Neural Networks and Principal Component Analysis : Learning from Examples Without Local Minima", Neural Networks, 2, pp.53-58 (1989)
- (8) 吉村宏紀, 奥野健一, 菅田一博, 井須尚紀, 清水忠昭, 「砂時計形ニューラルネットワークによる時系列の成分抽出」, 情報処理学会第49回全国大会 7H-6, 1994.9
- (9) 奥野健一, 吉村宏紀, 菅田一博, 井須尚紀, 清水忠昭, 「砂時計形ニューラルネットワークのカスケード接続を用いた時系列処理」, 情報処理学会第49回全国大会 7H-6, 1994.9