

# 風洞実験における高揚力円柱の揚力係数 及び圧力係数に関する一考察

若 良二・吉野 章男・林 農

機械工学科

(1993年 8月27日受理)

## On Lift and Pressure Coefficients of a High-Lifting Circular Cylinder in Wind Tunnel Test

by

Ryoji WAKA, Fumio YOSHINO and Tsutomu HAYASHI

Department of Mechanical Engineering

(Received August 27, 1993)

This paper deals with the lift and the pressure coefficients of a high-lifting circular cylinder immersed in a uniform flow. The high lift was experimentally generated on the circular cylinder by tangential blowing. This technique is very useful to generate a high lift on the cylinder through the flow control or the circulation control around it. On the other hand, both coefficients were also theoretically calculated using a potential theory under the "critical" condition. In this condition, it was assumed that the flow between the lower surface of the cylinder and the floor of the test section was blocked by the deflected main flow, which was impinging on the floor of the test section after separating from the cylinder surface.

The result of theoretical calculation suggests that the flow around the high-lifting circular cylinder, especially under the "critical" condition, may be theoretically represented by considering only the "circulation" around the cylinder and neglecting the "source" on the trailing edge of the cylinder. Moreover, it can be confirmed from the comparison of the experimental results with calculated ones that the "critical" condition is adequate to apply to the high-lifting cylinder setting near the solid wall.

**Key words :** Fluid Mechanics, Potential Theory, Circulation Control, Lift Coefficient, Pressure Coefficient, Circular Cylinder, Wind Tunnel Test

## 1 はじめに

境界層制御に代表される流れの制御に関する研究は従来より数多くなされているが、近年、乱流制御及び伝熱制御など、新しい観点からの研究も行われるようになり、様々な制御技術が提案されている [1], [2]。これら多くの流れ制御技術の内、実用上、最も効果的に適用された代表的な例として、循環制御による高揚力装置を挙げることができるが、その基礎的な研究の多くは円柱（高揚力円柱）を用いて行われている。これら一連の高揚力円柱に関する研究によれば、幅の狭いスロットから円柱表面に沿って噴流を吹き出す、いわゆる“接線方向吹出し”は円柱まわりの流れを大きく偏向させることが可能であり、高揚力を得るには、特に有効で制御効果の高い手法であると言われている [3]。

一方、高揚力発生時の円柱においては、主流は円柱に沿って大きく偏向し、円柱まわりの循環は大きくなる。このため、円柱直径と比べて風洞測定部が十分大きくない場合や風洞床面から円柱下面までの距離が十分でない場合には、偏向した主流が風洞床面に衝突する可能性があるなど、主流と風洞床面との干渉が実験上の問題となる。しかしながら、このような高揚力円柱まわりの流れと風洞床面との干渉に関する検討は、筆者らの知る限りでは、あまりなされていないように思われる。

そこで、本研究においては、接線方向吹出しによる循環制御を適用した高揚力円柱の揚力係数と圧力係数について、偏向した主流と風洞床面との干渉の観点から検討を行った。この内、実験的には、一様流中の接線方向吹出し円柱まわりの圧力分布を測定し、揚力係数を求めた。また、理論的には、円柱下面と風洞測定部床面との間を通過する流れが、床面に衝突する主流により阻止される（臨界条件）と仮定し、このときの揚力係数及び圧力係数を臨界値としてポテンシャル理論を用い、それらの評価を試みた。なお、ここでは風洞床面に関する鏡像のみを考慮した場合について、臨界揚力係数及び臨界圧力係数を計算し、実験結果との比較・検討を行った。

## 2 実験装置及び実験方法

## 2-1 実験装置

図1は本実験に用いた供試円柱の断面図を示す。円

柱は直径  $D = 100\text{mm}$  の中空管であり、全スパンにわたり幅  $h = 0.58\text{mm}$  の吹出し用スロットが設けられている。円柱表面には硬質クロームメッキを施し、そのスパン中央には、直径  $0.5\text{mm}$  の静圧孔を周方向に 56 個配置している。

図2は風洞測定部を示す。風洞測定部は、その断面形が縦  $700\text{mm}$ 、横  $1000\text{mm}$  の矩形であり、下流方向長さは、 $1500\text{mm}$  である。供試円柱は風洞測定部中央で両側壁を貫通して取り付けられており、測定部に設置した仕切板により縦横比を 8 としている。円柱による測定部の閉塞率は約  $0.17$  であり、主流の乱れ強さはおよそ  $0.19\%$  である。なお、吹出し噴流用の圧縮空気は、円柱両端より円柱内部に供給される。

## 2-2 実験方法

実験はすべて、円柱直径  $D$  と主流速度  $U$  に基づくレイノルズ数  $R_e = 1.0 \times 10^5$  を一定として行った。スロット位置  $\theta_j$  を  $50^\circ \sim 120^\circ$  の範囲で変化させ各  $\theta_j$  について、吹出し強さ（吹出し噴流の運動量係数） $C_\mu$  を  $0 \sim 0.95$  の範囲で適宜変化させた。また、それぞれの実験条件において、円柱表面圧力分布を多管マンメータにより測定した。

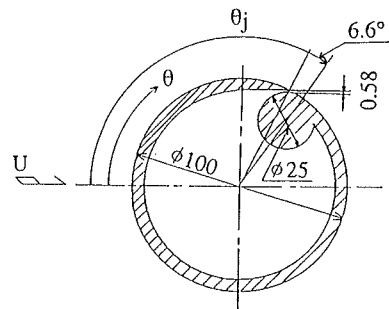


Fig.1 Cross section of model cylinder

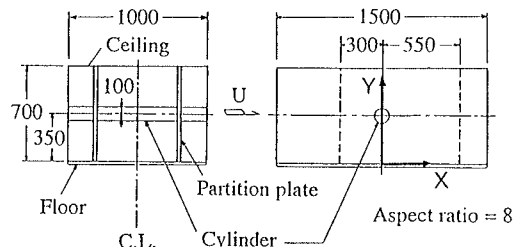


Fig.2 Test section of wind tunnel

3 臨界揚力係数の計算

3-1 はく難を考慮しない場合

今、図3に示すように、床面(x軸)よりdだけ離れた位置に循環Γを伴う半径aの円柱が床面に平行な一様流中に置かれている場合を考える。さらに、x軸に関する鏡像を考慮すれば、円柱まわりの流れの複素ポテンシャルは、式(1)で表される。

$$W_1 = Uz + \frac{Ua^2}{z-id} + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(z-id) + \frac{Ua^2}{z+id} - i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(z+id) \quad (1)$$

したがって、共役複素速度は、式(2)で与えられる。

$$\frac{dW_1}{dz} = U - 2Ua^2 \frac{z^2 - d^2}{(z^2 + d^2)^2} - \frac{\Gamma d}{\pi} \frac{1}{z^2 + d^2} = U_1 - iV_1 \quad (2)$$

ここで、y軸(x=0)上の速度のx方向成分 $U_{p1}$ を求めるため、式(2)において $z = iy$ とすれば、 $U_{p1}$ は、式(3)のように表される。

$$U_{p1} = U + 2Ua^2 \frac{d^2 + y^2}{(d^2 - y^2)^2} - \frac{\Gamma d}{\pi} \frac{1}{d^2 - y^2} \quad (3)$$

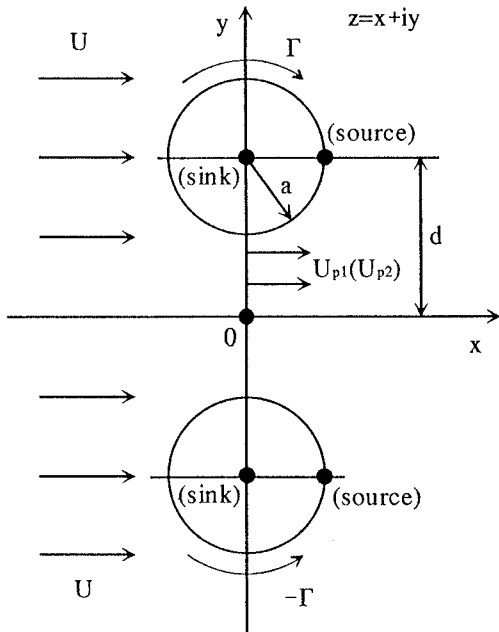


Fig.3 Flow model

さて、臨界条件として、図4に示すように円柱下面と測定部床面間の流れが偏向した主流により阻止されると仮定すれば、円柱下面( $y = d - a$ )と測定部床面( $y = 0$ )間を通過する流量 $Q_1$ について、式(4)が成り立つ。

$$Q_1 = \int_0^d \vec{U}_{p1} \cdot dy = 0 \quad (4)$$

式(3)を式(4)に代入し、積分すれば、式(5)が得られる。

$$Q_1 = U(d-a) \left( \frac{2d+a}{2d-a} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{2d-a}{a} = 0 \quad (5)$$

したがって、臨界条件が成り立つ場合、円柱まわりの循環Γは、式(5)より式(6)のように求まる。

$$\frac{\Gamma}{U} = \frac{2\pi(d-a) \left( \frac{2d+a}{2d-a} \right)}{\ln \frac{2d-a}{a}} \quad (6)$$

これより、循環Γは円柱の半径aと測定部床面から円柱中心までの距離dのみの関数として求まることがわかる。そこで、測定部床面から円柱中心までの距離を円柱直径で無次元化し、 $H = d/a$ として式(6)を書き直せば、式(7)が得られる。

$$\frac{\Gamma}{U} = \frac{2\pi a \left\{ \left( \frac{d}{a} \right) - 1 \right\} \cdot \left\{ 2 \left( \frac{d}{a} \right) + 1 \right\}}{\ln \left\{ 2 \left( \frac{d}{a} \right) - 1 \right\}} = \frac{2\pi a (H-1) \left( \frac{2H+1}{2H-1} \right)}{\ln(2H-1)} \quad (7)$$

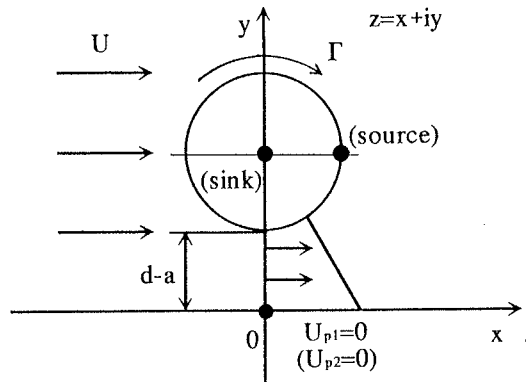


Fig.4 Critical condition

ここで、揚力を  $L$ 、空気の密度を  $\rho$  とし、クッタの条件 ( $L = \rho U \Gamma$ ) を適用すれば、臨界揚力係数  $C_{l\,c1}$  は式 (8) で表される。

$$C_{l\,c1} = \left( \frac{\Gamma}{aU} \right)_1 = \frac{2\pi(H-1) \left( \frac{2H+1}{2H-1} \right)}{\ln(2H-1)} \quad (8)$$

本実験では、図 2 からわかるように、 $H = d/a = 7$  であるので、これを式 (8) に代入して、臨界揚力係数  $C_{l\,c1}$  を計算すれば、式 (9) で示されるように、 $C_{l\,c1} = 16.96$  となる。

$$C_{l\,c1} = \frac{2\pi(7-1) \left( \frac{2 \times 7 + 1}{2 \times 7 - 1} \right)}{\ln(2 \times 7 - 1)} = 16.96 \quad (9)$$

### 3-2 はく離を考慮した場合

3-1 では、円柱面上のはく離を考慮しない場合について、円柱下面と風洞床面間の流れが阻止されるという条件 (臨界条件) の下で、円柱に作用する揚力係数 (臨界揚力係数) の評価を行った。

ここでは、円柱面上におけるはく離を考慮するため、円柱の後縁 ( $Z = a + id$ ) に強さ  $C_s aU/2\pi$  の "湧き出し (source)"、そして、円柱中心 ( $Z = id$ ) に強さ  $C_s aU/4\pi$  の "吸い込み (sink)" を置いた場合について考える。

この場合の流れを表す複素ポテンシャルは、 $x$  軸に関する鏡像のみを考えれば、式 (1) に "湧き出し" 及び "吸い込み" による複素ポテンシャル  $W_3$  を加えた形であるので、式 (10) で表される。

$$W_2 = Uz + \frac{Ua^2}{z-id} + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(z-id) + \frac{Ua^2}{z+id} - i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(z+id) + W_3 \quad (10)$$

ただし

$$W_3 = \frac{C_s aU}{2\pi} \ln\{(z-a)-id\} - \frac{C_s aU}{4\pi} \ln(z-id) + \frac{C_s aU}{2\pi} \ln\{(z-a)+id\} - \frac{C_s aU}{4\pi} \ln(z+id)$$

したがって、以下では、式 (10) における "湧き出し" 及び "吸い込み" による複素ポテンシャル  $W_3$  のみについて計算を進める。

まず、これによる共役複素速度は、式 (11) のように求まる。

$$\frac{dW_3}{dz} = \frac{C_s aU}{\pi} \frac{(z-a)}{(z-a)^2 + d^2} - \frac{C_s aU}{2\pi} \frac{z}{z^2 + d^2} = U_2 - iV_2 \quad (11)$$

ここで、 $y$  軸上の速度の  $X$  方向成分  $U_2$  を求めるため、3-1 と同様に、式 (11) において、 $z = iy$  とすれば、式 (12) が得られるので、その実部のみを考えれば、 $U_2$  は、式 (13) により与えられる。

$$\frac{dW_3}{dz} = \frac{C_s aU}{\pi} \frac{(iy-a)}{(iy-a)^2 + d^2} - \frac{C_s aU}{2\pi} \frac{iy}{(d^2 - y^2)} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left[ \frac{dW_3}{dz} \right] &= -\frac{C_s a^2 U}{2\pi} \left\{ \frac{1}{y^2 + 2dy + (a^2 + d^2)} + \frac{1}{y^2 - 2dy + (a^2 + d^2)} \right\} \\ &= U_2 \end{aligned} \quad (13)$$

したがって、この場合、円柱下面と測定部床面間を通過する流量  $Q_2$  は、式 (14) で表される。

$$\begin{aligned} Q_2 &= \int_0^{d-a} \bar{U}_2 dy \\ &= \int_0^{d-a} \frac{C_s a^2 U}{2\pi} \left\{ \frac{1}{y^2 + 2dy + (a^2 + d^2)} + \frac{1}{y^2 - 2dy + (a^2 + d^2)} \right\} dy \\ &= -\frac{C_s aU}{2\pi} \left[ -\frac{\pi}{4} + \tan^{-1} \left\{ 2 \left( \frac{d}{a} \right) - 1 \right\} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

これより、円柱下面と測定部床面の間を通過する全流量  $Q$  は、式 (5) で求められた  $Q_1$  と式 (14) で得られる  $Q_2$  の和として表されるので、これに臨界条件を適用すれば、式 (15) が成り立つ。

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 \\ &= U(d-a) \left\{ \frac{2d+a}{2d-a} \right\} - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \frac{2d-a}{a} - \frac{C_s aU}{2\pi} \left[ -\frac{\pi}{4} + \tan^{-1} \left\{ 2 \left( \frac{d}{a} \right) - 1 \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

したがって、式 (15) より、臨界揚力係数  $C_{l\,c2}$  は、式 (16) で表される。

$$C_{l\,c2} = \left( \frac{\Gamma}{aU} \right)_2 = \frac{2\pi(H-1) \left( \frac{2H+1}{2H-1} \right) - C_s \left\{ -\frac{\pi}{4} + \tan^{-1}(2H-1) \right\}}{\ln(2H-1)} \quad (16)$$

本実験においては、 $H = d/a = 7$  であるので、これを式 (16) に代入して、式 (17) を得る。

$$C_{l\,c2} = 16.96 - 0.276 C_s \quad (17)$$

これより、はく離を考慮した場合、高揚力円柱の臨界揚力係数  $C_{l\,c2}$  は、 $C_s$  に比例して減少することがわ

かる。

Dunham[4]によれば、円柱に揚力が発生しない対称流れの場合、 $C_s = 3.6$  とすれば、計算結果は円柱まわり圧力分布の実験結果を良く表すとしているが、揚力係数の増大と共に、 $C_s$  は減少する。Dunham[4]により得られた揚力係数と“湧き出し”及び“循環”との関係を図5に示す。図5によれば、揚力係数が $C_l \geq 5$  と大きい場合は、 $C_s \leq 0.4$  と小さいことから“湧き出し”の揚力係数への寄与はほとんどなく、揚力係数は主として“循環”により決定されることがわかる。また、揚力係数がさらに大きくなると、円柱面上のはく離領域は狭まり、それに対応して円柱の後流幅も十分に狭くなるので、この傾向はより顕著になる。

そこで、“湧き出し”の揚力係数への寄与を評価するため、高揚力時の代表値として $C_s = 0.4$ 及び $0.2$ を考え、これらを式(17)に用いれば、それぞれの場合の臨界揚力係数は、 $C_{lc2} = 16.85$ 及び $16.91$ となる。これらの値は、はく離を考慮しない場合の臨界揚力係数 $C_{lc1} = 16.96$ に対し、それぞれ99.4%及び99.7%に相当していることから、 $C_l \geq 5$ では、臨界揚力係数への“湧き出し”の寄与は、高々0.5%程度以下にすぎないことがわかる。

したがって、臨界条件を満足するような、非常に大きな揚力係数を伴う高揚力円柱まわりの流れを理論的に扱う場合、実質的には、“循環”のみを考慮すれば十分であると考えられる。

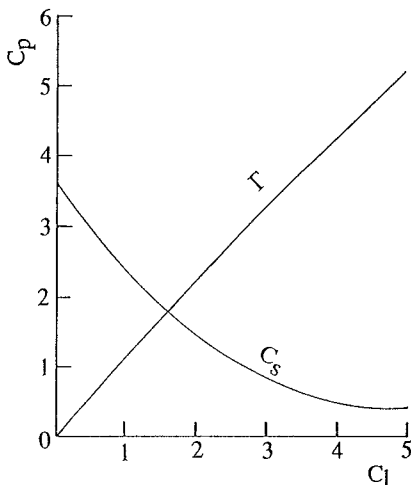


Fig.5 Variation of source and sink with lift coefficient

#### 4 臨界圧力係数の計算

##### 4-1 はく離を考慮しない場合

本研究では、臨界条件を満たす流れにおける円柱頂点( $\theta = 90^\circ$ )の圧力係数を、臨界圧力係数としている。

この場合の臨界圧力係数を $C_{pc1}$ とすれば、 $C_{pc1}$ を求めるために、まず、 $\theta = 90^\circ$ における円柱表面の速度 $U_{p1c}$ を求めなければならない。そこで、式(3)において、 $y = d + a$ とすれば、円柱頂点における速度 $U_{p1c}$ は、式(18)のように求まる。

$$U_{p1c} = U + 2U \frac{\left\{ 2\left(\frac{d}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{d}{a}\right) + 1 \right\}}{\left\{ 2\left(\frac{d}{a}\right) + 1 \right\}^2} + \frac{\Gamma}{a\pi} \left(\frac{d}{a}\right) \frac{1}{\left\{ 2\left(\frac{d}{a}\right) + 1 \right\}} \quad (18)$$

したがって、速度比 $U_{p1c}/U$ は、式(19)で表されるので、 $H = d/a = 7$ として臨界条件から得られた $C_{lc1} = 16.96$ を用いれば、臨界圧力係数は、式(20)に示すように、 $C_{pc1} = -19.47$ と得られる。

$$\frac{U_{p1c}}{U} = 1 + 2 \frac{(2H^2 + 2H + 1)}{(2H + 1)^2} + C_{lc1} \frac{1}{\pi} \frac{H}{(2H + 1)} \quad (19)$$

$$C_{pc1} = 1 - \left( \frac{U_{p1c}}{U} \right)^2 = -19.47 \quad (20)$$

##### 4-2 はく離を考慮した場合

4-1と同様の手順により、この場合の臨界圧力係数 $C_{pc2}$ を求める。まず、円柱頂点( $\theta = 90^\circ$ )における円柱面の速度 $U_{p2c}$ は、式(3)及び式(13)において、 $y = d + a$ として得られた速度の和として表され、式(21)のようになる。

$$\frac{U_{p2c}}{U} = 1 + 2 \frac{(2H^2 + 2H + 1)}{(2H + 1)^2} + C_{lc1} \frac{1}{\pi} \frac{H}{(2H + 1)} - \frac{C_s}{4\pi} \left( 1 + \frac{1}{2H^2 + 2H + 1} \right) \quad (21)$$

したがって、 $H = 7$ 及び $C_{lc1} = 16.96$ を式(21)に代入すれば、速度比 $U_{p2c}/U$ は、式(22)で表される。

$$\frac{U_{p2c}}{U} = 4.524 - 0.0803C_s \quad (22)$$

$$C_{pc2} = 1 - \left( \frac{U_{p2c}}{U} \right)^2 = -19.17 \quad (C_s = 0.4) \quad (23)$$

$$= -19.32 \quad (C_s = 0.2)$$

ここで、高揚力円柱における  $C_d$  の代表値として、 $C_d = 0.4$  及び  $0.2$  と仮定し、これを式 (22) に用いることにより、それぞれの場合における臨界圧力係数は、式 (23) に示すように、それぞれ  $-19.17$  及び  $-19.32$  となる。これらの値は、はく離を考慮しない場合の臨界圧力係数  $C_{p,c1} = -19.47$  に対して、それぞれ  $98.5\%$  及び  $99.2\%$  であり、高揚力円柱の臨界圧力係数への“湧き出し”の寄与は、高々  $1.5\%$  程度にすぎず、“湧き出し”の効果は実質的には、無視し得る程度であるものと考えられる。

5 実験結果との比較及び考察

5-1 臨界揚力係数について

図6は吹出し強さ  $C_\mu$  に対する揚力係数の変化を吹出し位置  $\theta_j$  をパラメータとして示す。図6によれば、臨界揚力係数  $C_{l,c1} = 16.96$  程度の非常に大きな揚力係数が得られるのは、本実験においては  $\theta_j \geq 100^\circ$ 、すなわち、はく離領域内からの吹出しの場合のみであることがわかる。これは、円柱のはく離せん断層が吹出し噴流の連行作用により、その表面へ強制再附着す

るためである[5]。

図7は  $\theta_j = 120^\circ$  における実験の内、揚力係数が臨界揚力係数に最も近い場合の円柱まわり圧力分布の実験結果を示す。この圧力分布を積分して求めた揚力係数  $C_l$  及び抗力係数  $C_d$  は、それぞれ  $C_l = 16.06$  及び  $C_d = 4.21$  である。

一方、本実験のように、矩形断面形状の測定部を有する風洞における高揚力円柱の実験では、一般に揚力係数の円柱スパン方向分布は一様でなく、さらに側壁上に発達する境界層の影響もあり、円柱後流には非常に強い随伴渦が形成される。このため、円柱近傍には誘導速度が誘起され、圧力係数や揚力係数など、円柱の各種特性値はその影響を受けることになる[6]。

高揚力円柱における誘導速度の影響や、その補正法及び補正した円柱の二次元特性値については、筆者らによりすでに報告されている[7]。それによれば、誘導迎え角  $\alpha_1$  はスパン中央断面における揚力係数  $C_l$  のみによって表され、例えば、 $\theta_j = 120^\circ$  の場合、 $\alpha_1 = 0.545C_l$  である。

そこで、一例として図7の場合について、誘導迎え角  $\alpha_1$  を求めてみると、 $C_l = 16.06$  であるので、 $\alpha_1 =$

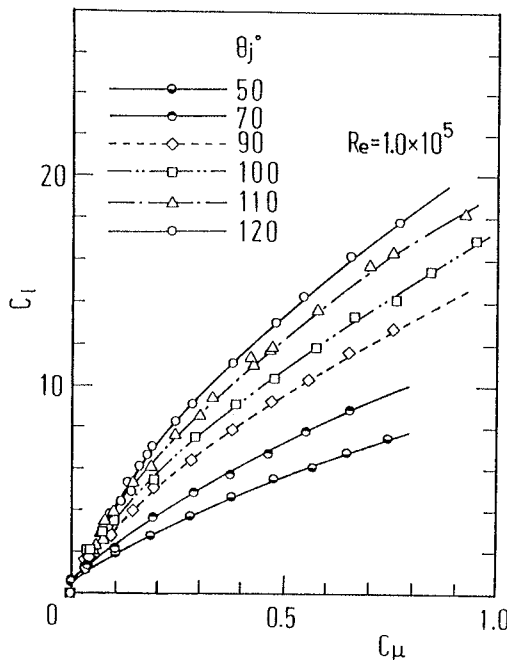


Fig.6 Variation of lift coefficient with blowing intensity

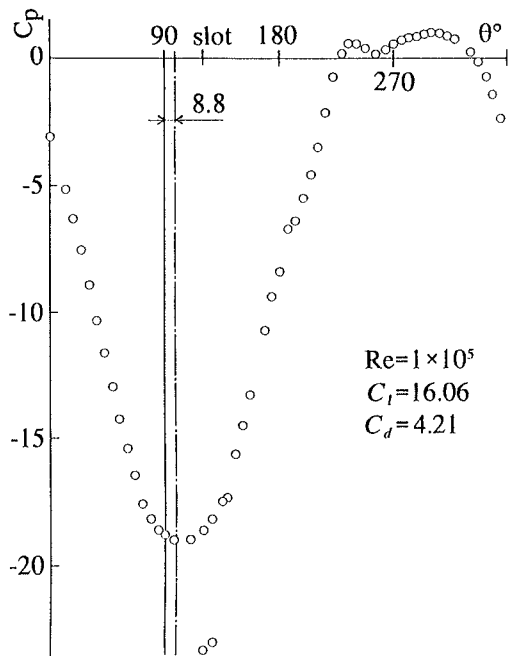


Fig.7 Pressure distribution around cylinder

8.8°である。この誘導迎え角の効果を補正した二次元揚力係数は、16.51となり、臨界揚力係数とほぼ同じ揚力係数となる。すなわち、揚力係数の実験値に及ぼす誘導迎え角の補正の効果は、わずか2.7%程度であり、揚力係数については、実質的に実験値をそのまま二次元揚力係数とみなしても、その誤差は非常に小さいことがわかる。さらに、二次元揚力係数と3-1及び3-2で求めたいずれの臨界揚力係数との差異は、最大2.4%にすぎない。このことから、図7において誘導迎え角を考慮して得られた圧力分布形は、いずれの臨界揚力係数を与える圧力分布形とほとんど同じであろうと推察される。

#### 5-2 臨界圧力係数について

すでに述べたように、図7の圧力分布は、臨界状態に達していると思われる場合の実験結果である。この場合、 $C_l = 16.06$ 、 $\theta_j = 120^\circ$ であるので、誘導迎え角は、 $\alpha_1 = 8.8^\circ$ となる。

図7には誘導迎え角を考慮して、縦座標軸を誘導迎え角分である8.8°だけ平行移動させた場合の、二次元圧力分布も示している。図7によれば、臨界圧力係数 $C_{p,c}$ に相当する実験値（二次元圧力分布における $\theta = 90^\circ$ の値）は、 $C_{p,c} = -19.03$ である。この値は、それぞれの臨界圧力係数 $C_{p,c1}$ 及び $C_{p,c2}$ の計算値、すなわち $C_{p,c1} = -19.47$  ( $C_w = 0$ )、 $C_{p,c2} = -19.32$  ( $C_w = 0.2$ )及び $C_{p,c2} = -19.18$  ( $C_w = 0.4$ )と、2.3%以内の差異に収まっており、実験値と計算値は良く一致していることがわかる。

## 6 まとめ

接線方向吹出しによる循環制御を伴う高揚力円柱について、円柱下面と風洞床面間の流れが阻止される条件（臨界条件）を適用することにより、臨界揚力係数及び臨界圧力係数について理論的検討を行い、風洞実験の結果と比較・検討を行った。

その結果を要約すると、次のようになる。

(1) 臨界条件を仮定して計算した揚力係数及び圧力係数は、実験結果と非常に良く一致しており、高揚力円柱において、円柱下面と風洞床面間の流れが阻止されたとした臨界条件の妥当性が示された。

(2) 高揚力円柱まわりの流れの理論的な扱いは、特に臨界条件の下では、“循環”のみを考慮すれば、実質的には十分である。

(3) 臨界状態における高揚力円柱の揚力係数及び圧力係数への“湧き出し”の寄与は、非常に小さく、それぞれについて高々0.5%及び1.5%程度にすぎない。

#### 参考文献

- [1] 坂本・ほか2名, 機論, 57-535, B(1992), 882.
- [2] 五十嵐・筒井, 機論, 55-511, B(1989), 701.
- [3] 上田・田中, 機論, 41-358, (1975), 2853.
- [4] Dunham, J., J. Fluid Mech., 33-3(1968), 495.
- [5] 若・吉野, 機論, 53-490, B(1987), 1704.
- [6] 吉野・ほか3名, 機論, 46-410, B(1980), 1890.
- [7] 若・吉野, 機論, 55-518, B(1989), 3033.