質と量に関する需要理論

小林　潔司・張　衛彬[*1]・Åke E. ANDERSSON[*2]

社会開発システム工学科・ウメオ大学経済学部[*1]
スウェーデン未来学研究所[*2]

(1990年9月1日受理)

A Demand Theory for Quality and Quantity

by

Kiyoshi KOBAYASHI and Wei-Bin ZHANG[*1]
Åke E. ANDERSSON[*2]

Department of Social Systems Engineering

* 1 Department of Economics, University of Umeå, Sweden
* 2 Swedish Institute for Futures Studies

(Received September 1, 1990)

The traditional theory of consumer's behavior does not include the possibility of choice of the quality of goods. In most of the literatures, quality is regarded only as "exogenously given" properties of goods, though some of studies (e.g., Dixit, 1973) tried quality as "an endogenous variable". We know little about the behavior of consumer when he/she is faced with choice of both quality and quantity. This paper will investigate the consumer behavior when quality and quantity simultaneously enter the consumer's utility function. This paper carries comparative static analysis of consumer's behavior and properties of demand functions for quality and quantity are discussed. The generalized Slutsky equations are developed. The analysis is extended by considering producer's behavior. The price function p(v) emerges from the market interactions between the suppliers and demanders of the commodity.

Key words: Demand Theory, Quality and Quantity, Generalized Slutsky Equations

1．はじめに

伝統的な消費理論において、財の「質」は選択対象となる財の特性を説明する要因の一つとして位置づけられてきた。最近、Dixit(1979)[1]等は、製品の「質」が市場において内生的に決定されるような新しい消費理論を展開しているが、「質」と「量」を同時に選択するような家計の消費理論を十分に展開しているとは言い難い。このように「質」の選択問題に関する消費理論は未だ十分な発展を遂げていないのが現状である。

しかし、「質」に関する消費理論の研究系譜をある程度整理することはできる。まず、「質」の問題をとりあげた先駆的研究としてScitovsky(1945)[2]があげられよう。さらに、Kalman(1968)[3],Allingham and Morishima(1973)[4]等はScitovskyの研究を発展させ消費理論として体系化した。これら一連の研究は、家計が財の「質」をその価格により判断することを前提と考え、財の価格を変数として含んだ効用関数を用いて需要理論を展開するところに特徴がある。さらに、家計の嗜好類型（want pattern)の変化を示すヴェブレン項（Veblen term)を含むような一般化スルツキー方程式(generalized Slutsky equation)を導出している。しかしながら、これらの研究は家計が価格により財の「質」を判断するという特殊な場合を対象としたものであり、家計の「質」の選択行動に十分対処しうるとは言いがたい。

これに対して、Tinbergen(1959)[5]，Lancaster(1968)[6]，Rosen(1974)[7]等は、上記の研究とは異なった方法で「質」の選択問題にアプローチを試みた。これら一連の研究は、差別化された財市場における市場均衡に着目している点に特徴がある。特に、Rosenは財の質が本質的に差別化されている市場を対象に、一般的なヘドニック理論を展開した。あるcommodityの「質」はそれを説明する属性ベクトルによって記述される。Rosenの研究は、ベクトルとして記述される<u>ある特定の財の質</u>とニューメレール財の量の選択に直面した家計の行動を分析したものであり、同一の財の「量」と「質」の同時選択を対象として消費理論を展開したわけではない。

一方、新都市経済学では伝統的に家計が「質」と「量」の選択に同時に直面するような市場を研究対象としてきた[8)9)]。住宅立地理論では、立地点の特性がＣＢＤからの時間距離といった幾つかの属性によって記述され、家計は「立地点を選択する」ことによって立地点という財の「質」を選択する。一方、家計はその立地点において住宅の規模等いくつかの特性の「量」を選択する。このように新都市経済学は、家計が「質」と「量」を同時に選択するような問題を取り扱っている。しかし、Beckmann(1970)[10]等の若干の例外を除いて、従来の理論の多くは、家計による質の選択の問題を暗黙のうちに捨象してきたといっても過言ではない。

これらの都市経済学の問題において顕著な特性の一つは、例えばＣＢＤからの時間距離のようにある立地点の特性が連続的な変数により表せるところにある。そこで本研究では、家計の「質」と「量」に対する選択問題に対するアプローチの一つとして、「財の質が連続的に分布しているような状況における家計の質と量の選択問題」をとりあげるとともに、「質」と「量」の選択問題を同時に考慮したような消費者行動に関する理論的な枠組を提案することとする。

2．「質」と「量」に対する需要分析

（1）問題の定式化

Ｅを２ｎ次元のユークリッド空間とし、Ｅ上の任意の一点ｘ（$x \in E$)を（ｑ，ｖ）によって記述しよう。すなわち、$x=(x_1,---,x_{2n})=(q,v)=(q_1, ---,q_n,v_1,---,v_n)$である。ここでｑ，ｖはそれぞれn個の財(commodity)の量と質を表している。ここでは、簡単のためにある財ｉの質は１つの連続変数v_iによって記述できると考える。もちろん、この仮定は本質的ではなく、複数の変数を用いた場合にも以下で述べる方法をそのまま拡張できる。質を表す変数は、その数値自体が意味を持つのではなく、その変数の数値が示す特性や状況が消費の対象となる。質を表す変数の原点は任意に定めることができるが、ここではその質の最低(最高)の水準を原点にとることとする。一方、量を表す変数q_iは原点を有する比例尺度により表せ、原点から変数の数値が指示する値までの区間と対応する量が消費される。家計が直面するある財の選択可能性を財空間(commodity space)

$$C_i=\{(q_i,v_i):q_i\geq 0,v_i\geq 0\} \qquad (1)$$

として定義する。さらに、家計が選択できる財の組合せ(bundle)をbundle spaceとして定義する。

$$F=\{x:(q_i,v_i)\in C_i,\ i=1,---,n\} \qquad (2)$$

ここで、以下のような仮定を設ける。

（仮定１）任意の財の組合せｘ，$y \in F$に対して完備、反射的かつ推移的な選好Ｒが存在する。さらに、ｘＲｙであり、かつその時に限り$U(x) \geqq U(y)$となるような実数値関数$U(x)$，$x \in F$が存在する。Uは２回連続微分可

能であり、連続な２次の偏導関数U^{ij}, $(i,j=1,---,2n)$が存在する。

（仮定２）効用関数Uはx_i $(i=1,---,2n)$に関して準凹関数である。

以上の仮定において効用関数の上付きの添字は当該の変数による偏微分であることを示している。なお、仮定２において、$U^{n+i,n+i}=0$となるようなある臨界的なq_i^*に対して、$q_i \geq q_i^*$の場合、$U^{n+i,n+i} \geq 0$, $q_i \leq q_i^*$の場合、$U^{n+i,n+i} \leq 0$となる場合も考えられるが、ここでは任意のq_iの水準に対して$U^{n+i,n+i} \leq 0$を仮定する。これにより家計の選択行動はユニークに決定される。また、以下の議論では常に内点解が求まると仮定する。

質の水準が連続的に変化する本質的な(generic)な財を考えよう。非常に多くの質の異なる財が存在するとき、その財の質が連続的に分布していると近似できる。このような質の連続性は、例えばＣＢＤからの時間距離のように新都市経済学やヘドニック理論においても仮定されている。いま、対象としている市場がsmallであると考える。この場合、家計が直面する財の価格が、その財の質の関数(価格関数)$p_i(v_i)$として表現されていると考えることができる。家計は、価格関数を与件として行動すると考える。ここで、つぎの仮定を設ける。

（仮定３）財の質は連続的に分布する。ある財ｉの価格関数$p_i(v_i)$はv_iに関して２回連続微分可能である。

以上の仮定のもとで、家計の選択問題は次式のような効用最大化問題として定式化できる。

$$\text{Maximize } U(q,v)$$
$$\text{subject to } \Sigma_i\ p_i(v_i)q_i - y = 0 \tag{3}$$

（２）需要関数の導出

問題(3)の１階の最適条件は

$$U^i(q,v) = \lambda p_i(v_i),\ (i=1,---,n)$$
$$U^{n+i}(q,v) = \lambda p_j'(v_j)q_j,\ (j=1,---,n)$$
$$y - \Sigma_i\ p_i(v_i)q_i = 0$$
$$v_i \geq 0,\ q_i \geq 0\ (i=1,---,n) \tag{4}$$

となる。$p_j'(v_j)=dp_j(v_j)/dv_j$、λはラグランジュ乗数である。問題(3)は２階の最適条件を満足すると仮定する。この時、最適条件(4)を

$$U^i/U^j = p_i/p_j\ (i \neq j) \tag{5}$$
$$U^{n+i}/U^{n+j}=\{q_i[p_i'(v_i)]\}/\{q_j[p_j'(v_j)]\}(i \neq j) \tag{6}$$
$$U^i/U^{n+j} = p_i/\{q_j[p_j'(v_j)]\} \tag{7}$$

と書き替えることができる。式(5)は通常の消費理論と同様に、財iと財jの限界代替率が価格比に等しくなることを示している。式(6)において項$q_i[p_i'(v_i)]$は貨幣タームで評価した質の価値変化率を意味している。すなわち、式(6)は財iと財jの質の間の限界代替率が、貨幣タームで評価した質の変化率比に等しいことを意味する。最後に、式(7)は財iの質と量に関する限界代替率が価格と貨幣タームで評価した質の変化率比と等しくなることを意味している。

いま、最適条件(4)からラグランジュ乗数λを消去すれば、式(4)は2n個の変数ｑ, ｖを決定する2n個の方程式を得る。点$(q_1,---,q_n,v_1,---,v_n,y)$において2n+1個の陰関数は連続な偏導関数を有しヘシアン行列が正則であると仮定する。この点において、最適条件(4)は$q_i \geq 0$, $v_i \geq 0$, $\lambda \geq 0$ $(i=1,---,n)$なる解を有すると仮定しよう。ここで、式(4)において外生変数は所得ｙのみであることに着目しよう。したがって、価格関数$p_i(v_i)$が既知の場合には最適条件(4)をｑ, ｖに関して解くことにより、所得ｙに関して一意であり連続微分可能な需要関数

$$q_i = f_i(y;p')\quad (i=1,---,n)$$
$$v_i = g_i(y;p')\quad (i=1,---,n) \tag{8}$$

を得る。ただし、p'はベクトル$p'=\{p_i'(v_i)\}$, $(i=1,---,n)$であり、需要関数の形が与件として与えられた価格関数の導関数p'の形に依存していることを示している。ここで、特記すべきことは伝統的な消費理論と異なり、量および質に関する需要関数が所得のみの関数として表されることにある。なお、ある所与の価格関数$p_i(v_i)$のもとで、効用関数の単調変換$F(U(q,v))$に対して最適条件(4)は不変である。したがって、序数効用関数のもとで需要関数(8)を導出できる。

３．ある財の質が固定されている場合の需要分析

（１）需要関数の導出

２．では、財の質が連続的に分布している場合の需要システムについて考察した。しかし、すべての財の質が連続的に分布しているとは限らない。そこで、以下では２．で考察した需要システムを拡張し、いくつかの財の質がある一定値に固定されている場合における需要システムについて考察する。

ここで、財の組合せ$x=(q_1,---,q_n,v_1,---,v_n)$のうち最初の$m(m<n)$個の財の質が連続的に分布しており、その財単位量あたり価格を示す価格関数が$p_i(v_i)$によって与えられると考えよう。さらに、残りのn-m個の財の質は水準v_j $(j=m+1,---,n)$に固定されていると考えよう。これらの財の価格は外生的に与えられると考え、それをp_iと表そう。このとき、家計の予算制約式は

$$\Sigma_{i=1,m}p_i(v_i)q_i+\Sigma_{j=1,n}p_jq_j=y \qquad (9)$$

となる。さらに、質v_iを選択することにより生じる費用をp^*_i $(i=1,---,m)$と表し、予算制約(9)を修正する。p^*_iはその財の消費量q_iとは無関係に一定であると仮定する。すなわち、予算制約式(9)を

$$\Sigma_{i=1,m}p_i(v_i)q_i + \Sigma_{i=1,m}p^*_iv_i + \Sigma_{j=m+1,n}pq_j = y \qquad (10)$$

と修正する。この時、家計の消費行動は効用最大化問題

$$\mathrm{Max}\ U(q,v)$$

$$\Sigma_{i=1,m}p_i(v_i)q_i + \Sigma_{i=1,m}p^*_iv_i + \Sigma_{j=m+1,n}pq_j = y \qquad (11)$$

と定式化される。１階の最適条件は次式のようになる。

$$U^i(q,v) = \lambda p_i(v^i),\ (i=1,---,m)$$
$$U^j(q,v) = \lambda p_j,\ (j=m+1,---,n)$$
$$U^{n+i}(q,v) = \lambda\{p_i'(v_i)q_i+p^*_i\},\ (i=1,---,m)$$
$$y - \Sigma_{i=1,m}p_i(v_i)q_i - \Sigma_{i=1,m}p^*_iv_i - \Sigma_{j=m+1,n}pq_j = 0 \qquad (12)$$

最適条件からλを消去すれば、$(q_1,---,q_n,v_1,----,v_m)$に関する$n+m$個の式を得ることができる。点$(q_1,---,q_n,v_1,----,v_m,p^*_1,---,p^*_m,p_{m+1},---,p_n,y)$の点で$n+m+1$個の陰関数が連続な一回の偏導関数を持ちヘシアン行列が正則であると仮定する。需要関数はp^*_1, $---,p^*_m$, p_{m+1}, $---,p_n,y$の関数として

$$q_i = f_i(p^*_1,---,p^*_m,p_{m+1},---,p_n,y)\ \ (i=1,---,n)$$
$$v_j = g_j(p^*_1,---,p^*_m,p_{m+1},---,p_n,y)\ \ (j=1,---,m) \qquad (13)$$

と一意的に表すことができる。f_iとg_jはp^*_1, $---,p^*_m$, $p_{m+1},---,p_n,y$に関して連続微分可能である。

（2）比較静学分析

通常の比較静学の方法に基づいて最適条件(12)の両辺を微分することにより次式を得る。

$$\Sigma_{j=1,n}U^{i,j}dq_j+\Sigma_{j=1,m}U^{i,n+j}dv_j = \lambda p_i'(v_i)dv_i + p_i(v_i)d\lambda\ \ (i=1,---,m)$$
$$\Sigma_{j=1,n}U^{k,j}dq_j+\Sigma_{j=1,m}U^{k,n+j}dv_j = \lambda dp_k+ p_kd\lambda\ \ (k=m+1,---,n)$$
$$\Sigma_{j=1,n}U^{n+i,j}dq_j+\Sigma_{s=1,m}U^{n+i,n+s}dv_s = \lambda\{p_i'(v_i)dq_i + q_i[dp_i'(v_i)/dv_i{}^2]dv_i +dp^*_i\} + d\lambda\{p_i'(v_i)q_i+p^*_i\}\ \ (i=1,---,m)$$
$$\Sigma_{i=1,n}q_i[p_i'(v_i)]dq_i+\Sigma_{i=1,m}p_i(v_i)dq_i +\Sigma_{i=1,m}q_idp^*_i+\Sigma_{i=1,m}p^*_idq_i+\Sigma_{j=m+1,n}q_jdp_j +\Sigma_{j=m+1,n}p_jdq_j = dy \qquad (14)$$

行列形式に書き替えれば

$$WF = Q \qquad (15)$$

ここに、$F = (dq_1,---,dq_n,dv_1---,dv_m,d\lambda)'$, $Q =(0,---,0,\lambda dp_{m+1},---,\lambda dp_n,\lambda dp^*_1,---,\lambda dp^*_m,\Sigma_{i=1,m}v_idp^*_i+\Sigma_{j=m+1,n}q_jdp_j-dy)$である。Wは$(n+m+1)\times(n+m+1)$行列であり、その内容は次式のとおりである。

$$W = \begin{bmatrix} U^{1ij} & U^{4is} & -p^i(v^i) \\ U^{2kj} & U^{5ks} & -p^k \\ U^{3ij} & U^{6is} & -p^{i\prime}(v^i)q^i-p^{*i} \\ -p^j(v^j) & -p^{j\prime}(v^j)q^j-p^{*j} & 0 \end{bmatrix}$$
$$(i,s=1,---,m;j=1,---,n;k=m+1,---,n) \qquad (16)$$

ここに、$U^{1ij}=\partial^2U/\partial q_j\partial q_i$, $(i=1,---,m;j=1,---,n)$; $U^{2kj}=\partial^2U/\partial q_j\partial v_k(j=1,---,n;k=m+1,---,n)$, $U^{3ij}=\partial^2U/\partial q_j\partial v_i$ (i≠jの時;$i=1,---,m;j=1,---,n$), $U^{3ii}=\partial_2U/\partial q_i\partial v_i-\lambda p_i'(v_i)q_i$, $(i=1,---,m)$; $U^{4is}=\partial^2U/\partial v_s\partial q_i$ (i≠sの時;$i,s=1,---,m$), $U^{4ii}=\partial^2U/\partial v_i\partial q_i-\lambda dp_i'(v_i)q_i$, $(i=1,---,m)$, $U^{5ks}=\partial_2U/\partial v_s\partial q_k(k=m+1,---,n;s=1,---,m)$, $U^{6is}=\partial^2U/\partial v_s\partial v_i$ (i≠sの時;$i,s=1,---,m$), $U^{6ii}=\partial^2U/\partial v_i{}^2-\lambda q_i\{dp_i'(v_i)/dv_i\}(i=1,---,m)$である。いま、ヘシアン行列Wが正則であれば式(15)を$(dq_1,---,dq_n,dv_1,---,dv_m,d\lambda)$に関して一意的に解くことができる。クラメールの公式より

$$dq_i=\lambda(\Sigma_{k=1,m}W^{i,n+k}/|W|dp^*_k+\Sigma_{j=m+1,n}W^{i,j}/|W|dp_j)+W^{i,n+m+1}/|W|(\Sigma_{i=1,m}v_idp^*_i+\Sigma_{j=m+1,n}q_idp_i-dy),\ \ (i=1,---,n)$$
$$dv_i=\lambda(\Sigma_{k=1,m}W^{i,n+k}/|W|dp^*_k+\Sigma_{j=m+1,n}W^{n+i,j}/|W|dp_j)+W^{n+i,n+m+1}/|W|(\Sigma_{i=1,m}v_idp^*_i+\Sigma_{j=m+1,n}q_idp_i-dy),\ \ (i=1,---,m)$$
$$d\lambda=\lambda(\Sigma_{k=1,m}W^{n+m+1,n+k}/|W|dp^*_k+\Sigma_{j=m+1,n}W^{n+m+1,j}/|W|dp_j -W^{n+m+1,n+m+1}/|W|(\Sigma_{i=1,m}v_idp^*_i+_{m+1,n}q_idp_i-dy) \qquad (17)$$

を得る。ここに、$W^{i,j}$は行列Wの第i行j列に関する余因子である。また、式(17)より次式を得る。

$$\partial q_i/\partial p_j = \lambda W^{i,j}/|W|+W^{i,n+m+1}q_j/|W|$$
$$\partial v_i/\partial p_j = \lambda W^{n+i,j}/|W|+W^{n+i,n+m+1}q_j/|W|$$
$$\partial q_i/\partial p^*_k = \lambda W^{i,n+k}/|W|+W^{i,n+m+1}q_j/|W|$$
$$\partial v_i/\partial p^*_k = \lambda W^{n+i,n+k}/|W|+W^{n+i,n+m+1}q_j/|W|$$
$$\partial q_i/\partial y = W^{i,n+m+1}/|W|$$
$$\partial v_i/\partial y = W^{n+i,n+m+1}/|W|$$
$$(i=1,----,n;k=1,---,m;j=m+1,---,n) \qquad (18)$$

さらに、最適条件(12)および$\partial p_i/\partial q_i=0(i=m+1,---,n)$より等効用面は

$$dU=\Sigma_{i=1,n}(U^idq_i + U^{n+i}dv_i) = 0$$
$$=\lambda\{\Sigma_{i=1,m}p_i(v_i)dq_i+\Sigma_{i=m+1,n}p_idq_i+\Sigma_{i=1,m}[q_i(dp_i/dv_i)+p^*_i]dv_i\} \qquad (19)$$

と表すことができる。さらに、式(14)の最後の式を式(18)に代入することにより、$p^*_i, p_j\ (i=1,---,m; j=m+1,---,n)$ の変化に対して家計の効用水準を等しく保つように補償する所得変化を次式のように表せる。

$$dy = \Sigma_{i=1,m} v_i dp^*_i + \Sigma_{i=m+1,n} q_i dp_i \qquad (20)$$

この時、式(18)と(20)より効用水準を一定に保つような代替効果$(\partial q_i/\partial p_j)_U$, $(\partial v_i/\partial p_j)_U$, $(\partial q_i/\partial p^*_k)_U$, $(\partial v_i/\partial p_k)_U$は

$$(\partial q_i/\partial p_j)_U = \lambda W_{i,j}/|W|$$
$$(\partial v_i/\partial p_j)_U = \lambda W_{n+i,j}/|W|$$
$$(\partial q_i/\partial p^*_k)_U = \lambda W_{i,n+k}/|W|$$
$$(\partial v_i/\partial p^*_k)_U = \lambda W_{n+i,n+k}/|W|$$
$$(i,k=1,---,m, j=m+1,---,n) \qquad (21)$$

ここで、上式に示す代替効果をそれぞれ $S_{ij}, T_{ij}, S^*_{ik}, T^*_{ik}\ (i,k=1,---,n, j=m+1,---,n)$ と表そう。このとき、式(18)と(21)より

$$\partial q_i/\partial p_j = S_{ij} - q_j(\partial q_i/\partial y)$$
$$\partial v_i/\partial p_j = T_{ij} - q_j(\partial v_i/\partial y)$$
$$\partial q_i/\partial p^*_k = S^*_{ik} - q_k(\partial q_i/\partial y)$$
$$\partial v_i/\partial p^*_k = T^*_{ik} - q_k(\partial v_i/\partial y)$$
$$(i,k=1,---,m, j=m+1,--,n) \qquad (22)$$

式(22)の左辺は価格効果を表している。すなわち、上式はそれぞれ量および質に対する価格効果が、右辺第1項の代替効果と第2項の所得効果に分割されることを表している。いま、式(22)の第1式において $\partial q_i/\partial p_j\ (i,j=m+1,---,n)$ のみに着目すれば、それらは通常のスルツキー方程式に他ならない。すなわち、上式はスルツキー方程式を量と質に対する需要システムに拡張したものであり一般化されたスルツキー方程式 (generalized Slutsky equation)と呼ぶこととする。

4．市場均衡解

以上では、small経済を想定し、価格関数を与件として扱ってきた。ここで、価格関数が市場における需要と供給の相互作用によって決定されると仮定しよう。 簡単のために、1種類の財の質だけが連続的に分布する場合を考えよう。他の財の質はすべてある水準に固定されていると仮定する。ここで以下の仮定を設ける。

(仮定4)企業は同一の生産技術を有し、質が $[v, v+dv]$ の財を生産する企業の数は$\kappa(v)dv$である。なお、$\kappa(v)$：企業数の分布を表す密度関数である。

質vの財を生産する企業の行動を定式化する。

$$\max_Q\ \Pi = p(v)Q - c(v,Q;\omega) \qquad (23)$$

ここで、$c(v,Q;\omega)$は費用関数，ωは生産要素価格である。一階の最適条件は次式のようになる。

$$p(v) - \partial c(v,Q;\omega)/\partial Q = 0 \qquad (24)$$

費用関数は二階の最適化条件$\partial^2 c(v,Q)/\partial Q^2 \geqq 0$を満足すると仮定する。式(24)より得られる質vの財の供給関数を$Q[v;\omega,p(v)]$と表そう。この時、質が$[v,v+dv]$に属する財の供給量$S(v)dv$は

$$S[v;\kappa,\omega,p(v)]dv = Q[v;\omega,p(v)]\kappa(v)dv \qquad (25)$$

需要関数(5)(6)より集計的需要関数を求める。家計の所得が確率密度関数$\pi(y)$に従って分布すると仮定する。また、対象とする財が正常財と考え、質に対する需要関数が所得yに関して連続微分可能な単調関数として陽的に表現できると仮定する。この時、質に対する需要関数の逆関数が存在し、それをg^{-1}と表そう。市場全体での需要量を表す集計的需要関数は次式のようになる。

$$D_i[v,G,\pi,f,g;p^*,p,p'(v),p(v)]dv$$
$$= Gf[p^*,p,g^{-1}(v;p^*,p,p'(v),p(v));p'(v),p(v)]$$
$$\pi[g^{-1}(v;p^*,p,p'(v),p(v))]|dg^{-1}/dv|dv \qquad (26)$$

となる。Gは家計総数である。財の質vはそれが指示する状態が点として消費され、完全競争市場均衡は差別化された質の財に対して個別に成立する。市場均衡ではすべてのvに対して次式が成立しなければならない。

$$Q[v;\kappa,\omega,p^*(v)] =$$
$$D[v;G,\pi,f,g,p'(v)^*,p(v)^*] \qquad (27)$$

式(27)において均衡価格関数$p^*(v)$は未知関数であり、市場均衡を通じて内生的に決定される。式(27)を$p'(v)$, $p(v)$に関する微分方程式と考え、式(27)を

$$\Phi(p'(v),p(v)) = 0 \qquad (28)$$

と書き替えば、均衡価格関数$p^*(v)$は市場で観測される境界条件の下で式(28)を解くことにより求まる。多財の場合には、質に対する需要関数がそれぞれyに関して単調関数で表現される場合には、上述の結果を容易に拡張できる。このような単調性が成立する条件を含め、多財の場合の市場均衡に関しては本稿の域を越えるので今後の課題としたい。

5．市場均衡解の例

本稿で提案した需要理論に基づく市場均衡を例示しよう。ここでとりあげる事例は、Beckmann[11]Montesano[12]らが、住宅市場を対象として適用したモデルと同一の構造を持っている。本稿では、Beckmannらによって提示された問題をさらに拡張し、供給者側の行動も明示的にとりあげるとともに、両者の相互作用により価格関数が決

定されると考えよう。いま、効用最大化問題

$$\mathrm{Max}\ U(z,q,v) = c_0\log z + c_1\log q + \log v$$

$$y = p_z z + p(v)q + \tau v \tag{29}$$

を考える。ここで、z:Hicksの合成財、p_z:合成財の価格、$p(v)$:価格関数、q:着目する財の消費量、v:財の質、τ:質vの選択に伴う費用、c_0, c_1:係数である。いま、着目している財の最低の水準を$v=1$とする。すなわち、財の質は$v\geq 1$の区間で連続に分布していると考える。この時、一階の最適条件は次式のようになる。

$$c_0/z = \lambda p_z$$

$$c_1/q = \lambda p(v)$$

$$1/v = \lambda(q\,dp/dv+\tau) \tag{30}$$

式(30)を予算制約式に代入しλを求める。

$$\lambda = y^{-1}\{c+\tau/(\tau+q\,dp/dv)\} \tag{31}$$

なお、$c=c_0+c_1$である。次式のような需要関数を得る。

$$z = c_0 y\{p_z[c+\tau/(\tau+q\,dp/dv)]\}^{-1} \tag{32}$$

$$q = c_1 y\{p(v)[c+\tau/(\tau+q\,dp/dv)]\}^{-1} \tag{33}$$

$$v = y\{(1+c)\tau+cq(dp/dv)\}^{-1} \tag{34}$$

式(33)は両辺にqを含む陰関数である。式(34)は質に関する需要関数である。所得yがパレート分布に従うと仮定し、その分布確率密度関数を

$$N(y)=Ay^{-a}=Py_0^{\,a}y^{-a}\quad(0<y_0\leq y) \tag{35}$$

と定義する。$A, a(>0)$:定数、P:家計総数である。質の水準がvである財を消費する家計の所得は式(34)より

$$y=v\{(1+c)\tau+cq(dp/dv)\} \tag{36}$$

となる。ここで、ひとまず$d\{q(dp/dv)\}/dv=0$を仮定しよう。のちに、市場均衡解はこの仮定を満足することを示す。質vの財に対する集計的需要$Q(v)$は

$$Q(v)dv= PAq(v)v^{-a}[(1+c)\tau+cq(v)dp/dv]^{-a+1}dv \tag{37}$$

と表せる。なお、P:家計総数である。

生産者の行動を明示的にとりあげ、価格関数$p(v)$が内生的に決定されると考えよう。生産技術が規模に関して収益てい減(規模に関して費用てい増)であると仮定し費用関数を$C(v)G(v)^b\ (b>1)$と表そう。生産者の行動は利潤最大化問題

$$\mathrm{Max}_{G(v)}\ \{\Pi=p(v)G(v)-C(v)G(v)^b\} \tag{38}$$

と表せる。ここで、$C(v)$は生産費用を表すパラメータであり、生産する財の質に依存する関数であると仮定する。Gは生産量である。一階の最適条件より供給関数は

$$G(v)=\{p(v)/bC(v)\}^d \tag{39}$$

となる。ただし、$d=1/(b-1)\ (>0)$である。生産者が獲得する利潤は以下のようになる。

$$\Pi = \{1-(1/b)\}p(v)^{1+d}\{bC(v)\}^{-d} \tag{40}$$

ただし、$d=1/(b-1)\ (>0)$である。簡単のためにある質の財を生産する企業は、一様に分布すると仮定しよう。この時、質の水準が$[v, v+dv]$の区間に含まれる財の生産量は

$$Q(v)dv=v\{p(v)/bC(v)\}dv \tag{41}$$

となり、市場均衡の条件は式(37)と(41)より

$$PAq(v)v^{-a}[(1+c)\tau+cq(v)dp/dv]^{-a+1} = v\{p(v)/bC(v)\}^d \tag{42}$$

となる。微分方程式(42)の一般解の形式として

$$p(v)=p_0v^{\eta},\quad q(v)=Q_0v^{-\rho} \tag{43}$$

を想定しよう。さらに、費用関数$C(v)$を

$$C(v)=v^f \tag{44}$$

と特定化しよう。$f>1$を仮定する。p_0, Q_0はそれぞれ$v=1$における財の価格、生産量である。式(43)(44)を式(42)に代入すれば次式を得る。

$$\phi_1 v^{\psi_1}(\phi_2+\phi_3 v^{\psi_2})=\phi_4 v^{\psi_3} \tag{45}$$

ここに、$\phi_1=(PAQ_0)^{-1/(a-1)}$, $\phi_2=(1+c)\tau$, $\phi_3=c\eta Q_0p_0$, $\phi_4=(p_0/b)^{d/(1-a)}$, $\psi_1=(a+\rho)/(a-1)$, $\psi_2=\eta-\rho-1$, $\psi_3=(1+d\eta-df)/(1-a)$である。式(45)は任意の$v$に対して恒等的に成立することより$\psi_1=\psi_3$, $\psi_2=0$を得る。これより次式を得る。

$$\rho=\eta-1,\quad \eta=(df-a)/(1+d) \tag{46}$$

市場均衡解(43)は$d\{q(dp/dv)\}/dv=0$を満足していることが理解できる。所得が連続的に分布している状況下における均衡価格曲線の勾配は生産技術d, fと所得の分布パラメータaによって決定される。いま、$df>a$を仮定すれば、$\rho>0, \eta>0$を得る。すなわち、質が高くなる程、価格は高くなり消費量は減少する。一方、$df<a$かつ$\eta>-1$の場合には、質が高くなる程、価格は増加し財の一人あたりの消費量も増加することが理解できる。p_0, Q_0の値を決定しよう。式(43),(46)を式(33)に代入し展開すれば

$$p_0\cdot Q_0 = c_1\tau/(1-c_1\eta)=\nu \tag{47}$$

を得る。一方、式(45)から$\phi_1(\phi_2+\phi_3)=\phi_4$が成立しなければならない。したがって、

$$p_0=\xi(\nu PA)^{1/(1+d)}$$

$$Q_0=\nu^{d/(1+d)}(PA)^{-1/(1+d)}/\xi \tag{48}$$

ただし、$\xi=b^{d/(1+d)}[(1+c)\tau+c\eta\nu]^{(1-a)/(1+d)}$である。式(48)より$\partial p_0/\partial P>0$, $\partial Q_0/\partial P<0$を得る。すなわち、家計総数が増加すれば最低水準の生産量は少なくなる。一方、価格は上昇する。生産者が獲得する独占的利潤は

$$\Pi = \Omega p_0^{\,1+d}v^{-\eta(1+d)-fd} \tag{49}$$

となる。$\Omega=\{1-(1/b)\}b^{-d}$である。$\partial p_0/\partial P>0$より明らかに$\partial\Pi/\partial P>0$が成立し家計総数が増加するほど企業の独

占的利潤は増加する。

最後に家計の間接効用関数を求めよう。式(43)および式(32)-(39)より、間接効用関数$V(p_z, \tau : y)$は

$$V(p_z, \tau : y) = c_0 \ln c_0 + c_1 \ln c_1 + \{c_0 + c_1(1+\eta)+1\} \ln y - c_0 \ln p_z - c_1 \ln p_0 - \{c_0 + c_1(\eta - 1)+1\} \ln \Omega + c \ln(\tau + \eta \nu) \tag{50}$$

となる。ただし、$\Omega = (1+c)\tau + c\eta\nu$である。ここで、項$\ln y$の係数$\{c_0+c_1(1+\eta)+1\}$に着目しよう。本項は所得格差による間接効用の格差を示している。いま、$\eta = (df-a)/(1+d)$であることに着目すれば、生産技術、所得分布を表すパラメータd, f, aが家計の厚生の格差に重要な影響を及ぼすことが理解できる。明らかに$\partial \eta / \partial a < 0$, $\partial \eta / \partial f > 0$, $\partial \eta / \partial d > 0$である。したがって、$a$が小さくなる程(所得格差が小さくなる程)、厚生の格差は減少する。また、技術革新により、f, dの値が小さくなる程(規模による収穫の低減の程度が小さくなる程)厚生の格差が減少することが理解できる。

6. おわりに

本稿では、ある財の質と量の選択問題に同時に直面している家計の消費行動に関する需要理論を開発した。家計行動に関する比較静学分析を行ない、一般化スルツキー方程式を誘導した。さらに、供給者行動を明示的に考慮することにより、財の価格関数が市場における需要と供給の相互作用によって内生的に決定されることを明らかにした。本需要理論では、均衡価格曲線が微分方程式の解として求まるところに特徴がある。本稿では、一つの財のみに着目し、かつ所得分布に関して厳しい仮定を課することにより均衡価格曲線を導出した。一般の所得分布関数を用いた場合、価格曲線を解析的に求めることは困難である。

Hotelling[13]、Alonso[8]等にはじまる都市経済学の伝統では、所得同質性という前提のもとで操作性の高い理論展開を行っていた。一方、所得異質性を前提として、家計の質の選択行動を明示的に考慮しながら、市場均衡理論を展開しようとすればその操作性に限界が生じる。もちろん、質を表す変数の離散化により、ある程度の解析性、操作性を確保することは可能である。いずれにせよ、付け値概念を用いた従来の質に関する消費理論が発達した理由の一つに、その理論展開の容易さがあったことは否めない[14]。本稿で明らかにしたように家計の所得水準に応じて質の選択水準が一意的に決定され、企業は独占利潤を獲得するという知見は所得配分理論に重要な示唆を与える。すなわち、質的選択の問題は所得の配分問題と不可分である。住宅市場をはじめとして財の質が本質的に差別化されている市場の分析にあたっては、従来、ともすれば価格理論的な側面から市場の効率性が議論されたが、所得配分の立場から市場における公正の問題に関して議論することも重要であろう。

参考文献

1) A. Dixit: Quality and quantity competition, Review of Economic Studies, Vol. 46, No. 4, pp.587-599, 1979.

2) Scitovski, T.: Some consequences of the habit of judging quality by price, Review of Econo. Studies, Vol. 12, pp, 100-105, 1945.

3) P.J.Kalmanm: Theory of consumer behavior when prices enter the utility function,Econometrica Vol.36, No.3-4, pp.497-510, 1968.

4) M.G. Allingham and M.Morishima, Veblen effects and portfolio selection, In Theory of Demand; Real and Monetary, ed. by M.Morishima & others, Ely House, London, Oxford Univ. Press, 1973.

5) J.Tinbergen: On the theory of income distribution, In Selected Papers of Jan Tinbergen, ed. by L.H.Kiaassen, L.M.Koyck, and H.J.Witteveen, North Holand,1959.

6) K.Lancaster:A new approach to consumer theory, Journal of Political Economy, Vol.74,pp132-157, 1966.

7) S.Rosen: Hedonic prices and implicit markets: Product differentiation in pure competition, Journal of Political Economy, Vol.82,pp.34-55, 1974.

8) W.Alonso:Location and Land Use, Toward a general theory of land rent, Harvard Univ. Press, 1964, 折下功訳、立地と土地利用、朝倉書店、1966. Theory Vol.1,pp.60-67,1969.

9) J.V.Henderson: Economic Theory and The Cities, Academic press, 1985, 折下功訳、経済理論と都市、勁草出版サービスセンター、1987.

10) M.J.Beckmann:Spatial equilibrium in the dispersed city, in:G.J.Papageorgiou,ed., Mathematical Land Use Theory, Lexington,pp.117-125, 1976.

11) M.J. Beckmann,: On the distribution of urban rent and residential density, Journal of Econo mic Theory, Vol.1,pp.60-97,1969.
12) A.Montesano:A restatement of Beckmann's model on the distribution of urban rent and residential density, Journal of Economic Theory, Vol. 4,pp.329-354,1972.
13) H. Hotelling: Stability in competition, Economic Journal,Vol.29,pp.41-57,1939.
14) 小林潔司、張衛彬:質の選択を考慮した消費理論と住宅市場への適用、土木学会論文集、第413号、IV-12,pp. 135-138,1990.