内生的嗜好変化と住宅立地の比較静学分析

小林　潔司

社会開発システム工学科

(1988年9月1日受理)

Endogenous Taste Changes and Comparative Static Analysis of Residential Location

by

Kiyoshi KOBAYASHI

Department of Social Systems Engineering

(Received Septembem 1, 1988)

This paper investigates and presents an approach to analyze the impacts of changing preferences (tastes) on household's behavior. Such effects may concern locational and residential choice and similar household decisions. The study is a theoretical examination of a classical problem in economics, namely the method of comparative studies. We try to describe endogenous taste changes by a form of Lie trans-formations and present a general methodology of comparative static analysis for dealing with taste changes. The methodology is applied to residential location model to illustrate how taste changes alter household's behavior.

Key words : Endogenous taste change, Comparative statics.

1．はじめに

新都市経済学的な観点からの住宅立地行動に関する研究はAlonso(1964)[1]を契機とし、多くの研究者によって拡張・精緻化されてきた。住宅立地行動に関する比較静学分析[2]も数多くなされている。比較静学分析は一つの均衡状態から別の均衡状態へのシステムの変化を、その過渡的調整過程を問題とせず研究する方法である。方法論上種々の問題はあるものの、その方法が各種の政策分析のための理論的な枠組を提供するために新都市経済学の分野でもその方法論はよく用いられてきた。

Samuelson流の比較静学[3]においてシステムのパラメータの変化はそれぞれ外生的に独立して扱われる。そして、外生的なパラメータの変化がシステムの均衡解に及ぼす影響を分析する。その際、暗黙のうちに家計の嗜好は変化しないことを仮定している。しかし、社会・経済システムの問題は人間を取り扱った問題であり、外的条件の変化に対する個人の嗜好の不変性という前提が成立する保証はない。すなわち、個人はシステムの環境条件の変化に適応して自らの変化を再編成しその結果として個人行動は変化する。従来の比較静学の方法は、このような個人の嗜好変化の問題を直接的に扱うことができないという限界を持っている[4]。

近年、DeSalvo(1985)[5]は、嗜好変化を明示的に取り扱った住宅立地行動の比較静学分析を行っている。彼の研究ではある特性に対する嗜好の増加をその特性の別の住宅特性に対する限界代替率の増加として定義していた。DeSalvoは必ずしも明確に言及しているわけではないが、この仮定は暗黙の内にある特性に対する嗜好とその他の住宅特性に対する嗜好との関係を不変に保つように嗜好が変化していくことを仮定していることとなる。しかし、残念ながらこのような仮定は特殊な嗜好変化を想定しているといわざるを得ず、現実に生じている嗜好変化がこのような条件を満足する保証はない。

経済システムの比較静学へのLie変換の応用に関してはSato(1981)[6]の先駆的な研究がある。Satoは「r-パラメータ無限小変換の存在」という弱い仮定の下で、個人の嗜好変化を直接考慮できるような比較静学の方法を提案している。また、その住宅立地モデルの適用に関してはKobayashi et al.(1987)[7]がある。のちに、詳述するようにこれらの研究では、Lie変換のパラメータはモデルの外部において定義されるにとどまっている。しかし、家計の嗜好変化を分析するためには、例えば家計の余暇時間の増大や所得の向上にどのような影響を及ぼすのかといった観点からの分析が不可欠であり、個人の嗜好変化をモデルの外生変数とは無関係に定義することは問題が多く、むしろシステムの外生変数の変化が個人の嗜好にどのような変化を及ぼしその結果としてシステムの均衡解がどのように変化するかという比較静学が不可欠である。

本研究では、住宅立地モデルにおける所得や余暇時間制約の変化によって生じる嗜好変化をLie変換としてモデル化し、Lie変換を内生的に組み込んだような嗜好変化の比較静学の方法を提案する。さらに、所得や余暇時間の変化に伴い生じる嗜好変化の比較静学を試みることとする。以下、２．では比較静学分析の対象とする住宅立地モデルを定式化する。３．ではLie変換を用いて家計の嗜好変化を定式化する。４．では家計の嗜好変化がモデルの外部で定義された場合を想定し、Satoの方法に基づく比較静学分析の評価式を導出する。５．では家計に嗜好変化が所得の上昇と勤務時間の短縮により生じていると考え、このような要因の変化による嗜好変化が生じた場合の比較静学分析を試みる。最後に、６．では比較静学分析の結果について考察することとする。

2．基本モデルの定式化

住宅立地モデルに関してはAlonso(1964)[1]の研究を嚆矢として、新都市経済学(NUE)の分野において研究の蓄積がある。本研究でも住宅立地モデルの定式化にあたって従来の研究と同様に対象とする都市はCBDを中心として円形に広がる開都市(open city)とし、各家計のCBDへの単位期間あたりのトリップ数は固定していると仮定する。家計は予算制約と時間制約の中で自らの効用を最大にする地点に立地すると仮定する。以上の基本的な仮定のもとに家計の住宅立地行動を下記のような効用最大化問題として定式化しよう。

$$\text{Max } U(S,Z,Q,A(X)) \tag{1}$$

ここに、Uは効用関数、Sは合成財、Zは余暇時間、Qは住宅サービスの生産量、AはアメニティでありCBDからの距離Xの関数として表現されると仮定する。従来の研究と同様に家計は、利用可能な資源である所得と時間によって制約されると考える。まず、家計の予算制約式を以下の

ように定式化しよう。

$$pS + R(A(X),T(X),Q) + C(X) = Y \qquad (2)$$

ここに、Yは所得、T(X)は都心からの時間距離、Rは住宅レントを示しており･アメニティA(X),都心への時間距離T(X),住宅サービスの質Qの関数によって表すことができる。C(X)は通勤費用関数、pは合成財の価格である。家計が利用可能な時間は、直接的拘束時間(directly mandatory time)、余暇時間Z、交通時間T(X)、及び勤務時間によって構成されている(Lakshmanan et al.1964)[8]と考える。従来の研究では、勤務時間と余暇時間は個人の時間配分の結果内生的に決定されるというfull income仮説[9]を採用する場合が多いが、本研究では勤務時間は制度的に固定されていると考え勤務時間を拘束時間に含めて考えることとする。したがって、家計が直面する時間制約条件は

$$Z + T(X) = t_0 \qquad (3)$$

と定式化できる。ここに、t_0は非拘束時間である。

次に、効用関数U、アメニティ関数A，時間距離関数T，レント関数R，通勤費用関数Cの性質をYamada (1972)[2]と同様に以下のように仮定する。効用関数に関しては

$$U_S \geqq 0,\ \leqq U_Z \geqq 0,\ U_Q \geqq 0,\ U_A \geqq 0,$$
$$\partial U_S/\partial S \leqq 0,\ \partial U_Z/\partial Z \leqq 0,$$
$$\partial U_Q/\partial Q \leqq 0,\ \partial U_A/\partial A \leqq 0 \qquad (4)$$

を仮定する。添字は当該の変数による偏微分を示している。つぎに、本研究ではアメニティを都市の自然的な環境水準を示す指標であると考え、アメニティ関数A(X)により環境水準を集計的に計測できると仮定する。アメニティ関数A(X)に関してはTobin and Nordhaus(1970)[10]を契機にKrumu(1981)[11],Robson(1976)[12],Smith(1981)[13]等によって実証研究が為されている。本研究ではアメニティを立地点に固有の財[14]と考え、CBDへの距離の関数として表せる[2]と仮定する。既存の実証研究の成果に基づいて、

$$dA/dX \geqq 0 \qquad (5)$$

を仮定しよう。時間距離関数TはCBDまでの所要時間を示す関数であり、

$$dT/dX \geqq 0,\ d^2T/dX^2 \leqq 0 \qquad (6)$$

を仮定する。同様に通勤費用関数CはCBDまでの所要費用を示す関数であり次式を仮定する。

$$dC/dX \geqq 0,\ d^2C/dX^2 \leqq 0 \qquad (7)$$

最後に、住宅のレントはアメニティの水準、CBDまでの所要時間、住宅の質によって決定されると考える。従来の研究では住宅レントと住宅サービスの質の間の線形性を仮定しいる場合が多いが、一般にはレント関数は上述の三つの要因に関する非線型関数である。Polinsky and Shavell(1976)[15]によればsmall open cityにおいて家計がCobb-Douglas型効用関数を有する場合、CBDからの距離がXである地点の住宅サービスの単位生産量当りのレントがCBDまでの所要時間とアメニティの水準により決定されCBDまでの距離はレントに直接影響を及ぼさないことを示している。ここで、レント関数は以下の条件を満足すると仮定する。

$$\partial R/\partial A > 0,\ \partial R/\partial T < 0,\ \partial R/\partial Q > 0 \qquad (8)$$

さて、効用関数(1)を制約条件式(2)(3)のもとに最大化しよう。ここで、ラグランジアン関数Lを以下のように定式化しよう。

$$L = U(S,Z,Q,A(X)) + \mu(t_0 - Z + T(X))$$
$$+ \lambda(Y - pS - R(A(X),T(X),Q) - C(X)) \qquad (9)$$

一階の最適条件は

$$\partial L/\partial S = U_S - \mu p = 0 \qquad (10)$$
$$\partial L/\partial Z = U_Z - \lambda = 0 \qquad (11)$$
$$\partial L/\partial Q = U_Q - \mu R_Q = 0 \qquad (12)$$
$$\partial L/\partial X = U_Q - \lambda T_X - \mu R_X - \mu = 0 \qquad (13)$$
$$\partial L/\partial \lambda = Y - S - R - C = 0 \qquad (14)$$
$$\partial L/\partial \mu = t_0 - Z - T = 0 \qquad (15)$$

ここに、添字は当該の変数による偏微分であることを示す。ここで、以後の記述上の便宜を図るため、以下の関数を定義する。

$$F^1 = U_S - \mu p$$
$$F^2 = U_Z - \lambda$$
$$F^3 = U_Q - \mu R_Q$$
$$F^4 = U_Q - \lambda T_X - \mu R_X - \mu$$
$$F^5 = Y - S - R - C$$
$$F^6 = t_0 - Z - T \qquad (16)$$

式(10),(12)より次式を得る。

$$(\partial U/\partial S)/(\partial U/\partial Q) = p/(\partial R/\partial Q) \qquad (17)$$

すなわち、合成財に関する限界効用と住宅価値に対する限界効用の比は合成財の価格と住宅サービスのレントの比に等しくなる。同様に、一階の最適条件から市場の均衡条件をいくつか導きだせるが、それらの結果はYamada (1972)[2],DeSalvo(1985)[5]と同様に解釈できるので、ここでは市場均衡条件に関するこれ以上言及しないこととする。そこで､以下では本研究の目的である嗜好変化の比較静学に関して分析をすすめることとする。

3．嗜好変化とLie変換

Sato(1981)はLie変換を用いて家計の嗜好変化を明示的に記述することができることを示した。基本モデルにおいて用いられる変数はある測定単位を通じて計測される。しかし、このような測定単位が意味を持つのは単なる物理量として意味を持つのではなく、人間の主観的な評価を通じて意味を持つ。したがって、人間が測定単位に対して有する評価メカニズムは、人間の価値観が変われば当然変化する。このような評価のメカニズムが変化し、人間が測定単位に対して付与する意味が変化することを本研究では「嗜好変化」と定義しよう。したがって、嗜好変化が生じれば、同じ計測値を有する物理量であってもその主観的な価値は変化する。数学的には、変数S,Z,Q,Xの値はある時間における局所座標系で記述できる。嗜好が変化すれば測定単位を与える局所座標系そのものが変化する。ここで、このような局所座標系間の写像をLie変換として記述しよう。いま、最適条件F^i(i=1,---,6)に含まれる変数S,Z,Q,Xがパラメータεの変化によりその有効値が$\bar{S}^i,\bar{Z}^i,\bar{Q}^i,\bar{X}^i$(i=1,---,6)と変化したとしよう。

$$
\begin{aligned}
T_\varepsilon: \bar{S}^i &= \theta^{1i}(S,Z,Q,X:\varepsilon)\\
\bar{Z}^i &= \theta^{2i}(S,Z,Q,X:\varepsilon)\\
\bar{Q}^i &= \theta^{3i}(S,Z,Q,X:\varepsilon)\\
\bar{X}^i &= \theta^{4i}(S,Z,Q,X:\varepsilon)
\end{aligned} \tag{18}
$$

ここに、θはLie変換である。式(18)は、S,Z,Q,Xの有効値は嗜好変化により$\bar{S}^i,\bar{Z}^i,\bar{Q}^i,\bar{X}^i$に変化することを示している。$\varepsilon=(\varepsilon_1,---,\varepsilon_n)$はパラメータである。いま、ε=0のとき$\bar{S}$=S,$\bar{Z}$=Z,$\bar{Q}$=Q,$\bar{X}$=Xという恒等変換を意味すると考える。恒等変換の近傍でLie変換を近似すれば、

$$
\begin{aligned}
\delta S^i &= \Sigma_k\ \xi^{1i}{}_k\delta\varepsilon^k + O(\varepsilon^2)\\
\delta Z^i &= \Sigma_k\ \xi^{2i}{}_k\delta\varepsilon^k + O(\varepsilon^2)\\
\delta Q^i &= \Sigma_k\ \xi^{3i}{}_k\delta\varepsilon^k + O(\varepsilon^2)\\
\delta X^i &= \Sigma_k\ \xi^{4i}{}_k\delta\varepsilon^k + O(\varepsilon^2)
\end{aligned} \tag{19}
$$

と表せる。ここに、$O(\varepsilon^2)$はεに関する高次の無限小項である。また、$\xi^{ji}{}_k$(j=1,--4,i=1,---,6,k=1,--,n)は無限小変換であり、$\xi^{ji}{}_k=\partial\theta^{ji}/\partial\varepsilon^k$と定義する。一般的に、$\theta^{ji}$はLie群の性質を満足するが、群の仮定は比較静学において必ずしも必要でない。Satoも述べているように、恒等変換をもたらす無限小変換$\xi^{ji}{}_k$の存在を仮定すればいい。すなわち、任意の無限小変換は恒等変換をもたらすような任意の無限小変換の一次結合で表現できるからである。

さて、比較静学分析をある一定の時間の経過に対して行うと考えれば、Lie変換をある無限小時間に統一して表現することが可能となる。本研究では嗜好変化を示すパラメータが無限小時間δtに対して、$\delta\varepsilon^k=\kappa^k\delta t$と近似できると考える。ここに、$\kappa^k$は無限小時間δtあたりのパラメータ$\varepsilon^k$の無限小変化量である。このとき、無限小変換$\eta^{ji}$を

$$
\eta^{ji} = \Sigma_k\ \kappa^k\xi^{ji}{}_k \tag{20}
$$

と定義すれば、式(19)は以下のように簡略化できる。

$$
\begin{aligned}
&\delta S^i=\eta^{1i}\delta t+O(\varepsilon^2),\quad \delta Z^i=\eta^{2i}\delta t+O(\varepsilon^2)\\
&\delta Q^i=\eta^{3i}\delta t+O(\varepsilon^2),\quad \delta X^i=\eta^{4i}\delta t+O(\varepsilon^2)
\end{aligned} \tag{21}
$$

ここで、以後の便宜を図るために無限小作用素をLie記号を用いて以下のように定義しよう。

$$
\phi^i{}_k = \xi^{1i}{}_k\partial/\partial S+\xi^{2i}{}_k\partial/\partial Z+\xi^{3i}{}_k\partial/\partial Q +\xi^{4i}{}_k\partial/\partial X \tag{22}
$$

$$
\Psi^i = \eta^{1i}\partial/\partial S+\eta^{2i}\partial/\partial Z+\eta^{3i}\partial/\partial Q +\eta^{4i}\partial/\partial X \tag{23}
$$

4．外生的嗜好変化の比較静学

経済システムの比較静学へのLie変換の応用に関しては、Satoの先駆的な研究(1981)がある。彼は「n-パラメータ無限小変換の存在」という弱い仮定のもとで、個人の嗜好変化を直接考慮できるような比較静学の方法を提案している。そこで、以下ではSatoの比較静学の方法をわれわれの基本モデ(1)(2)(3)に適用してみよう。Satoの比較静学では家計の嗜好変化は外生的に定義される。

いま、家計の嗜好変化を示すパラメータを$\varepsilon=(\varepsilon^1,--,\varepsilon^n)$と定義しよう。ここでは、ひとまず個々のパラメータがどのような意味を有するかに関しては言及しないこととする。そこで、n個のパラメータεのうちk番目のパラメータε^kが変化したと考えよう。ε^kが変化したとき基本モデルの一階の最適条件にどのような影響を及ぼすかを評価することとしよう。

そこで、最適条件式(16)の両辺をε^kで偏微分することにより次式を得る。

$$
W\ \partial M/\partial\varepsilon^k = -\ \partial N/\partial\varepsilon^k \tag{24}
$$

ただし、$\partial M/\partial\varepsilon^k=(\partial S/\partial\varepsilon^k,\partial Z/\partial\varepsilon^k,\partial Q/\partial\varepsilon^k,\partial X/\partial\varepsilon^k,\partial\lambda/\partial\varepsilon^k,\partial\mu/\partial\varepsilon^k)$, $\partial N/\partial\varepsilon^k=(\partial F^i/\partial\varepsilon^k,(i=1,---,6))$である。Wは6行6列の行列であり、

その内容を記述すれば次式のようになる。

$$W=\begin{pmatrix} \frac{\partial U_S}{\partial S} & \frac{\partial U_S}{\partial Z} & \frac{\partial U_S}{\partial Q} & \frac{\partial U_S}{\partial X} & 0 & -P \\ \frac{\partial U_Z}{\partial S} & \frac{\partial U_Z}{\partial Z} & \frac{\partial U_Z}{\partial Q} & \frac{\partial U_Z}{\partial X} & -1 & 0 \\ \frac{\partial U_Q}{\partial S} & \frac{\partial U_Q}{\partial Z} & \frac{\partial U_Q}{\partial Q}-\mu\frac{\partial R_Q}{\partial Q} & \frac{\partial U_Q}{\partial X}-\mu\frac{\partial R_Q}{\partial X} & 0 & -R_Q \\ \frac{\partial U_X}{\partial S} & \frac{\partial U_X}{\partial Z} & \frac{\partial U_X}{\partial Q}-\mu\frac{\partial R_X}{\partial Q} & \frac{\partial U_X}{\partial X}-\lambda\frac{\partial T_X}{\partial X}-\mu\frac{\partial G_X}{\partial X} & -T_X & -G_X \\ 0 & -1 & 0 & -T_X & 0 & 0 \\ -P & 0 & -R_Q & -R_X-G_X & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{25}$$

さて、式(25)に示すようにパラメータε^kの変化は最適条件に直接影響を及ぼす。したがって、最適条件F^i(i=1,---,6)は嗜好変化が作用する前後で成立する必要があることより、

$$F^i(\bar{S},\bar{Z},\bar{Q},\bar{X},\lambda,\mu)=0 \rightarrow F^i(S,Z,Q,X,\lambda,\mu:\varepsilon)=0 \quad (i=1,--,4)$$

$$F^5(\bar{S},\bar{Z},\bar{Q},X)=0 \rightarrow F^5(S,Z,Q,X:\varepsilon)=0$$

$$F^6(\bar{S},\bar{Z},\bar{Q},X)=0 \rightarrow F^6(S,Z,Q,X:\varepsilon)=0 \tag{26}$$

が成立する必要がある。一方、式(18)の変換のもとで、最適条件に含まれる有効値が変化することにより、

$$F^i(\bar{S},\bar{Z},\bar{Q},\bar{X},\lambda,\mu)=F^i(S,Z,Q,X,\lambda,\mu) \quad (i=1,---,4)$$

$$F^5(\bar{S},\bar{Z},\bar{Q},\bar{X})=F^5(S,Z,Q,X)$$

$$F^6(\bar{S},\bar{Z},\bar{Q},\bar{X})=F^6(S,Z,Q,X) \tag{27}$$

が成立する。Satoは変換(18)の下でのパラメータ変化(27)を「代替的パラメータ変化」(substitutional parameter changes)と呼んでいる。式(27)で留意すべきことは、ラグランジュ乗数λ, μがパラメータ変化の影響を受けない点にある。ここで、補題1を得る。

> [補題 1]
> 最適条件式F^i(i=1,--,6) が恒等変換の近傍でパラメータε^kの変化の作用を受けたとき嗜好変化が最適条件式に及ぼすインパクトの大きさは$\bar{F}^i_k=\phi^i{}_kF^i$となる。したがって、嗜好変化がもたらすインパクト全体の大きさは$\Sigma_k(\partial\bar{F}^i/\partial\varepsilon^k)_0=\Psi^iF^i$となる。

(証明)いま、k番目のパラメータε^kを除くすべてのパラメータε^jの値を$\varepsilon^j=0$(j=1,---,k-1,k+1,--,n)に固定し、制約条件F_iをε^kに関してTaylor展開すれば、

$$\bar{F}^i=F^i+(\partial\bar{F}^i/\partial\varepsilon^k)_0\varepsilon^k+O(\varepsilon^2)$$

となる。$\bar{\xi}^{ji}{}_k=\partial\bar{\theta}^{ji}/\partial\varepsilon^k$(j=1,--,4, i=1,--,6;k=1,--,n), $\bar{\phi}^i{}_k\bar{F}^i=\Sigma_j\bar{\xi}^{ji}{}_k\bar{F}^i{}_j$(k=1,--,n)と定義すれば$(\bar{\xi}^{ji}{}_k)_0=\xi^{ji}{}_k$(j=1,--,4;k=1,--,n), $(\bar{\phi}^i{}_k\bar{F}^i)_0=\Sigma_j\xi^{ji}{}_kF^i{}_j=\phi^i{}_kF^i$となる。ここで、$F^i{}_j$は$F^i$のj番目の変数による偏微分を示す。ただし、j=1,--,4は、それぞれ変数S,Z,Q,Xと対応する。したがって、$\partial\bar{F}^i/\partial\varepsilon^k=\phi^i{}_kF^i$, $(\partial\bar{F}^i/\partial\varepsilon^k)=(\partial\bar{F}^i/\partial\bar{S}\cdot\partial\bar{S}/\partial\varepsilon^k+\partial\bar{F}^i/\partial\bar{Z}\cdot\partial\bar{Z}/\partial\varepsilon^k+\partial\bar{F}^i/\partial\bar{Q}\cdot\partial\bar{Q}/\partial\varepsilon^k+\partial\bar{F}^i/\partial\bar{X}\cdot\partial\bar{X}/\partial\varepsilon^k)=\bar{\phi}^i{}_k\bar{F}^i$となる。すなわち、$(\partial\bar{F}^i/\partial\varepsilon^k)_0=\phi^i{}_kF^i$が成立する。同様に、

$$\bar{F}^i=F^i+\Sigma_k(\partial\bar{F}^i/\partial\varepsilon^k)_0\varepsilon^k+O(\varepsilon^2)$$

より、$\Sigma_k(\partial\bar{F}^i/\partial\varepsilon^k)_0=\Sigma_k(\partial\bar{F}^i/\partial\bar{S}\cdot\partial\bar{S}/\partial\varepsilon^k+\partial\bar{F}^i/\partial\bar{Z}\cdot\partial\bar{Z}/\partial\varepsilon^k+\partial\bar{F}^i/\partial\bar{Q}\cdot\partial\bar{Q}/\partial\varepsilon^k+\partial\bar{F}^i/\partial\bar{X}\cdot\partial\bar{X}/\partial\varepsilon^k)=\Psi^iF^i$が成立する。　(Q.E.D.)

したがって、補題1より次式を得る。

$$\frac{\partial N}{\partial\varepsilon^k}=\begin{bmatrix}\phi^1{}_kU_S \\ \phi^2{}_kU_Z \\ \phi^3{}_kU_Q-\phi^3{}_kR_Q \\ \phi^4{}_kU_X-\phi^4{}_k(T_X+R_X+C_X) \\ -\phi^5{}_k(Z+T) \\ -\phi^6{}_k(S+R+C)\end{bmatrix} \tag{28}$$

したがって、比較静学の評価式として次式を得る。

$$\partial M/\partial\varepsilon^k=-W^{-1}\Phi(F) \tag{29}$$

ここに、$\Phi(F)=(\phi^i{}_kF^i)$である。次に、パラメータε^kが同時に変化した場合の合成効果$\partial M/\partial\varepsilon$は次式のようになる。

$$\partial M/\partial\varepsilon=-W^{-1}\Psi(F) \tag{30}$$

ただし$\Psi(F)=\{\Psi^i(F^i)\}$である。ここに、次の定理を得る。

> [定理 1]
> 基本モデルの最適階がパラメータ変化により式(18)に示すような作用を受ける時、パラメータε_kの変化による比較静学の評価式は式(29)、すべてのパラメータが変化した時は式(30)により近似できる。

5．内生的嗜好変化の比較静学

4．で説明したようにSatoの比較静学は基本的にLie

変換のパラメータがモデルと独立に定義できる場合を対象としている。したがって、式(27),(28)で行う比較静学の評価は「問題の外部で定義される嗜好変化がモデルの最適解にどのような影響を及ぼすか」といういわゆる「外生的嗜好変化の比較静学」を行っているにすぎない。４．で導入したパラメータεはLie変換のパラメータであり基本モデルで用いられる係数あるいはパラメータとは本来別個のものである。したがって、このままではモデルの係数や定数をLie変換のパラメータとして用いることはできない。そのためには(i)事前に想定したLie変換から生成される群を用いて効用関数や制約条件を表現するか、(ii)Lie変換の形に関して制約を設ける必要がある。Satoが示した適用例は前者の立場に立っているが、この場合、Lie変換がモデルとは独立に外生的に定義されているため「問題の外部で定義される嗜好変化がモデルの最適解にどのような影響を及ぼすか」といった、いわゆる「外生的嗜好変化の比較静学」を行っているにすぎない。本研究の場合、嗜好変化を外生的に定義するよりも、家計の所得の向上が嗜好を変化させ、その結果最適行動が変化するといった嗜好変化のプロセスを分析できるほうが望ましい。そのためには、例えば所得のようにモデルに含まれる定数や係数がLie変換のパラメータとして採用される必要がある。このような比較静学の方法を、「内生的嗜好変化の比較静学」と呼ぶこととする。

いま、式(2)における所得Y，式(3)における非拘束時間t_0をLie変換のパラメータと考え、パラメータの変化を

$$\overline{Y} = Y + \varepsilon^1,\quad \overline{t_0} = t_0 + \varepsilon^2 \qquad (31)$$

と定義しよう。パラメータの変化によって生じる嗜好変化をLie変換(19)を用いて表現しよう。Lie変換(19)は代替的パラメータ変化(27)に直接作用するため、任意のLie変換が常に式(27)を満足するとは限らない。問題のパラメータ変化$F^5(\overline{S},\overline{Z},\overline{Q},\overline{X})=F^5(S,Z,Q,X)$, $F^6(\overline{S},\overline{Z},\overline{Q},\overline{X})=F^6(S,Z,Q,X)$が任意の$\varepsilon^k(k=1,2)$に対して不変である条件を求める。任意の$\varepsilon^k(k=1,2)$に対してパラメータ変化が恒等的に成立するためには$\varepsilon^k=0(k=1,2)$の近傍で$\partial F^5/\partial\varepsilon_1=0$, $\partial F^6/\partial\varepsilon_2=0$が成立することである。つまり、

$$\partial F^5/\partial\varepsilon^1=Y-F^5{}_{(\varepsilon^1=0)}+(1-\phi^5{}_1F^5)_{(\varepsilon^1=0)}=0$$

$$\partial F^6/\partial\varepsilon^2=t_0-F^6{}_{(\varepsilon^2=0)}+(1-\phi^6{}_2F^6)_{(\varepsilon^2=0)}=0$$

が成立する。$Y-F^5{}_{(\varepsilon_1=0)}=0$，$t_0-F^6{}_{(\varepsilon_2=0)}=0$より

$$\phi^5{}_1F^5=1,\quad \phi^6{}_2F^6=1 \qquad (32)$$

を得る。具体的にその内容を記述すれば

$$p\xi^{15}{}_1+\partial R/\partial Q\,\xi^{35}{}_1+(\partial R/\partial X+\partial C/\partial X)\,\xi^{45}{}_1=1$$

$$\xi^{26}{}_2+\partial T/\partial X\,\xi^{46}{}_2=1 \qquad (33)$$

となる。このような条件を満足する嗜好変化に関する比較静学の評価式は式(29)(30)として与えられる。ここで重要なことは嗜好変化のパターンは家計の効用関数の形に依存しないことである。家計の行動を規制する制約条件が家計の嗜好変化のパターンを決定するわけである。

［系１］
問題(1)-(3)が式(31)に示すパラメータ変化の作用を受けた時、式(33)を満足する嗜好変化に対して比較静学の評価式は式(29),(30)によって与えられる。

６．比較静学の評価

比較静学の評価を実行するために家計の効用関数を特定化しよう。いま、家計の効用関数が以下のように加法的分離可能であると仮定しよう。

$$U(S,Z,Q,X)=U^S(S)+U^Z(Z)+U^Q(Q)+U^X(X) \qquad (34)$$

ここに、U^S, U^Z, U^Q, U^Xはそれぞれ準凹関数で2回連続可微分であると仮定する。さらに、簡単のために$T(X)=\alpha X$, $C(X)=\beta X$, $R(A(X),T(X),Q)=\gamma Q$を仮定しよう。

ここで比較のために通常の比較静学の方法により、所得変化と非拘束時間の変化が家計の住宅立地行動の変化に及ぼす影響を分析することとする。通常の方法[3)]により比較静学の評価式を求めれば

$$W\partial M/\partial\varepsilon^k = -\partial N/\partial\varepsilon^k \qquad (35)$$

である。ただし、Wは次式に示すとうりである。

$$W = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U^S}{\partial^2 S} & 0 & 0 & 0 & 0 & -p \\ 0 & \frac{\partial^2 U^Z}{\partial^2 Z} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 U^Q}{\partial^2 Q} & 0 & 0 & -\gamma \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2 U^X}{\partial^2 X} & -\alpha & -\beta \\ 0 & -1 & 0 & -\alpha & 0 & 0 \\ -p & 0 & -\gamma & -\beta & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (36)$$

また、Wの逆行列を求めれば式(37)のようになる。

$$
W^{-1}=\begin{pmatrix}
\frac{1}{U_1}+\frac{p^2}{\nu U_1^2} & \frac{-\alpha\beta p}{\nu\theta U_1U_2U_4} & \frac{\gamma p}{\nu U_1U_3} & \frac{p\xi}{U_1\nu} & -\frac{\alpha\beta p}{\nu\theta U_1U_4} & \frac{p}{\nu U_1} \\
-\frac{\alpha\beta p}{U_1U_1^2\nu\theta} & \frac{1}{U_2}-\frac{1}{\theta}\left(\frac{1}{U_2^2}-\frac{\alpha^2\beta^2}{\nu\theta U_1U_2^2U_4}\right) & -\frac{\alpha\beta\gamma}{U_1U_3U_4\nu\theta} & -\frac{1}{\theta U_2}\left(\frac{\alpha}{U_4}+\frac{\alpha\beta}{\eta\nu U_4}\right) & -\frac{1}{\theta U_2}\left(1-\frac{\alpha^2\beta^2}{\theta\nu U_4^2}\right) & \frac{-\alpha\beta}{\nu\theta U_2U_4} \\
\frac{\gamma p}{\nu U_1U_2} & \frac{-\alpha\beta\gamma}{\theta\nu U_2U_3U_4} & \frac{1}{U_3}+\frac{\gamma^2}{U_3^2\nu} & \frac{\eta\gamma}{\nu U_3} & -\frac{\alpha\beta\gamma}{\nu\theta U_3U_4} & \frac{\gamma}{\nu U_3} \\
\nu\beta U_1U_4p-\frac{\alpha^2\beta p}{\nu\theta U_1U_2U_4} & \frac{-\alpha\beta^2}{\nu\theta U_3U_4^2}-\frac{\alpha}{QU_4}\left(\frac{1}{U_2}-\frac{\alpha^2\beta^2}{\nu\theta U_1U_2U_4}\right) & \frac{\beta\gamma}{\nu U_3U_4}-\frac{\alpha^2\beta\gamma}{\nu\theta U_3U_4^2} & \frac{1}{U_4}+\frac{\eta\beta}{\nu U_4}-\frac{\alpha^2}{\theta U_4^2} & \frac{-\alpha\beta^2}{\nu\theta U_4^2}-\frac{\alpha}{\theta U_4}\left(1-\frac{\alpha^2\beta^2}{\nu\theta U_4^2}\right) & \frac{\beta}{\nu U_4}-\frac{\alpha^2\beta}{\nu\theta U_4} \\
\frac{-\alpha\beta p}{\nu\theta U_1U_4} & -\frac{1}{\theta U_2}\left(1-\frac{\alpha^2\beta^2}{\theta\nu U_4^2}\right) & -\frac{\alpha\beta\gamma}{\nu\theta U_3U_4} & -\frac{\alpha\beta^2}{\nu\theta U_4^2}-\frac{\alpha}{\nu\theta U_4}\left(1-\frac{\alpha^2\beta^2}{\nu\theta\ {}_4^2}\right) & -\frac{1}{\theta}+\frac{\alpha^2\beta^2}{\nu\theta^2U_4^2} & \frac{-\alpha\beta}{\nu\theta U_4} \\
\frac{p}{\nu U_1} & \frac{-\alpha\beta}{\nu\theta U_2U_4} & \frac{\gamma}{\nu U_3} & \frac{\beta}{\nu U_4}-\frac{\alpha^2\beta}{\nu\theta U_4} & \frac{-\alpha\beta}{\nu\theta U_4} & \frac{1}{\nu}
\end{pmatrix} \tag{37}
$$

いま、$\partial N/\partial\varepsilon^k$はK=1のとき、$\partial N/\partial\varepsilon^k=(0,0,0,0,1,0)'$, k=2のとき$\partial N/\partial\varepsilon^k=(0,0,0,0,0,1)'$となる。したがって、所得及び非拘束時間が変化した場合における家計の行動変化は式(37)に示す逆行列の第5列および第6列の各要素を用いて表現することができる。

一方、嗜好変化があった場合の比較静学の評価式を求めよう。系1に基づいて比較静学の評価式を求めれば、

$$W\partial M/\partial\varepsilon^k = -\Phi(F) \tag{38}$$

である。ここに、Wは6行6列の行列でありその内容は式(36)と同様である。本ケースの場合、パラメータの変化が最適条件F'に恒等変換の近傍で及ぼすインパクトの大きさは

$$
\Phi(F)=\begin{bmatrix}
\xi^1{}_kU_s \\
\xi^2{}_kU_z \\
\xi^3{}_kU_Q+\xi^3{}_kR_Q \\
\xi^4{}_kU_X+\xi^4{}_k(T_X+R_X+C_X) \\
0 \\
0
\end{bmatrix} \tag{39}
$$

と表すことができる。ここでは、効用関数の加法分離性を仮定しているため$\xi^{ij}{}_k=0\ (i\neq j, k=1,2)$が成立する。また、簡単のために$\xi^{11}{}_k=\xi^1{}_k$, $\xi^{22}{}_k=\xi^2{}_k$, $\xi^{33}{}_k=\xi^3{}_k$, $\xi^{44}{}_k=\xi^4{}_k$と表記しよう。また、F^5, F^6も$\xi^1{}_k$, $\xi^2{}_k$, $\xi^3{}_k$, $\xi^4{}_k$の作用を同時に受けると考えよう。

ここで、比較静学の評価を行うために無限小変化の方向を特定化しよう。まず、所得が増加することにより合成財に対する嗜好が増加すると仮定しよう。すなわち、ある測定単位によって計測された合成財の有効値は減少すると考え$\xi^1{}_1<0$を仮定しよう。また、余暇時間、住宅の質に対する嗜好も増加すると考えれば$\xi^2{}_1<0$, $\xi^3{}_1<0$が成立する。一方、嗜好変化によりCBDからの距離の有効値が増加すると考えれば、$\xi^4{}_1>0$が成立する。一方、非拘束時間の増加により生ずる嗜好変化の方向として$\xi^1{}_2<0$, $\xi^2{}_2<0$, $\xi^3{}_2<0$, $\xi^4{}_2>0$を仮定しよう。すなわち、非拘束時間の増加により合成財、余暇時間、住宅の価値が増加し、CBDからの距離に対する価値が減少すると考える。あるいは、逆に余暇時間の有効値が増加しCBDからの距離の有効値が減少する場合($\xi^2{}_2>0$, $\xi^4{}_2<0$)がありうる。いずれにせよ、無限小変換が式(33)を満足するためには無限小変換($\xi^2{}_2$, $\xi^4{}_2<0$)の符合が互いに異なっていなければならない。以上をとりまとめれば、可能な嗜好変化の方向として

a) (Case1-1) $\xi^1{}_1<0$, $\xi^2{}_1<0$, $\xi^3{}_1<0$, $\xi^4{}_1>0$, $\xi^1{}_2<0$, $\xi^2{}_2<0$, $\xi^3{}_2<0$, $\xi^4{}_2>0$

b) (Case1-2) $\xi^1{}_1<0$, $\xi^2{}_1<0$, $\xi^3{}_1<0$, $\xi^4{}_1>0$, $\xi^1{}_2<0$, $\xi^2{}_2>0$, $\xi^3{}_2<0$, $\xi^4{}_2<0$

という2種類の場合が考えられる。

さて、本ケースの場合、比較静学の評価式は極めて容易に解くことができる。式(38)に示す評価式は連立1次方程式であり、行列Wの逆行列が存在すれば式(38)は次式に示すような解を持つ。

$$
\begin{aligned}
&\partial S/\partial\varepsilon^1 = -\xi^1{}_1, \quad \partial Z/\partial\varepsilon^1 = -\xi^2{}_1 \\
&\partial Q/\partial\varepsilon^1 = -\xi^3{}_1, \quad \partial X/\partial\varepsilon^1 = -\xi^4{}_1 \\
&\partial\lambda/\partial\varepsilon^1 = 0 \quad , \partial\mu/\partial\varepsilon^1 = 0 \\
&\partial S/\partial\varepsilon^2 = -\xi^1{}_2, \quad \partial Z/\partial\varepsilon^2 = -\xi^2{}_2 \\
&\partial Q/\partial\varepsilon^2 = -\xi^3{}_2, \quad \partial X/\partial\varepsilon^2 = -\xi^4{}_2 \\
&\partial\lambda/\partial\varepsilon^2 = 0 \quad , \partial\mu/\partial\varepsilon^2 = 0
\end{aligned} \tag{40}
$$

すなわち、Case1-1,あるいはCase1-2いずれの場合においても嗜好変化と行動変化が一致する。式(40)より$\partial Z/\partial\varepsilon=-\xi^2{}_1-\xi^2{}_2$, $\partial X/\partial\varepsilon=-\xi^4{}_1-\xi^4{}_2$となる。特にCase1-2の場合$\partial Z/\partial\varepsilon$, $\partial X/\partial\varepsilon$の符合は$\xi^2{}_1$, $\xi^2{}_2$,あるいは$\xi^4{}_1$, $\xi^4{}_2$の値の絶対値に依存する。たとえば、$|\xi^2{}_1|>|\xi^2{}_2|$,あるいは$|\xi^4{}_1|>|\xi^4{}_2|$の場合には、それ

ぞれ$\partial Z/\partial \varepsilon>0$, $\partial X/\partial \varepsilon>0$となる。

式(33)を考慮すれば、行動の限界的変化量の間に次式が成立する。

$$p\partial S/\partial \varepsilon^1+(\partial R/\partial Q)(\partial Q/\partial \varepsilon^1)+(\partial R/\partial X+\partial C/\partial X)\partial X/\partial \varepsilon^1=-1$$

$$\partial Z/\partial \varepsilon^2+(\partial T/\partial X)(\partial X/\partial \varepsilon^2)=-1 \qquad (41)$$

換言すれば、式(33)を満足するような嗜好変化すべてに対して式(40)が成立する。このように嗜好変化が生じれば比較静学の評価は一意的には定まらず、行動の変化は生じうる嗜好変化のパターンに全面的に依存することが理解できる。換言すれば、家計の行動が式(41)を満足するように変化しているのであれば、家計の嗜好変化は式(40)により無限小変換ξを用いて表現できることが理解できる。

7．おわりに

本研究では内生的嗜好変化を考慮した家計の住宅立地行動の比較静学の方法に関して考察したものである。家計の嗜好変化が生じた時には家計の行動は多様に変化する。従来の比較静学の方法では、外生的条件の変化に応じて家計の行動変化を一意的に評価することができるが、家計の嗜好に変化が生じた場合には、外生的条件の変化が家計の多様な行動変化となって生じる可能性があることが明らかになった。

本研究ではこのような嗜好変化の比較静学に関する理論的な枠組に関して考察したものであるが、今後に残された課題もいくつか存在する。とりわけ重要な課題は嗜好変化の実証的な計測方法に関する基礎研究である。特に、家計に嗜好変化が生じた場合、家計の行動変化を一意的に決定できず、具体的にその変化を特定化しようとすれば、嗜好変化を具体的に推計することが不可欠になる。本研究の成果は嗜好変化の推計方法に関する一つの理論的枠組を提供しうるが、その具体的な方法に関しては今後の研究によって明らかにしたいと考える。

参考文献

1) Alonso,A:Location and Land Use-Toward a General Theory of Land Rent, Harvard University Press, 1964.
2) たとえば、Yamada,H.:On the theory of residential location, Accessibility, space, leisure, and environmental quality, Papers of Regional Sci., vol.29,pp.125-135,1972.
3) Samuelson,P:Foundation of Economic Analysis, Harvard University Press, 1947.
4) 小林潔司、張衛彬、吉川和広:嗜好変化を内生化した比較静学に関する理論的研究、土木学会論文集、Vol.389, IV-8,55-64,1988.
5) DeSalvo, J. S.: A model of urban household behavior with leisure choice, J.of regional Science Vol.25, No.2,pp.159-173,1985.
6) Sato.R.:Theory of technical Change and Economic Invariance -Application of Lie Groups, Academic Press,1981.
7) Kobayashi,K.,Zhang, W.B., and Yoshikawa, K.: A new comparative static approach to household's taste change by Lie group theory,Infrastructure and Building Sector Studies, No.7, CERUM,Sweden 1987.
8) Laksmanan,L.R. and Chang-i Hua: A temporal-spatial theory of consumer behavior, RSUE, Vol.13, 341-361, 1983.
9) Beckar,G.S.: A theory of the allocation of time, Econ. J. Vol 75, 493-517, 1965.
10) Tobin,J. and Nordhaus, W: Economic Growth, N.B.E.R.Fifth Anniversary Colloquim, Vol.V,Columbia University Press, 1970.
11) Krumu,R.J.:Neighbourhood amenities: An economic analysis, Journal of Urban Economics, pp. 208-244, 1981.
12) Robson,A.J.:The models of Urban pollution, Jour. of Urban Economics, Vol. 3, pp.264-284,1976.
13) Smith, B.A.: Measuring the value of urban amenities, Journal of Urban Economics, Vol.5,pp.308-387,1987.
14) Diamond, I. M. and Tolly, G.S.:The Economics of Urban Amenities, Academic Press, 1982.
15) Polynsky,A.M. and Shavell,S.:The air pollution and property value debate, Review of Economics and Statistics, Vol.57,pp.100-104,1975.