

離散剛要素法における力学定数に関する研究

藤村 尚・木山 英郎・西村 強*

海洋土木工学科・*島根県庁

(1985年9月3日受理)

Study on Constants for Distinct Element Method (DEM)

by

Hisashi FUJIMURA, Hideo KIYAMA and Tsuyoshi NISHIMURA*

Department of Ocean Civil Engineering

* Shimane Prefectural Government

(Received September 3, 1985)

The Distinct Element Method (DEM) have the potential applicability for analysis of fissured rock structures and soil structures. Before its practical application a suitable procedure for determining material constants K , η of elements should be developed.

In the case of rock structures, the size of element (i. e. rock block) is large enough to be made a specimen, and two procedures of determination K , η have been proposed by the authors; "using static elastic modulus E , ν in elastic contact theory" and "free-fall rebound test".

In the case of soil structures, however, the size of element (i. e. soil particle) is too small to be tested individually in the above-mentioned procedures. Mechanical properties of soil are used to be described in terms of the shear strength constants c , ϕ . It will be expected usefull that K , η values can be determined with respect to c , ϕ values in shear test.

In this paper models of simple shear test with different particle-arrays and values of K , η are analyzed by DEM, and the relationships among particle-arrays, K , η values and c , ϕ values are discussed.

1. 緒 言

離散剛要素法（以下、DEMと略記する）は亀裂性岩盤の解析法として Cundall (1971)¹⁾ によって提案された。解析法の原理と岩質粒状体の重力流動に応用する手法については既に報告した²⁾。DEMが剛性要素の運動方程式を基礎とした解析法であるため、現実の粒状集合体の実用解析法として認められるためには、解析結果と実挙動との対応性と、解析対象の物性を表わす接触定数の定め方を検証しておくことの2つが重要である。前者についてはDEM解析と模型実験の整合性を確認³⁾しており、ここでは後者について、試案を検討することにした。

DEM解析のための材料定数の決定には、1) 理論的な方法^{1, 2)}、2) ブロックの場合；粒子径が十分大きく、個々の粒子の物性から材料定数をもとめる方法^{2, 4)}、3) 粉体の場合；土のように粒子径の小さい材料では、粒子の集合体としての強度特性を利用する方法が考えられる。

土や粉体のような粒子の集合体のDEM解析に当たっては、個々の粒子の物性から材料定数 K 、 η を決定することは困難である。そこで、土の力学特性が通常せん断強度定数 c 、 ϕ で規制されることから、 c 、 ϕ と関連づけて K 、 η を決定する方法を検討することにした。このことは、土の変形・強度特性が間げき比で代表される骨格構造に強く依属する性質を考えると、DEM用の材料定数 K 、 η も個々の粒子の K 、 η としてではなく、粒子配列に関連した平均的な（あるいはある程度の粒子集合体としての） K 、 η として、 c 、 ϕ に関係づけられるものと期待される。

以上の観点から、種々の粒子配列と K 、 η を設定して、せん断モデルをDEM解析し、 c 、 ϕ と粒子挙動を観察することによって、逆に c 、 ϕ を与えられた材料に対し、適切な材料定数 K 、 η を決定する方法を検討した。

2. せん断モデルの概要

2次元問題としてDEM解析するせん断試験法として、最も理想的な単純せん断試験を採り挙げる。単純せん断試験をひずみ制御、等圧（垂直荷重一定）の条件下で行なうことを念頭において、以下に述べるモデルを設

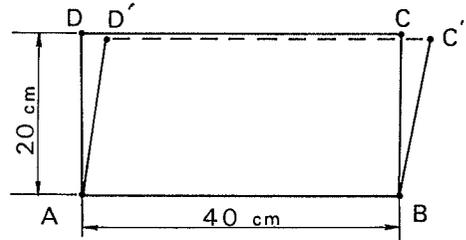


図-1 せん断箱のモデル

定する。

せん断箱として、図-1にみられるように底辺40cm、高さ20cmを有する2次元モデルを考えた。

解析では、直径2cmの円形要素を左右対称に配置し、最下段に S 個、その上に $(S-1)$ 個の順に規則正しく配列（以下、 $(S-1)/S$ 配列とよぶ）して用いた。こうしてできる一要素4接点の規則配列の中、代表として、 $17/18$ 、 $15/16$ 、 $13/14$ 、 $11/12$ 配列の4配列を中心に考察する。

解析に用いた接触定数^{2, 4)}などは表-Iにまとめて示す。せん断箱の底壁と載荷板ならびに側壁と要素との接触に関する定数の中、摩擦スライダの定数 μ の値は底壁と載荷板では大きく、側壁部では小さくとり、それぞれ1.0と0.087とした。せん断速度は、辺CDの y 方向速度として1cm/secとした。この速度は、砂試料に対する通常の急速せん断速度よりかなり速いが、本例に用いた供試体の寸法が標準のものより約10倍であることも考慮して上述のようなせん断速度を採用した。

せん断応力 τ_{xy} は変位を与えたとき、要素間の全接点における y 方向の分力の総和を（層数-1）で除して

表-I 要素の諸元と諸定数

particle		
radius r : 1.0cm		
density ρ : 2.65 gf/cm ³		
Young's modulus		
E: 750 kgf/cm ²		
Poisson's ratio ν : 0.3		
	particle to particle	particle to wall
$K_n/\rho g$ (cm)	3.64×10^4	7.28×10^4
$\eta_n/\rho g$ (cm/s)	1.53×10	3.06×10
$K_s/\rho g$ (cm)	0.91×10^4	1.83×10^4
$\eta_s/\rho g$ (cm/s)	0.76×10	1.53×10
Δt (sec)	1.0×10^{-4}	

算定した。垂直応力 σ_x も同様にして、 x 方向の分力の総和を(層数-1)で除して表わす。このように τ_{xy} 、 σ_x は供試体内の平均的な応力状態を示すものとする。この応力状態に対応するせん断ひずみ γ_{xy} と直ひずみ ϵ_x は、図-2に示すように

$$\gamma_{xy} = \delta_y/H, \quad \epsilon_x = -\delta_x/H$$

ここに、 H は要素高さ、 δ_y 、 δ_x はそれぞれ水平、鉛直方向の変位とする。

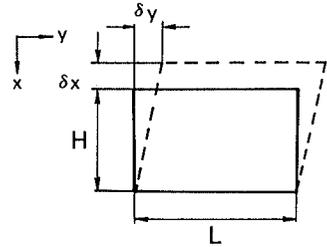


図-2 直ひずみとせん断ひずみ

3. 解析結果の考察

せん断モデルに対するDEM解析の結果の一例を図-3, 4, 5に示す。図中の線分は接触点における法線方向および接線方向の弾性スプリングによる接触力の合力をベクトル表示したものであり、線分長(接点を挟んで作用力と反作用力の大きさを表わし、図中の要素直径が約150個の要素質量に相当する。

3.1 静止状態ならびに圧縮特性

この解析は、要素間ならびに要素-側壁間にごくわずかな間げきを残した非接触の浮遊状態から計算を開始し、 $\Delta t = 10^{-4}$ s 間隔で図中に示すそれぞれの時刻 t_0 まで繰り返すことによって静止状態²⁾に至らしめたものである。静止状態に引続き、圧密(圧縮)過程、せん断過程と解析を進める。

圧密は、供試体の上下面に鉛直力(剛板載荷重)を加えて行うものとする。解析では剛板を粒子との間に僅かなすき間を設けた状態から計算を開始し、図中に示すそれぞれの時刻 t_0 まで繰り返し計算することによって剛板を静止状態に至らしめた。

図-3, 4, 5に示す11/12配列は最も偏平な配列であり、17/18配列は高積み配列となる。なお、同図では、接触力の縮尺が圧縮状態($\sigma_x = 0.4 \text{ kg/cm}^2$)を基準として表わされているため、静止状態(同図-a)における接触力は不明瞭であったので、別途解析している。静止状態における粒子間の力の伝達は11/12配列では水平方向に近く、配列数 S が多くなると鉛直成分を増す。それとともに、せん断容器側壁に作用する垂直力は11/12配列で大きく、 S の増加とともに減少する傾向が認められる。

つぎに、圧密終了時についてみると、粒子間の力の伝達やせん断容器側壁に作用する垂直力の性状は静止状態のものに等しい。ただ、その大きさは圧密圧力により著

しく増大している。

3.2 せん断特性

3.2(1) 粒子配列と変形形態

図-3に示すように11/12配列のせん断過程において、せん断ひずみ $\gamma_{xy} (= \delta_y/H)$ が4%付近では左上端(D'点)と右下端(B点)を結ぶ対角線上に沿ってほぼ一様な要素間の接触力と要素-壁間の垂直力が卓越している。上、下壁の摩擦力も等分に作用している。また、左下端(A点)と右上端(C'点)付近の隅部には接触力の極めて小さい領域が観察される。図-3-e, f, gのようにせん断が進むと、要素の配列変化が目立っている。そして要素間接触力は大きくなる傾向がある。

図-5に示す17/18配列の場合、 $\gamma_{xy} = 4\%$ 付近において、D'から辺ABの1.0を結ぶ線に沿う接触力が卓越しているが、右半分にも(辺BC'側にも)、それらの力の伝達がみられる。このことは $\gamma_{xy} = 14\%$ に増加しても $\gamma_{xy} = 4\%$ の時とほとんど変わらない。

図-4に示す15/16配列の場合、 $\gamma_{xy} = 4 \sim 6\%$ において、要素間接触力は先の17/18配列によく似た傾向を示している。図-4-f~iのようにせん断が進むと、要素の配列変化が目立ち、要素間の接触力も不規則になる傾向がある。単純せん断試験をモデル化したとはいえ、供試体中の応力分布が垂直応力、せん断応力とも決して一様に分布していないことに注意する必要がある。

3.2(2) 粒子配列とせん断特性

3.2(1)の結果をもとに、通常のせん断試験におけると同様な、応力~変位曲線やモール・クーロン破壊曲線を求めよう。

11/12配列, 15/16配列, および17/18配列における応力比(τ_{xy}/σ_x)とせん断ひずみ γ_{xy} 、直ひずみ ϵ_x と γ_{xy} の関係を図-6, 7, 8に、 τ_{xy}/σ_x の比

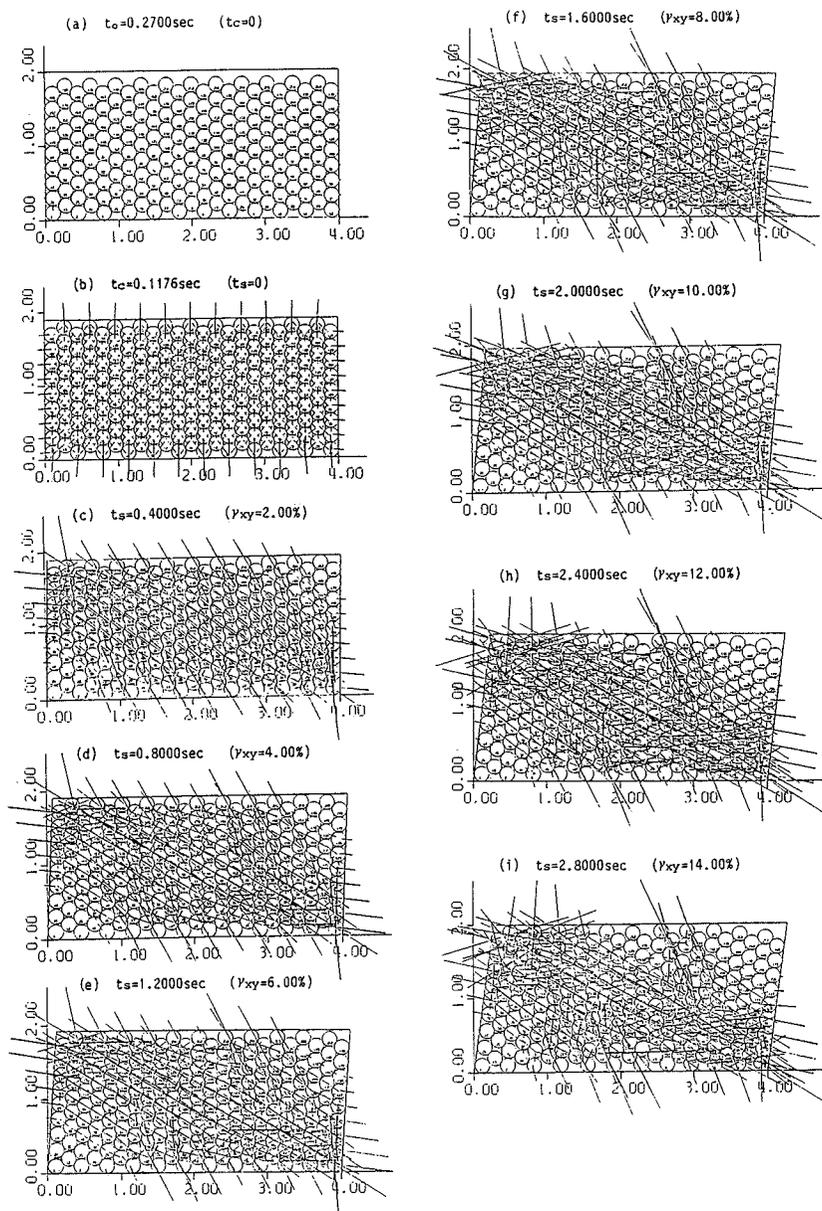


図-3 DEM解析(11/12配列)

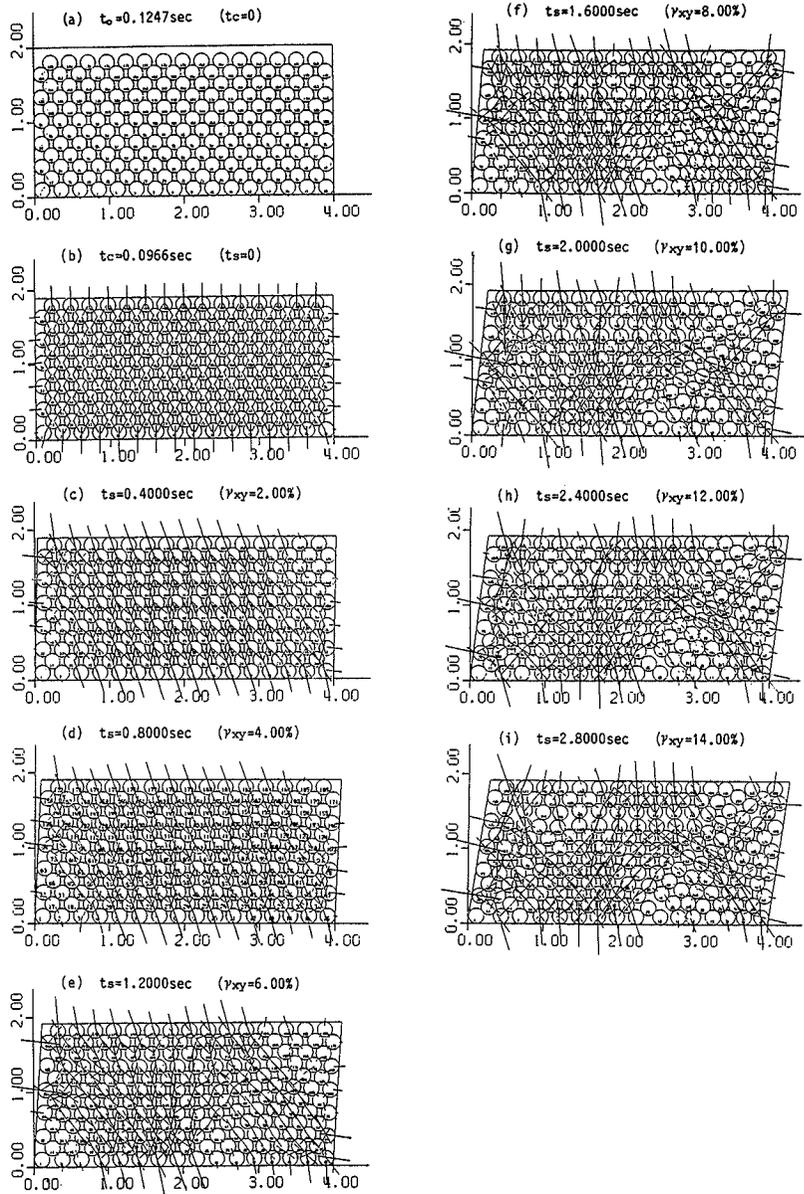


図-4 DEM解析 (15/16配列)

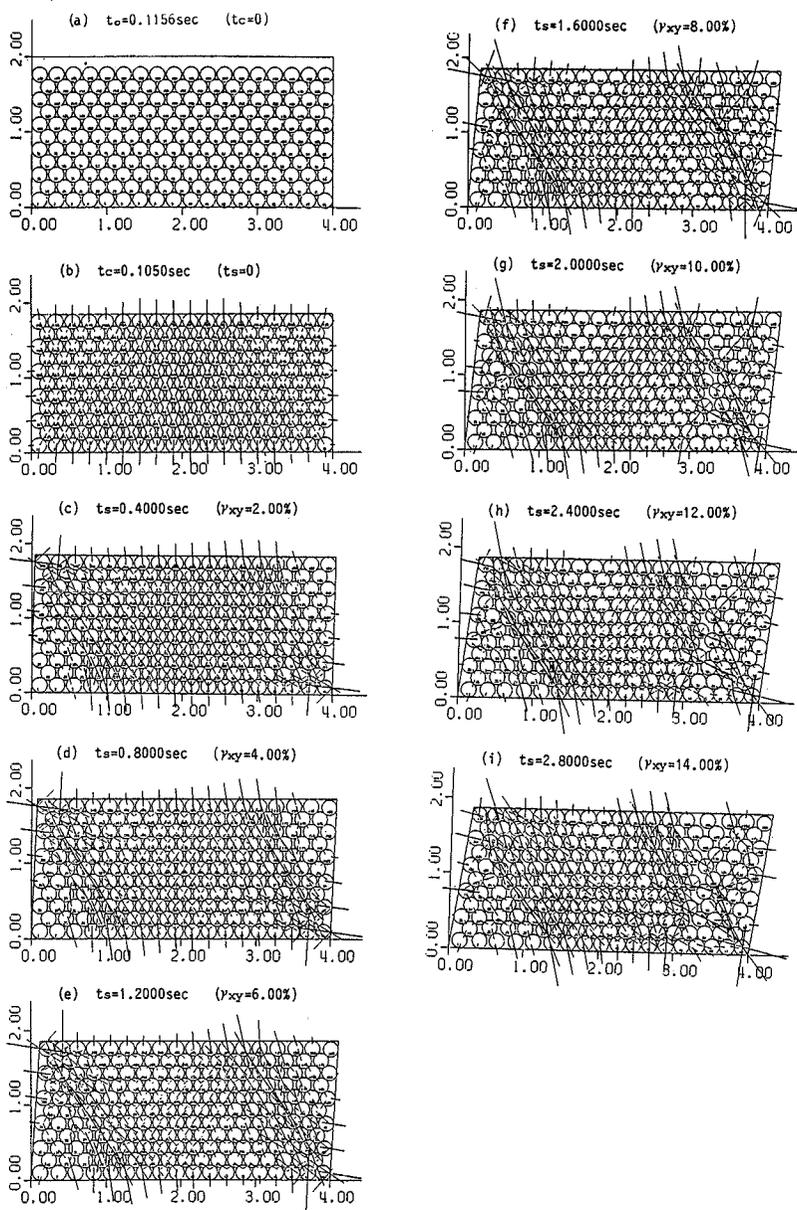


図-5 DEM解析(17/18配列)

ークを破壊と考え(図-3-(g), 図-4-(c), 図-5-(d)), その時の τ_{xy} と σ_x の関係を図-9に示す。これより c , ϕ を求めると表-IIのようになる。ここに用いた σ_x の大きさは0.1, 0.2, 0.4(kgf/cm²)とする低応力レベルである。図-10は、 ϕ と配

列(粒子間接触角 α)の関係を示したものである。このように、11/12配列において、強度特性は、ピーク強度が明確に現れ、顕著な体積膨張を示す乾燥砂の密

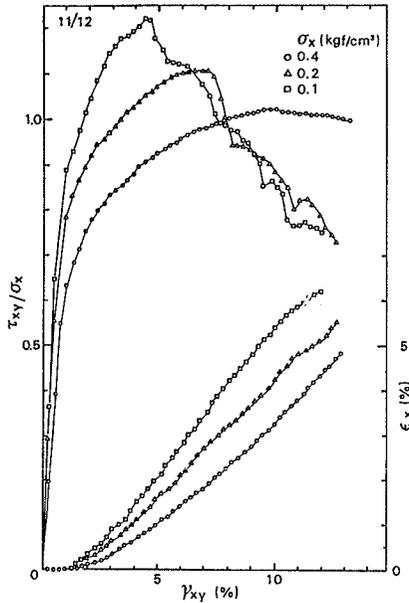


図-6 応力、ひずみ、体積変化曲線(11/12配列)

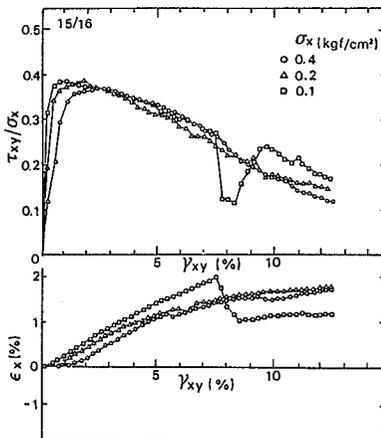


図-7 応力、ひずみ、体積変化曲線(15/16配列)

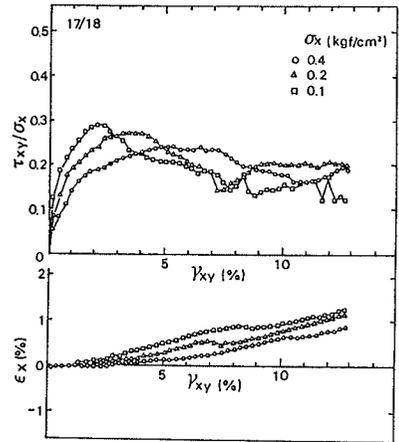


図-8 応力、ひずみ、体積変化曲線(17/18配列)

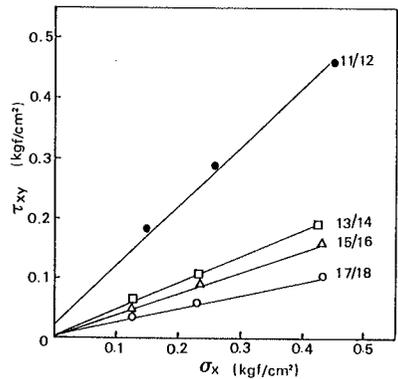


図-9 τ_{xy} と σ_x の関係

表-II 配列と強度定数

	c (kgf/cm ²)	ϕ (deg)
17 / 18	4.19×10^{-3}	12.7
15 / 16	5.59×10^{-3}	19.5
13 / 14	5.39×10^{-3}	23.4
11 / 12	4.67×10^{-2}	42.6

詰め状態のものによく似た挙動を示し、強度定数も他の3配列と比較しても極めて大きい。一方、15/16配列、17/18配列(13/14配列も含む)では強度定数、体積膨張とも小さい値を示している。総じて、内部摩擦角 ϕ は配列に著しく依存しているが、粘着力 c は11/12配列を除き、極めて小さく配列の影響はないと理解される。

3.2(3) 材料定数 $\phi, K/\eta$ の検討

つぎに、内部摩擦角 ϕ と ϕ_μ や K/η の関係を調べた。

粒子間摩擦角 ϕ_μ の大小がせん断特性に影響を与えることはよく知られているが⁵⁾、粒子配列や密度の条件を含めた ϕ への影響については明らかにされていない。そ

こで、粒子配列に注目して ϕ_μ と ϕ の関係について調べる。解析に用いた ϕ_μ は15°, 20°, 25°さらに前述の30°であり、その他の条件はすべて同一である。 ϕ_μ を小さく採ったときの15/16配列における、応力比および直ひずみの特性を図-11に示す。これらの結果をもとに、破壊曲線ならびに ϕ と ϕ_μ の関係をそれぞれ図-12と図-13に示す。このように、 ϕ_μ が大きくなれ

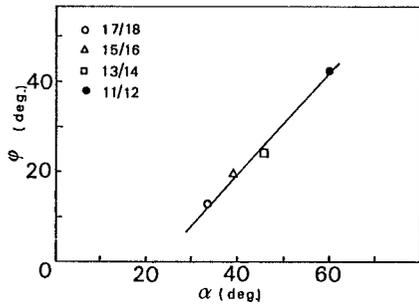


図-10 ϕ と粒子間接触角 α の関係

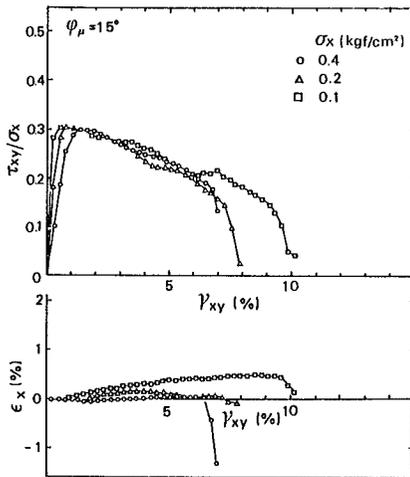


図-11 応力、ひずみ、体積変化曲線 (15/16配列, $\phi_\mu = 15^\circ$)

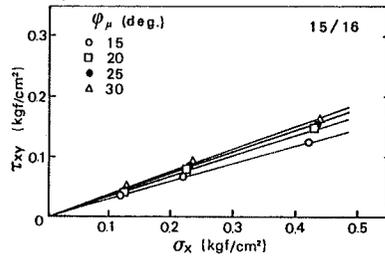


図-12 τ_{xy} と σ_x の関係(15/16配列)

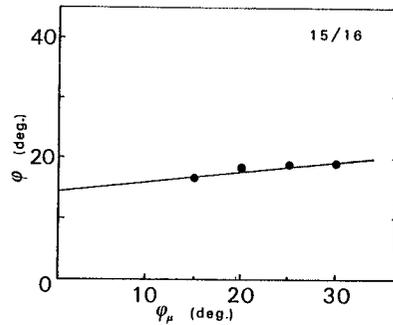


図-13 ϕ と粒子間摩擦角 ϕ_μ の関係

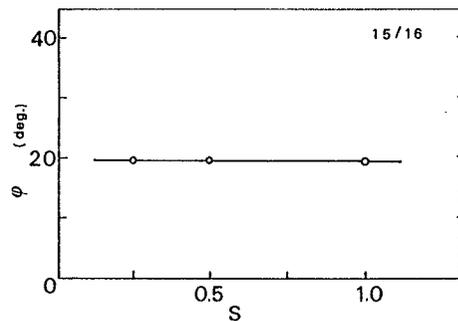


図-14 ϕ と $K/\eta = s$ の関係

ば ϕ の値, 体積膨張とも大きくなるが, 配列の変化による影響に比べて極めて小さいことがわかる。

つぎに, 剛性定数 K と粘性定数 η の比 K/η ($=S$)と ϕ の関係を調べてみよう。図-14は S を1.0, 0.5および0.25としたときの S と ϕ の関係を示している。この結果, S の変化が ϕ へ及ぼす影響は小さいと認められる。

4. 糸 舌

カンドルの開発した離散剛要素法 (DEM) の要素形状を円形に簡略化することによって多粒子からなる粒状体の流動解析の実用化を図っている。

そのうち, DEMにおける実用解析へのアプローチとして, 最も重要な材料定数の検討を行なった。材料定数 K , η を評価するにあたり, 砂のような粒径の小さい物質の場合にはDEMによる単純せん断試験のシミュレーションを実施して, 与えた材料定数 K , η と粒子配列に応じた c , ϕ が決定できることがわかった。

以下, 解析結果をまとめると次のようになる。

- ① 内部摩擦角 ϕ は粒子配列に依存し, 11/12配列で大きく, 配列数の増加 (粒子間接触角 α の減少) につれて小さくなる。
- ② 粘着力 c は評価できない。
- ③ 粒子間摩擦角 ϕ や $K/\eta = S$ などの粒子特性は, ϕ に影響を与えないが, 供試体の構造変化に大いに関与している。

参 考 文 献

- 1) Cundall, P.A.: A Computer Model for Simulating Progressive, Large Scale Movements in Blocky Rock Systems, Symp. ISRM, Nancy, France, Proc. Vol.2, pp.129~136, 1971
- 2) 木山英郎・藤村尚: カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文報告集, 第333号, pp.137~146, 1983
- 3) 木山英郎・藤村尚・二木隆: 地下浅所のトンネル周辺地盤の離散剛要素法解析と模型実験, 第6回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp.245~250, 1984
- 4) 藤村尚他: 離散剛要素法における岩の衝撃特性について(2), 鳥取大学工学部研究報告, 第14巻, 第1号, pp.207~216, 1984
- 5) Rowe, P.W.: Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of An Assembly of Particles in contact, Proc. Royal Soc., London, Series A, Vol.269, pp.500~527, 1962

