

岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究(4)

——平面ひずみ流動——

木山 英郎*・藤村 尚**

* 海洋土木工学科・** 土木工学科

(1984年8月2日受理)

Gravity Flow of Rock-Like Granular Materials (4)

——the Plane-Strain Flow——

by

Hideo KIYAMA* and Hisashi FUJIMURA**

* Department of Ocean Civil Engineering

** Department of Civil Engineering

(Received August 2, 1984)

For the designing purpose of the containing structures such as bin, silo, bunker and hopper, calculation methods of the flow loading in the steady state must be developed, and the mechanism of the transient overpressure, which have been considered to act on the bin wall at the start of flow, should be made clear.

From the point of view, in our previous papers we carried out the theoretical and experimental analysis of the axi-symmetrical flow in a cylindrical model bin. In the present paper, the plane-strain flow in a parallel-sided model bin is discussed. It includes the observations of particle behavior and flow pattern as well as the measurement of flow loading. As a result approximate calculations of the flow loading and the overpressure are presented.

1 はじめに

ビン、サイロ、バンカー、ホッパーなどの容器構造物の設計に関し、定常的な流動圧の算定法と流動開始直後に生ずるといわれる過剰圧の生成機構の説明が急務とされている。前報 [1, 2, 3, 4] まで、理論解析との対応が最も容易な円管内流動 (3次元軸対称流動) について連続的な取り扱いの観点から考察を進めてきたが、この装置では内部の粒子挙動を直接見る事ができないので、粒状集合体特有の流動形態や流速分布などの検討には不向きである。

そこで平板間流動装置を試作し、2次元平面ひずみ流動における粒子挙動の観察と流動圧の測定を実施し、それらの特徴をまとめるとともに、流動圧の近似計算法の一案を提言する。

2 実験概要

試料は前報と同じ気乾状態の砂丘砂 (2 mm フルイ通過分; 均等係数 2.71; 単位体積重量 1.61 gf/cm³ (ゆる詰), 1.67 gf/cm³ (密詰); 内部摩擦角 34°; 壁面摩擦角 10°) を用いた。

流動装置は図-1 (a) に示すように、奥行 20 cm, 横幅 41 cm, 高さ 200 cm の鉛直流動槽からなる。試料の供給は上部ホッパー 1 から供給管 2 を通じてチョークフィードとし、ヘッド H (流動槽底壁から供給管下端までの距離を用いる) は 40~100 cm の間で試験した。排出用スリット 5 の幅 D_s は 0.5~4 cm の間で 0.5 cm 間隔で変化させた。

また、静止時ならびに流動時の粒状体圧の測定は、図-1 (b) に示すように、側壁および底壁の各 4 箇所埋設した小型土圧計 (BE-2KD) を用いて行った。

3 流動形態

3.1 連続流動

一定ヘッドのチョークフィード状態で、下部スリットを開いて連続流動を開始すると、写真-3 (a) (後出) に示す状態から次に流路幅を増し、やがて写真-1, 2 に示すような一定の流路幅を有するところの定常的な流動状態に達する。

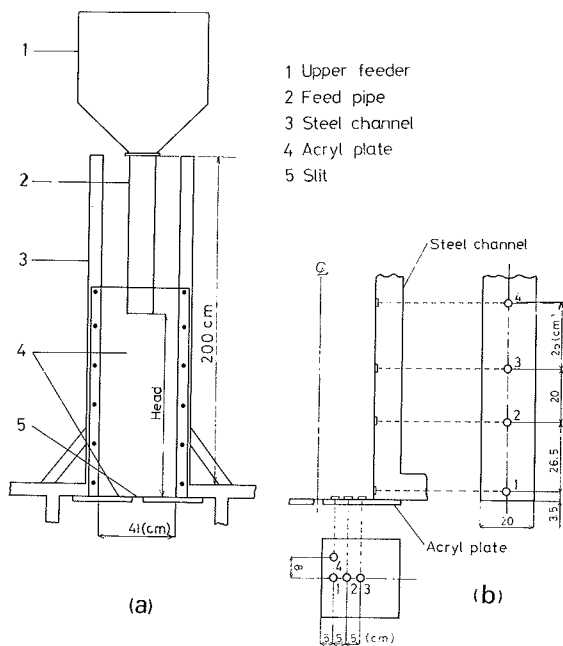
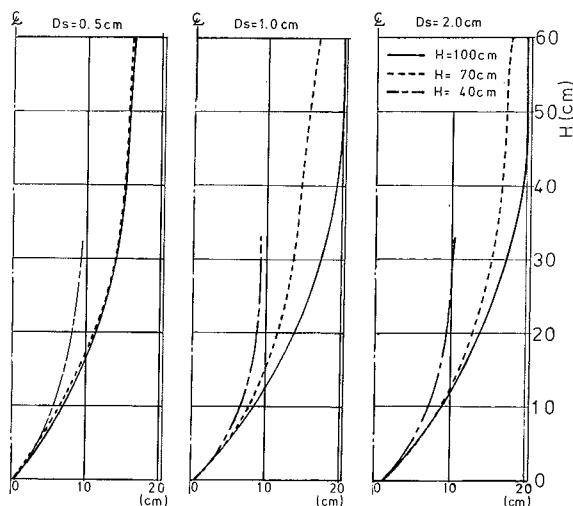


図-1 平面ひずみ流動装置

図-2 H と D_s による定常流路の変化

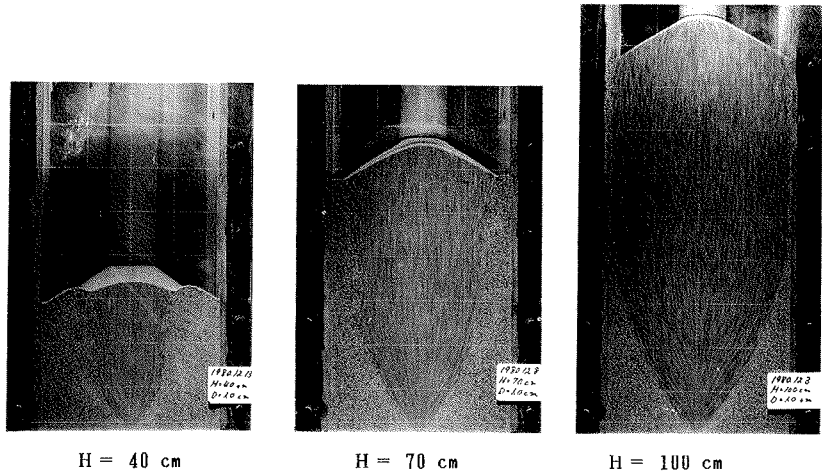
このとき、ヘッドH (写真-1) およびスリット幅Ds (写真-2) の違いにより、定常流路の形状と流速の相違が見られる。この中、流速に関しては、排出口スリット位置における平均流速 (あるいは排出流量) がスリット幅によって定まり、ヘッドの大小に無関係であることが認められた。このことは粒状体流動の大きな特徴であって、すでに円管内流動 [1, 2] において詳細を報告したとおりである。

一方、流路形状は図-2に示すようにスリット幅とヘッドに依存するが、スリット幅の増加による流路幅の増加は、上述した平均流速のスリット幅依存性から考えると予想外に僅小である。ヘッドの増加による流路幅の増加については、図-2 (a) に見られるように、与えられたスリットに対し、それ以上ヘッドを増加させても流路幅が増加しないところの最大の流路幅と臨界ヘッドが存在するようである。

定常的な連続流動時において

(写真-1, 2参照), 流路が鉛直に近い試料上部の流れは、流速も小さく、粒子の移動方向もほぼ鉛直方向である。そこから下部に向かって、流路の縮小とともに連続的に流速を増し、流路の傾斜に合わせて粒子の移動方向も滑らかに傾いてゆく。しかし、排出口近傍の流れは複雑で、かつ時間とともに微妙な変動を繰り返している。その中で、スリット直上にはほぼその幅に等しく、高さ10~15cmに達する最高速の領域 (以下コア領域と呼ぶ) が比較的安定した形で存在する。

コアの外周では粒子の移動方向は流路の輪郭線にほぼ平行であり、コア外周に斜交しているが、コア領域に達すると急激に向きを変え、コア内の流れに吸収

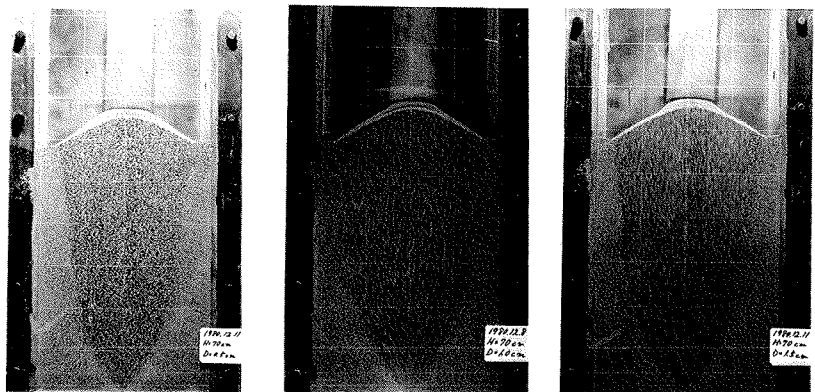


H = 40 cm

H = 70 cm

H = 100 cm

写真-1 連続流動におけるヘッドの違い (Ds=1.0 cm, 露出 3 秒)



Ds = 0.5 cm

Ds = 1.0 cm

Ds = 1.5 cm

写真-2 連続流動におけるスリット幅の違い (H = 70 cm, 露出 0.5 秒)

される。コア内では粒子の移動方向は鉛直もしくはスリット頂点に向かう放射状流れとなる。すなわち、コア外周は速度不連続線とみなされ、これに隣接する領域で粒子の移動方向に時間的な変動の著しいことが観察される (コア外周を速度不連続線とせず、これに隣接する領域に速度ベクトルの遷移域を考えることも可能であり、その場合には遷移域が不安定のために上述のような時間的な変動を生ずると解釈される)。

3・2 排出流動と非対称流れ

連続流動に引続き、上部ホッパーからの供給を絶って排出流動を開始すると、写真-3 (C) に示すように、ヘッドの下降とともに流路幅を減少させながら、写真-

4 (a), (b) に示す流動状態に達する。これら3枚の写真に見られるように、排出流動における流れは左右非対称となり、かつ高速度領域Bと低速度領域Aとの境界線12は流路中に顕著な速度不連続線を構成していることがわかる(この領域B内にさらに高速のコア領域Cがスリット直上に存在することは、前記連続流動の場合と同様である)。

なお、瞬間的な左右非対称の流れは、先に見た連続流動の開始時(写真-3(a))および定常流動中においても度々(写真-3(b))観察される。これらもまた図-3に示したと同様な高・低速度領域の生成によるものであり、こうした構造が二段・三段と重なって流路の

かなり上方にまで達していることがわかる。写真-1および-2に示した定常的な連続流動において、ほぼ鉛直方向の様な流れから、何らかの原因によって瞬時にこのような非対称な流れの構造に容易に移行する(その逆も同様)点は、粒状体の流動機構を考える上で重要であり、さらに詳細な検討が必要である。

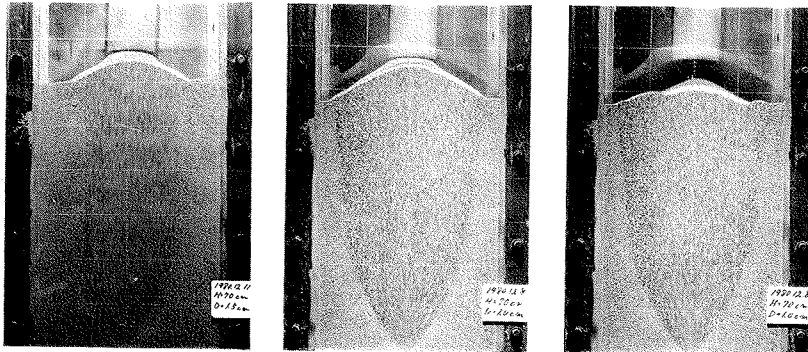
4 粒状体圧の測定

4.1 静止状態

供給管を通じて一定速度で充填したときの、側壁面上の静止時水平応力 $(\sigma_y)_w$ を図-4に示す。前報[4]の円管槽の場合と同様、静止時粒状体圧に対してはヤンセン式が適用できることを示している。

4.2 連続流動状態

連続流動時の壁面水平応力 $(\sigma_y)_w$ の測定記録の一例を図-5に示す。各図とも基線を静止時圧力にとり、流動開始とともに各点の $(\sigma_y)_w$ は増加し、定常流路を形成した後も時間的な変動を繰り返している。また最大値の出現も、流動開始直後のみならず、



(a) 連続流動開始 (b) 連続流動中 (c) 排出流動開始

写真-3 非対称流れの出現

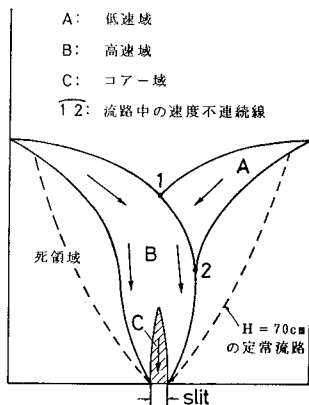
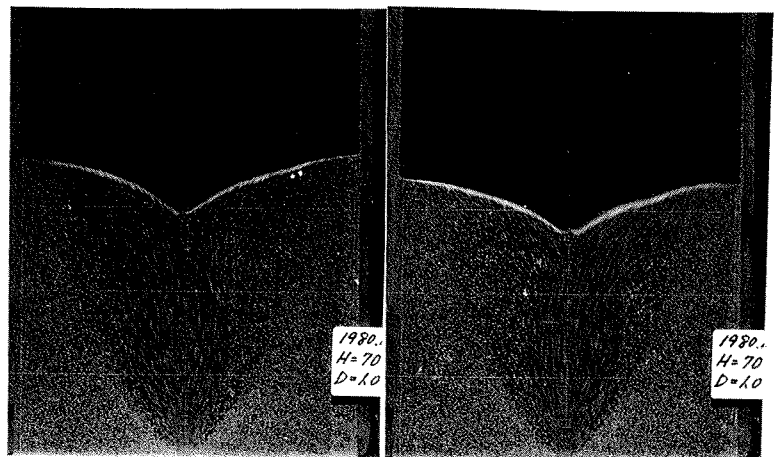


図-3 排出流動時の非対称流れ



(a) 左側高速 (b) 右側高速

写真-4 排出流動時の非対称流れ

深さ位置によっては定常流路を形成した後の場合もある。

図-5 (a) のように流路が試料内部にあるときには、介在する死領域の緩衝効果により、流動による壁面応力の増加も小さく、かつ変動幅も小さい。図-5 (b) のように流路が壁面に達したときには、応力増加も大きく、変動も激しい。

このようにして得られた流動時水平応力の各深さ位置

における最大値と最小値を、 $H=80\text{ cm}$ と 100 cm の場合についてスリット幅毎にまとめて示すと図-6 のようである。最小値が静止時圧力 (点線) にほぼ一致し、少なくとも流動時圧力は静止時圧力よりも高いことを示す。

最大値を結ぶ曲線は、いずれの場合も定常流路の縮流点 (いかえれば死領域頂点でありマスフロー・ビンにおける有効遷移点と呼ばれる) 付近で最大値を示すところ

のよく似た滑らかな凸形の曲線となる。上述の最小値曲線

(あるいは静止時圧力分布曲線) が深さ方向にかなり不規則な凹凸を示すのに対し、最大値曲線がこのように一定の滑らかな曲線に落ち着くことから、最大値の出現の不規則性 (図-5) にかかわらず値的には各深さ位置によって定まる限界値が存在するようである。なお、各位置における流動時圧力の最大値は静止時圧力の 2~4 倍の範囲にあるといえる。

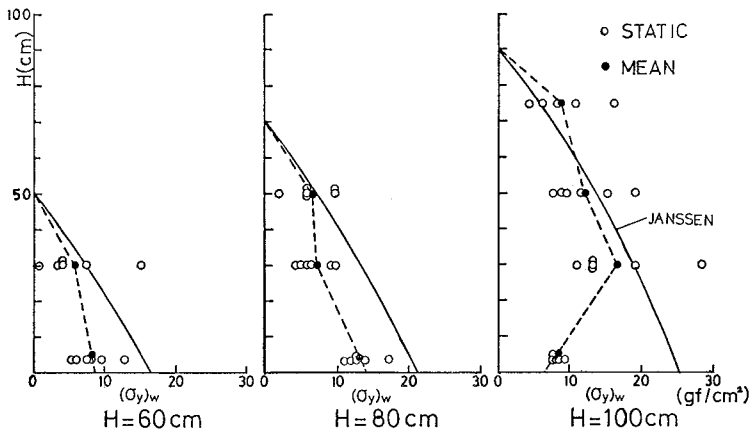


図-4 静止時の側壁面水平応力

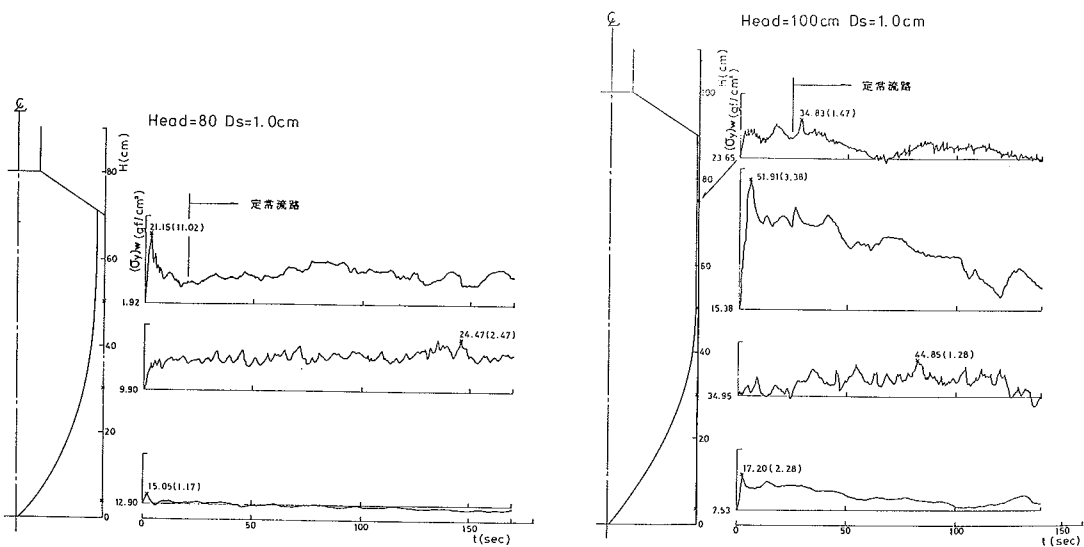


図-5 連続流動時の側壁面水平応力 $(\sigma_y)_w$ の測定例

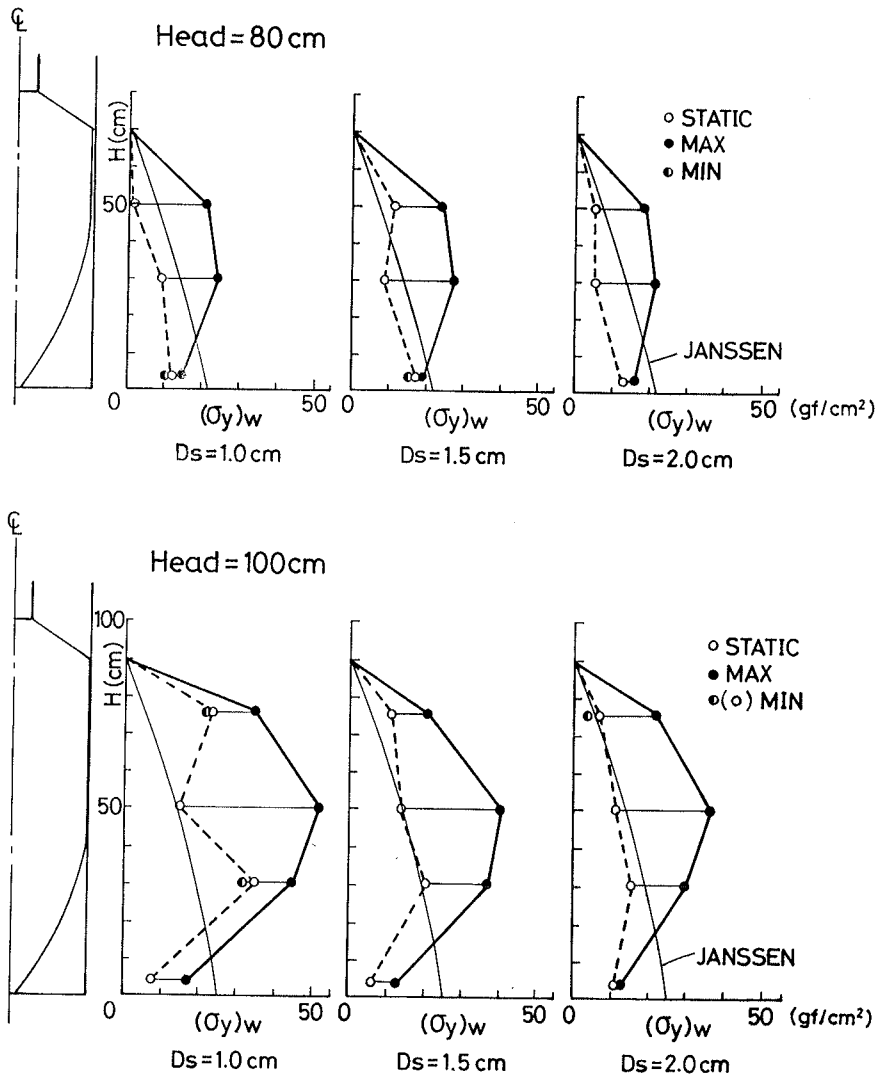


図-6 連続流動時の $(\sigma_y)_w$ の最小値と最大値

5 流動圧の近似計算

5.1 速度特性曲線と応力場の近似解

Jenike [5] の提案した流動時応力場と速度場の構成に関する詳細は文献1) で論じた。その後著者らは新しい流動基準 [3] を得たので、ここではそれを用いて平面ひずみ流動における応力場と速度場の構成法をまとめ

ておく。

a) 応力場の構成

流動状態線 (RYL) の傾角として定義した流動摩擦角 α を用いて、新しい流動基準は次式で与えられる。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 $\tan \alpha = \sin \delta$ (δ は有効摩擦角) とおけば Jenike の流動基準となり、 $\sin \phi$ (ϕ は内部摩擦角) とお

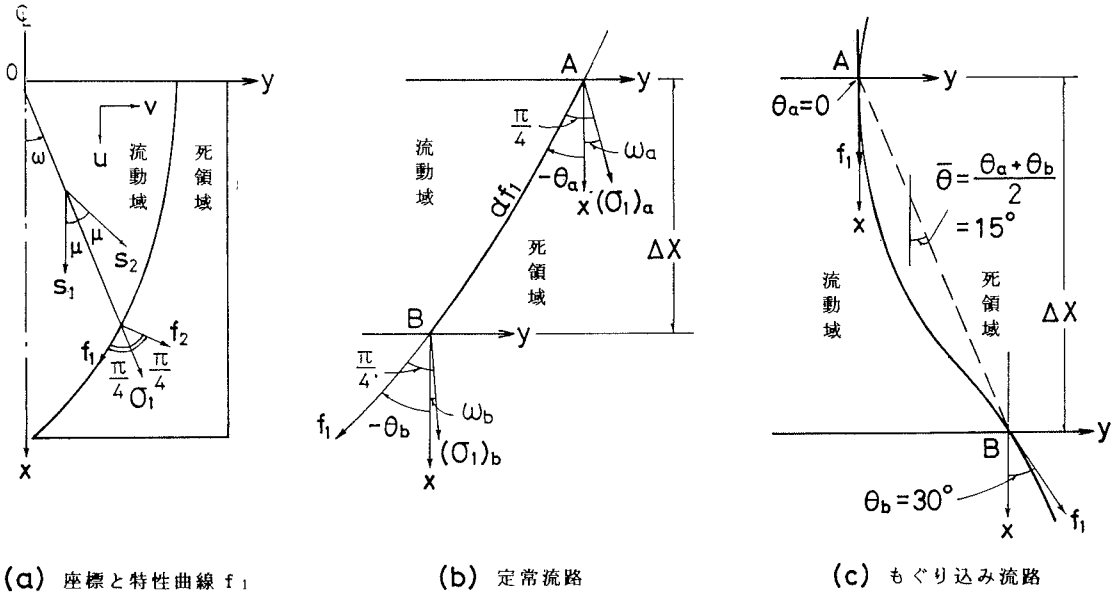


図-7 流動時粒状体圧の解析のための座標と変数の説明図

けば通常の降伏条件に対応する。

式 (1) を応力のつり合い条件式 (2) に用いれば、式 (3) に示す応力場の基本式が得られる。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \gamma, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$(1 + \tan \alpha \cos 2\omega) \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x} + \tan \alpha \sin 2\omega \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial y} - 2\bar{\sigma} \tan \alpha \sin 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} + 2\bar{\sigma} \tan \alpha \cos 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} = \gamma \quad (3-a)$$

$$\tan \alpha \sin 2\omega \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x} + (1 - \tan \alpha \cos 2\omega) \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial y} + 2\bar{\sigma} \tan \alpha \cos 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} + 2\bar{\sigma} \tan \alpha \sin 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0 \quad (3-b)$$

ここに、 $\bar{\sigma}$ は平均主応力 $(\sigma_1 + \sigma_2) / 2$ であり、 ω は図-7 (a) に示すように σ_1 と X 軸のなす角 (反時計方向を正) を表す。

式 (3) より応力の特性曲線 s_1, s_2 は、

$$\frac{dy}{dx} = \tan(\omega \mp \mu), \quad \mu = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \sin^{-1}(\tan \alpha) \quad (4)$$

で与えられる。式 (4) を式 (3) に用いて Kötter 型の式に変換すれば、 s_1, s_2 に沿う $\bar{\sigma}, \omega$ を決定できる。

b) 速度場の構成

図-7 (a) に示すように、 x, y 方向の速度成分をそれぞれ u, v とするとき、非圧縮性を仮定した連続の条件 (5) および等方、等軸性の条件 (6) は、

$$\frac{du}{dx} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\tan 2\omega = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (6)$$

のようになる。式 (5), (6) より、速度の特性曲線 f_1, f_2 は次式で与えられる。

$$\frac{dy}{dx} = \tan\left(\omega \mp \frac{\pi}{4}\right) \quad (7)$$

ところで、式 (5), (6) は u, v に関する双曲型偏微分方程式であって、 f_1, f_2 に沿う $\bar{\sigma}, \omega$ が既知であれば、速度場の基本式として通常の塑性解析にけると同様に数値積分によって u, v を決定し得る。しかしながら、式 (7) の速度の特性曲線 f_1, f_2 と式 (4) の応力の特性曲線 s_1, s_2 とが一致していないため、一般には f_1, f_2 に沿う $\bar{\sigma}, \omega$ を式 (4) から決定することは困難であり、式 (5), (6) で与えられる速度場の基本式はそのままでは実用に供し得ないこ

ととなる。

C) 近似解

流動実験においては、応力の特性曲線 s_1, s_2 の観察は不可能だが、速度の特性曲線 f_1, f_2 のあるものは流線として観察し得る場合がある。その場合の流動時応力の一つの近似解析法として、以下のように f_1, f_2 に沿う $\bar{\sigma}$, ω の微分方程式を用いた数値解析法を提案する。すなわち、式 (7) を変形して、

$$\left. \begin{aligned} d/d f_1 \\ d/d f_2 \end{aligned} \right\} = \cos(\omega \mp \frac{\pi}{4}) \frac{\partial}{\partial x} + \sin(\omega \mp \frac{\pi}{4}) \frac{\partial}{\partial y} \quad (8)$$

これを $\partial / \partial x, \partial / \partial y$ について解いて、応力場の基本式 (3) に代入して整理すれば、 f_1, f_2 に沿う $\bar{\sigma}$, ω の微分方程式を得る (ただし、異族の特性曲線に沿う微係数、左辺第3項を含んだ不完全なものとなっている)。

f_1 に沿って、

$$\left[\frac{d\bar{\sigma}}{d f_1} - \frac{d\omega}{d f_1} 2\bar{\sigma} \tan \alpha \right] + \frac{d\bar{\sigma}}{d f_2} \tan \alpha = \gamma \cos(\omega - \pi/4) \quad (9-a)$$

f_2 に沿って、

$$\left[\frac{d\bar{\sigma}}{d f_2} + \frac{d\omega}{d f_2} 2\bar{\sigma} \tan \alpha \right] + \frac{d\bar{\sigma}}{d f_1} \tan \alpha = -\gamma \sin(\omega - \pi/4) \quad (9-b)$$

f_1 に沿う $d\bar{\sigma}/d f_2, f_2$ に沿う $d\bar{\sigma}/d f_1$ が微少なら、これを無視することによって式 (9) は Kötter 型の微分方程式となり数値積分によって $\bar{\sigma}, \omega$ を決定することができる。

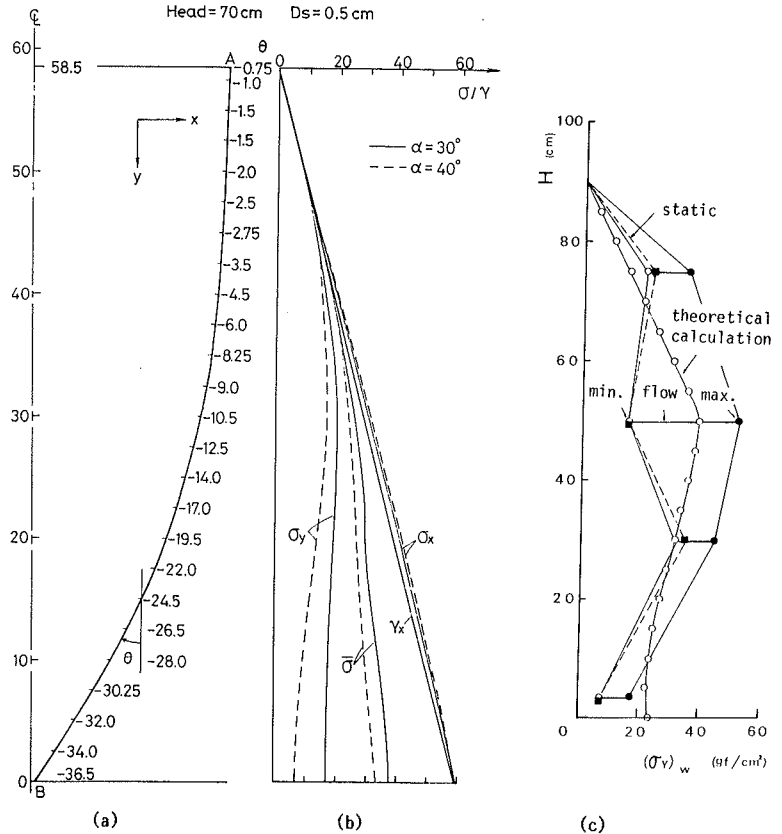


図-8 連続流動時の粒状体圧の計算例

5. 2 解析例

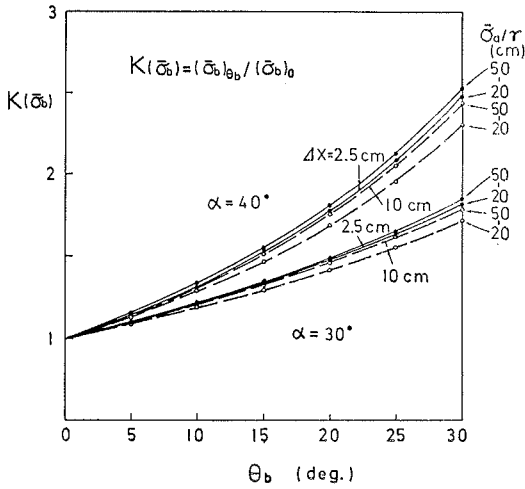
a) 連続流動時粒状体圧

写真-1, -2 あるいは図-2 に示すように、定常流路の輪郭線は試料上表面から下部排出口にいたる一つの滑らかな流線を示す。これに直交する方向の流速は0であるから、この流線は速度の特性曲線の一つとなる。

図-7 (a) に示す流線は、流動方向と考え得る第一主応力の方向とから、 f_1 曲線であることがわかる。この f_1 曲線に沿って、それに直交する方向の平均主応力 $\bar{\sigma}$ の変化が微少であるとして、 $d\bar{\sigma}/d f_2 = 0$ とすれば、式 (9-a) から次式を得る。

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d f_1} - \frac{d\omega}{d f_2} 2\bar{\sigma} \tan \alpha = \gamma \cos(\omega - \frac{\pi}{4}) \quad (10)$$

さらに、図-7 (b) に示すように、 f_1 の x 軸となす角 θ (反時計方向を正) を用いて、式 (10) は次のよ



(a) 平均主応力過動圧係数 (上図)
(b) 水平応力過動圧係数 (右図)

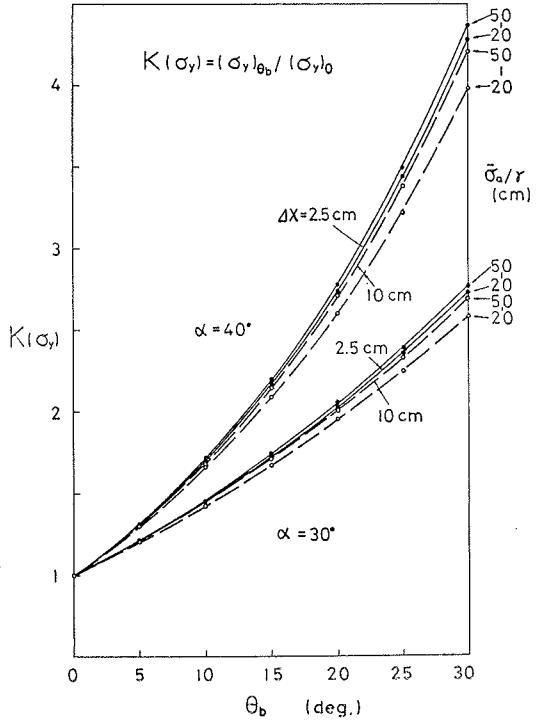


図-9 非対称流れのもぐり込み流路から計算された過動圧係数

うに差分表示できる。

$$\frac{\bar{\sigma}_b}{Y} = \frac{\Delta x}{\{1 + (\theta_a - \theta_b) \tan \alpha\} + \frac{\bar{\sigma}_a (1 - (\theta_a - \theta_b) \tan \alpha)}{Y \{1 + (\theta_a - \theta_b) \tan \alpha\}} \dots (11)$$

計算結果の一例として、図-8 (a) に示すように $H = 70 \text{ cm}$, $D_s = 0.5 \text{ cm}$ の場合の観察された定常流路から、 $\Delta x = 2 \text{ cm}$ 間隔で θ を読み取り、式 (11) を用いて $\bar{\sigma}$ を上表面 ($\bar{\sigma} = 0$) から順次計算した結果は同図 (b) に示すようである。同図 (b) には $\bar{\sigma}$ からさらに σ_x , σ_y を計算した結果も示してある。

また、このようにして計算された σ_y と実測された流動時壁面応力 (σ_y) w とを対比した一例 ($H = 100 \text{ cm}$, $D_s = 1.0 \text{ cm}$) を同図 (c) に示す。この近似計算法による結果が実測値によく対応していることがわかる。

b) 過動圧

排出流動時のみならず連続流動時においても、非対称流れが生ずることは3. 2に述べた。このとき、流路の輪郭部においては図-7 (c) に示すように、死領域にもぐり込む(拡大流)形の流線 f_1 が生ずる。このよう

な流線 f_1 に沿って式 (11) を適用すると、微少区間 Δx で著しい応力増加が見込まれる。

計算例として、試料の流動摩擦角を $\alpha = 30^\circ$ の間で、 Δx を 2.5 cm と 10 cm の場合について示すと図-10 のようである。もぐり込み流れの生ずる深さ位置の影響をみるため、 $\bar{\sigma}_a/r$ も $20 \sim 50 \text{ cm}$ の間で変化させた。なお、 $\theta_a = 0^\circ$, $\theta_b = 30^\circ$ としても、点A, B間の平均傾斜角は 15° で f_1 曲線の変化としては比較的滑らかで通常の流動実施において十分予期されるものである。

図-9 (a) は鉛直方向に定常流動している場合、つまり f_1 曲線が鉛直 ($\theta_b = 0^\circ$) の場合の点Bにおける平均応力 ($\bar{\sigma}_b$) o を基準として、種々の傾斜角のもぐり込み流れが生じた場合の応力増加を表わしたもので、平均主応力過動圧係数 $K(\bar{\sigma}_b)$ と呼ぶことにする。

$$K(\bar{\sigma}_b) = (\bar{\sigma}_b)_{\theta_b} / (\bar{\sigma}_b)_o \dots (12)$$

同様に同図 (b) は、点Bにおいて $\theta_b = 0^\circ$ の場合の水平応力 (σ_y) w を基準としたときの水平方向過動圧係数 $K(\sigma_y)$ を次式で定義して、図示したものである。

$$K(\sigma_y) = (\sigma_y)_{\theta b} / (\sigma_y)_0 \dots (13)$$

図から、過動圧係数は α と θb によって大きく変化し、 Δx および $\bar{\sigma}/r$ による差が少ないのが特徴といえる。つまり、流動摩擦角で表される試料物性ともぐり込み流れによる f_1 曲線の傾斜角の大小によって、過動圧係数の大きさが支配される。

また、同一条件において $K(\bar{\sigma}b) < K(\sigma_y)$ であって、もぐり込み現象における平均主応力の増加の割に、水平方向主応力の増加が大きいのを示す。これはもぐり込み現象による第一主応力の水平方向への回転が過動圧発生の重要な因子であることを示すものと解される。

従来、たとえばJenikeら [6] によって求められている過動圧は、静止時の σ_y に対する流動開始直後の σ_y の比で示されており、ここでは式(13)の $K(\sigma_y)$ がそれに対応する。今回得られた過動圧係数の大きさは図-9(b)から $K(\sigma_y) = 1.0 \sim 4.3$ の範囲であるが、基準値とした $(\sigma_y)_0$ が静止時の σ_y の2.5倍(静止土圧係数を0.4とした場合)程度と考えられるので、これを計算に入れると、今回の解析結果は「流動時においてもぐり込み現象によって生ずる水平方向応力は静止時のその2.5~11倍の大きさとなる」ことを示す。この値は従来から実験結果として推定されている過動圧の大きさ、すなわち静止圧の3~4倍とかあるいは10倍以上とかいわれる値によく合致している。

6 結 論

サイロに代表される容器構造物中の岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究として、本報では、流動形態の観察に便利な平面ひずみ流動を採り挙げて考察した。

連続流動と排出流動の模型実験から、対称な流動槽の左と右とで流動速度の異なる非対称流れが定常的な流動状態の中でも容易に発生し得ることを見出し、粒状体

に特有の流動機構の一つとして今後の検討が期待されることを述べた。

ついで、実験によって得られる特定の流線を速度特性曲線の一つとして、これに沿う応力を数値計算で求める応力場の近似解法を提案し、連続流動時の壁面応力の算定に十分適用できることを示した。さらに、上述の非対称流れによって生じるもぐり込み(拡大流)現象に適用して、静止圧の数倍から10倍程度の過動圧が生じ得ることを示し、この近似解法の実用性ととも非対称流れによる過動圧の発生という新たな可能性を提言することができた。

参 考 文 献

- 1) 木山英郎・小西正郎：岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究(1)，鳥取大学工学部研究報告，第9巻，第1号，pp.213-228，1978
- 2) 木山英郎，藤村 尚，小西正郎，太田圭哉：岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究(2)——静止時粒状体圧の検討——，鳥取大学工学部研究報告，第10巻，第1号，pp.238-252，1979
- 3) 藤村 尚，木山英郎，勝見 雅，岩成敬介：岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究(3)——リングせん断試験——，鳥取大学工学部研究報告，第13巻，第1号，pp.108-120，1982
- 4) 木山英郎，藤村 尚：岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究，土木学会論文報告集，第322号，pp.101-110，1982
- 5) Jenike, A.W. : Gravity Flow of Bulk Solids, Bulletin of the Univ. of Utah, No.108, pp.35-50, 1961
- 6) Jenike, A.W. and J.R.Johnson : Bin Loads, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.94, No.ST4, pp.1011-1041, 1968