適応制御系における安定性の改善

山　本　祥　弘*

(1983年6月17日受理)

Stability Improvement for the Adaptive Control Systems

by

Yoshihiro YAMAMOTO

(Received June 17, 1983)

This paper presents a new adaptive algorithm for a class of model reference control systems. The algorithm presented is an extension of the commonly used integral or proportional plus integral adaptive laws and functions as an adaptive law, giving the stability, or the asymptotic stability, of the systems under well known assumptions. The main feature of this paper is that the proposed algorithm gives the improved stability from the Liapunov stability viewpoint or, in other words, improves the transient responeses of the state and parameter error vectors. Simulation results show the effectiveness of the algorithm proposed.

1　緒　　　言

約25年前，自己適応制御系の設計[1]が提案されて以来，適応制御に関する研究は活発に進められているが，設計されたシステムの安定性に関する問題，あるいはその他の不備により、実用に耐え得るだけのものは求められてきていなかった。一方，Parks[2]は，リアプノフ法による適応制御系の設計法を示し，Monopoli[3]は，拡張誤差信号の導入により，出力信号の微分値を必要としない適応法則を導くことに成功した。これらの研究をきっかけに，適応制御理論の数学的側面は，近年，急速な進展を遂げつつある。その代表的な手法に，モデル規範型適応制御系の設計法が挙げられる。これは主に，Narendra[4]らのグループにより発展させられたものであり，要約すれば、次の2点にまとめられる。

(1)　与えられたプラトン及びモデルから，望ましい特性の誤差システムを導くこと。

(2)　得られた誤差システムに含まれる可調整パラメータに，システム全体の安定性を保証する適応則を与えること。

(1)の問題については，通常課されているプラント及びモデルに対する仮定のもとで，Eqardt[5]が，かなり一般的な導出法を求めている。ところが，(2)の適応則に関しては，ほとんどの文献において，積分形適応則のみが用いられており，ただLandau[6]及び彼ら一派は，比例＋積分形適応則を常用しているのが，特徴である。いずれにせよ，この積分形適応則は，リアプノフ安定定理において，安定性を保証するのみで，漸近安定性を与えてはいない。従って，従来の適応則の見直しによって安定性を改善し，あわよくば，漸近安定性を与えることが可能かどうかをさぐるのが，本研究の目的である。

*　生産機械工学科　Department of Mechanical Engineering

ここで提案される適応則は，従来の積分形，あるいは比例＋積分形適応則に，積分器の出力を，ある種のフィルターを通してフィードバックする項を付加し，適応ループ自身をフィードバック系としたものである。得られた適応則は，比例＋積分＋２重積分形と見做すことができ，含まれる係数パラメータの値の選び方により，従来の積分形あるいは比例＋積分形を，その特別な場合として含む，一般的なものである。さらに，係数パラメータの適切な値により，新しい適応則の従来のものに対する安定性の改善が保証される。このことは，誤差ベクトルとパラメータ誤差ベクトルに関するリアプノフ関係の性質から導かれ，従って，これらのベクトルの応答改善であるともいうことができる。以上の結果が，簡単なスカラー系に対するシミュレーションによって，種々の入力に対し検討され，プラントとモデルの出力と可調整パラメータに対する顕著な応答改善から，提案される適応則の有効性が確認される。

2．誤差システム

プラントおよびモデルの出力の差を誤差変数として，あるいは必要ならば，拡張誤差変数の利用により，強正実性を備えた誤差システムを導くことができる。この誤差システムは，一般に状態変数表示で次のように支えられる。

$$\dot{e}(t)=\boldsymbol{F}e(t)+\boldsymbol{g}\theta(t)^{T}\boldsymbol{v}(t) \cdots\cdots(1a)$$

$$e_1(t)=\boldsymbol{h}^{T}\boldsymbol{e}(t), \cdots\cdots(1b)$$

ここに，$\boldsymbol{e}(t)$は n 次元誤差ベクトル，$\boldsymbol{v}(t)$は p 次元ベクトルで既知関数，$e_1(t)$はスカラーの出力誤差，$\boldsymbol{\theta}(t)$は p 次元可調整パラメータ誤差で $\boldsymbol{\theta}(t)=\mathbf{z}(t)-\mathbf{z}^{*}$，$\mathbf{z}(t)$は可調整パラメーターベクトル，$\mathbf{z}^{*}$は未知の定数ベクトルとする。さらに（$\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{h}$）で定まるシステムの伝達関数は強正実であると仮定しても一般性を失わない。この時，任意の正定値対称行列 $\mathbf{Q}$ に対し，

$$\boldsymbol{PF}+\boldsymbol{F}^{T}\boldsymbol{P}=-\boldsymbol{Q}, \cdots\cdots(2a)$$

$$\boldsymbol{Pq}=\boldsymbol{h} \cdots\cdots(2b)$$

を満す正定値行列 $\boldsymbol{P}$ が存在する。

このように与えられた誤差システム(1)に対し，適応則として次式を考える。

$$\boldsymbol{\theta}(t)=\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{Gv}(t)e_1(t), \cdots\cdots(3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_1(t)=-\boldsymbol{Kv}(t)e_1(t), \cdots\cdots(4)$$

ここに，$\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{G}$ は各々，正定，及び半正定値行列とする。これは，比例＋積分形適応則として知られており，安定な適応制御系を与えることが，以下のようにして示される。システム(1), (3), (4)に対するリアプノフ関数候補として，

$$\begin{aligned}V_1(t)&\triangleq V_1(\boldsymbol{e}(t), \boldsymbol{\theta}_1(t))\\&=\boldsymbol{e}(t)^{T}\boldsymbol{Pe}(t)+\boldsymbol{\theta}_1(t)^{T}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\theta}_1(t) \cdots\cdots(5)\end{aligned}$$

を考える。この関数 V_1のシステム(1), (3), (4)の解軌道に沿った時間微分は，

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t)=&\boldsymbol{e}(t)^{T}(\boldsymbol{F}^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{PF})\boldsymbol{e}(t)\\&+2e_1(t)\boldsymbol{v}(t)^{T}\boldsymbol{GK}^{-1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_1\\&+2\boldsymbol{\theta}(t)^{T}(\boldsymbol{v}(t)e_1(t)+\boldsymbol{K}^{-1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_1(t)) \cdots\cdots(6a)\\=&-\boldsymbol{e}(t)^{T}\boldsymbol{Qe}(t)-(e_1(t))^{2}\boldsymbol{v}(t)^{T}\boldsymbol{Gv}(t)\leqq 0\cdots(6b)\end{aligned}$$

となり，適応則(3), (4)式は，有界な $\boldsymbol{e}(t)$，$\boldsymbol{\theta}_1(t)$ を保証する。又もし $\boldsymbol{u}(t)$が有界であれば，誤差ベクトル $\boldsymbol{e}(t)$は 0 に漸近し，$\boldsymbol{u}(t)$がさらに，*richness* の条件（十分に多い周波数成分を含むこと）を満せば，パラメータ誤差 $\boldsymbol{\theta}_1(t)$ も 0 に収束，すなわちシステムの漸近安定性が示される。ここに，適応則(4)は（6 a）式右辺第３項を 0 とするように選ばれている。

一方，(4)式の代わりに

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_1(t)=-\boldsymbol{D}\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{Kv}(t)e_1(t) \cdots\cdots(7)$$

を用いると，

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t)=&\boldsymbol{e}(t)^{T}\boldsymbol{Qe}(t)-2(e_1(t))^{2}\boldsymbol{v}(t)\boldsymbol{Gv}(t)\\&-2\boldsymbol{\theta}_1(t)^{T}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}\boldsymbol{\theta}_1(t)<0 \cdots\cdots(8)\end{aligned}$$

となり，無条件にシステム(1), (3), (7)の漸近安定性が保証される。ここに $\boldsymbol{D}$ は，$\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}$が正定対称行列となるように選ばれなければならない。例えば，$\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{D}$ を共に対角正定行列に並べば，$\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}$も対角で正定行列となる。ところが，適応則(7)を可調整パラメーター $\mathbf{z}_1$：$\mathbf{z}_1(t)=\boldsymbol{\theta}_1(t)+\mathbf{z}^{*}$，で表わすと，

$$\dot{z}_1(t)=-\boldsymbol{D}(z_1(t)-z^{*})-\boldsymbol{Kv}(t)e_1(t), \cdots\cdots(9)$$

となり，未知定数 z^{*}を消去することができない。すなわち(7)式は実行不可能となる。ここで考えられる１つの方法は，未知定数 z^{*}を他の推定ベクトル $\mathbf{z}_2(t)$で置き換えることである。もし $\mathbf{z}_2(t)$が $\mathbf{z}^{*}$に漸近し，従って $\mathbf{z}_1(t)$が $\mathbf{z}^{*}$に漸近すれば，これは(9)式に代行する近似式となり得る。このとき，$\mathbf{z}_2(t)-\mathbf{z}_1(t)$が 0 に収束しなければならない

ことは明らかであり，これらを総合して，$\mathbf{z}_2(t)$ を $\mathbf{z}_1(t)$ を入力とするあるフィルターの出力と見做して，次式のように仮定することは妥当である。

$$\dot{z}_1(t)=-\boldsymbol{D}(z_1(t)-z_2(t))-\boldsymbol{K}\boldsymbol{v}(t)e_1(t), \cdots\cdots(10a)$$
$$\dot{z}_2(t)=A(z_2(t)-z_1(t)), \cdots\cdots(10b)$$

これを，パラメータ誤差ベクトル $\boldsymbol{\theta}_i$：$\boldsymbol{\theta}_i=\mathbf{z}_i-\mathbf{z}^*$, $i=1$, 2，で表わせば，

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_1(t)=-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{\theta}_2(t))-\boldsymbol{K}\boldsymbol{v}(t)e_1(t), \cdots(11a)$$
$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_2(t)=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_2(t)-\boldsymbol{\theta}_1(t)). \cdots\cdots(11b)$$

ここで係数 $\boldsymbol{A}$ は，システム(1)，(11)式全体が安定となるように定められねばならず，さらに得られるアルゴリズムの性質等とともに，次節で検討する。

3．新しい適応アルゴリズム

未知係数 $\boldsymbol{A}$ を含むシステム(1)，(3)，(11)に対し，実数値関数 V_2を次のように定義する。

$$\begin{aligned}V_2(t)&\triangleq V_2(\boldsymbol{e}(t),\boldsymbol{\theta}_1(t),\boldsymbol{\theta}_2(t))\\&=\boldsymbol{e}(t)^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}(t)+\boldsymbol{\theta}_1(t)^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\theta}_1(t)\\&\quad+\boldsymbol{\theta}_2(t)^T\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{\theta}_2(t)\cdots\cdots(12)\end{aligned}$$

ここに，$\boldsymbol{R}$ は未知の対称行列である。関数 $V_2(t)$ のシステム(1)，(3)，(11)の解に沿っての時間微分は，

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(t)=&-\boldsymbol{e}(t)^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}(t)\\&-2(\boldsymbol{e}_1(t))^2\boldsymbol{v}(t)^T\boldsymbol{G}\boldsymbol{v}(t)\\&-2\boldsymbol{\theta}_1(t)^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{\theta}_2(t))\\&+2\boldsymbol{\theta}_2(t)^T\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_2(t)-\boldsymbol{\theta}_1(t)), \cdots\cdots(13)\end{aligned}$$

ここで，$\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{K}$, と選ぶと，

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(t)=&-\boldsymbol{e}(t)^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}(t)-2(e_1(t))^2\boldsymbol{v}(t)^T\boldsymbol{G}\boldsymbol{v}(t)\\&-2(\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{\theta}_2(t))\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_1(t)\\&-\boldsymbol{\theta}_2(t))\leqq 0\cdots\cdots(14)\end{aligned}$$

ここで等号は，$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{\theta}_1=\boldsymbol{\theta}_2$の時成立するが，$\boldsymbol{\theta}_1=\boldsymbol{\theta}_2$であれば(11)式より $\boldsymbol{\theta}_1=\boldsymbol{\theta}_2=$一定となり，結局，$\boldsymbol{K}\boldsymbol{v}e_1=\boldsymbol{0}$ でなければならない。これより，関数 $\boldsymbol{v}(t)$ に依存して［定理1］が導かれることは，文献3）と全く同じである。まず，本論で提案される，システム(1)に対する適応アルゴリズムは，次のようである。

$$\begin{cases}\boldsymbol{\theta}(t)=\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{G}\boldsymbol{v}(t)e_1(t) \cdots\cdots(15a)\\\dot{\boldsymbol{\theta}}_1(t)=-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{\theta}_2(t))-\boldsymbol{K}\boldsymbol{v}(t)e_1(t), (15b)\\\dot{\boldsymbol{\theta}}_2(t)=-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_2(t)-\boldsymbol{\theta}_1(t)), \cdots\cdots(15c)\end{cases}$$

ここに，係数行列 $\boldsymbol{G}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{K}$ は正定値対称行列であり，かつ，$\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}$も正定値対称行列とする。

［定理1］(15)式の適応アルゴリズムは，誤差システム(1)に対し，安定な適応則となっている。すなわち $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{\theta}_1$はともに有界である。入力 $\boldsymbol{v}(t)$ が有界であれば，$\boldsymbol{e}(t)$ は $\boldsymbol{0}$ に収束し，さらに $\boldsymbol{v}(t)$ が richness の条件を満せば $\boldsymbol{\theta}_1(t)$，従って $\boldsymbol{\theta}(t)$ も $\boldsymbol{0}$ に収束する。

この定理の証明は文献3）と同様であるので省略する。安定な適応則を与えるアルゴリズム(15)は，$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{0}$ のとき，(3)，(4)式となることは明らかである。$\boldsymbol{D}>\boldsymbol{0}$ の時にはアルゴリズムの次数が1つ上がり，若干複雑となるが，それに対して，(15)式の(3)，(4)式に対する利点として，次の［定理2］が得られる。

［定理2］アルゴリズム(15)は，適切な $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{D}$ の値に対して，システム(1)，(3)，(4)の安定性を改善する。

（証明）いま，記述の簡単のため，式(1)，(3)，(4)をシステム S_1，式(1)，(15)をシステム S_2と吸ぶことにする。システム S_2は，システム S_1の一部に，あるフィードバックを施したものである。従って，このフィードバックループのある，なしによって，同じリアプノフ関数の時間微分に対する影響を調べてみる。関数 $V_1(t)$ のシステム S_1の解に沿っての時間微分 $\dot{V}_1(t)$ は，すでに(6)式で与えられている。次に同じ $V_1(t)$ のシステム S_2の解に沿っての時間微分 $V_{1,2}(t)$ を求めてみると，

$$\begin{aligned}\dot{V}_{1,2}(t)=&-\boldsymbol{e}(t)^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}(t)-2(e_1(t))^2\boldsymbol{v}(t)^T\boldsymbol{G}\boldsymbol{v}(t)\\&-2\boldsymbol{\theta}_1(t)^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{\theta}_2(t)). \cdots(16)\end{aligned}$$

ここで，$\dot{V}_1(t)$ と $\dot{V}_{1,2}(t)$ との差 $E_{1,2}(t)$ は，

$$\begin{aligned}E_{1,2}(t)&\triangleq\dot{V}_1(t)-\dot{V}_{1,2}(t)\\&=2\boldsymbol{\theta}_1(t)^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{\theta}_2(t))\\&=2(\boldsymbol{\theta}_1(t)-\boldsymbol{\theta}_2(t))^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_1(t)\\&\quad-\boldsymbol{\theta}_2(t))+2\boldsymbol{\theta}_2(t)^T\boldsymbol{K}^{-1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_2(t). \cdots\cdots(17)\end{aligned}$$

この両辺を時間に関して 0 から t まで積分すると，

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\int_0^t E_{1,2}(s)ds=&\int_0^t(\boldsymbol{\theta}_1(s)-\\&-\boldsymbol{\theta}_2(s))^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_1(s)-\boldsymbol{\theta}_2(s))ds\\&+(\boldsymbol{\theta}_2(t)^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\theta}_2(t)\\&-\boldsymbol{\theta}_2(0)^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\theta}_2(0)). \cdots\cdots(18)\end{aligned}$$

ここで，システム S_2は安定であることは既に示され，

$$V_2(t) \leqq V_2(0) \cdots\cdots(19)$$

である。すなわち，$V_2(O)$は$\boldsymbol{K}$の関数として減少関数であり，従って，$\boldsymbol{\theta}_2(t)$は$\boldsymbol{K}$に関して一様に有界である。たとえば，

$$R=\{\boldsymbol{\theta}_2:\ \boldsymbol{\theta}_2^T\boldsymbol{\theta}_2 \leqq c,\ c=sup\ V_2(0),\ \boldsymbol{K}\in \boldsymbol{G}\},\ \cdots(20)$$

$$G=\{\boldsymbol{K}:\ \boldsymbol{\theta}_2^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\theta}_2 \geqq \alpha\boldsymbol{\theta}_2^T\boldsymbol{\theta}_2,\ 0<\alpha<1\}.\ \cdots(21)$$

なる領域Rに，$\boldsymbol{\theta}_2$を制限することができる。これより行列$\boldsymbol{K}$を十分大きくとることにより，(18)式右辺第2項を任意に小さくすることができる。すなわち，任意の$\varepsilon>0$に対し，ある$\boldsymbol{K}$が存在して，

$$|\boldsymbol{\theta}_2(t)^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\theta}_2(t)-\boldsymbol{\theta}_2(0)^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\theta}_2(0)|<\varepsilon \cdots\cdots(22)$$

とすることができる。

一方，$\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}$は正定値行列であるので，(18)式右辺第一項は正値である。いま係数$\boldsymbol{D}$を，$\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}\geqq\boldsymbol{I}$：単位行列，（例えば$\boldsymbol{K}=\boldsymbol{D}$とすれば，$\boldsymbol{K}^{-}\boldsymbol{D}=\boldsymbol{I}$）にとることができ，従って，ある$\varepsilon>0$，$T>0$，が存在して，任意の$t>T$に対し，

$$\int_0^t(\boldsymbol{\theta}_2(s)-\boldsymbol{\theta}_1(s))^T\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_2(s)-\boldsymbol{\theta}_1(s))ds >\varepsilon,\ \cdots(23)$$

となる。もし(23)式が成立しないとすれば，$\boldsymbol{\theta}_1\equiv\boldsymbol{\theta}_1$となり，これは，$\boldsymbol{K}\boldsymbol{v}\boldsymbol{e}_1\equiv\boldsymbol{0}$の場合を除き，不可能である。これより(23)式が成り立ち，結局，(22), (23)式より，$\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{D}$を十分大きくとることにより，

$$\int_0^t E_{1,2}(s)ds>0,\ t>T \cdots\cdots(24)$$

となるTが存在する。このことは，追加の項$E_{1,2}(t)$がある時間区間$[o,\ t]$，$t>T$，の全体として，$\dot{V}_{1,2}(t)$を$\dot{V}_1(t)$より，さらに負となるように働いていることを示している。すなわち，アルゴリズム(15)式は，システムS_1の安定性を改善するものであるといえる[7]。さらに言い換えれば，$\dot{V}_{1,2}(t)$と$\dot{V}_1(t)$を積分することにより明らかなように，変数$\{\mathrm{e}(t),\ \boldsymbol{\theta}(t)\}$の応答特性の改善をするものであるともいえる。

4．例　　題

ここでは，最も簡単な1次系を例に，提案されたアルゴリズムの有効性を調べてみる。まず，プラントの方程式は，

$$\dot{x}(t)=-ax(t)+u(t),\ \cdots\cdots(25)$$

で与えられ，モデルの式は

$$\dot{y}(t)=-by(t)+r(t).\ \cdots\cdots(26)$$

とする。プラントに対し，次のようなフィードバックを施してやる。

$$u(t)=r(t)+z(t)x(t) \cdots\cdots(27)$$

ここに$z(t)$は可調整フィードバックゲインである。さらに，z^*をmatching parameterとして$z(t)=z^*+\theta(t)$を用いると，

$$\dot{x}(t)=-(a-z^*)x(t)+r(t)+\theta(t)x(t).\ \cdots\cdots(28)$$

ここで$\theta(t)=O$，すなわち$z(t)=z^*$，であれば，仮定より，このプラントの式はモデルのそれと一致し，

$$\dot{y}(t)=-(a-z^*)y(t)+r(t) \cdots\cdots(29)$$

これより，

$$z^*=a-b \cdots\cdots(30)$$

であるが，aが未知であるので，従ってz^*も未知である。誤差変数$e(t)=x(t)-y(t)$，を用いると，

$$\dot{e}(t)=-(a-z^*)e(t)+\theta(t)x(t) \cdots\cdots(31)$$

が得られる。この誤差システムに対し，次の適応アルゴリズムを用いることにする。

$$\dot{z}(t)=-d(z(t)-w(t))-ke(t)x(t) \cdots\cdots(32)$$

$$\dot{w}(t)=-d(w(t)-z(t)),\ \cdots\cdots(33)$$

ここに，$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{0}$，$z_1=z$，$z_2=w$としている。(32), (33)式はまた，

$$\ddot{z}(t)+2d\dot{z}(t)=k\{(-e(t)x(t))^{\cdot} +d(-e(t)x(t))\},\ \cdots\cdots(34)$$

とも表わされ，これは，$-\mathrm{e(t)x(t)}$を入力，$z(t)$を出力とする力学系として，その伝達関数$G(s)$は，

$$G(s)=k(s+d)/s(s+2d) \cdots\cdots(35)$$

と表わされる。明らかに，$d=0$は純積分器に対応し，小さい正数dに対しては，ダイポールと積分器を表わしている。dの適切な値は，システム及びその他の条件等によって決ってくるが，極と零点のこの組合せが，変数$e(t)$

と $z(t)$ の応答特性を，著しく改善していることが，シミュレーションの結果からわかる。**Fig. 1** はゼロ入力に対し，**Fig. 2** はステップ入力に対し，**Fig. 3** は正弦波入力に対し，**Fig.4** はランプ入力に対し，各々，モデルとプラ

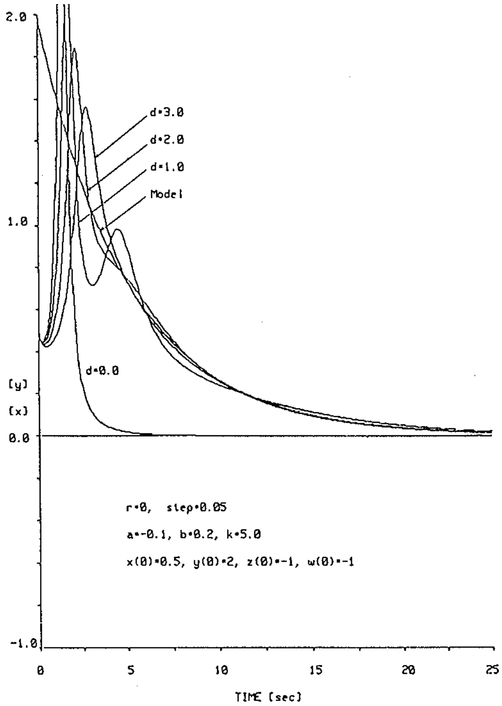

Fig. 1-e Output responses for zero input

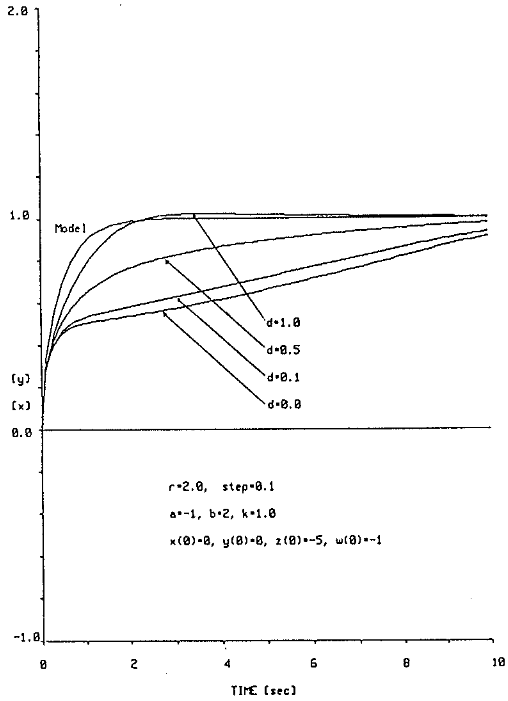

Fig. 2-e Output responses for step input

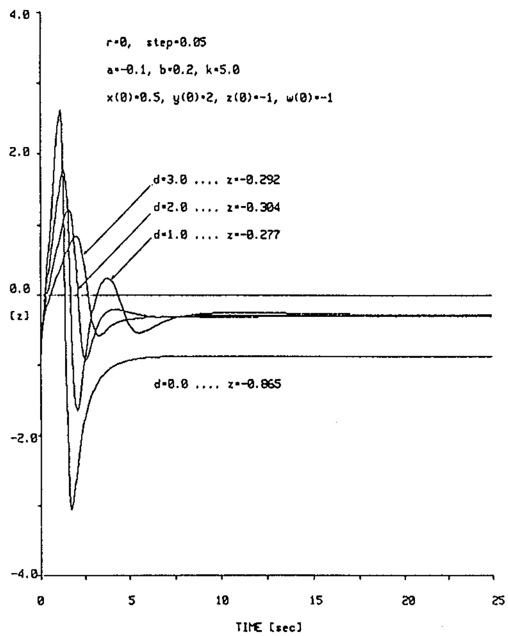

Fig. 1-z Parameter responses for zero input

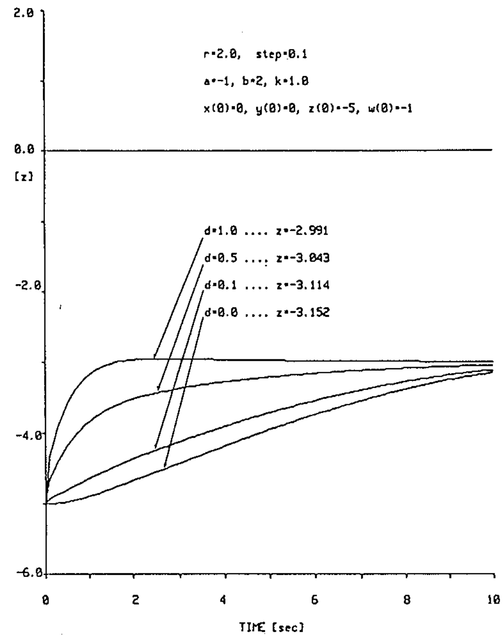

Fig. 2-z Parameter responses for step input

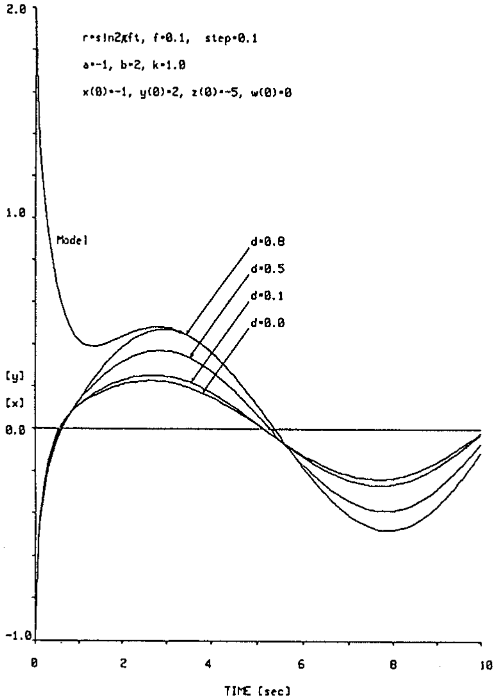

Fig. 3-e Output responses for sine-wave input

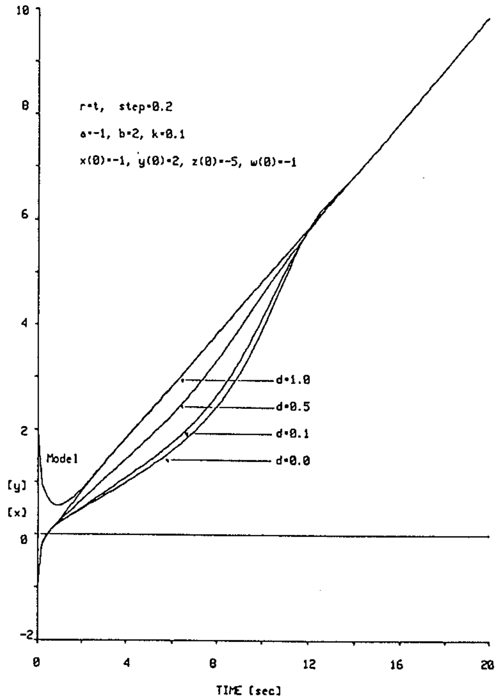

Fig. 4-e Output responses for ramp input

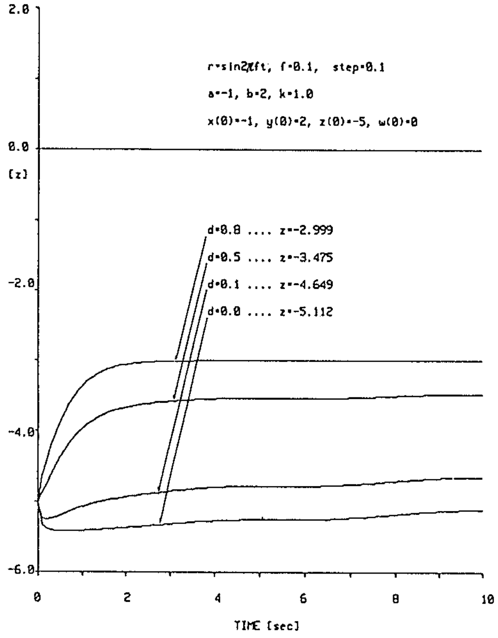

Fig. 3-z Parameter responses for sine-wave input

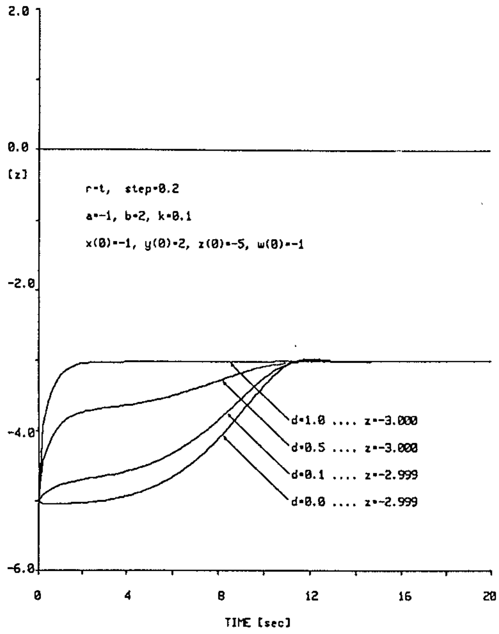

Fig. 4-z Parameter responses for ramp input

ントの出力，そして，パラメータ $z(t)$ の応答が示されている。パラメータ応答の図の中での z の値は，十分時間が経過した時点(この場合，時間軸上の最後の時刻) t^* での値を示す。モデルの出力に最もよく追従していると思われるプラントの出力 $x(t)$ に対応する $z(t^*)$ の値をもって，未知係数 a の推定値 $\hat{a}$ を，

$$\hat{a}=b+z(t^*) \quad \cdots\cdots(36)$$

と求めることができる。

5．結　言

従来よく用いられている積分形あるいは比例＋積分形適応則を拡張した形で，新しい適応アルゴリズムを提案した。このアルゴリズムは，その形から明らかなように，従来の適応則がもっている特徴は，すべて備えており，さらにアルゴリズムが含む係数を適切に選ぶことにより，システムおよびパラメータの応答改善を行うことができることを示した。このことはシミュレーションの結果からも確認することができる。

提案されたアルゴリズムは，本論で用いられた誤差システムに限らず，その他のタイプのシステム，あるいは適応制御のみならず適応観測における適応則としても用いることができることは明らかであろう。さらにこのアルゴリズムは，それが導かれた方法を繰り返し用いることにより，さらに高次の積分形適応則に一般化することが可能であるが，詳細は別の機会に記すことにする。本研究は筆者のカナダ・サスカチワン大学滞在中に行われたものであり，お世話になりました内外の諸先生方に感謝致します。

文　献

1) P. C. Gregory, Proceeding of the self-adaptive flight control systems symposium, Wright Air Development Centre, U. S. A., 1959
2) P. C. Parks, IEEE Tr. A. C., **11**, 362/367, 1966.
3) R. V. Monopoli, IEEE Tr. A. C., **19**, 474/484, 1974.
4) K. S. Narendra & L. S. Valavani, IEEE Tr. A. C., **23**, 570/583, 1978.
5) B. Egardt, IEEE Tr. A. C., **24**, 588/592, 1978.
6) Y. D. Landau, Adaptive Control, Marcel Dekker, New York, 1979.
7) J. P. LaSalle, J. SIAM Control, **1**, 3/15, 1962.