

岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究 (3)

——リングせん断試験——

藤村 尚・木山英郎・勝見 雅・岩成敬介

(1982年6月11日受理)

Gravity Flow of Rock - Like Granular Materials (3)

——Ring Shear Test——

by

Hisashi FUJIMURA,* Hideo KIYAMA,* Tadashi KATSUMI,*

and Keisuke IWANARI,*

(Received June 11, 1982)

Aiming at the gravity flow analysis of granular materials, the stress-strain rate behaviors of sand in post-failure region are discussed in this paper.

Several series of ring shear tests of the looser sand samples were carried out with lower stress levels. Stress-deformation characteristics and the effects of strain rate and stress history on them were clarified.

In the result, a new flow criterion was proposed as the modification of Jenike's equation (1961).

1. はじめに

前報^{1,2)}では既存の土質力学的手法を岩質粒状体の重力流動に拡張する方法とその問題点を明らかにした。また砂等の円管重力の流動に関する模型実験によって粒状体の静止時および流動時の応力分布の特徴を論じた。その結果を要約して述べると、まず全般せん断破壊状態を仮定して数値解析した結果と実験で求めた静止時推積圧の分布とはよい一致を示し、鉛直円管内の砂の静止状態から流動開始時にかけて応力状態は土質力学的塑性解析が適用できることがわかった。つぎに砂の円管内重力流動の概観から流速分布の特徴を示した。さらに流動時の内壁面の応力測定を行ない、壁面に作用する応力はある深

さに達すると一定値に達する。この定常域に達する深さは管直径の3～5倍の位置であり、そのうちの壁面せん断応力の値は流速に大いに影響を受けていた。流動時の管中心軸上の応力状態は鉛直応力に比べて水平応力成分が卓越していることが分った。

以上のように静止時の応力状態と流動時の応力状態とは明らかに異なり、土質力学的な塑性解析を適用するためには、塑性降伏条件に代る塑性流動条件を確立する必要が生じた。そこで、本研究では流動状態の砂の応力一ひずみ特性を取り上げた。

従来、流動基準が不明であったために、前報と同様、塑性力学的解析による定常流動時の応力場や速度場の決

* 土木工学科 Department of Civil Engineering

定においては、静的せん断試験から決定される強度定数 c , ϕ を用いた塑性降伏条件が仮定されてきた。したがって、静的平衡時の応力特性曲線と流動時の応力特性曲線は同一のものとなり、両者の応力状態は等しいものとされている。しかし、前報に示したように静的平衡時と流動時の応力場あるいは速度場は異なったものであり、流動時の応力状態を規定する流動規準が必要となるのである。

これに対し、Jenike³⁾は流動状態にある粒状体の塑性ポテンシャルと Normality (垂直則) の原理をもとに、1つの流動規準を提案した。この理論にしたがえば、流動開始時における応力場や速度場と、定常流動時の応力場や速度場は明瞭に区別される。

上述したような、流動状態を規定する流動規準 (例えば Jenike の ϕ) をうるには、低応力レベル下における静的強度定数 c , ϕ の決定とともに、破壊後の応力一ひずみ特性、すなわち流動現象を明らかにする必要があると思われる。

土質力学においては、土の破壊後の強度特性を表わす因子として、残留強度をとるのが普通である。ここで残留強度とは、排水せん断において、垂直応力を一定とし、その最大せん断応力を越えて、継続してせん断すると、大きな変位のところでは、せん断強度が軟化し (softening), ある一定値になる。この時の一定最終せん断強度が残留強度である。この状態では試料の体積変化はなく、土は純摩擦材料に近い挙動を示し、排水せん断において、砂の残留強度はその初期状態 (初期間げき比) によらない。すなわち残留強度は、試料の構成粒子の形や大きさ等に関係するものであって、その土に固有なものであり、最大せん断強度に比べてより本質的な土の強度を表わすものである。一方、流動状態も、試料が連続的なせん断塑性変形を受けている状態と規定できるから、粒状体の流動特性と、残留強度特性とは密接に関連するものであると考えられる。

この点から、粒状体の流動特性の本質に迫るためには、まず、粒状体の残留強度特性の解明を行う必要がある。ところが、通常の三軸圧縮試験機や一面せん断試験機には、流動特性や残留強度特性を求めるような機能がなく、新たにせん断試験機を作製する必要が生じたのである。

本研究では、試作リング型せん断試験機の概要とそれを用いて行なった、低応力レベルかつ流動状態における砂の応力一ひずみ特性に関する実験結果およびそれより誘導される流動基準について報告する。

2. リング型せん断試験機の試作と試験

2.1 リングせん断試験機

リング型せん断試験機は、静的強度定数 c , ϕ の決定と同時に、破壊後の流動状態における応力一ひずみ関係を用うのに適しており、特に任意速度下における流動状態を実現し粒状体の応力一ひずみ関係を考察できる試験機としては最適のものであると考えられる。また、他の試験と同様、破壊前の塑性変形やせん断応力による体積変化も考察できるのは勿論のことである。リングせん断の原理を模式的に Fig. 1 に示す。この原理は、供試体の上下面に共軸的なねじりモーメントを加えて、供試体にせん断破壊を起こさせるもので、一面せん断試験では避けられない前後端の影響、進行性破壊、供試体の断面積の変化、応力の不均一性などの欠点を取り除き、無制限の連続的な変形を供試体に加えるなどの長所を有するもの

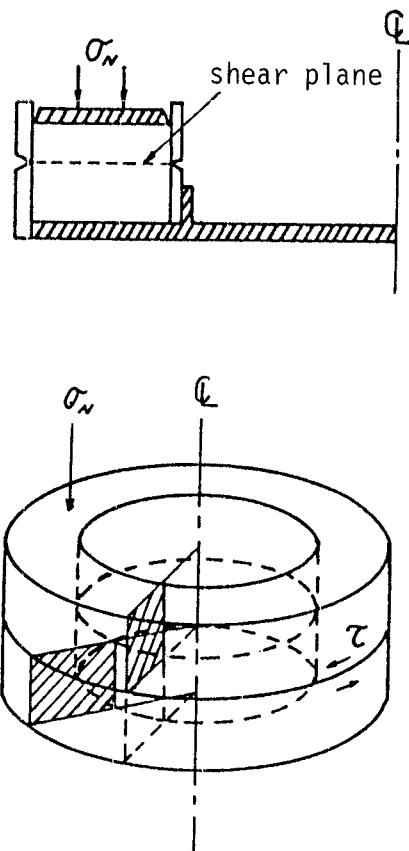


Fig. 1 Principal model of ring shear test

である。また、本研究で取扱うような粒状体試料に対しては、排水条件を考慮する必要がなく、せん断箱自体の構造は簡単なものとなるが、一面せん断試験機と同様な強制せん断面を有しており、粒状体の流動を取扱う上で、体積変化に対する追従性は重要な因子となるため、せん断に伴う体積変化および内外拘束リングと試料間の周面摩擦については十分な配慮がなされるべきである。一方、三軸圧縮試験機は、一般のせん断試験の目的にはリングせん断試験機や一面せん断試験機よりも優れているが、本研究のように破壊後の連続的な大きい変形を取り扱う場合には適さない。

2. 2 実験装置

試作したリングせん断装置の概略図をFig. 2に示す。

試料容器：環状試料は内径 30 cm, 外径 48 cm, 初期厚さ 6.5 cmとし、2つの対の拘束リングによって側方(半径方向)に拘束され、環状板を介して垂直に載荷される。上記供試体寸法は半径方向の応力勾配をできるだけ小さくすることを念頭において決定した。拘束リングは上下

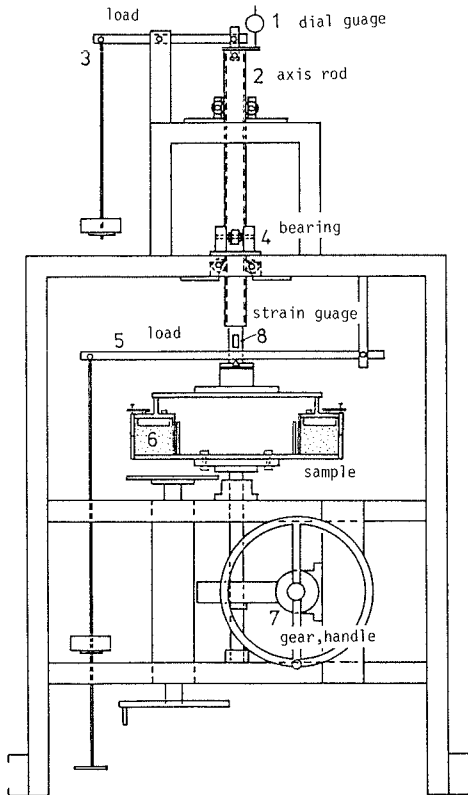


Fig. 2 General layout of ring shear apparatus

拘束リング間の摩擦や試料と拘束リングの摩擦を軽減し、せん断面および粒子の移動を観察でき、前報の円管重力流動実験に用いた材質と同一の亚克力円管である。試料と上部環状板の中間面に生じるすべりの危険を最小にするために厚さ 2.5 cm, 高さ 2.0 mm の鋼板を試料の全幅にわたって、上部環状板面に取付けた。下部拘束リングは下部環状板下面に取り付けた張出し受板に静置し、回転可能である。上部拘束リングは下部拘束リングに静置し、下部拘束リング同様回転可能であるが、リング間のすき間が大きくなるのを防ぐため上部環状板に調整ねじを設けている。

垂直荷重：試料上の垂直荷重はレバーを介して死荷重による方法を用いた。荷重は中心から 3.0 cm 隔れた 2 点のエッジによって上部環状荷重板に伝達される。

トルク測定：試料は上半分が反力として、下半分を回転させてせん断される。せん断トルクは上部軸棒に貼付した電気抵抗線ひずみゲージの測定から求められる。上部中央軸棒のひずみゲージ貼付位置では測定されるトルク検出の精度をあげるため中空断面とした。せん断応力による体積変化が起ったとき、上部環状板は回転せず、かつ滑かに垂直に動く機構が必要であり、さらに上部軸棒の振れ(偏心)を防ぐために、上部軸棒を長くするとともに溝を切って 3 組 6 個のベアリングを沿せて固定した。供試体の垂直変位を測定するために取り付けたダイヤルゲージの読みおよびゲージで測定されたトルクは同時に記録計(渡辺測器製 Mc 6602, 東亜電業社製 12 A)に収録した。

なお、Fig. 2 の試験機は試作 3 号機であるが、試作 1 号機に種々の改良を加えて完成したものである。試作 2 号機は 3 号機と機構を同一にするが、所期のひずみ速度によって両装置を使い分けた。

2. 3 試料および試料準備

試料：粒状体試料として、単位体積重量 γ および粒子形状の異なる砂丘砂、磁製ボールの 2 種類を採用し、いずれも気乾状態で使用した。砂丘砂は鳥取市賀露海岸で採取した海砂を水洗いし、2 mm ふるい通過分を使用し、磁製ボールは日本化学陶業製 SSA シリンダーボール 6 mm Φ を使用した。磁製ボールは球形度の良い均等粒状体とみなすことができるものである。両試料の物性を Table. I に示す。

試料準備：試験は 2 つのタイプの試料で行なった。砂試料を高さ 10 cm から自由落下させ初期間げき比を 0.75~0.80 としたゆる詰試料と砂試料を 3 層に分けプレー

Table I. Physical properties of the granular materials

	Sand (under 2 mm)	Ceramic (6 mm Φ)
Unit weight loose γ min (kN/m ³)	14.20	13.83
dense γ max (kN/m ³)	16.96	14.34
Angle of internal friction by single-plane shear test (deg.)	38	48
Angle of wall (acryl plate) friction (deg.)	10	5
Specific gravity Gs	2.66	2.41
Void ratio		
maximum e_{max}	0.826	0.708
minimum e_{min}	0.540	0.647
Water content (%)	0.26	—
Uniformity coefficient	2.71	1.00

トで突き固め初期間げき比を0.62~0.65に調整した密詰め試料である。一方、磁製ボールについては砂と同様自由落下によって密詰め試料にしたものである。

2.4 試験方法と条件

試料容器を回転台の上に固定し、ハンガーに一定の死荷重を載せて試料を圧密する。圧密終了後、上、下拘束リングを連結固定していたテープを取り除き所期のひずみ速度でせん断を開始する。垂直荷重は9.67~100.70(9.8 $\times 10$ Pa)、下部環状板の回転速度は1~60(deg./min)(供試体半径方向の中央位置におけるひずみ速度:3.4~204.1 mm/min)の範囲である。

3. 実験結果および考察

3.1 低応力レベルの強度定数 c , ϕ

リングせん断試験機により、低応力レベルにおけるせん断試験を実施した。一例としてゆる詰め砂のせん断応力 τ と垂直応力 σ_n の関係をFig. 3に示す。得られた強度定数 ϕ_r (最大せん断抵抗値から得た内部摩擦角) は地盤の強度を決定する際に用いられる応力レベル ($\sigma_n = 4 \sim 16 \times 10^2$ kPa) での三笠式改良型せん断試験により決定された $\phi_r = 38^\circ$ の値よりも小さい。また $\tau - \sigma_n$ の包絡線が比例直線関係であるとする強度定数 c_f (粘着力) の値は約1 kPaであった。しかし、垂直応力が1 kPa以下における包絡線については異論もあり、後で詳述する。Fig. 3(b)は(a)の代表的なせん断応力 τ と変位 u および垂直変位 Δh と変位 u の関係を示している。

砂の場合には、変位の増加とともに τ が増大し、最大せん断応力 τ_c に達するが、明瞭なピークは現われず、そ

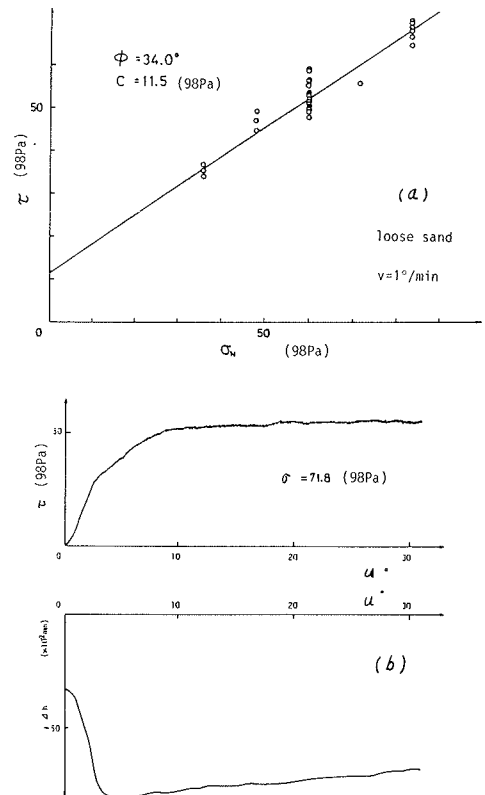


Fig. 3 (a) Strength-stress relationships
(b) Stress displacement relationships
for loose sand

の後変位が大きくなった段階では τ は一定値を示している。

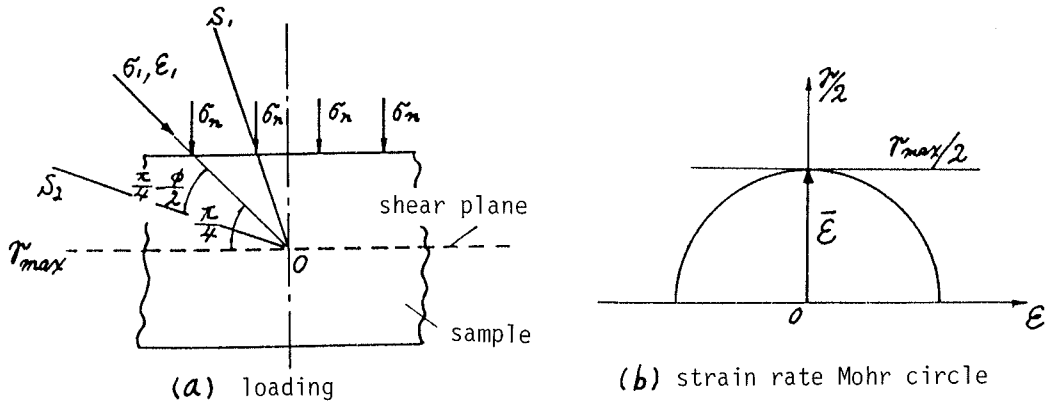


Fig. 4 Steady state flow (by Jenike, 1961)

つぎに垂直変位はせん断の初期では圧縮が現われている。試料状態は大変ゆるい状態であるから、弾性圧縮のほか、摩擦が十分に発揮するにいたる過程で、粒子が再配列することによるものであり、以後、せん断抵抗の増大にともなって体積膨張が生じている。体積膨張過程の最終段階では体積一定の、いわゆる限界状態 (critical state) に達している。この状態ではアクリル製拘束リング上下の分割線に沿って、せん断にともなう、上下試料の相対的変位の継続が肉眼視でき、これが非圧縮定常流動状態である。この状態では、Fig. 4 (a)に示すような荷重状態を呈し、水平面 (せん断面) は最大せん断応力面となり、最大主応力 σ_1 の作用方向は、水平面に対して $\pi/4$ 傾いており、体積変化がないので、ひずみ速度ベクトル $\bar{\epsilon}$ は、同図(b)に示すように $\gamma/2$ 軸の方向に働き、ひずみ速度のモル半円の中心は $(\epsilon, \gamma/2)$ の原点に位置する。この状態においては、圧縮ひずみ速度は、最大せん断応力面に直交し大ききゼロである。

上述の過程をサイロ内の流動問題に適用すれば、試料が塑性降伏状態に達した後、流動開始にともない膨張し、その後体積不変のまま流動するようなモデルにあてはまる。

土が体積不変の限界状態に至った場合は、摩擦性体に近い挙動を示すから、残留粘着力はゼロになるものと考えられるが前述のように残留粘着力が求められている。これは、図中の破壊包絡線を全測点に対する最少二乗法で直線近似したためであり、厳密にみれば、破壊包絡線はゆるやかな曲線をもった原点を通る曲線になる傾向が認められる。これは、通常的一面せん断試験においてえられる、モルの破壊包絡線は、直線で表わされるもの

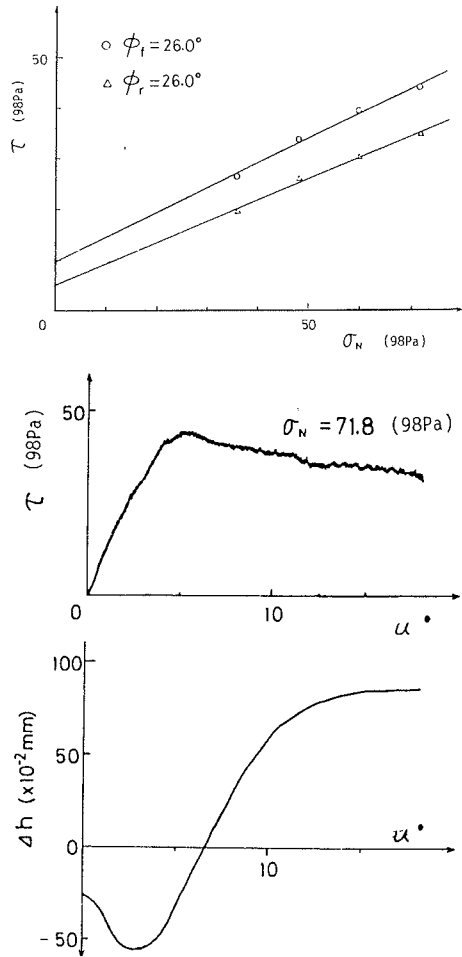


Fig. 5 (a) Strength-stress relationships (b) Stress-displacement relationships for ceramic sample

ではなく、原点へ向うの曲りを示すという事実と一致するものであり、最大せん断応力 τ_f から求まる内部摩擦角 ϕ_f も、残留強度 τ_r から求まる内部摩擦角 ϕ_r も、低応力レベルでは、応力に依存していると考えられる。

三笠式改良型一面せん断試験機を用いて、低応力レベルで、等圧および等体積せん断試験を行なったが、これから得られた内部摩擦角は $\phi_f = 32.6^\circ$, $\phi_r = 29.5^\circ$ であり、リングせん断試験で得られた値より小さくなっている。これは、試験機の精度の不足から、上述したような破壊包絡線の曲率をとらえていないためであろう。事実、等圧せん断試験で得られた破壊包絡線は直線であった。

磁製ボールに対する、 $\tau - \sigma_n$ および $\Delta h - u$ 関係を Fig. 5 に示す。最大せん断応力 τ_f が明瞭に現われており、 $\tau_f >$

τ_r となっている。 $\Delta h - u$ 曲線は密な試料に対してのせん断試験でえられるような形状を示している。磁製ボールは均等粒径であるから、自由落下充填によっても、粒子の配列は、規則的なものとなり、密な状態がえられるためであろう。

3.2 ひずみ速度の影響

垂直応力一定状態で、ひずみ速度を段階増加してせん断応力 τ に与える影響を検討した。せん断速度 v 、せん断応力 τ および垂直変位 Δh と時間 t の一例を Fig. 6 に示す。これらの図は、垂直応力 σ_n 一定、せん断速度 $1^\circ/\text{min}$ でせん断を開始する。その後段階的に 3, 6, 15, 45, および $60^\circ/\text{min}$ のひずみ速度に増加して得られたものである。

せん断応力 τ に対するひずみ速度の影響は、砂の場合、せん断応力 τ はひずみ速度の増加とともに増大するといわれているが、それらに関する研究は少なく、また本研究で行ったような速いひずみ速度下での研究はほとんどみられない。垂直応力一定として、せん断応力 τ とひずみ速度の関係は Fig. 7 に示すように、ひずみ速度の増加はせん断応力を増大している。この傾向は、ひずみ速度増分を変えて行った全試験で認められる。このような速いひずみ速度 ($1^\circ/\text{min}$ 以上)、高流動状態では上下アクリル製拘束リングの分割線に沿うせん断域が分割線上下に広がり、帯状にせん断領域を形成することが肉眼視でき、低ひずみ速度、例えば $1^\circ/\text{min}$ において観察され

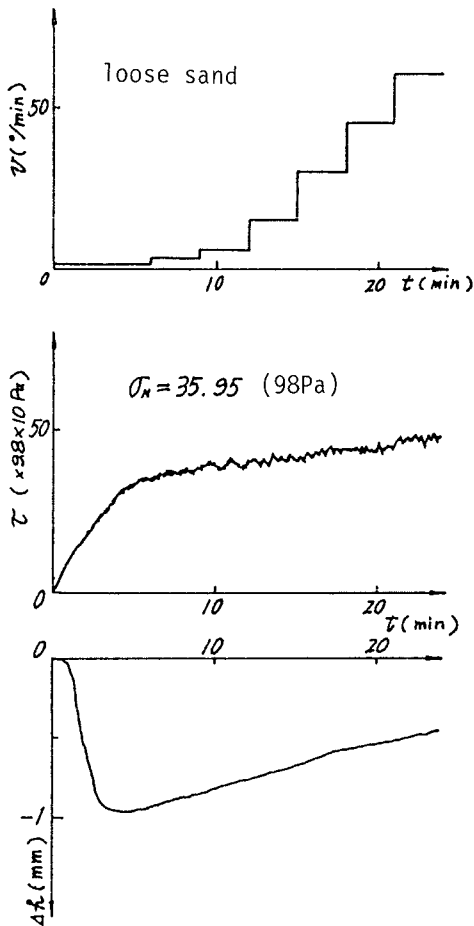


Fig. 6 Typical results in various strain rate for strength under constant stress

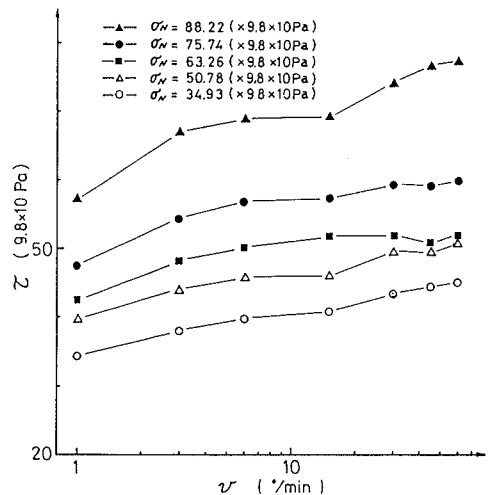


Fig. 7 Relationships between strength and strain rate under constant stress

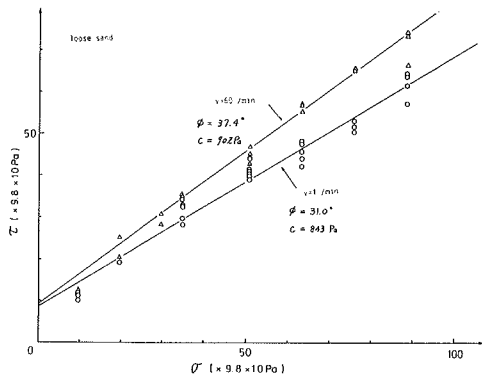


Fig. 8 Effect of strain rate for strength, loose sand

る相対的な変位の状態と大いに異なっている。ひずみ速度増加にともなうせん断応力の増大はせん断域の広がりとしてFig. 6の Δh の変化にみられるようにダイレイタンスーが関係しているものと思われる。またFig. 7の結果をもとにして、破壊包絡線を決定した結果をFig. 8に示す。図中の破壊包絡線は全測点に対する最小自乗法で直線近似したものであり、ひずみ速度増加にともなって強度定

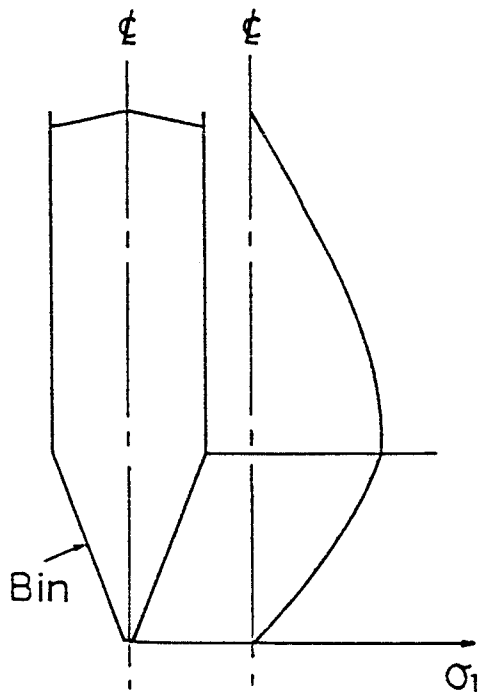
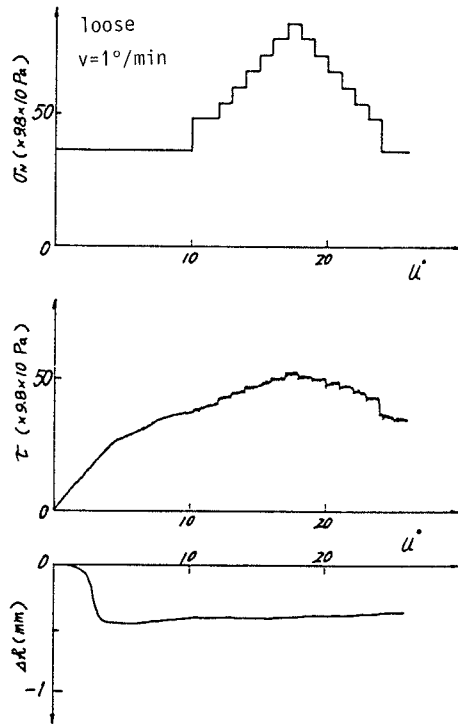
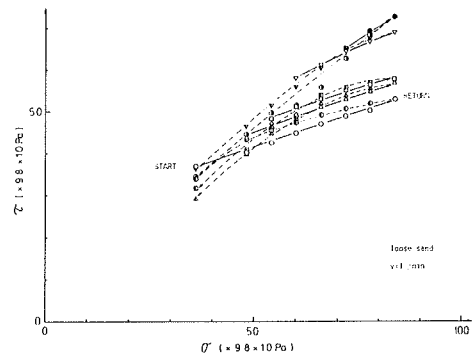


Fig. 9 Typical steady state flow diagram in silo

数 ϕ はかなり大きくなるが、強度定数 c の値はほぼ等しい。しかし前述のように破壊包絡線はゆるやかな曲率をもった原点を通る曲線になる傾向が認められる。例えば最も低い垂直応力1 kPaにおける測点がこの事実をよく示している。

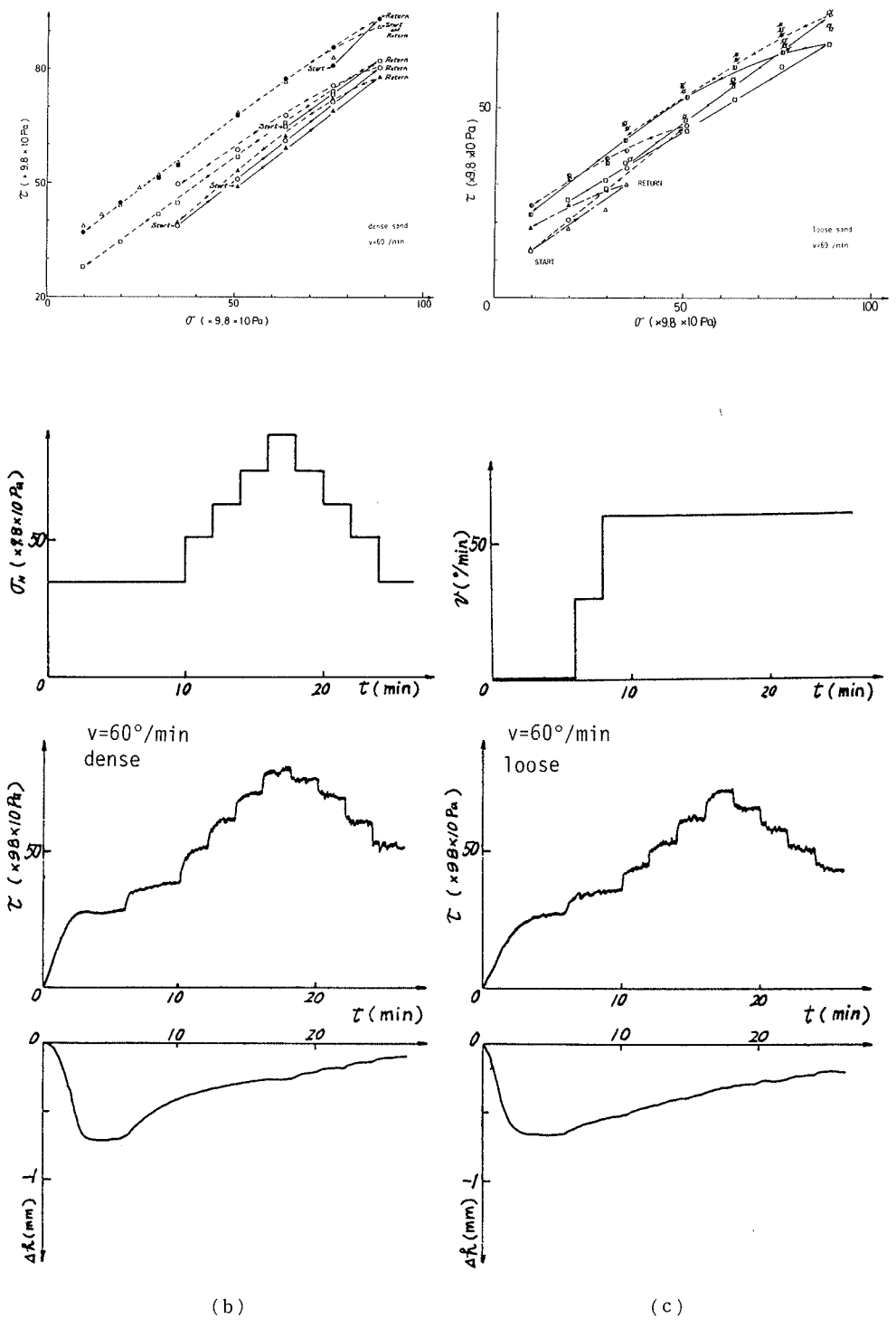
3. 3 応力履歴の影響

例えば、Fig. 9に示すようなサイロ内の定常流動において、試料は流動しながら上部表面から、下部排出口へ向って、応力増加過程から、応力減少過程を通過する。



(a)

Fig. 10 Stress history for sand



(b)

(c)

Fig. 10 (Continued)

この場合には、初期間げき比 e を供給時の試料のそれに合わせて、負荷過程と降荷過程における残留強度の特性を調べておけばよい。さらに堆積状態から流動開始する場合には、各点が推積時間内に受けた圧密応力の大小によって、物性（たとえば間げき比 e で代表できる）に変化を生じ、 $\tau-u$ (変位) 曲線形状が異なってくる。したがって、この場合には、適当な先行圧密応力あるいは適当な初期間げき比の試料について、適当な流動速度における負荷過程と除荷過程の残留強度特性を求めておく必要がある。

そこで、残留強度状態で、垂直応力 σ_n の段階負荷、段階除荷を行なうことによって、残留強度に与える応力履歴の影響を検討した。砂の応力履歴曲線を Fig. 10 に示す。これらの曲線は、任意の垂直荷重 σ_n でせん断を行ない、定常流動状態 (残留強度状態) を作り出した後、 σ_n を段階的に増加させていき、その後段階的に除荷を行なってえたものである (多段階応力試験)。

残留強度状態に達した後には、 σ_n の増加により τ が増加する。除荷過程では、 σ_n の除荷にともなって τ の減少率は負荷過程の τ の増加率に比べて小さくなっている。

低ひずみ速度試験 ($v = 1'/\text{min}$) : 多段階応力試験よりえられたゆるめ砂の $\tau-\sigma_n$ 曲線は異なった初期垂直応力よりえられた初期強度 (τ, σ_n) を結ぶ $\tau-\sigma_n$ 曲線 (例えば Fig. 8 における $\tau-\sigma_n$ 直線) から隔れていき、強度が減少しているのがみられる。また $\Delta h-u$ 曲線より、残留強度状態に達した後、負荷および除荷過程ともに体積不変のままである。(Fig. 10 (a))

高ひずみ速度試験 ($v = 60'/\text{min}$) : Fig. 10 (b), (c) に示すように、負荷過程の $\tau-\sigma_n$ 曲線は初期強度を結ぶ $\tau-\sigma_n$ 曲線とほぼ同一である。また低ひずみ状態と同様に残留強度状態に達した後、体積変化は負荷および除荷過程ともに体積が増加している。両図においてせん断強さの差異は初期充填密度 (初期間げき比) の大きさに関係していることが認められる。

このように、残留強度は最初に与えられる試料状態 (間げき) やひずみ速度により異なる曲線となり応力の履歴の影響をうけていることがわかる。

4. 流動条件の検討

4. 1 Jenike³⁾の流動規準の検討

Jenike は、Fig. 11 に示すように最大圧密応力の σ_1 で先行圧密した試料の降伏曲線は、モール・クーロン式で近似した直線 YL(1) で与えられ、流動中の流動面は同図の先

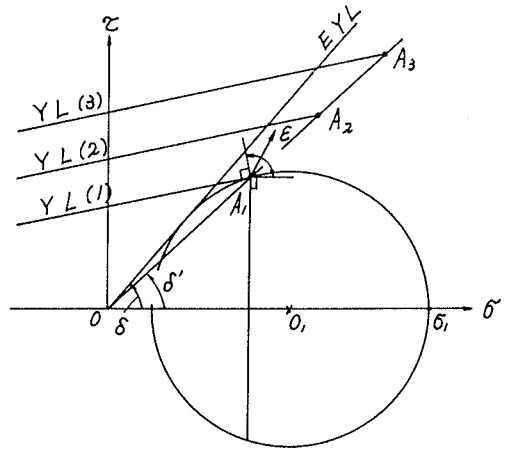


Fig. 11 Yield loci (YL), effective yield locus (EYL) and stress circles in steady state flow

行圧密時の応力円 (σ_1, σ_3) 上の点 A_1 (降伏直線 YL(1)の終点) で与えられるとした。さらに先行圧密応力の大小によって降伏直線 YL は (1), (2), (3) のように変化するが、流動中の最大/最小主応力比がほぼ一定であるという実験事実から次式のように置き

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \delta}{1 - \sin \delta} \dots\dots\dots (1)$$

流動時のモール応力円が σ 軸と角 δ をなす直線 EYL に接すると仮定した (このことは、例えば各 YL 直線が平行なときには流動面 A_1, A_2, A_3, \dots が角 δ なる直線上にあると読み替えることができる)。式(1)の関係は Lambe によると流動係数 (flow factor) とよばれている。

これらの仮定のもとで、塑性ひずみ (あるいは塑性ひずみ速度) が等方性則と垂直性則 (関連流動則) を満足するために、点 $A_1 (A_2, A_3, \dots)$ が塑性ポテンシャル面としての降伏面 YL 線上にあると同時に、今一つの塑性ポテンシャル面として σ 軸に直交する状態境界面上にあると仮定し、塑性ひずみ (塑性ひずみ速度) の方向を両面に垂直な範囲内に存在しうるとした。これによって流動中の体積膨張から体積縮小までを表わしうることとなる。

以上、Jenike の流動条件は、従来の極限解析に用いられたモール・クーロン降伏条件 (破壊条件) と同様に簡明であり、流動時の応力条件式(1)や体積変化、および基

本的な関連流動則をうまく満足させている。しかしながら、上記の流動条件には以下のような不満足な点がある。

Fig. 12に示すように点Aはすべり面の応力を表わし、例えばすべり面の方向が図のように与えられた場合、用極法により極Pが定まる。このときすべり面が最大主応力 σ_1 の方向となす角は $(\pi/4 - \phi/2)$ であり、Jenikeの流動条件をもとに得られる応力特性曲線の方向と一致することは従来の極限解析の場合と同様である。一方、Jenikeの流動条件のもとに得られるひずみ速度の特性曲線(流線)は(流動中の体積の増減を考慮しても) σ_1 と角 $\pi/4$ をなし、すべり線(応力特性曲線)と一致しない。すなわちFig. 12において速度特性曲線(流線)は極Pを通り、 σ_1 と $\pi/4$ をなす直線と与えられ、流動面の応力は上記直線のモール応力円との交点Rで与えられることを意味する。このとき点Rは最大せん断応力面であり、ひずみ速度の特性曲線(流線)が最大せん断応力線に一致するというJenikeの流動解を満足するとともに定常流動時の流線が最大主応力の方向と $\pi/4$ をなすという流動実験で周知の事実ともよく合致する。

したがって、Jenikeは流動時のすべり面および流動面をもとにA点で代表させたが、両者は点Aと点Rに区別する必要があり、かつ流動解析に必要なのは、点Aではなく点Rであることを意味する。したがって、各YL線の終点として点Aを確定する操作は流動条件の決定において本質的なものではないといえる。

また、Jenikeの手法では、最大先行圧密応力に応じた

降伏条件YLは、処女破壊条件として、最大せん断強度 τ_f を用い、流動中もその応力状態を維持する(同一モール応力円の採用)と仮定したけれども、流動中はそれより小さな残留せん断強度 τ_r に変化する場合もあることを考慮しておく必要がある。また、流動時の応力状態は最大・最小主応力比が一定であるという条件は、Jenikeのように、角 ϕ で規定される式(1)を用いるのも一法であるが、前述のように角 ϕ で規定される直線など、最も解析し易い方法で規定すれば良いといえる。

4. 2 新しい流動条件の提案

前節で得られた実験結果をもとに、Jenike³⁾の流動条件の問題点を修正した新しい流動条件を示す。

まず、リングせん断試験に用いられた程度のゆる詰め砂の $\tau-u$ 関係はFig. 3に示されたように $\tau_f = \tau_r$ なる曲線を示す。このことはせん断時のモール応力円がFig. 13に示されるように、すべり破壊開始後流動状態にはいつでも同一応力円と与えられると解釈される。

つまり、この状態の砂の処女降伏線をYLとする時、垂直応力 σ_N を一定に保って τ を増加させていくと、応力円がYLに接したとき、接点Aで対応する面ですべり始める。それから後、水平せん断面に沿って流動を継続しても、水平せん断面上の τ が変化しないという条件は、用極法を用いてFig. 13に示すように、水平線をモール応力円との交点Rが極Pであるときのみ満足される。その結果、処女すべり面の方向AP、流動面の応力は点P(R) :

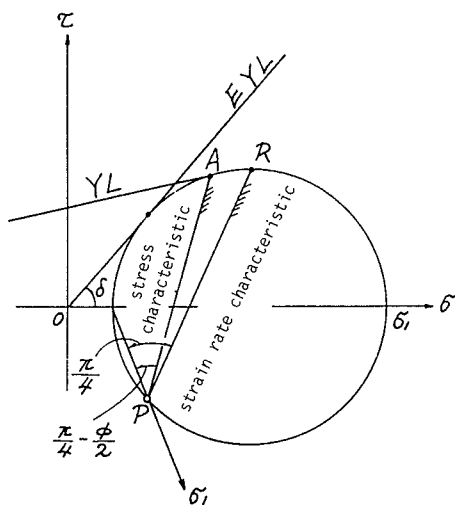


Fig. 12 Characteristics diagram

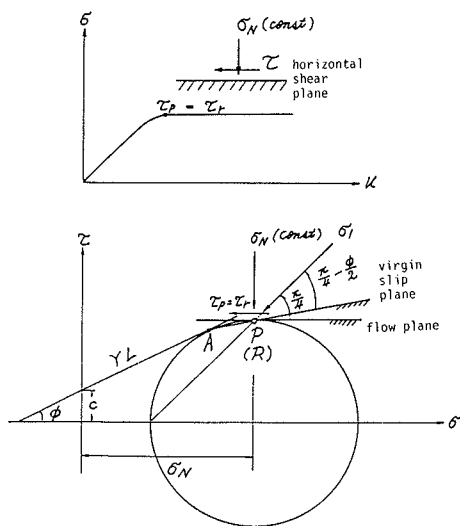


Fig. 13 Yield locus and stress circle in steady state flow

最大せん断応力面) で与えられること、および、最大主応力の方向はすべり開始以後不変であり、流動面と $\pi/4$ の角度をなすことなどが知れる。

同様に、最大せん断力が τ_f を示した後、ひずみ軟化現象を示す場合 ($\tau_f > \tau_r$) やひずみ硬化現象を示す場合 ($\tau_f < \tau_r$) についても、Fig. 14 に示すように流動面の応力状態をそれぞれ点 R_s, R_h で与えることができる。この場合 τ_f を示すまでの砂の物性を (c, ϕ) として、それから残留強度に至る過程で、それぞれ (c_s, ϕ_s) および (c_h, ϕ_h) に物性変化が生じたものと解釈するのである。もちろん、これは、せん断にともなう複雑な砂の構造変化に起因するが、みかけ上はせん断中の体積変化 (したがって間げき比の変化) として観察される。 $\tau_f = \tau_r$ の試料は τ_f 到達以後、 τ_r で流動中は体積が不変である。ひずみ軟化あるいは硬化を示す場合には τ_f 到達後それぞれわずかではあるが体積減少あるいは増加を示しながら、やがて最終的な τ_r に近づくとともに、体積変化も示さなくなる。

したがって、流動状態の解析においては、最終的な τ_r とそれに対応する Fig. 14 に示したような物性値 (c_s, ϕ_s) あるいは (c_h, ϕ_h) を用い、かつ流動中は体積不変として差し支えないといえる。

以上のことから、流動状態線として Fig. 15 に示すように原点を通る傾斜角 α の直線 RYL を仮定することがで

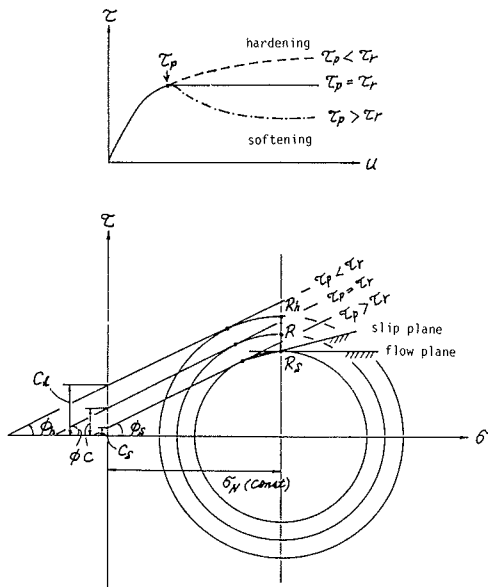


Fig. 14 Stress circles in softening and hardening of strain

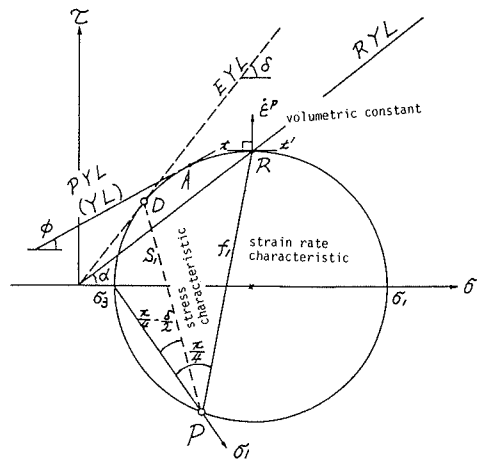


Fig. 15 Flow criterion (RYL)

きる。これは流動状態にある各点のモール応力円の頂点 R を結ぶ線として定義され、Jenike がモール応力円の接線として定義した直線 EYL に対応するものである。この流動状態線 RYL は、リングせん断試験等で得られる残留強度 τ_r を用いて、各 (σ_n, τ_r) を R 点の応力を表わすものとみなして結んだもので、従来の残留強度降伏線がこれに相当する。さらに $\tau_f = \tau_r$ の場合には、このモール応力円は、最大せん断強度 τ_r を用いて得られる従来の降伏線 PYL (Jenike の YL に相当) にも接する必要がある、接点 A は従来通りすべり面の応力状態を表わす。しかし、前述したように、 $\tau_f \geq \tau_r$ の場合には、Fig. 14 のように流動中の c, ϕ は処女破壊時(降伏時)のそれと異なるため、流動中のモール応力円が当初の降伏直線 PYL に接する必要がない。この場合、処女降伏時の応力解析と流動時の応力解析とは別個に行なう必要がある。

さて、流動状態線 RYL が与えられ、流動時の応力解析を行なう場合には、流動中の各点の応力は RYL 上に頂点 $(\sigma_1 + \sigma_3)/2, (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ を有するモールの応力円で示される。このとき最大主応力 σ_1 と最小主応力 σ_3 の比は次式で与えられる。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} \dots\dots\dots (1)$$

これは与えられた材料の α が一定の時、流動中の σ_1/σ_3 の比が一定であるという実験事実を満足する、これはまた、Jenike の直線 EYL と

$$\tan \alpha = \sin \delta \quad \dots\dots\dots(2)$$

で結ばれて、同等の条件である。

このとき、流動条件式(1)と応力のつり合い条件から応力特性曲線 f_1 , f_2 は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \tan \left\{ \omega \mp \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \sin^{-1}(\tan \alpha) \right) \right\} \\ &= \tan \left\{ \omega \mp \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

ただし、 ω はFig.16に示すように x 軸と最大主応力 σ_1 とのなす角である。式(3)からすべり線 S_1 , S_2 は最大主応力の方向と角 $\{\pm(\pi/4 - \delta/2)\}$ をなすことがわかる。このことはFig.15に示すように応力特性曲線上の応力成分がモール応力円と直線EYLの接点Dで与えられることを意味する。

つぎに、流動中の(ひずみ)速度場について考えると、周知のように等方性則と連続条件を満足する必要がある。前節の実験結果から流動中は体積不変と考えられるから、これを連続条件に用い、かつ流動条件式(1)に満足する応力状態において、等方性則を適用すると、(ひずみ)速度場の特性曲線 f_1 , f_2 として次式をうる。(Fig.16参照)

$$\frac{dy}{dx} = \tan \left(\omega \mp \frac{\pi}{4} \right) \quad \dots\dots\dots(4)$$

すなわち、 f_1 , f_2 は最大主応力の方向と $\{\pm\pi/4\}$ をなすことがわかる。これはFig.15において、速度特性曲線上の応力成分が点Rで与えられることを示す。このことは

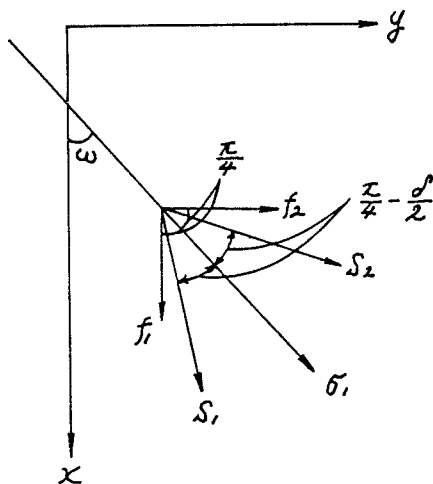


Fig. 16 Slipline and rate characteristics

また、式(4)で与えられる速度特性曲線が最大せん断応力に一致すべきであるという条件をも満足している。

以上のように流動条件として、残留強度 τ_r を用いて、Fig.15のように流動状態線RYLを規定すれば、Jenikeの流動条件EYLの欠点を補い、かつより簡明に流動解析が行なえる。なお、流動時の速度場解析で問題となる垂直則(normality)を満足するためには、上記流動条件(式(1))において、Fig.15に示すようにモール応力円の点Rで示される面で流動し、塑性ひずみ増分 e_p (ひずみ速度)を図のように点Rにおける接線 $t-t'$ (σ 軸に平行)に垂直に生ずると解釈すればよい。このとき、等方性則から、流動中の体積不変性が保証される。ただし、この場合もJenikeの流動条件EYLと同様RYLを流動時の塑性ポテンシャルとみなしえないから、各R点で σ 軸に垂直な状態境界面の存在を仮定し、これとRYLとの間で垂直則を満たすような $t-t'$ が存在すると解釈しておく必要がある。

最後に、ここに提案した流動状態線RYLを1本の直線で近似した点と、与えられた試料について、RYLを一意的に定め得るかどうかという点に関して考察しておく。前節3.3で示したFig.10より、流動状態線RYLは直線ではなく、また応力履歴を受けることが明らかである。

移動層のように定常流動を問題にする場合や、サイロ等の貯蔵庫においても1つの極限状態として定常流動を考える場合には、例えばFig.17における初期応力0から出発する $\sigma_n - \tau_n$ 曲線(b)をRYLに採用すればよい。また通常のサイロのように静止推積状態から流動状態にいたる過程を考える場合には、流動開始時の極限值として各曲線の包絡線(a)をRYLに用いればよいであろう。(a),(b)あるいはその間の曲線を採用するにしろ、適当な範囲を定めて、Fig.15に示したようなRYLの直線化を図ること

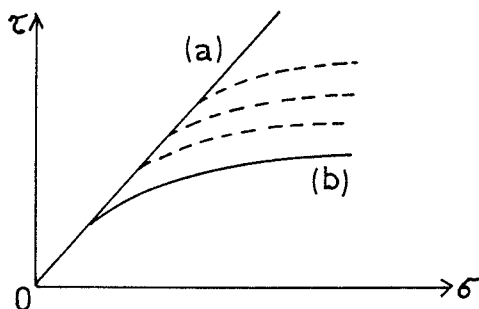


Fig. 17 Flow criterion for loose sand, lower strain rate

が解析上極めて有効であることは、従来の降伏線（破壊条件）が、極限解析に際して直線化したモール・クーロン式を用いていることと同様のことである。

5. 結 語

岩質粒状体の流動現象を研究する上で、最も基本的な事項である破壊後の粒状体の応力-変位特性を検討した。

以下試作リングせん断試験結果とその結果を用いて提案した流動規準について要約すると次のようである。

1. 試作リングせん断試験機は低応力レベルでの粒状体の変形特性を十分表わしうること、応力-ひずみ関係の追従性にすぐれていることを、また磁製ボールのような比較的大きな粒径を含む粒状体に対しても適用できる。

2. 低応レベルでのせん断応力は $\tau_f = \tau_r$ となり、この状態における体積変化は不変である。

3. 残留強度は初期充填密度および初期圧密後の密度（間げき比）やひずみ速度により異なる曲線となり応力履歴の影響をうける。

4. Jenike の流動規準に代って次式の流動規準を提起した。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha}$$

以上のように試作リングせん断試験機によって低応力下の流動現象が明らかになったが、状態量（例えば間げき比）や他要因（ひずみ速度）との関連性を詳細に求めておく必要がある。

参 考 文 献

- 1) 木山英郎・小西正郎：岩質粒状体の重力流動に関する研究，鳥取大学工学部研究報告，第9巻，第1号，September 1978, pp. 213~228.
- 2) 木山英郎・藤村 尚・小西正郎・太田圭哉：岩質粒状体の重力流動に関する研究(2)，鳥取大学工学部研究報告，第10巻，第1号，September 1979, pp. 238~252.
- 3) Jenike, A. W.; Bulletin of the Univ. of Utah, No.108, 1961.