

# 河床波の統計的特性について

道上正規\*・鈴木幸一\*・岩垣孝一\*\*

(1980年5月31日受理)

## Study on the Statistical Characteristics of Sand Waves

by

Masanori MICHIE\*, Koichi SUZUKI\* and Koichi IWAGAKI\*\*

(Received May 31, 1980)

This paper treats experimentally the lateral statistical structure about bed configuration on loose boundary and the influence of channel width on the configuration in the range of lower flow regime.

Main results are as follows :

The spectral density function of bed configurations along the longitudinal direction in a wide channel has generally two distinguished peaks, of which the lower wave number corresponding to one depends mainly on the channel width, and the other one on the flow conditions and the lateral location in the channel. But when the channel is not so wide, the double peaks appeared in the wide channel join into a single peak corresponding to a wave number depending on the width. And the structure on spectral density function in higher wave number regions is independent of width and lateral locations in the channel, with the gradient of  $k^{-3}$  to  $k^{-2}$  concerning to wave numbers.

### 1. ま え が き

河床波とよばれるものの中には砂漣のように比較的周期性の強いものや、砂堆のように不規則性が強いものなどがあるが、一般には河床形態は不規則である。したがって、河床波の形状特性を単に平均的な波高、波長あるいは周期のみで表わしたのでは的確にその特性を把握したとはいえないため、河床波構造の統計的取り扱いが必要である。Nordin<sup>1)</sup>、Hino<sup>2)</sup>、芦田<sup>3),4)</sup>は河床波のスペクトル構造についての検討を加えており、河床波の卓越波数特性あるいは高波数域のスペクトル密度特性などが少なからず明らかにされているが、とくに、芦田<sup>4)</sup>は水路中央部と側壁よりの測線ではスペクトルの

形が非常に異なっていることを指摘している。このことは、同一水理条件下で生じる同じ河床形態でもその形状特性が実験水路幅の違いによって大きく異なる可能性があると同時に、河床波の三次元的特性の検討が重要であることを意味している。従来、水路幅の影響を主に受ける河床形態は砂州であると言われているが、実験水路のように幅の比較的狭い水路床に形成される河床波は、各種河床波の共存合成されたものが多く、水理条件にもよるが、砂州のような中規模河床形態の特性と砂漣・砂堆のような小規模河床形態の特性を合せ持っている。したがって、砂州と共存している砂堆河床に注目したとき、水路幅によって砂州の特性が変化するとしたら、同一水

\* 土木工学科 Department of Civil Engineering

\*\* 大学院 Graduate Course

理条件でも水路幅が異なれば砂堆の形状特性も全く異なることが予想され、従来の実験室規模での砂堆に関するデータは水路幅の影響を考慮して検討し直さなければならぬかもしれない。

本研究ではこのような点に鑑み、水路横断方向に河床波の構造がどのように変化するか、また、同一水理条件下でも水路幅の違いによってその統計的特性が大きく異なるかどうかという点について実験的に検討したものである。

## 2. 実験の概要とデータ処理法

### 2.1 実験の概要

本実験の目的は大きくわけて、1) 十分発達した移動床上の河床波の水路横断方向構造の解明、および、2) 実験水路幅の違いによる河床波構造の変化特性の解明である。1) の目的に対しては、幅50cmの水路で水路横断方向の5測線について河床の縦断形状を測定し、また、2) の目的については、水路幅を10cm、30cm、40cmおよび50cmに変化させて同一水理条件のもとに河床波を形成させ、水路中央部河床の縦断形状を測定した。用いた水路は、Fig. 1に示すような長さが20m、断面が50cm×50cmの長方形断面水路である。水路幅の変更は鉄板で水路を仕切ることによって行なった。給砂は水路上流端にあるエレベーター式給砂装置によって連続的に行なった。

実験の方法については、まず水路床に約10cm厚にFig. 2に示すような中央粒径が0.6mmのほぼ均一な砂を敷き、所定の流量および給砂量のもとに通水を行ない、河床波が十分発達し、河床が平均的に平衡状態になった後に河床の縦断形状を測定する。河床が平衡状態に

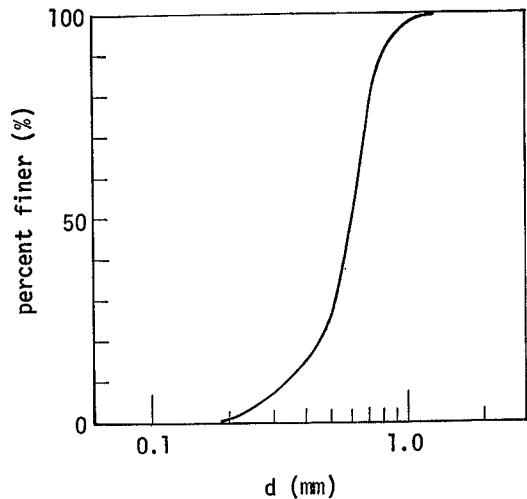


Fig. 2 Grain-size accumulation curve of bed sand.

なったか否かは、平均的な河床勾配が一定になり、しかも水路上流端からの、給砂量と下流端からの流出砂量が等しくなったという条件を用いて判定したが1つの実験について最低20時間は通水した。河床高の測定は、水路上を自走する台車に乗った自動河床面測定器で場所的に連続的に行なった。また、水面形状は、流下方向に50cm間隔でポイントゲージを用いて測定した。

実験条件は Table 1 に示すとおりであって、Run 1, 2 および 3 は上に示した実験目的 1) に対するものであり、Run 3 を共通にして、Run 3 から Run 10 は実験目的 2) に対する実験である。したがって、Run 1 ~ Run 3 についてはそれぞれ 5 測線（水路中央測線、左右両岸からそれぞれ 9 cm および 17 cm の位置の測線）に

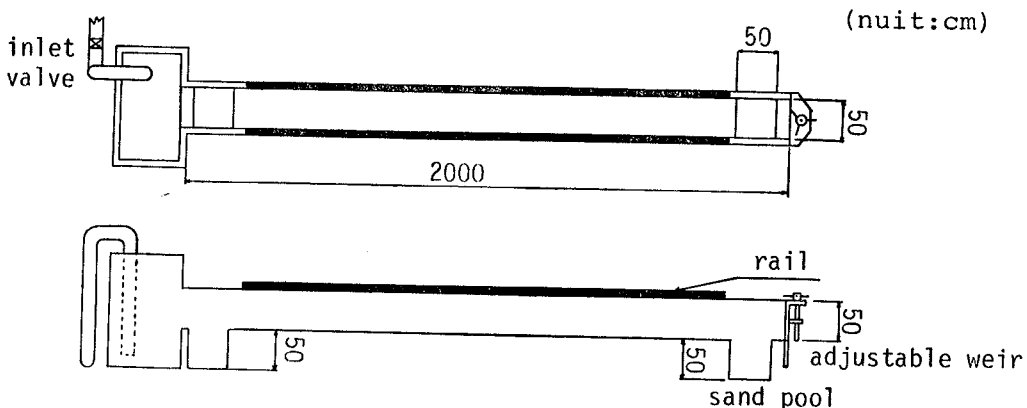


Fig. 1 Experimental flume.

Table 1 Experimental conditions.

Run No.	$q$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$q_0$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	B (cm)
1	400	0.222	50
2			50
3			50
4	285	0.0413	40
5*			30
6			10
7			50
8			40
9*			30
10			10

ついて河床縦断形状を測定するが、Run 4~Run10では水路中央部測線についてのみ河床縦断形状を測定する。水理条件は Froude 数が 0.8 より小さく、lower flow regime の条件であって従来砂堆および砂漣が形成されたといわれている条件である。

2.2 データ処理法

記録紙上に連続的に得られた河床縦断形状に関するデータは、水路流入部および流出部の影響を考慮して、水路の上下流端からそれぞれ 2 m 区間のデータを除く 14 m 区間のものについてのみ解析する。この水路中央区間の基準面からの河床  $z_1(x)$  を水路縦断方向に 5 cm 毎に 280

点読み取り、最小自乗法によって平均河床高  $z_0(x)$  およびその勾配  $i$  を決定する。平均河床高からの河床高 ( $\equiv z_1 - z_0$ ) の水路縦断方向 ( $x$  方向) の変動特性を明らかにするが、変動の強度あるいは周期性を検討するために  $z$  の分散および波数に関するパワースペクトル密度関数を求める。この波数スペクトル密度関数の計算は、本実験のように比較的短かいデータからもスペクトルの計算が可能なこと、スペクトルの分解能が高いといわれる MEM 法 (最大エントロピー法<sup>5)</sup>) を用いて行なう。

水路中央測線と他の測線での河床高の各波数成分ごとの線型性の程度および各河床高の流下方向距離の遅れの特徴を明らかにするため、コーヒレンスとフェイズの計算を行なう。また、河床波の波高および波長の平均値あるいは分布形を求めるための波長および波高は、平均河床高  $z_0$  に関する Zero-up cross 法によって決定す

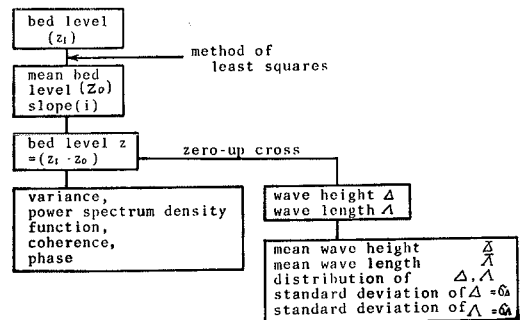


Fig. 3 Procedure of data analysis.

Table 2 Experimental results.

Run No.	u (cm)	$h_0$ (cm)	i $\times 10^{-3}$	Fr	$u_* d/v$
1	46.8	8.55	2.41	0.511	27.4
2	47.8	8.37	2.39	0.528	27.0
3	42.0	6.78	1.73	0.515	20.7
4	41.5	6.86	1.75	0.506	20.6
5*	37.5	7.59	2.44	0.436	26.7
6	40.8	6.99	1.99	0.492	22.2
7	38.1	5.35	2.18	0.526	20.6
8	40.3	5.06	2.13	0.572	19.5
9*	37.7	5.40	3.00	0.518	25.2
10	38.9	5.26	2.25	0.542	20.4

(注) \*Run 5 と Run 9 は幅 30cm の水路での実験であるが、この水路は他の実験で用いた長さ 20m の水路ではなく、長さが約 10m の短かい水路である。

る。これらデータ処理の手順および計算事項をまとめると Fig. 3 のようになる。また、河床形状の諸特性の実験結果の一部が Table 2 に示されている。

### 3. 河床波の水路横断方向特性

#### 3.1 河床縦断形状

Fig. 4 は水路横断方向の 5 測線についての河床縦断形状の一例を示したものである。測線の位置は、水路中心線を  $x$  軸とし  $y$  軸を水路横断方向にとるとき、 $y = 0$  cm,  $\pm 8$  cm および  $\pm 16$  cm の位置の 5 つである。太い実線で示される水路中央測線 ( $y/(B/2) = 0$ ,  $B$ : 水路幅で 50 cm) と細い点線および一点鎖線で示される側壁に近い測線 ( $y/(B/2) = 0.64$ ) での縦断形状を比較すると、平均的な波長、波高とも側壁に近い方が大きいことが認められ、河床形態は水路横断方向には一様ではないことがわかる。また、側壁に近い測線ほど卓越波数がはっきりしており周期性が強いようである。細い実線および破線で示される  $y/(B/2) = 0.32$  の測線についての河床は不規則性が比較の強いことがわかる。水路中央測線について左右対称の位置にある測線すなわち  $y/(B/2) = 0.32$  と  $-0.32$  の測線および  $y/(B/2) = 0.64$  と  $-0.64$  の測線での河床縦断形状は位相差はあるものの平均的な波長・波高あるいは周期性などの特性はほとんど同じであることが認められる。したがって、以後は、 $y/(B/2) = 0$ ,  $0.32$  および  $0.64$  の測線についてのみ検討する。

#### 3.2 波数スペクトル特性

Fig. 5 (a), (b) および (c) はそれぞれ Run 1, Run 2 および Run 3 の水理条件での  $y/(B/2) = 0$ ,  $0.32$  および  $0.64$  の測線河床変動についての波数パワースペクトル密度関数を示したものである。まず、Run 1 ((a) 図) についてみれば、波数  $k$  が  $k_h = \sim 2 \times 10^{-2} \text{cm}^{-1}$  より大きい高波数域に水路横断方向に変化しない領域が認められる。また、 $k < k_h$  の低波数域に見られる卓越波数に対するスペクトル密度は側壁に近い測線ほど大きく、側壁に近いほど規則的でしかも河床変動が大きいことが認められる。低波数域での卓越波数  $k_l$  は 3 測線とも  $6 \times 10^{-3} \text{cm}^{-1}$  であって、 $k_l \cdot B = 0.3$  である。 $k_l$  と  $k_h$  の間にスペクトル密度が卓越したものがみられ、とくに水路中央測線については顕著であって、この卓越波数を  $k_m$  とすると、 $k_m = 1.2 \times 10^{-2} \text{cm}^{-1}$  である。また、あまり顕著ではないが、 $y/(B/2) = 0.32$  および  $0.64$  の測線でも同様な波数のスペクトル密度が大きくなっている。Run 1 の水深  $h_0$  が 8.55 cm であるから、 $k_m \cdot h_0 = 0.1$  である。Run 2 ((b) 図) および Run 3 ((c) 図) についても  $k > k_h (= \sim 2 \times 10^{-2} \text{cm}^{-1})$  の高波数域ではスペクトル密度関数は水路横断方向に変化していない。また、 $k_l$  は Run 2 では  $k_l = 4 \times 10^{-3} \text{cm}^{-1}$ 、Run 3 では  $k_l = 3 \sim 5 \times 10^{-3} \text{cm}^{-1}$  であって、 $k_l \cdot B = 0.15 \sim 0.25$  となっている。また、 $k_m$  については、Run 2 では  $9 \times 10^{-3} \sim 1.5 \times 10^{-2} \text{cm}^{-1}$  程度であり、 $k_m$

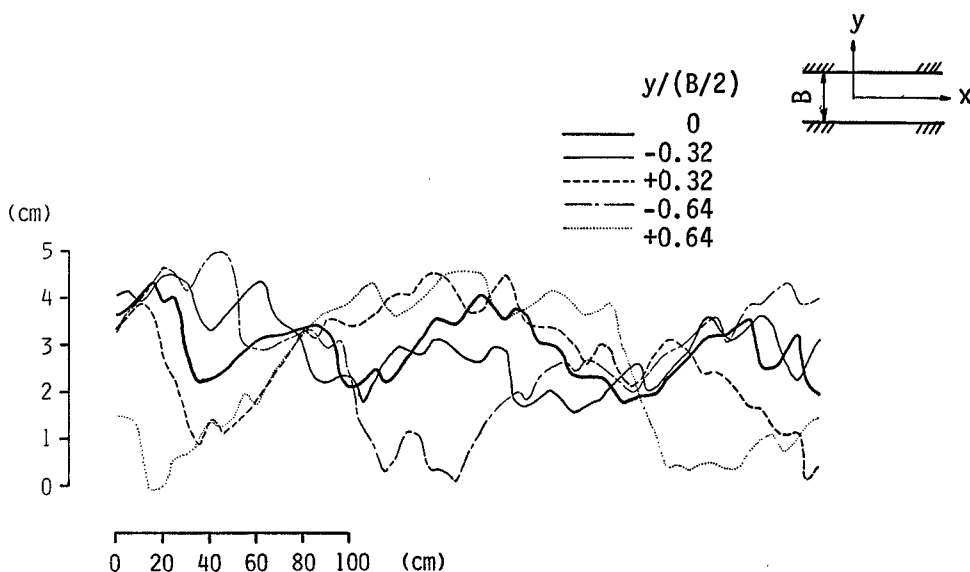


Fig. 4 Example of longitudinal bed profiles along several lateral locations of the channel.

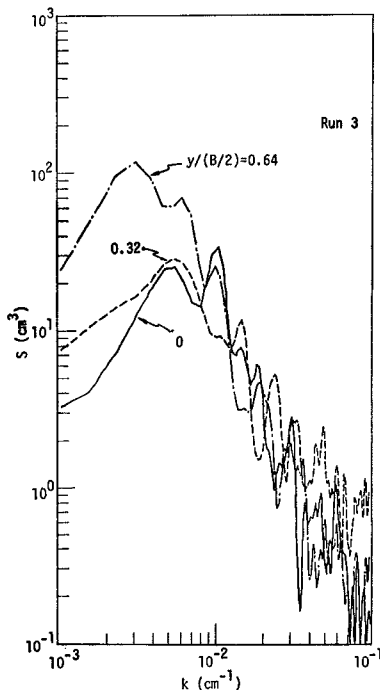
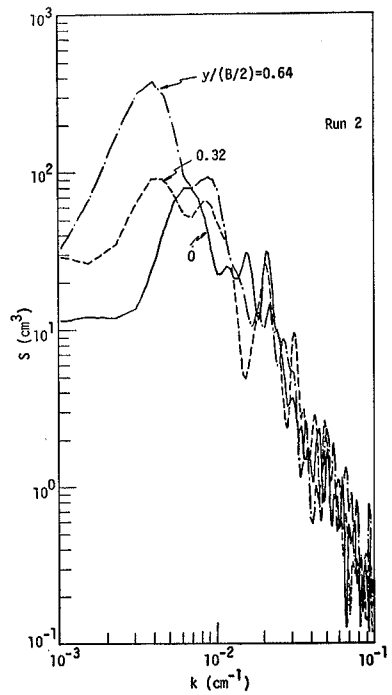
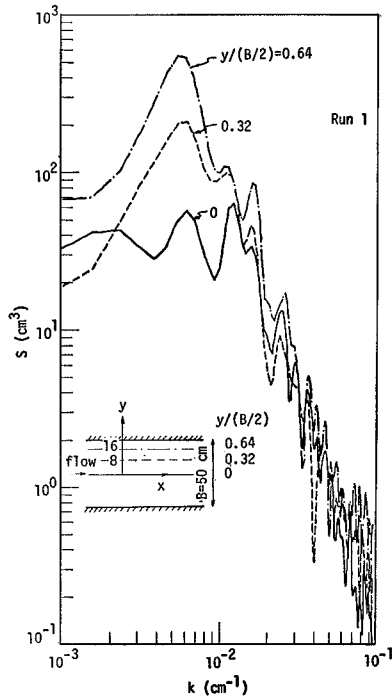


Fig. 5 Lateral variation of power spectral density of longitudinal bed configurations.

•  $h_o = 0.08 \sim 0.13$  となっている。また、Run 3 については、 $k_m = 1.0 \sim 1.5 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$  で  $k_m \cdot h_o = 0.07 \sim 0.1$  となっている。以上、波数スペクトル特性の結果から言えることは、

1) 波数  $k$  が、 $k_h \approx 2 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$  程度より大きい領域でのスペクトル密度  $S(k)$  は水路横断方向には変化せず、 $S(k) \sim k^{-2 \sim -3}$  の関係にある一種の慣性領域が形成されている。

2) 低波数域でスペクトル密度が卓越する波数  $k_l$  があり、 $k_l$  に対するスペクトル密度  $S(k_l)$  は水路側壁に近い程大きく、 $y/(B/2) = 0.64$  の測線では、水路中央測線 ( $y/(B/2) = 0$ ) のものより1オーダー程度大きい。また、 $k_l \cdot B = 0.15 \sim 0.3$  程度でほぼ一定であり、 $k_l$  は水路幅に規定されていると考えられるが、いま  $k_l$  に対する波長の2倍を  $\lambda_B$  とすると  $k_l \cdot B = 0.15 \sim 0.3$  は  $\lambda_B/B = 7 \sim 13$  であって、従来いわれている水路幅に密接に関係がある砂州の波長  $\lambda_B/B = 7 \sim 15^6$  にほぼ一致している。

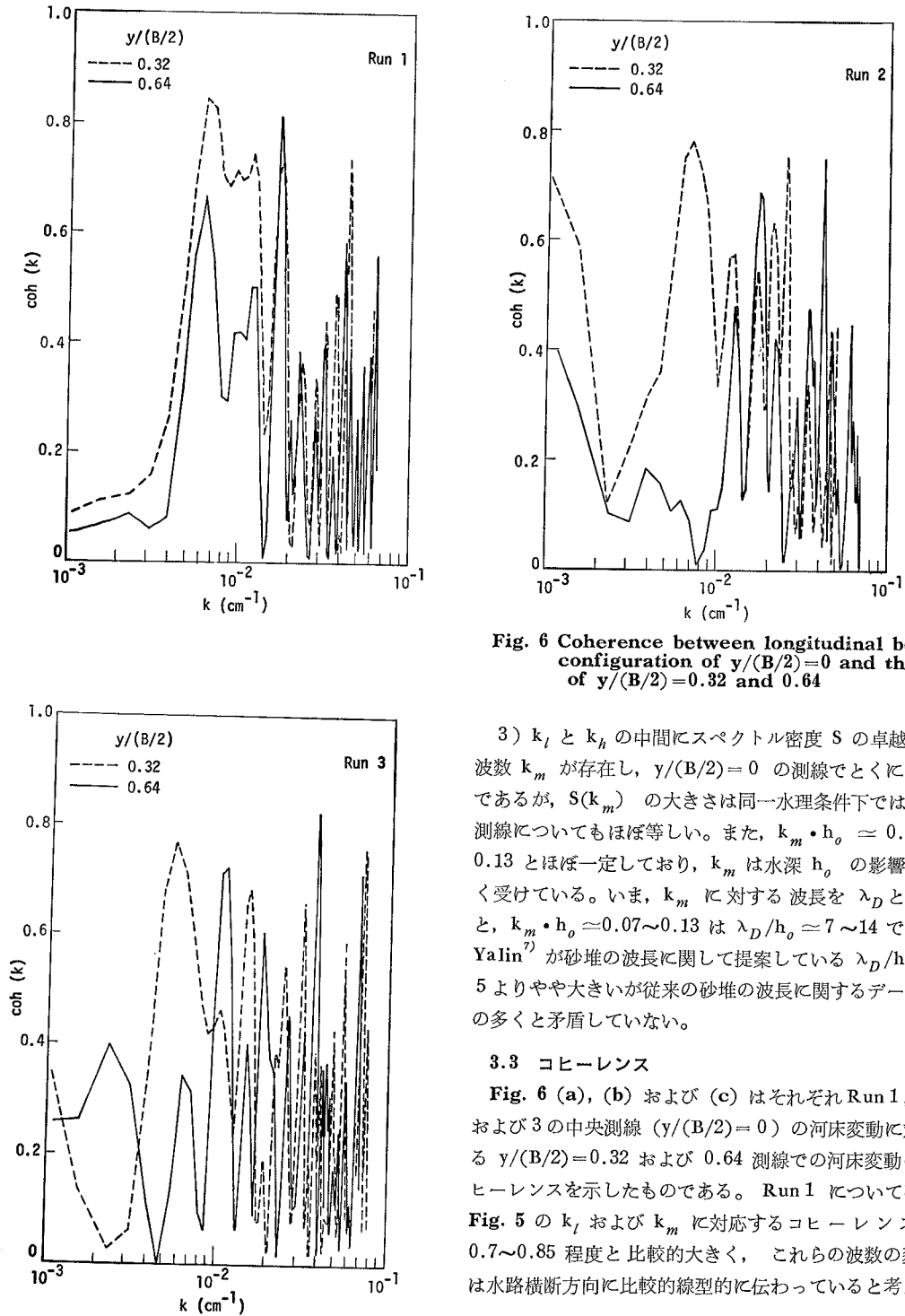


Fig. 6 Coherence between longitudinal bed configuration of  $y/(B/2)=0$  and those of  $y/(B/2)=0.32$  and  $0.64$

3)  $k_l$  と  $k_h$  の中間にスペクトル密度  $S$  の卓越する波数  $k_m$  が存在し,  $y/(B/2)=0$  の測線できくに顕著であるが,  $S(k_m)$  の大きさは同一水理条件下ではどの測線についてもほぼ等しい。また,  $k_m \cdot h_o \approx 0.07 \sim 0.13$  とほぼ一定しており,  $k_m$  は水深  $h_o$  の影響を強く受けている。いま,  $k_m$  に対する波長を  $\lambda_D$  とすると,  $k_m \cdot h_o \approx 0.07 \sim 0.13$  は  $\lambda_D/h_o \approx 7 \sim 14$  であり Yalin<sup>7)</sup> が砂堆の波長に関して提案している  $\lambda_D/h_o = 5$  よりやや大きいが従来の砂堆の波長に関するデータ<sup>8)</sup> の多くと矛盾していない。

### 3.3 コヒーレンス

Fig. 6 (a), (b) および (c) はそれぞれ Run 1, 2 および 3 の中央測線 ( $y/(B/2)=0$ ) の河床変動に対する  $y/(B/2)=0.32$  および  $0.64$  測線での河床変動のコヒーレンスを示したものである。Run 1 については, Fig. 5 の  $k_l$  および  $k_m$  に対応するコヒーレンスは  $0.7 \sim 0.85$  程度と比較的大きく, これらの波数の変動は水路横断方向に比較的線形的に伝わっていると考えら

れる。Run 2については、 $k_m$  に対する変動に対しては Run 1 とほぼ同様なことが言えるが、 $k_l$  のものについては中央測線と他の測線間とでの変動の応答の線型性は低い。Run 3については、 $k_l$  に対応する変動についても  $k_m$  に対応するものについても、水路中央部と側壁近くとでの河床変動応答の線型性はあまりよくない。

3.4 変動の大きさ

Fig. 7 は各測線での河床変動の分散  $\sigma$  を水路中央測線での分散  $\sigma_c$  で無次元化したものを示したものであって、明らかに、水路側壁近くの方が河床変動が大きいことがわかる。すなわち、本実験では、 $y/(B/2)=0.64$  の測線では、 $\sigma/\sigma_c = 1.1 \sim 1.4$  程度となっている。 $\sigma$  の側壁近くでの増大に寄与している変動の波数は波数スペクトル図 (Fig. 5) の説明でも述べたように主に低波数であって、 $k_m$  より大きい波数成分の変動は水路横断方向にはあまり変化していない。

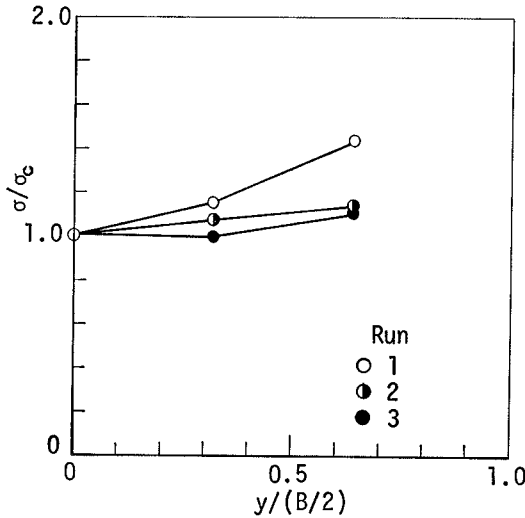


Fig. 7 Variation of standard deviation of longitudinal bed configuration with  $y/(B/2)$ .

4. 水路幅の河床波特性に及ぼす影響

4.1 幅 50cm 水路の河床波特性

Fig. 8 は幅  $B=50\text{cm}$  水路の中央測線の河床変動に関する波数スペクトル密度を示したものであって、Run 1, 2, 3 および 7 についてのものである。実線で示す Run 1 のようにスペクトル密度がはっきりと 2 つのピークをもつような多重構造の河床状態のもの Run 7 の

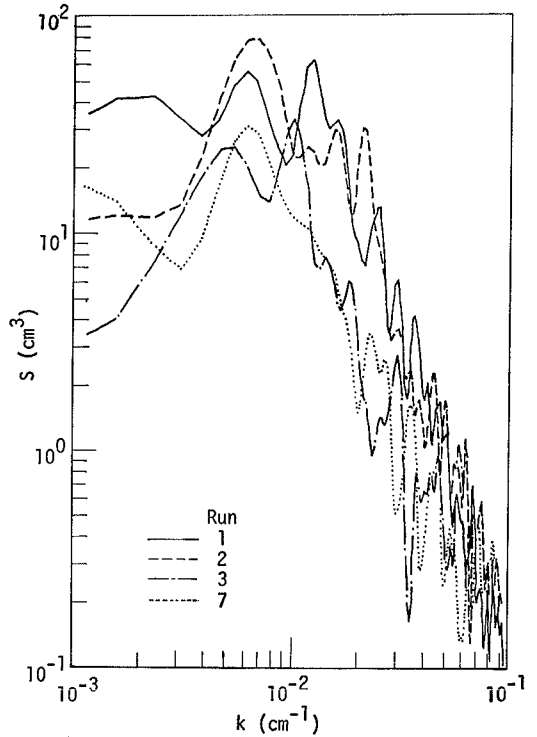


Fig. 8 Variation of power spectral density of longitudinal bed configuration in the flume 50 cm in width with flow conditions.

ようにピークが一つしかない単構造の河床形状のものがあるが、比較的 low 波数域にあるスペクトル密度のピークは顕著であってそれに対する波数  $k_l$  は水理条件が変わってもほぼ  $6 \times 10^{-3} \text{cm}^{-1}$  程度 ( $k_l \cdot B = 0.3$  程度) で不変であり、この  $k_l$  は  $B = 50\text{cm}$  水路に固有に発生する河床波の波数と考えることができる。一方、高波数側のスペクトル密度のピーク特性およびそれに対する波数  $k_m$  は水理量によって大きく変わっており、本実験の場合、水深が大きければピーク値は大きく、水深が小さい Run 7 ではピークが存在していない。水深の比較的大き Run 1, 2 は全体的にスペクトル密度は大きく、水深の小さい Run 3 および Run 7 ではスペクトル密度は小さくなっている。

4.2 水路幅とスペクトル特性

Fig. 9 (a) および (b) は、それぞれ同一単位幅流量および単位幅流砂量のもとで水路幅  $B$  のみを  $B=10\text{cm}$ ,  $30\text{cm}$ ,  $40\text{cm}$  および  $50\text{cm}$  と変化させたときの水路中央測

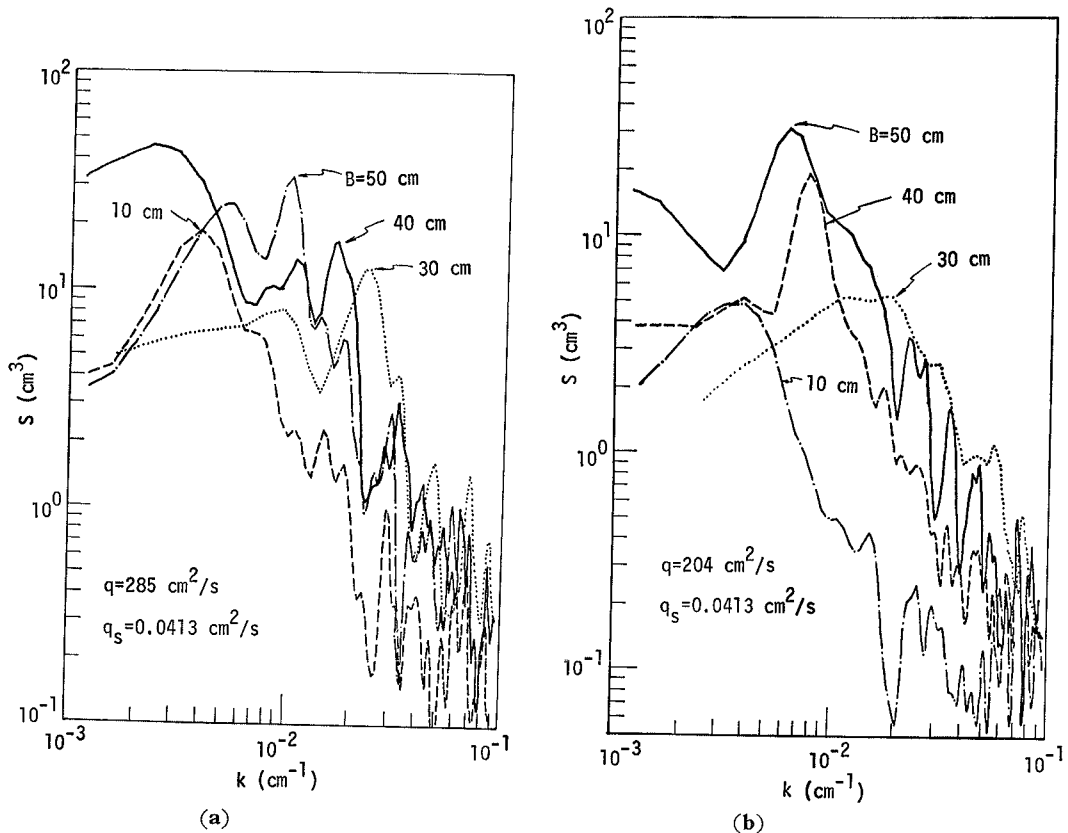


Fig. 9 Variation of power spectral density of longitudinal bed configuration with channel width  $B$ .

線河床変動に関する波数スペクトル密度を示したものであり、(a) 図は Run 3 ~ Run 6 について、(b) 図は Run 7 ~ Run 10 についてである。図からわかることは、まず、水路幅が  $B=10\text{cm}$  と小さく  $B/h=1\sim 2$  程度で側壁の影響を強く受ける場合は、スペクトル密度の卓越したピークは一つしかなく河床波は単構造をしている。ただ、 $B=10\text{cm}$  の場合のデータには、実験中供給砂の補給のため一時通水を止めたための影響が認められこのことが、低波数域のスペクトル密度のピークとして表われている可能性がある。 $B$  が大きい場合（本実験では  $B/h=5\sim 10$  程度）では、水理量によっても異なると考えられるが、スペクトル密度のピークをいくつか有する多重構造となる傾向がある。すなわち、本実験条件の下では、 $B=10\text{cm}$  の場合を除いてスペクトル密度はほぼ二つのピークを持つが、Fig. 8 から類推すると低波数

側のピークは主に水路幅によってその波数  $k_l$  が規定され、高波数側のピークは主に水理量（水深）によってその波数  $k_m$  が規定されると考えられる。しかし、 $k_l$  およびそれに対するスペクトル密度の大きさの水路幅の変化による系統的な変化傾向は認められないが、むしろ  $k_m$  およびそのスペクトル密度についていえば、 $B$  が大きくなるほどスペクトル密度のピーク値は大きくなり、また  $k_m$  も小さくなる（波長が大きくなる）傾向がある。これらの特性は Fig. 9 の (a) と (b) を比較すると、比較的水深の大きい Run 3 ~ Run 6 で顕著であるが、水深の小さい Run 7 ~ Run 10 では  $k_m$  に対するスペクトル密度のピークが消え、河床波構造は単構造に近づいている。以上のことから言えることは、比較的水深が大きく、また水路幅が大きければ河床変動を引き起こす流水の乱れスケールの自由度が大きくな



り、すなわち、河床砂粒粗度スケールの乱れから、水深スケールおよび水路幅スケールの乱れがそれぞれ異なったスケールで共存するため、河床波のスケールもそれぞれの乱れスケールに対応して共存する。すなわち、 $k_l$  と  $k_m$  が比較的離れていれば波長の大きい変動（砂州など）によって砂堆や砂漣のように比較的波長の小さい変動特性はあまり影響を受けないと考えられる。しかし、水路幅が小さくなったり、水量が変化して  $k_l$  と  $k_m$  が近づくと水路幅で規定されるような比較的波長の大きな変動と水量によって規定される小さな波長の変動とは互に干渉し合っ、スペクトル密度のピークを増幅させたり減少させたりあるいは  $k_l$  および  $k_m$  の値を変化させるものと考えられる。すなわち、従来水深によって主に支配されるとされている砂堆特性にも水路幅の影響が入ってきて、 $k_m$  およびそれに対応するスペクトル密度の大きさも水路幅の影響を強く受けていると考えられる。また、Fig. 9 (b) のように水深が比較的小さく砂堆が発達しないような水理条件では  $k_m$  に対するスペクトル密度のピークは消滅し、水路幅のみによって規定されると考えられる  $k_l$  に対するピークのみとなる。

## 5. あとがき

本研究では、河床波、構造の水路横断方向特性および水路幅の河床波構造に及ぼす影響を明らかにするために、それらの統計的特性を実験的に検討したが得られた主な結果を要約すると、以下のとおりである。

1) 波数スペクトル密度  $S$  の分布は波数  $k$  が比較的大きい領域 ( $k > \sim 2 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ ) では、水路幅や水量にも影響されず、また水路横断方向の測線にも変化しない、 $S(k) \sim k^{-2 \sim -3}$  の関係にある一種の慣性領域が形成されている。

2) 低波数域でスペクトル密度の卓越する波数  $k$  があり、この  $k_l$  は水理条件が変化しても変化せず、水路幅  $B$  によって主に規定されるようであり、 $B = 50 \text{ cm}$  の水路では  $B \cdot k_l = 0.15 \sim 0.3$  である。

3) 河床高の変動の大きさを表わす標準偏差は側壁に近い程大きくなり、側壁近くでは砂州による深掘れが生じていると考えられる。

4)  $k_l$  より高波数側に水理条件によって著しく変化するスペクトル密度  $S$  の卓越する波数  $k_m$  が存在する場合がある。

5) 水路中央測線と他の測線とで、変動間の応答の線型性は水理条件によって著しく異なる。

6) 水路幅  $B$  が比較的大きい場合 ( $B/h \approx 10$ ) は、スペクトル密度が卓越する波数がいくつか存在し、河床波は多重構造を呈するが、卓越波数は水路幅に規定されるものと水理条件に規定されるものとが考えられる。

7) 水路幅が極端に小さい場合 ( $B/h \approx 1 \sim 2$ ) では、河床波はスペクトル密度が卓越する波数は1つしかない単構造となり、 $\sim 3 < B/h < \sim 8$  では、多重構造となることが多いが、卓越波数  $k_l$  も  $k_m$  も水路幅によって変化する。

以上のように、移動床水路にみられる河床形態の空間的構造は水量のみならず水路幅によっても強く影響をうけることをごく定性的に明らかにすることができたが、その複雑な三次元構造の定量的解明は残された問題となっている。とくに鉛直乱流場が水深に規定され、水平乱流場が水路幅に規定される<sup>8)</sup> という河川乱流構造との関係で、河床形態の構造がその代表スケールである水深と水路幅の関係で定量的に評価できるのかどうかについて今後系統的になされた多くの実験データによって検討する必要がある。

## 参考文献

- 1) Nordin, C. F. and J. H. Algert : Spectral analysis of sand waves, Proc. ASCE, HY 5, 1966.
- 2) Hino, M. : Equilibrium-range spectra of sand waves formed by flowing water, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 34, 1968.
- 3) 芦田和男・田中祐一郎：砂漣に関する実験的研究 (3), 京都大学防災研究所年報, 10号 B, 1967.
- 4) 芦田和男・奈良井修二：河床形態の変動特性に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 12号 B, 1969.
- 5) 例えば, 日野幹雄：「スペクトル解析」朝倉書店出版, 1977.
- 6) 土木学会水理委員会移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会：移動床流れにおける河床形態と粗度, 土木学会論文報告集, 第210号, 1973.
- 7) Yalin, M. S. : Geometrical properties of sand waves, Proc. ASCE, HY 5, 1964.

- 8) Yokoshi, S. : The structure of river turbulence, Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute, Vol. 17, 1967.