

Lastkollektive und Effektive Biegedauerfestigkeit

von

Satoshi ODA* und Toshio AIDA**

(Eingegangen am 1. Mai 1971)

Inhaltsangabe

Im vorliegenden Aufsatz ist die effektive Biegedauerfestigkeit für 2-stufige Last-Systeme behandelt. Es wird beabsichtigt, daß dieser Ansatz als Unterlage zur Untersuchung der Biegedauerfestigkeit von Zahnrädern für kompliziertere Last-Systeme dient. Zuerst wird der Einfluß der Unterspannung auf die Biegedauerfestigkeit ermittelt. Auf Grund dieser Versuchsergebnisse wird die Berechnungsmethode der effektiven Biegedauerfestigkeit ermittelt.

Ferner wurden Pulsatorversuche für 2-stufige Last-Systeme durchgeführt.

Die nach dieser Methode berechnete Biegedauerfestigkeitswerte übereinstimmen mit den versuchsergebnissen.

1. Einleitung

Die äquivalente Last für 2-stufige Last-Systeme, die nur die Lasten oberhalb der Biegedauergrenze (Überlast) enthalten, ist schon in [1] von den Verfassern ermittelt und auf die zu berücksichtigenden Punkte bei der Auslegung der Zahnräder, die unter solchen Lastbedingungen verwendet werden, hingewiesen worden.

Im vorliegenden Aufsatz ist die effektive Biegedauerfestigkeit (die maximale Spannung, der der Zahn für das gegebene Lastsystem widerstehen kann [2]) für 2-stufige Last-Systeme, die auch die Lasten unterhalb der Biegedauergrenze (Unterlast) enthalten, behandelt.

Es wird beabsichtigt, daß dieser Aufsatz als Unterlage zur Untersuchung der Biegedauerfestigkeit von Zahnrädern für kompliziertere Last-Systeme dient. Zuerst wird der Einfluß der Unterspannung auf die Biegedauerfestigkeit ermittelt. Auf Grund dieser Versuchsergebnisse wird die Berechnungsmethode der effektiven Biegedauerfestigkeit für 2-stufige Last-Systeme ermittelt. Ferner wurden Pulsatorversuche für 2-stufige Last-Systeme durchgeführt. Nach diesen Versuchen wird festgestellt, daß die nach dieser Methode berechnete Biegedauerfestigkeitswerte mit den Versuchsergebnissen übereinstimmen.

Im Vergleich zu bisherigen Versuchsergebnissen über Zahnflankenfestigkeit unter 2-stufigen Lastbedingungen [2] ist aufgezeigt, daß die Abhängigkeit der Biegedauerfestigkeit von der Lastveränderung beachtlich kleiner als die der Flankenfestigkeit ist.

* Department of Mechanical Engineering.

** Department of Precision Mechanics, Kyoto University.

2. Bezeichnungen

| | |
|-----------------------------------|--|
| σ_A | Spannungen in höherer Stufe [kp/mm ²] |
| σ_a | Spannungen in niedrigerer Stufe |
| σ_k | kritische Spannungen |
| σ_i | wirkende Spannungen im mehrstufigen Last-System ($i=1, 2, \dots$) |
| σ_o | ursprüngliche Biegedauerfestigkeit |
| σ_p | durch Verfestigung bei Spannungen unterhalb der Dauerfestigkeit (Unterspannung) erhöhte Biegedauerfestigkeit |
| σ_{max} | durch Verfestigung bei Unterspannung erhöhte maximale Biegedauerfestigkeit |
| $\sigma_{eff}, \sigma_{eff}'$ | effektive Biegedauerfestigkeit |
| σ_{oex} | experimentelle Biegedauerfestigkeit |
| n_A | Lastwechselzahl von σ_A für einen Belastungszyklus (s. Bild 1) |
| n_a | Lastwechselzahl von σ_a für einen Belastungszyklus (s. Bild 1) |
| n_q, n_q' | Lastwechselzahl von σ_o bzw. σ_a |
| n_f, n_f' | Lastwechselzahl bei Angriff nur von σ_p bzw. σ_A , bei der Anriß entsteht |
| N_o | Lastwechselzahl entsprechend dem Wöhlerlinien-Knickpunkt (s. Bild 3, A) |
| N_o'' | Lastwechselzahl entsprechend dem Punkt auf der verlängerten Linie der Wöhlerlinie (s. Bild 3, B) |
| N_{bA} | Lebensdauer für σ_A |
| N_{bp} | Lebensdauer für σ_p |
| N_i | Lastwechselzahl von σ_i ($i=1, 2, \dots$) |
| N_{bi} | Lebensdauer für σ_i ($i=1, 2, \dots$) |
| α_r | σ_A/σ_a |
| α_{k1}, α_{k2} | 1. kritisches Spannungsverhältnis, 2. kritisches Spannungsverhältnis |
| β_r, β_r' | $n_f/N_{bp}, n_f'/N_{bA}$ |
| $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ | Verminderungskoeffizient |
| Δ, Δ' | Zuwachs der Biegedauerfestigkeit durch Verfestigung von Unterspannung |
| m | Exponent für Wöhlerlinie, Modul |
| K | Anzahl der Laststufen |
| S | Summe der Last Wechselzahlverhältnisse |

3. Prüfräder und Pulsator

Prüfräder sind aus Stahl und normalisiert. Verzahnungsdaten sind : $m=4,233$ ($D.P.=6$), Eingriffswinkel $\alpha = 14,5^\circ$, Zähnezahl $z=20$, Zahnbreite $b = 10\text{mm}$. Bei dem Pulsatorversuch wurde ein hydraulischer Pulsator verwendet [1]. In Bild 2 ist der Lastangriffspunkt im Pulsatorversuch gezeigt.

4, Versuchsergebnisse und Auswertung

4.1 Einfluß der Unterspannung auf die Biegedauerfestigkeit

Im allgemeinen hat eine Spannung auf den Werkstoff unterschiedliche Wirkung, d. h. sie schwächt oder verfestigt den Werkstoff.

Wirkt anfangs die Überspannung, so fällt die Biegedauerfestigkeit des Werkstoffes, bei Unterspannung steigt sie. Nicht alle Unterspannungen verfestigen den Werkstoff, sondern nur Unterspannungen oberhalb der kritischen Spannung (Spannungen unterhalb dieser Spannung haben keinen Einfluß auf die Biegedauerfestigkeit) verfestigen den Werkstoff. Je mehr die Unterspannung die kritische Spannung überschreitet, desto stärker wird die Verfestigungswirkung. Der Einfluß der Unterspannung auf die Biegedauerfestigkeit hängt auch von der Lastwechselzahl ab. In der Praxis ist es zweckmäßig anzunehmen, daß der Zuwachs der Biegedauerfestigkeit für den Bereich von kleinerer Lastwechselzahlen als eine bestimmte Zahl (Lastwechselzahl, bei der die Verfestigung einen Sättigungspunkt erreicht) mit der Lastwechselzahl proportional steigt. Ferner ist auch aus der Literatur bekannt,

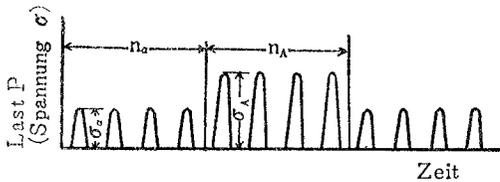


Bild 1d Darstellung eines Lastkollektivs

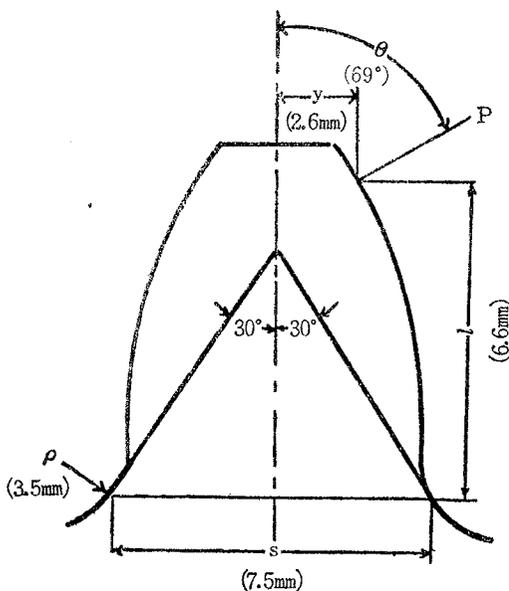


Bild 2. Lastangriffspunkt

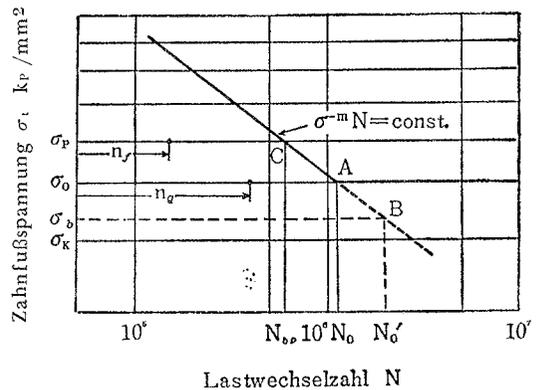


Bild 3. Erklärung der Bezeichnungen

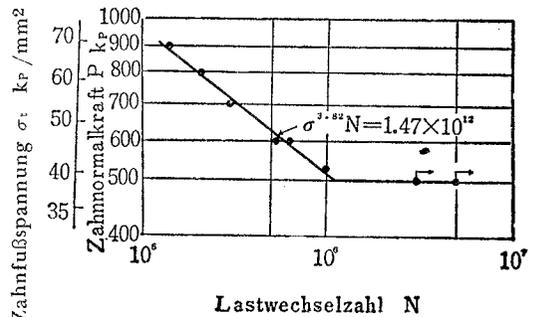


Bild 4. Wöhlerlinie für Prüfräder

daß der Zuwachs der Biegedauerfestigkeit mit der dem Punkt B in Bild 3 entsprechenden Lastwechselzahl N'_0 das Maximum erreicht, d. h. mit dieser Lastwechselzahl erreicht die Verfestigungswirkung der Unterspannung den Sättigungspunkt (2) (4). Auf Grund dieser Ergebnisse wird der Einfluß der Unterspannung auf die Biegedauerfestigkeit ermittelt.

Bild 4 zeigt die Wöhlerkurve für die Prüfräder. Auf der Ordinate sind in diesem Bild Zahnnormalkraft P und die entsprechende wirkliche Spannung σ_t , die aus Gl. (1), (2) berechnet wird (s. Bild 2) (5).

$$\sigma_t = \left(1 + 0,08 \frac{s}{\rho} \right) (0,66\sigma_{Nb} + 0,40 \sqrt{\sigma_{Nb}^2 + 36\tau_N^2} + 1,15\sigma_{Nc}) \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{Nb} &= \frac{6Pl\sin\Theta}{s^2b} \\ \sigma_{Nc} &= -\frac{P\cos\Theta}{sb} - \frac{6Pycos\Theta}{s^2b} \\ \tau_N &= \frac{P\sin\Theta}{sb} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

wobei

P Zahnnormalkraft, Θ Winkel zwischen Kraftwirkungslinie und Zahnmittellinie, l Abstand zwischen Zahnkraftangriffspunkt und Zahnfußsehne, s Zahndickensehne, ρ Krümmungsradius der Zahnfußausrundung, b Zahnbreite, y Abstand zwischen Kraftangriffspunkt und Zahnmittellinie, σ_{Nb} Nennspannung durch Biegekomponente, σ_{Nc} Nennspannung durch Druckkomponente, τ_N Nennspannung durch Schubkraft.

Aus Bild 4 ist die ursprüngliche Biegedauerfestigkeit σ_0 der Prüfräder 39kp/mm². Bild 5 zeigt die Versuchsergebnisse über den Einfluß der Unter- bzw. Überspannung auf die Biegedauerfestigkeit.

Nach Belastung mit Unterspannung bis zur Lastwechselzahl N'_0 und nach Belastung mit Überspannung bis zur Lastwechselzahl entsprechend 60% der Lastwechselzahl bis Zahnbruch wurde jeweils die Biegedauerfestigkeit an diesen Prüfrädern

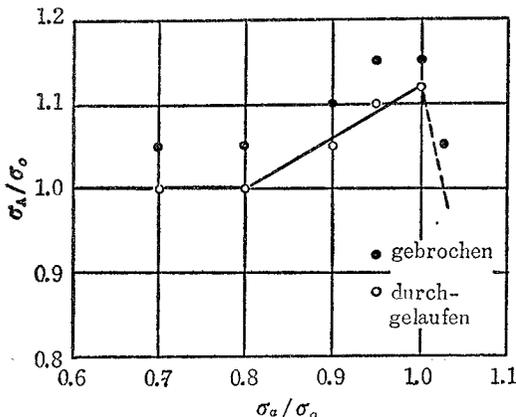


Bild 5. Einfluß der Unter- und Überspannung auf die Biegedauerfestigkeit

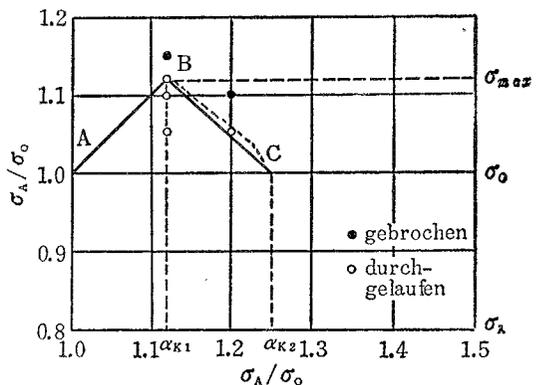


Bild 6. Effektive-Biegedauerfestigkeitsdiagramm

bestimmt.

Die Abszisse in Bild 5 zeigt den Verhältniswert der Unterspannung zu der ursprünglichen Biegedauerfestigkeit σ_a / σ_o und die Ordinate den Verhältniswert der Überspannung zu der ursprünglichen Biegedauerfestigkeit σ_A / σ_o . Nach diesem Bild erreicht der Zuwachs der Biegedauerfestigkeit durch die vorangehende Unterspannung das Maximum ($1,12\sigma_o$), wenn die Unterspannung der ursprünglichen Spannung gleich ist,

Die kritische Spannung σ_k für die Prüfräder beträgt 80% der ursprünglichen Biegedauerfestigkeit σ_o .

4. 2 Effektive Biegedauerfestigkeit für 2-stufige Last-Systeme

4. 2. 1 Fall I: Lastwechselzahl der Unterspannung $n_a \geq N'_o$

Auf Grund der Versuchsergebnisse in Kapitel 4.1 ist die effektive Biegedauerfestigkeit für 2-stufige Last-Systeme für den Fall $n_a \geq N'_o$ ermittelt.

In Bild 6 sind Versuchsergebnisse von Bild 5 und Versuchsergebnisse zur Bestimmung der Biegedauerfestigkeit für verschiedene Verhältniswerte ($\alpha_r = \sigma_A / \sigma_a$) der Spannung in der höheren Stufe zur Spannung in der niedrigeren Stufe mit α_r auf der Abszisse und σ_A / σ_o auf der Ordinate aufgetragen. Während jedes Versuches ist der Verhältniswert α_r unveränderlich gehalten.

Wenn die niedrigere Spannung σ_a eine Unterspannung ist, nimmt die Biegedauerfestigkeit mit zunehmendem σ_a zu und bei $\sigma_a \approx \sigma_o$ erreicht die Verfestigungswirkung das Maximum, also ergibt sich die Biegedauerfestigkeit zu σ_{max} . Wenn $\sigma_A < \sigma_{max}$, ist σ_A als die Biegedauerfestigkeit für das gegebene 2-stufige Last-System anzusehen (vergl. durchgezogene Linie AB).

Für $\alpha_r < \alpha_{k1}$ (α_{k1} 1. kritisches Spannungsverhältnis) nimmt nämlich die effektive Biegedauerfestigkeit σ_{oef} proportional dem Verhältniswert α_r zu.

Hieraus folgt

$$\sigma_{oef} = \alpha_r \sigma_o \dots\dots\dots (3)$$

Bei $\alpha_r = \alpha_{k1}$ wird die effektive Biegedauerfestigkeit σ_{oef} gleich der maximalen Biegedauerfestigkeit der gegebenen Zahnräder. Also gilt

$$\sigma_{oef} = \alpha_{k1} \sigma_o = \sigma_{max} \dots\dots\dots (4)$$

Wenn man für $\alpha_r > \alpha_{k1}$ die Unterspannung $\sigma_a = \sigma_o$ setzt, überschreitet die Spannung σ_A in höherer Stufe die maximale Biegedauerfestigkeit σ_{max} . Dabei muß die Spannung der niedrigeren Stufe σ_a kleiner als σ_o genommen werden, damit die Zähne nicht brechen. Die gesunkene Spannung σ_a hat kleinere Verfestigungswirkung auf die Biegedauerfestigkeit. Nimmt α_r zu, wird σ_a der kritischen Spannung σ_k gleich und hat keine Verfestigungswirkung mehr. Nennt man den diesem Grenzfall entsprechend Verhältniswert 2.kritisches Spannungsverhältnis, ergibt sich

$$\alpha_{k2} = \frac{\sigma_o}{\sigma_k} \dots\dots\dots (5)$$

Werden die Werte σ_o , α_{k1} und α_{k2} auf diese Weise experimentell bestimmt, kann man die effektive Biegedauerfestigkeitskurve (s. Bild 6) erhalten. Für den Bereich von α_{k1} bis α_{k2} ist die gestrichelte Kurve in Bild 6 zweckmäßig als eine Gerade anzusehen. Bei $n_q \geq N'_o$ kann die effektive Biegedauerfestigkeit σ_{oef} für 2-stufige Last-Systeme nach Gl. (6) bis (8) berechnet werden.

$$1. \quad \sigma_{oef} = \alpha_r \sigma_o \quad \text{für } \alpha_r \leq \alpha_{k1} \dots \dots \dots (6)$$

$$2. \quad \sigma_{oef} = \sigma_o \frac{\alpha_{k1} (\alpha_{k2} - 1) - \alpha_r (\alpha_{k1} - 1)}{\alpha_{k2} - \alpha_{k1}} \dots \dots \dots (7)$$

$$\text{für } \alpha_{k1} < \alpha_r < \alpha_{k2}$$

$$3. \quad \sigma_{oef} = \sigma_o \quad \text{für } \alpha_r \geq \alpha_{k2} \dots \dots \dots (8)$$

4. 2. 2 Fall 2: Lastwechselzahl der Unterspannung $n_q < N'_o$ Bedingung, unter der kein Anriß entsteht und Verminderungs-Koeffizient λ

(i) Bis zum Augenblick des Eintretens eines Anrißes hat die Unterspannung eine Verfestigungswirkung auf den Werkstoff. Nach dem Eintreten des Anrißes kann jedoch der durch die Überspannung entstehende Ermüdungsschaden durch die Unterspannung nicht überwunden werden.

(ii) Wenn die Biegedauerfestigkeit eines Werkstoffes erhöht wird, tritt bei der Spannung, die niedriger als die erhöhte Biegedauerfestigkeit und höher als σ_o ist kein Anriß auf und es entsteht kein Bruch des Werkstoffes [3].

Unter Berücksichtigung dieser zwei Punkte ist die Bedingung, daß kein Anriß durch die Spannung in höherer Stufe der 2-stufigen Last-Systeme eintritt, ermittelt.

$$(1) \quad \alpha_r \leq \alpha_{k1}$$

Wird mit der ursprünglichen Biegedauerfestigkeit σ_o n_q -mal belastet, wird die Biegedauerfestigkeit auf σ_p erhöht (s. Bild 3). Weiterhin steigt für $n_q = 0 \dots N_o$ der Zuwachs der Biegedauerfestigkeit durch Unterspannung proportional der Lastwechselzahl der Unterspannung,

$$n_q = N_o \frac{\sigma_p - \sigma_o}{\sigma_{max} - \sigma_o} = N_o \frac{\sigma_p / \sigma_o - 1}{\sigma_{max} / \sigma_o - 1} = N_o \frac{\alpha_r - 1}{\alpha_{k1} - 1} \dots \dots \dots (9)$$

$$\text{oder } N_o = n_q \frac{\alpha_{k1} - 1}{\alpha_r - 1} \quad \text{für } \alpha_r \leq \alpha_{k1} \dots \dots \dots (10)$$

Setzt man als Gleichung für Wöhlerlinie

$$\sigma^m N = \text{konst.}, \dots \dots \dots (11)$$

als Lebensdauer für $\sigma_p N_{bp}$ (s. Bild 3,C) und als Lastwechselzahl, bei der Ermüdungsanriß eintritt, n_f , ergibt sich aus Gl. (11)

$$\sigma_o^m N_o = \sigma_p^m N_{bp}$$

$$\sigma_o^m n_q \frac{\alpha_{k1} - 1}{\alpha_r - 1} = \sigma_p^m \frac{n_f}{\beta_r} \dots \dots \dots (12)$$

$$\text{wobei } \beta_r = \frac{n_f}{N_{bp}}$$

Also folgt

$$\frac{n_g}{n_f} = \frac{(\sigma_b / \sigma_o)^m (\alpha_r - 1)}{\beta_r (\alpha_{k1} - 1)} \dots\dots\dots (13)$$

Es ist notwendig, daß der Verhältniswert n_a / n_A der Lastwechselzahl n_a der Spannung in der niedrigeren Stufe zu der Lastwechselzahl n_A der Spannung in der höheren Stufe größer ist als der Wert, der Gl. (13) erfüllt, damit im 2-stufigen Last-System durch die Spannung in der höheren Stufe kein Anriß eintreten kann. Nämlich

$$\frac{n_a}{n_A} \geq \frac{\alpha_r^m (\alpha_r - 1)}{\beta_r (\alpha_{k1} - 1)} \dots\dots\dots (14)$$

wobei m =Exponent in Gl. (11).

Setzt man unter Berücksichtigung der bisherigen Versuchsergebnisse $m = 4$, $\beta_r = 4,0$ in Gl. (14) ein, ergibt sich

$$\frac{n_a}{n_A} \geq \frac{2,5 \alpha_r^4 (\alpha_r - 1)}{\alpha_{k1} - 1} \dots\dots\dots (15)$$

Wenn Gl. (15) nicht erfüllt ist, kann die Verfestigungswirkung der Spannung in der niedrigeren Stufe nicht ausgenutzt werden. In diesem Fall muß der aus Gl. (6) berechnete effektive Biegedauerfestigkeitswert durch Multiplikation mit Minderungskoeffizient λ_1 korrigiert werden.

Der Koeffizient λ_1 wird folgendermaßen berechnet: wenn Gl. (15) erfüllt ist, ergibt sich der Zuwachs der Biegedauerfestigkeit Δ

$$\Delta = \alpha_r \sigma_o - \sigma_o = \sigma_o (\alpha_r - 1) \dots\dots\dots (16)$$

Nimmt man an, daß die Lastwechselzahl von σ_a und die Größe von σ_a dem Zuwachs der Biegedauerfestigkeit proportional sind und setzt man als die durch die relative Verminderung der Lastwechselzahl von σ_a gesunkene Biegedauerfestigkeit σ_{oef}' , ergibt sich der Zuwachs Biegebauerfestigkeit Δ'

$$\Delta' = \sigma_{oef}' - \sigma_o = \sigma_o (\alpha_r - 1) \frac{\sigma_a - \sigma_k}{\sigma_o - \sigma_k} \frac{n_a / n_A (\alpha_{k1} - 1)}{2,5 \alpha_r^4 (\alpha_r - 1)} \dots\dots\dots (17)$$

$$\text{Anderseits } \Delta' = \sigma_{oef}' - \sigma_o = \sigma_o (\lambda_1 \alpha_r - 1) \dots\dots\dots (18)$$

Aus Gl. (17) und (18) folgt

$$\sigma_a = \frac{\sigma_A}{\alpha_r} = \frac{\sigma_{oef}'}{\alpha_r} = \frac{\lambda_1 \alpha_r \sigma_o}{\alpha_r} = \lambda_1 \sigma_o$$

Also erhält man

$$\lambda_1 = \frac{2,5 \alpha_r^4 (\alpha_{k2} - 1) - (\alpha_{k1} - 1) n_a / n_A}{2,5 \alpha_r^5 (\alpha_{k2} - 1) - \alpha_{k2} (\alpha_{k1} - 1) n_a / n_A} \dots\dots\dots (19)$$

$$(2) \quad \alpha_{k1} < \alpha_r < \alpha_{k2}$$

Für den Bereich $\alpha_{k1} < \alpha_r < \alpha_{k2}$, wird $\sigma_a < \sigma_o$. Also erreicht die Verfestigung durch σ_a bei der Lastwechselzahl N'_o (s. Bild 3, B) das Maximum. In diesem Fall bedeutet der Grenzwert $\sigma_b = \sigma_A$ die Biegedauerfestigkeit und die Lastwechselzahl

n'_q von σ_a ist $n'_p = N'_o$. Nennt man die Lebensdauer von σ_A N_{bA} und die Lastwechselzahl, bei der Anriß eintritt, n_f' , ergibt sich in der gleichen Weise in (1)

$$\sigma_a^m N'_o = \sigma_b^m N_{bp} = \sigma_A^m N_{bA}$$

$$\sigma_a^m n'_q = \sigma_A^m \frac{n_f'}{\beta_r'}$$

wobei $\beta_r' = n_f' / N_{bA}$

Somit ergibt sich

$$\frac{n_q'}{n_f'} = \frac{(\sigma_A/\sigma_a)^m}{\beta_r'} = \frac{\alpha_r^m}{\beta_r'} \dots\dots\dots(20)$$

Danach ist es notwendig, daß der Verhältnis wert n_a / n_A größer als der Wert ist, der Gl. (20) erfüllt, damit der Anriß auch bei der Spannung in der höheren Stufe nicht eintritt. Es ergibt sich

$$\frac{n_a}{n_A} \geq \frac{\alpha_r^m}{\beta_r'} \dots\dots\dots(21)$$

Setzt man $m = 4$ und $\beta_r' = 0,4$ in Gl. (21) ein, folgt

$$\frac{n_a}{n_A} \geq 2,5\alpha_r^4 \dots\dots\dots(22)$$

Wenn Gl. (22) nicht erfüllt ist, wird die Verfestigungswirkung der Spannung in der niedrigeren Stufe nicht ausgenutzt. In diesem Fall muß die aus Gl. (7) berechnete effektive Biegedauerfestigkeit durch Multiplikation mit dem Minderungskoeffizient λ_2 korrigiert werden. Der Koeffizient λ_2 wird folgendermaßen errechnet. Wenn Gl. (22) erfüllt ist, ergibt sich aus Gl. (7) der Zuwachs der Biegedauerfestigkeit A durch die Verfestigung durch die Spannung in der niedrigeren Stufe

$$A = \sigma_{oef} - \sigma_o = \sigma_o (A-1) \dots\dots\dots(23)$$

$$\text{mit } A = \frac{\alpha_{k1} (\alpha_{k2}-1) - \alpha_r (\alpha_{k1}-1)}{\alpha_{k2} - \alpha_{k1}}$$

Wenn Gl. (22) nicht erfüllt ist und die durch die relative Verminderung der Lastwechselzahl notwendig niedrigere Spannung σ'_a ist, folgt in der gleichen Weise wie in (1)

$$A' = \sigma_{oef}' - \sigma_o = \sigma_o (A-1) \frac{n_a / n_A}{2,5\alpha_r^4} \frac{\sigma'_a - \sigma_k}{\sigma_a - \sigma_k} \dots\dots\dots(24)$$

$$A' = \sigma_{oef} - \sigma_o = \lambda_2 A \sigma_o - \sigma_o = \sigma_o (\lambda_2 A - 1) \dots\dots\dots(25)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{oef}}{\alpha_r} = \frac{A \sigma_o}{\alpha_r}, \quad \sigma'_a = \frac{\lambda_2 \sigma_{oef}}{\alpha_r} = \frac{\lambda_2 A \sigma_o}{\alpha_r} \dots\dots\dots(26)$$

Aus Gl. (23) bis (26), ergibt sich

$$\lambda_2 = \frac{\alpha_{k2} - \alpha_{k1}}{\alpha_{k1} (\alpha_{k2}-1) - \alpha_r (\alpha_{k1}-1)} \times \frac{2,5\alpha_r^4 \alpha_{k1} (\alpha_{k2}-1) - \alpha_r (\alpha_{k1}-1) n_a / n_A}{2,5\alpha_r^4 \alpha_{k1} (\alpha_{k2}-1) - \alpha_{k2} (\alpha_{k1}-1) n_a / n_A} \dots\dots\dots(27)$$

$$\text{Setzt man } \lambda_3 = \frac{2,5\alpha_r^4 \alpha_{k1} (\alpha_{k2}-1) - \alpha_r (\alpha_{k1}-1) n_a / n_A}{2,5\alpha_r^4 \alpha_{k1} (\alpha_{k2}-1) - \alpha_{k2} (\alpha_{k1}-1) n_a / n_A} \dots\dots\dots (28)$$

ergibt sich aus Gl. (7)

$$\sigma_{oef'} = \lambda_3 \sigma_{oef} = \lambda_3 \sigma_o \dots\dots\dots (29)$$

Somit kann man, wenn aus Gl. (28) λ_3 berechnet ist, den Wert von $\sigma_{oef'}$ nach Gl. (29) einfach berechnen.

4. 3 Biegedauerfestigkeit für verschiedene Last-Systeme

In Tafel 1 sind die Versuchsergebnisse für drei verschiedene Last-Systeme

Tafel 1. Versuchsergebnisse für 2-stufige Last-Systeme

| Last-System Nr. | σ_A / σ_a | n_a / n_A | σ_{oef} (σ_{oef}') kp/mm ² (berechnet) | σ_{oex} kp/mm ² (expr.) |
|-----------------|-----------------------|---|---|---|
| 1 | 1,05 | 2,0 $n_a = 10^5$ $n_A = 5 \times 10^4$ | 40,7 | 41 |
| 2 | 1,10 | 5,0 $n_a = 1,5 \times 10^5$ $n_A = 3 \times 10^4$ | 42,6 | 43 |
| 3 | 1,10 | 1,9 $n_a = 1,5 \times 10^5$ $n_A = 8 \times 10^4$ | 40,6 ($\lambda_1 = 0,951$) | 41 |

zusammengestellt. Spannungsverhältnis, Lastwechselzahlverhältnis, effektive Biegedauerfestigkeit und experimentelle Biegedauerfestigkeit wird α_r , n_a / n_A , σ_{oef} , σ_{oex} mit Indices 1, 2 und 3 für drei Last-Systeme genannt.

Da das kritische Spannungsverhältnis für Prüfräder $\alpha_{k1} =$

1,12 ist, sind α_{r1} , α_{r2} und α_{r3} kleiner als α_{k1} .

Wenn also Gl. (15) erfüllt ist, wird die effektive Biegedauerfestigkeit σ_{oef} aus Gl. (6) berechnet. Berechnet man die Lastwechselzahlverhältnisse für drei verschiedene Last-Systeme nach Gl. (15), so ergibt sich

$$\left(\frac{n_a}{n_A} \right)_1 = 2 > \frac{2,5 \times 1,05^4 (1,05-1)}{1,12 - 1} = 1,3$$

$$\left(\frac{n_a}{n_A} \right)_2 = 5 > \frac{2,5 \times 1,1^4 (1,1-1)}{1,12 - 1} = 3,1$$

$$\left(\frac{n_a}{n_A} \right)_3 = 1,9 < 3,1$$

Nur das Last-System 3 erfüllt nicht Gl. (15). Also muß der aus Gl. (6) berechnete Wert von σ_{oef3} durch Multiplikation mit λ_1 , der nach Gl. (19) berechnet wird, korrigiert werden. Nach Gl. (19), ergibt sich der Wert von λ_1 für das Last-System 3 zu $\lambda_1 = 0,95$.

Nach Tafel 1 ist zu sehen, daß die berechneten Werte mit experimentellen Werten gut übereinstimmen.

5. Abhängigkeit der Flankenfestigkeit und der Zahnfußfestigkeit von Veränderung der Belastung

Es wurden beim 2-stufigen Last-System die Versuchsergebnisse der Zahnfußfestigkeit mit den Ergebnissen der Zahnflankenfestigkeitsversuche verglichen, die im TSNIITMASCH-Laboratorium in Rußland durchgeführt wurden.

Zeitfestigkeit

Nach den Versuchsergebnissen der Zahnflankenfestigkeit der gehärteten Zahnräder aus Stahl C45 für 2-stufige Last-Systeme im TSNIITMASCH-Laboratorium [2] (Wärmebehandlung unbekannt, Modul $m = 4$, Zahnbreite $b = 10$ mm, andere Abmessungen unbekannt) beträgt das Summen-Lastwechselzahlverhältnis $S = 5,5$

$$(S = \sum_{i=1}^K N_i / N_{bi}, N_{bi} \text{ Lebensdauer für } \sigma_i, N_i \text{ Lastwechselzahl von } \sigma_i, K \text{ Anzahl der}$$

Laststufen) (s. Tafel 2) .

Tafel 2. Vergleich zwischen Zahnflankenfestigkeit und Biegedauerfestigkeit unter veränderlicher Belastung

| | S | α_{k1} |
|------------------------------|--|----------------|
| Pavlov [2] (Zahnflanken) | 5,5 (C 45) | 1,3 (C 45) |
| Aida u. Oda [1] (Zahnfuß) | 1,7 (C 15) 1,0 (C 45, kugelgestrahlt) | 1,12 (C 45) |

Nach den Versuchsergebnissen der Verfasser über Zahnfußfestigkeit für normalisierte Zahnräder aus Stahl C15 ist $S = 1,7$ ($m = 4$, $\alpha = 20^\circ$, $z = 18$, $b = 8$ mm), und für Kugelgestrahlte Zahnräder aus Stahl C45 ist $S \approx 1$ ($m = 4,233$, $\alpha = 14,5^\circ$, $z = 20$, $b = 10$ mm) , obwohl die Versuchsbedingungen in Lastwechselzahlverhältnis und in Spannungsverhältnis etwa verschieden sind.

Dauerfestigkeit

Nach den russischen Versuchsergebnissen über Zahnflankenfestigkeit, beträgt das 1. kritische Spannungsverhältnis $\alpha_{k1} = 1,3$ und nach den vorliegenden Versuchsergebnissen $\alpha_{k1} = 1,12$.

Aus diesen Versuchsergebnissen geht hervor, daß im allgemeinen die Abhängigkeit der Zahnfußfestigkeit von der Änderung der Belastung wesentlich kleiner als bei Zahnflankenfestigkeit ist.

6. Zusammenfassung

Zusammenfassend lassen sich nach der vorliegenden Untersuchung folgende Schlußfolgerungen ziehen:

- (1) Der Zuwachs der Biegedauerfestigkeit durch die Verfestigungswirkung der

Unterspannung beträgt etwa 12% von der ursprünglichen Biegedauerfestigkeit und die kritische Spannung σ_k etwa 80% von der ursprünglichen Biegedauerfestigkeit.

(2) Für den Fall, daß das Verhältnis α_r der Spannung in der höheren Stufe σ_A zu der in der niedrigeren Stufe σ_a kleiner als 2. kritisches Spannungsverhältnis α_{k2} ist und das Lastwechselzahlverhältnis n_a / n_A die Bedingungsgleichungen Gl. (15) oder (22) erfüllt, kann die effektive Biegedauerfestigkeit nach Gl. (6) oder Gl. (7) berechnet werden.

Wenn das Lastwechselzahlverhältnis Gl. (15) oder (22) nicht erfüllt, muß der aus Gl. (6) oder (7) berechnete Wert durch Multiplikation mit einem Minderungskoeffizient λ , der aus Gl. (19) oder (27) berechnet wird, korrigiert werden. Für den Fall $\alpha_r > \alpha_{k2}$, wird die effektive Biegedauerfestigkeit aus Gl. (8) berechnet.

(3) Im allgemeinen ist die Abhängigkeit der Zahnfußfestigkeit von der Änderung der Belastung wesentlich kleiner als die der Zahnflankenfestigkeit.

Also muß darauf geachtet werden, daß bei veränderlicher Belastung das Verhältnis der Zahnfußfestigkeit zu der Zahnflankenfestigkeit kleiner als bei konstanter Belastung ist.

Schrifttum

- [1] Aida, T. u. S. Oda : Zahnfußfestigkeit bei Wechsellast. VDI-Berichte, (1967) Nr. 105, S. 19,29.
- [2] Saverin, M. M. : Increasing the Loading on Gearing, Pergamon Press 1961, S. 81.
- [3] Kommers, J. B. : Proc. ASTM, Bd. 38 (1938), part 2, S. 249.
- [4] Kommers, J. B. : Proc. ASTM, Bd. 30 (1930), Part 2, S. 369.
- [5] Terauchi, Y. u. T. Aida : Zahnfußfestigkeit geradverzahnter Stirnräder, Memoirs of the Faculty of Eng., Hiroshima Univ., Bd. 2 (1964), S. 15.