鳥大農研報（Bull. Fac. Agric., Tottori Univ.）**52**　43～51（1999）

ファジィ線形計画法のメンバシップ関数と目的関数の関係

笠原浩三[*]・寺谷直人[**]

平成１１年６月２５日受付

[*]鳥取大学農学部農業経営情報科学，[**]鳥取大学大学院農学研究科

The Relationship between the Membership Function and the Objective Function in Fuzzy Linear Programming

Kozo Kasahara [*] and Naoto Teratani [**]

[*] *Department of Farm Management Information, Faculty of Agriculture, Tottori University, Tottori 680-8553, Japan*
[**] *The Graduate School of Agricultural Science , Tottori University*

In this paper we attempt to make clear the relationship between the membership function and the objective function in the fuzzy linear programming like quantity. Because it was an abstracting concept, it was difficult for the membership function to introduce the model like quantity. The interpretation with membership function having to do with actuality becomes possible if the relation between the membership function and the objective function becomes clear and the way of the setting, too, becomes easy. The membership functions which was treated here were the triangle type membership function and the trapezoid type membership function out of the standard type. Besides, also, it considered about the goal programming of the way of being similar to it, too.

As a result, when changing an inclination with membership function variously, the degree of the satisfaction with objective function, too, changed with it and the membership function could be taken like quantity. The degree of the satisfaction with the membership function to have taken in the concept in the past abstracts as the result of our study can be replaced with the objective function which can be measured. Therefore, the practicing usefulness of the fuzzy linear programming could be more improved.

(Received 25 June 1999)

Key words : fuzzy programming, goal programming, linear programming, trapezoid-type membership function, triangle-type membership function.

課　　題

近年，農業経営計画あるいは地域農業計画などにおいて，従来からの線形計画法を基礎としてこれにファジィ理論を導入したファジィ線形計画法の有用性が注目されている。ファジィ線形計画法は従来からの線形計画法の

優れた規範分析の長所を踏襲して，さらに線形計画法における各種の制約条件式の制限値をソフトな曖昧性を持たせた数値として設定するもので，経営主などの人的要素によって策定される経営設計においては実践性を取り入れたものとしてその有用性が認められている。

しかしながら，一定の制約条件を越えて稼働するような場合には収益が上昇する反面，稼働水準の上昇によって労働過重などのマイナス効果が出てくる。実際にはその両者の兼ね合いの上で実施されることとなる。すなわち，ソフトな融通性のあるファジィ制約は目的関数との関係において評価されることとなる。

しかしながら，メンバシップ関数は抽象的な概念であり，その設定については経営主の主観的な判断にゆだねる性質があり，価値評価については一般的な客観性を持つものではない。客観的価値基準を有する目的関数とメンバシップ関数の関係が数量的に明らかになると，ファジィモデルの設定にも説得力が増し，ファジィ線形計画法の一層の有用性が認められるものとなるであろう。

本稿では抽象的なメンバシップ関数の制約条件式と通常の目的関数との関係を明らかにし，メンバシップ関数による満足度関数の特性を数量的に明確にすることを試みるものである。

農家の経営概況

具体的に計測の対象とした農家は，気高郡気高町の複合農家で，経営概況をまとめると第1表のようになる。

すなわち，経営内容は半促成加温ハウストマト，抑制無加温ハウスキュウリ，水稲(コシヒカリ)，葉タバコの4種類である。トマトとキュウリに関しては，ビニールハウス栽培を行い，トマトの跡作としてキュウリを栽培する。葉タバコは，露地栽培を行う。出荷先は，トマトとキュウリに関しては地元市場に自ら出荷し，葉タバコに関しては農協共同乾燥施設を利用し農協の管理にゆだねる。水稲は自家対応型として自給用と出荷用を兼ねて栽培している。労働量等の設定については，意思決定者である経営主への聞き取りを基礎として第2表及び第3表の如く設定する。

第1表　H農家の経営概況

経営耕地	258 a		
労 働 力	経営主45歳	農業専従	1 (能力換算)
	妻	同上	0.8
	父	同上	0.8

作　目	実績 (a)	収益 (千円)
水　稲	160	2110.5
トマト	23	3425.3
キュウリ	23	3612.4
葉タバコ	75	3963.0
合　計	281	13111.2

第2表　労働係数及び制限量の設定

月	水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ	制限量	2.8×時間·日
4	3.1	109.0		20.0	540.8	8*26
5	5.1	129.0		31.3	631.8	9*27
6	7.0	100.0		22.4	540.8	8*26
7	6.0	50.0	49.0	21.5	561.6	8*27
8	3.1	33.0	101.0	19.6	561.6	8*27
9	5.1		150.0	15.3	608.4	9*26
10	3.2		162.0	6.0	561.6	8*27
11	1.9		70.0	4.9	540.8	8*26

第3表 利益係数及び土地利用条件 (千円/10a)

	水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ
費 用 計	55.400	729.738	797.869	216.644
利益係数	76.506	759.523	772.740	311.756

制約資源	制約量	水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ
土地	25.8	1	1	0	1
跡作	0	0	−1	1	0

標準形の線形計画法による解

定式化した問題をシンプレックス法[3]により最適解を求めると第4表のようになる。

そこで，水稲を現状の160aから175.89a，トマトとキュウリを共に現状の23aから29.18a，葉タバコを現状の75aから52.93aに変更することにより，収益が現状の7086.471千円よりも380.532千円増加の7467.003千円となる。また，労働残量も413.347時間となる。各月の労働残量は，4月と7月，さらに11月が大幅に余っている。よって4月，7月，11月の遊休労働を活用する経営拡大，又は他の複合経営部門等を追加することが可能

である。また，労働量が使い切られている5月9月の労働制限量を緩める(過重労働に甘んじる)ことによって収益増加が見込まれることにもなる。この点については後半改めて詳細に検討する。

第4表　目的値及び各作目の最適解

目的値	水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ
7467.003	17.589	2.918	2.918	5.293

各月別労働残量(総労働残量=413.347)
4月=62.340，5月=0，6月=7.309，7月=53.380
8月=12.311，9月=0，10月=0.829，11月=277.178

注) 単位は，目的値：1,000円，労働量：時間/10aである。

目標計画法

通常，標準形の線形計画法では収益の最大化や費用の最小化を目指す問題に単一の目的関数を設定するが，それによると，実行可能解が存在しない恐れがあるということ以外に目的関数が一意的であると断言できないことも多い。これは，農業経営の場合でも同様で経営活動は必ずしも単一の目標で指向されてはいない。しかし，標準形の線形計画法ではこのような複雑で現実的な処理能力を有していない。このような課題に対処するものとして目標計画法(Goal Programming：ＧＰ)があるが，ファジィ計画法においては，目的関数のメンバシップ関数との関連性が強いためここでＧＰについて触れておく。

目標計画法は，次元の異なった様々な測定単位で構成された複雑な目的に対して同時的な解を得ることができる。競合する種々の目的に対して重要さに応じた順位をつけ，目的関数を選択していくものである。

この方法は，各目的についてある目標値(もしくは理想値)を設定し，これに最も近い点を求めようという方法である。具体的には，

$$\begin{array}{ll} 最小化 & \{\Sigma \mid f(y)-f^{*} \mid \quad \mid y\in Y \mid \} \\ 最大化 & \{\Sigma \{ f(y)-f^{*} \}^{2} \quad \mid y\in Y \mid \} \end{array} \qquad \cdots (1)$$

を解いて，その最小点に対応する yの値を最適点とする。そこで，まず任意の実数が 2つの非負数の差として書けることを用いて，

$f(y)-f^{*}=\phi_i-\psi_i,\ \ \phi_i \geqq 0,\ \ \psi_i \geqq 0,\ \ \phi_i \psi_i=0,$
$i=1,\cdots,k$ と表現する。すると，$\mid f(y)-f^{*} \mid = \phi_i+\psi_i$ となる。従って，

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & Z=\Sigma(\phi_i+\psi_i) \qquad \cdots (2) \\ \text{subject to} & \phi_i-\psi_i=f(y)-f^{*} \qquad \cdots (3) \\ & \phi_i \geqq 0,\ \ \psi_i \geqq 0,\ \ \ \phi_i \psi_i=0,\ \ i=1,\cdots,k \\ & y\in Y \end{array}$$

と書くことができる。ここで$f(y)$がすべて１次式であるものとするとこの問題から条件$\phi_i \psi_i = 0$, $i=1,\cdots,k$ を除いたものが線形計画法となる[2, 5]。

目標計画法による解

ここでは，ファジィ計画法と比較の意味で具体的に目標計画法による解を求めておくこととする。聞き取り調査による意思決定者の意向をまとめると次のようになる。

①総収益を現状の7086.471千円から約25%増の890万円ぐらい得たい。

②５月の労働時間は，労働者を１人雇用し，1日8時間の労働時間にした時の777.6時間にしたい。

③９月の労働時間は，労働者を1人雇用し，1日8時間の労働時間にした時の748.6時間にしたい。

これらの目標から，新たに次のような変数を導入する。

d_1 ：収益8994.367千円の目標額の不足額

d_1 ：収益8994.367千円の目標額の超過額

d_2 ：５月の労働時間777.6時間の不足時間

d_9 ：９月の労働時間748.8時間の不足時間

このような変数を導入し，目標計画法として定式化すると次のようになる。

目的関数：$76.506x_1+756.523x_2+772.740x_3+311.756x_4 +d_1^-+d_1^+=8994.367$

５月労働：$5.1x_1+129.0x_2+31.3x_4+d_2^-=777.6$

９月労働：$5.1x_1+150.0x_3+15.3x_4+d_9^-=748.8$

ただし，これ以外の各制約式については標準形の線形計画法と同様とする。

ここで各偏差に割り当てられた優先度を表すウエイトを，$p_1, p_2, p_3=p_1> p_2> p_3$ ，とすると，

$$z=p_1d_1^-+p_1d_1^++p_2d_2^-+p_3d_3 \qquad \cdots (4)$$

が最小になる$x, d_1^+, d_1^-, d_2^-, d_9^- \geqq 0$を求めることとなる。この目標計画法の最適解は第5表のようになる。

第5表　目的値及び各作目の最適解

水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ
0	1.901	1.901	15.656

d_1	d_2	d_3
1200.595	42.331	224.103

これによると，優先順位を1番である収益を8994.367千円にしたいという希望は7793.772千円の水準で実現している。これは，希望収益には1200.595千円不足しているが，現状から比較すると，707.301千円増加している結果となっている。また，5月の労働時間に関しては，目標時間の777.6時間より42.331時間不足の735.269時間稼働となっており，9月の労働時間は目標である748.6時間より224.103時間不足の524.497時間となる。

ファジィ線形計画モデル

一般に線形計画問題は次のように定式化される。

$$\text{maximize } cx \qquad \cdots (5)$$
$$\text{subject to } Ax \leqq b \qquad \cdots (6)$$
$$x \geqq 0$$

さらに，ファジィ線形計画法では，通常の線形計画問題において次のようにファジィ目標とファジィ制約を設定する[1, 6, 7, 8, 10]。

$$\text{ファジィ目標}\quad cx \lesssim g \qquad \cdots (7)$$

$$\text{ファジィ制約}\quad Ax \lesssim b \qquad \cdots (8)$$

$$x \geqq 0$$

ただし，「$\lesssim$」はファジィ不等号を表す。

あいまいな概念を認めるファジィ集合では，その要素は具体的にはメンバシップ関数$\lambda(x)$によって定義される。メンバシップ関数$\lambda(x)$は，xがファジィ集合Aに属する度合いを表しており，その範囲は$0 \leqq \lambda(x) \leqq 1$となる。通常の集合であるクリスプ集合は，xが集合Aに属しているか，xが集合Aに属していないかが明確な形で判断できるもののみを取り扱い，任意のxに対して$\lambda(x)=0$か，または$\lambda(x)=1$のいずれかとなる集合である。このときの$\lambda(x)$をファジィ集合のメンバシップ関数に対し，クリスプ集合では特性関数と呼ばれている。つまり，ファジィ集合はクリスプ集合の特性関数をなめらかなメンバシップ関数に拡張したものであるといえる。

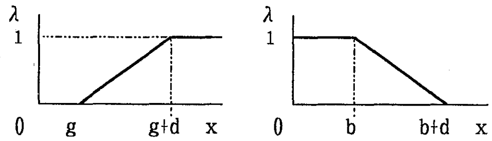
ここで，ファジィ目標とファジィ制約が意志決定に関して同じ意味をなすものとして考えると次のように表すことができる。

$$\begin{cases} Bx \lesssim d \\ x \geqq 0 \end{cases} \qquad B=\begin{pmatrix} c \\ A \end{pmatrix} \qquad d=\begin{pmatrix} g \\ b \end{pmatrix} \qquad \cdots (9)$$

さてメンバシップ関数は，通常型のファジィ線形計画法では，「だいたい～以上(以下)にしたい」というような制約条件を設定する際に用いる。一般に意志決定者である経営者は，「目標をだいたい～以上にしたい」，「各制約をだいたい～以下にしたい」というように，各制約条件を明確な数値として把握しているのではなく，その目標や各制約量をあいまいな形で把握しているものである。このようなとき前者の考慮をファジィ目標，後者をファジィ制約という。このとき，このファジィ目標とファジィ制約を$\lambda=0$から$\lambda=1$までの直線で与えられる線形のメンバシップ関数を用いて意志決定者のあいまい性を表すと次のようになる。

$$\lambda(Bx)=\begin{cases} 1 & : Bx \leqq b \\ 1-\dfrac{(Bx)-b}{d} & : b \leqq (Bx) \leqq b+d \\ 0 & : (Bx) \geqq b+d \end{cases} \qquad \cdots (10)$$

すなわち，制約が完全に満たされる場合はメンバシップ関数(λ)が1，意志決定者が主観的に設定する幅の範囲内で満たされない場合はメンバシップ関数(λ)が



第1図　ファジィ目標　　第2図　ファジィ制約

0と1との間の数をとることになる。このようなメンバシップ関数を図示すると第1，2図のようになる[1]。

以上ようなメンバシップ関数をもつファジィ線形計画モデルを通常の線形計画問題に変換すると次のようになり，通常のシンプレックス基準によって最適解を得ることができる。

$$\text{maximize}\quad \lambda \qquad \cdots (11)$$

$$\text{subject to}\quad (Bx)+\lambda d \leqq b+d \qquad \cdots (12)$$

$$x \geqq 0,\ 0 < \lambda \leqq 1$$

標準ファジィ線形計画モデルの解

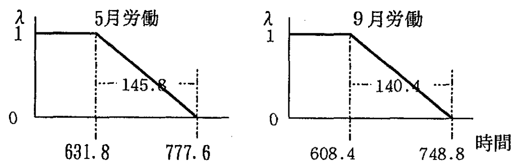
ファジィ線形計画法の場合，理論的のみならず意思決定者の意向をできる限り受け入れる計画を考える必要があるため，意思決定者である経営主との検討が欠かせない。よって，今回対象のH農家と検討した結果を整理すると次のようになる。

① 労働のピークである5月上旬と9月下旬には労働者を1人増加させる。また，労働力が増えることから1日の労働時間を1時間短縮できる。

②販売粗収入を現在の約1300万円から約1650万円に増やしたい。

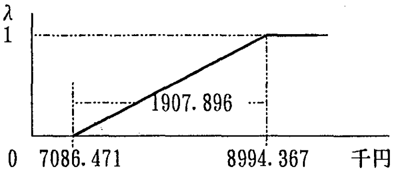
この2つの経営主の意向を考慮しながら，各技術係数を設定すると以下のようになる。

労働のピーク時である5月と9月の労働時間の制約量を労働者を1人雇用という条件と1日の労働時間を8時間にできるという条件から次のように制約量を設定する。5月の労働制約を631.8時間から777.6時間[3.6人×8h×27日]まで145.8時間の幅を持たせる。9月の労働制約についても同様に，608.4時間から748.8時間[3.6人×8h×26日]まで140.4時間の幅を持たせる。これらを線型メンバシップ関数として図示すると第3図のようになる。



第3図　労働時間の線型メンバシップ関数

また，収益に関しては，H農家の経営主だけでなくどの経営主においても収益は多ければ多いほど望ましいわけであるが，実際の経営規模や労働力，そして農業設備等を考慮し目標とする収益を検討すると，現状の7086.471千円から1907.896千円増加の8994.367千円とする。これを線型メンバシップ関数として図示すると第4図のようになる。



第4図　目的関数の線形メンバシップ関数

このように係数を設定し，ファジィ線形計画法として定式化した問題をシンプレックス法により最適解を求めると第6表のようになる。

このように，目的値については現状の7086.471千円よりも 854.229千円増加の 7940.7千円となる。また,最適解については，水稲が現状の 160aから 118.08a，トマトとキュウリが共に23aから21.92aに減少する一方，葉タバコは75aから118aへ増加する。また,計画の達成度(λ)に関しては0.448となる。

しかし，労働残量をみると621.501時間と標準形と比べて必ずしも有効活用が図られているとは言い難い。そこで，再び労働量の面を改善すべく意思決定者と調整を行うと，労働残量が生じている６月，９月及び１０月と労働時間を使い切っている５月及び８月の計５ヶ月の労働量を調整することにする。まず，すべての月の労働時間を１日8時間とし，雇用状況は各月に１人として，５月はすべての日，６月は５日間，８月は10日間，9月は20日間，10月は５日間とする。

以上のような条件で最適解を求めると第7表となる。この結果より，目的値は改善前の7940.7千円よりも153.289千円増加の8093.989千円となる。最適解については，水稲が改善前の118.08aから143.69a，トマトとキュウリ共に21.92aから30.17aに増加する一方，葉タバコは118aから76.08aへと減少する。

計画の達成度(λ)に関しても0.528とやや増加している。更に，労働残量をみても303.843時間と標準形の線形計画法，改善前のファジィ線形計画法の双方よりも有効に活用されていることがわかる。

これらの労働制限量を使い切る月については後に改めて，メンバシップ関数と目的関数の関係を数量的に検討することとする。

しかし，ここで更に細かくその係数設定について考察しよう。まず，通常型のファジィ線形計画法では「だいたい～以上(以下)」というような制約条件を設定する時にその特性を生かし，より現実的に意思決定者の持つあいまい性を考慮できるものであった。しかし，労働量の設定や目標とする目的値の設定に関しては，「だいたい～ぐらい(から～ぐらい)」というような一定の幅を持たせて上限と下限を設定した方が，より現実的で，意思決定者の意向がより詳しく反映される計画が得られるようになる。

以下にそのような設定方法である三角型ファジィ線形計画法及び台形型ファジィ線形計画法を検討する。

第6表　目的値及び各作目の最適解

目的値	水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ	(λ)
7940.7	11.808	2.192	2.192	11.800	0.448

各月別労働残量(総労働残量=621.501)

4月=29.276,	5月=0,	6月=11.965,	7月=20.052
8月=0,	9月=116.394,	10月=136.701,	11月=307.113

注）単位は，目的値：1,000円，労働量：時間/10aである。

第7表　目的値及び各作目の最適解

目的値	水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ	(λ)
8093.989	14.369	3.017	3.017	7.608	0.528

各月別労働残量(総労働残量=303.843)

4月=15.243,	5月=0,	6月=0,	7月=13.131
8月=0,	9月=8.830,	10月=1.608,	11月=266.031

注）単位は，目的値：1,000円，労働量：時間/10aである。

三角型ファジィ線形計画モデル

線形計画問題においてはすべての係数にあいまいさが存在しその設定が困難な作業となる。しかし，これをファジィ・パラメータの可能性分布からなるファジィ集合として表し，これによってファジィ線形計画問題として定式化していく[4,6,9]。これは，あいまいな状況であるときは，どれぐらいあいまいに決定することができるのかの可能性分布を求めることを意味し，このようなあいまいさを反映し，「だいたい～ぐらいにしたい」というような係数のとりうる範囲が三角型や台形型の可能性分布を示すものである。三角型ファジィ線形計画法では，ある数値を中心として「だいたい～ぐらい」というように一定の幅を持たせて，その上限と下限を設定する際に効果的である。

まず，可能性計画法では，あいまいさを反映し，係数

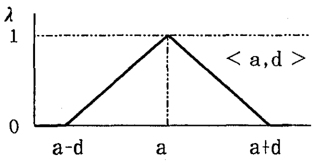
のとりうる範囲を「だいたい～ぐらいにしたい」という可能性分布をファジィ数として取り扱い，三角型のあいまいさを示す三角型ファジィ数を次のように表す。

$$A=\langle a,d \rangle \qquad \cdots (13)$$

ただし，ここではこのファジィ数を対称三角型ファジィ数として，a は中心，d は意思決定者が決める幅を意味する。このような三角型ファジィ数の可能性分布は次のようなメンバシップ関数で定義される。

$$\lambda(x)=\begin{cases} 1-\dfrac{x-a}{d} & : a \leqq x \leqq a+d \\ 1-\dfrac{a-x}{d} & : a-d \leqq x \leqq a \\ 0 & : a-d \geqq x \geqq a+d \end{cases} \qquad \cdots (14)$$

また，この三角型ファジィ数を図示すると第5図のようになる。



第5図　三角型ファジィ数

以上のような三角型ファジィ数の可能性分布をもつファジィモデルを通常の線形計画問題に変換すると，次の(15)，(16)式のようになる。 ただし，制約式中の符号について，制約と目標の式では両辺の第2項の符号が異なることに注意したい。

$$\text{maximize } h \qquad \cdots (15)$$

$$\text{subject to } \Sigma\, ax+h\, \Sigma\, dx \leqq g+(1-h)e$$

$$\Sigma\, ax-(1-h)\, \Sigma\, dx \leqq g+(1-h)e \qquad \cdots (16)$$

$$x \geqq 0,\ 0< h \leqq 1$$

三角型ファジィ線形計画法による解

三角型ファジィ線形計画法では，あいまいである状況のもとで，それがどれくらいあいまいに決定することができるのかという可能性分布を求め，「だいたい～ぐらいにしたい」という係数のとりうる範囲を三角型の可能性分布として考えていくものである。ここでは，その三角型を左右対称な形として考えていくが，一般の三角型ファジィ線形計画法では必ずしも左右対称な三角型に限定する必要はないことに注意しなければならない。

そこで，意思決定者であるH農家の経営主との検討の

第8表　三角型ファジィ数とファジィ目標

	水稲	トマト	キュウリ
5月	(5.1, 3)	(129.0, 6)	
6月	(7.0, 1.5)	(100.0, 4)	
8月	(3.1, 1)	(33.0, 2.5)	(101.0, 4)
9月	(5.1, 2.5)		(150.0, 8)
10月	(3.2, 1.5)		(162.0, 6)
収益	(76.506, 30)	(759.523, 90)	(772.740, 90)

	葉タバコ	制約・目標
5月	(31.3, 4)	(631.8, 46.5)
6月	(22.4, 2)	(540.8, 37.2)
8月	(19.6, 1.5)	(540.8, 31.0)
9月	(15.3, 4)	(608.4, 31.0)
10月	(6.0, 3)	(561.6, 46.5)
収益	(311.756, 75)	(8040.419, 953.948)

結果から，そのあいまいさを示す三角型ファジィ数を第8表のように設定する。

この三角型ファジィ数及びファジィ目標を考慮した三角型ファジィ線形計画モデルでは5月，6月，8月，9月，10月の制約式のみを表しており，残りの制約式は標準形の線型計画問題と同様としている。

このようにモデル化した問題についてhに関する二分法を用いて近似解を求めると第9表のようになる。

第9表　目的値及び各作目の最適解

目的値	水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ	(h)
7739.006	9.107	3.082	2.783	6.851	0.684

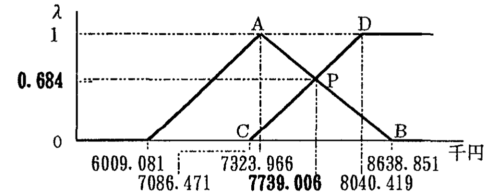
各月別労働残量(総労働残量=424.938)

4月=39.617,	5月=0.509,	6月=0,	7月=69.220
8月=0,	9月=0,	10月=20.445,	11月=295.147

注）単位は，目的値：1,000円，労働量：時間/10aである。

このように，目的値については現状の7086.471千円よりも652.535千円増加の7739.006千円となる。最適解については，水稲が91.07aとなり，現状の160a，標準形の143.69aから共に減少し，トマトは30.82aとなり，現状の23a，標準形の30.17aから増加する。キュウリは27.83aとなり，現状の23aからは増加，標準形の30.17aからは減少し，トマトの跡作であるキュウリの栽培面積がトマトとは異なる結果となった。また，葉タバコは68.51aとなり，現状の75a，標準形の76.08aから共に減少した。計画の達成度(h)に関しては，0.684という結果となった。この結果を図示すると第6図のようになる。

この最適解を導入すると，現状の労働時間を424.938時間短縮でき，その分を有効に使えるものとなる。



第6図　最適解(収益)の達成状況

また，標準形のファジィ線形モデルによる最適解と比較すると，改善後の最適解より達成度が上昇しているが，目的値に関しては減少している。これは，標準形では，制約量と目的値(目標)に関して意思決定者が持つあいまい性を取り入れているが，三角型では，各月における各作目別の労働時間にもそのあいまい性を取り入れ，そのあいまい性を左右対称な三角型で表現し，意思決定者が持つであろうあいまい性を広く考慮できることからである。

また，メンバシップ関数ＡＢとＣＤとの交点Ｐが満足度の実現値であるが，このメンバシップ関数ＡＢ又はＣＤの傾き(幅)を連続的に変化させることによってメンバシップ関数と収益関数の数量的関係が捉えられることとなる。これについては改めて検討することとする。

さて，このように「だいたい～ぐらい」というような係数をとりうる範囲を可能性分布として，意思決定者の達成度が 1である点，すなわち大いに満足である点を境に三角型を形成するようにファジィ数を設定するのが三角型ファジィ線形計画法であったが，その意思決定者が大いに満足する点にも幅が生じる可能性がある。以下に「だいたい～から～ぐらいにしたい」というパラメータ表示の可能性分布を台形型ファジィ数として取り扱っていくことにする。

台形型ファジィ線形計画モデル

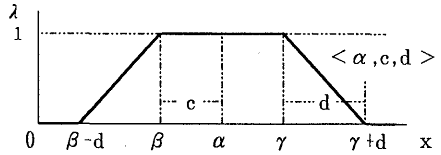
台形型ファジィ数は，三角型ファジィ数と同様に「だいたい～(β)から～(γ)ぐらいにしたい」というパラメータ表示の可能性分布をファジィ集合のファジィ数として取り扱い，そのあいまいさを台形型で示すことにする[2,5]。その台形型ファジィ数のパラメータ表示を次のように表す。

$$A=<\alpha,c,d> \qquad \cdots (17)$$

ただし，台形型ファジィ数Aは，台形の中心を表すαとその幅 c，そしてそのあいまいさの広がりは d によって表現される。また，$\beta=\alpha-c$，$\gamma=\alpha+c$，となる。この台形型ファジィ数の可能性分布は次のようにメンバシップ関数によって定義する。

$$\lambda(a)=\begin{cases} 1 & : |\alpha-a| \leqq c \\ 1-\dfrac{|\alpha-a|-c}{d} & : c \leqq |\alpha-a| \leqq d+c \\ 0 & : a \leqq \beta-d,\ \gamma+d \leqq a \end{cases} \qquad \cdots (18)$$

また，この台形型ファジィ数を図示すると第7図のようになる。



第７図　台形型ファジィ数

以上のような台形型ファジィ数の可能性分布をもつファジィ線形計画モデルを次のような通常の線形計画問題に変換し解くことができる。

$$\text{maximize} \quad h \qquad \cdots (19)$$

$$\text{subject to} \quad (\alpha-c-hd)x \leqq 0 \qquad \cdots (20)$$

$$x \geqq 0,\ 0 < h \leqq 1$$

台形型ファジィ線形計画法による解

この台形型ファジィ線形計画法では，前節の三角型ファジィ数と同様に「だいたい～から～ぐらいにしたい」というパラメータ表示の可能性分布をファジィ集合のファジィ数として取り扱い，そのあいまいさを台形型で表現していく。

三角型ファジィ数と同様に，意思決定者であるＨ農家の経営主との検討のもと，台形型ファジィ数を表すと第10表のようになる。

ただし，台形型ファジィ数を導入する制約式のみを表

第10表　台形型ファジィ数とファジィ目標

	水稲	トマト	キュウリ
5月	(5.1, 1.5, 1.5)	(129.0, 3, 3)	
6月	(7.0, 0.7, 0.7)	(100.0, 2, 2)	
8月	(3.1, 0.5, 0.5)	(33.0, 1.2, 1.2)	(101.0, 2, 2)
9月	(5.1, 1.2, 1.2)		(150.0, 4, 4)
10月	(3.2, 0.7, 0.7)		(162.0, 3, 3)
収益	(76.506, 15, 15)	(759.523, 45, 45)	(772.740, 45, 45)

	葉タバコ	制約・目標
5月	(31.3, 2, 2)	(631.8, 46.5)
6月	(22.4, 1, 1)	(540.8, 37.2)
8月	(19.6, 0.7, 0.7)	(561.6, 31.0)
9月	(15.5, 2, 2)	(608.4, 31.0)
10月	(6.0, 1.5, 1.5)	(561.6, 46.5)
収益	(311.756, 37, 37)	(8040.419, 953.948)

示し，残りの制約式は標準形の線型計画法と同様とする。

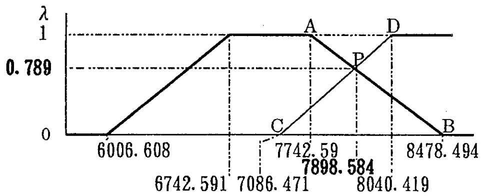
このように定式化した問題についてhをδhづつ増大させることによりその近似解を求めると第11表のようになる。

第11表　目的値及び各作目の最適解

目的値	水稲	トマト	キュウリ	葉タバコ	(h)
7898.584	14.175	2.906	2.906	7.074	0.789
各月別労働残量(総労働残量=406.193)					
4月=38.579,	5月=0.608,	6月=0,		7月=36.717	
8月=0,	9月=40.731,	10月=13.799,		11月=275.759	

注）単位は，目的値：1,000円，労働量：時間/10aである。

このように，目的値については現状の7086.471千円よりも812.113千円増加の7898.584千円となる。最適解については，水稲が141.75aとなり，現状の160a，標準形の143.69aから減少し，三角型の91.07aから増加する変化となった。トマトとキュウリは共に29.06aとなり，現状の23aからは増加，標準形の30.17a，三角型の30.82aからは減少する。また，葉タバコは70.74aとなり，現状の75a，標準形の76.08aからは減少し，三角型の68.51aからは増加する。計画の達成度(h)に関しては，0.789となる。この結果を図示すると次のようになる。



第8図　最適解(収益)の達成状況

この結果から，現状と比較して406.193時間の労働時間が余っており，この分を外に振り向け有効に使用できるものと思われる。また，改善後の標準形とは，三角型と同様に達成度は上昇しているが目的値は減少している。この変化は，標準形では制約量と目的値(目標)に関して意思決定者が持つあいまい性を取り入れているが，台形型では，各月における各作目別の労働時間にもそのあいまい性を取り入れ，台形型で表していることから生じていると思われる。また三角型と比較すると，目的値は7739.006千円から7898.584千円と増加している。しかし，労働残量に関しては，目的値の増加に伴い424.938時間/10aから406.193時間/10aと減少している。これらの変化は，三角型が「だいたい〜ぐらい」という１つの値に幅を持たせるというものであったのに対し，台形型は「だいたい〜から〜ぐらい」という三角型の1つの値にも幅を持たせ，より広い範囲においてあいまい性を考慮できる内容であることを示す。

また三角型メンバシップ関数同様に，ＡＢとＣＤとの交点Ｐが満足度の実現値であるが，このメンバシップ関数ＡＢ又はＣＤの傾き(幅)を連続的に変化させることによってメンバシップ関数と収益関数の数量的関係が捉えられることとなる。以下にこれについて検討することとする。

メンバシップ関数と目的関数の関係

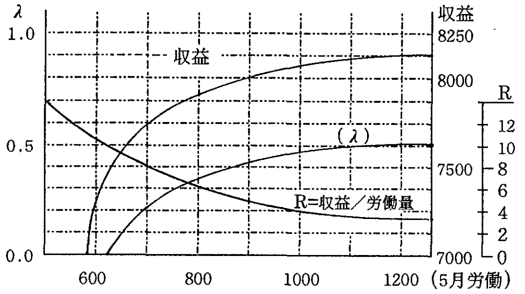
さてこれまでは，ファジィ線形計画法よる畑作複合経営分析を，各種のメンバシップ関数の設定によって行ってきたが，メンバシップ関数は経営主の意向を詳細に取り入れ経営者の意志決定を尊重した設計が可能である。従来の各種規範分析では設定される各種の制約条件は確定したもので計画設定に際しては厳然たる制約として動かし難いものであった。これに対してファジィ分析では制約条件を曖昧な融通性ある制限として取り扱うところに特質があり計画設計をより現実的なものとして扱うことができる。その限りではその有用性が認められるものといえる。

しかしながら，設定されるメンバシップ関数については必ずしも明快な理解がなされているとは言い難い側面がある。すなわち，メンバシップ関数は抽象的な概念であり，満足度が50％と言ったところでそれは具体的にどの様なことを意味することになるのであろうか。メンバシップ関数に一定の定量的な尺度を与えなければファジィ計画法の具体的意味合いが失われることとなる。

ここではメンバシップ関数と目的関数の関係を数量的に関連づけすることを試みた。第9図はその関係を図示したものである。すなわち，第3図5月労働について，使い切られている労働量についてメンバシップ関数の傾き(メンバシップ関数の幅として考えることもできる)を連続的に変化させ，そのときの最適計画のメンバシップ関数と目的関数の関係を表したものである。

これによると，メンバシップ関数の幅，すなわち5月労働に関するファジィの幅を次第に広げていくとそれに伴ってメンバシップ関数の値も上昇する。しかしその増加は次第に逓減していき，一定値に収束する傾向を示す。一方労働量当たりの収益についても次第に減少し一定値に収束し，落ち着く傾向を見せている。また，稼働労働量単位当たりの収益の変化をみると，メンバシップ関数の上昇に伴って逆に減少し，一定領域に達すると以降は安定的に推移する傾向を確認することができる。抽象的

なメンバシップ関数に一定の定量的把握が可能になれば，意志決定に客観的な根拠を与えるものとなろう。



第9図　労働臨界値におけるメンバシップ関数と目的関数の関係

ま　と　め

従来の線形計画法では，一定の確定した資源制約量として最適解に強い枠をはめていたが，ファジィ線形計画法はメンバシップ関数の設定によって，制約条件にソフトな融通性のある性質を付与して，実行解に実践的な特性を与えることで有用性が認められていた。しかしながらメンバシップ関数は抽象的な概念であり，意志決定者の意向を介してモデルに設定されることとなる。メンバシップ関数が，客観的評価関数として把握されればファジィ計画法の一層の有用性が認められるものとなろう。

本稿では，通常型のファジィ線形計画法の外に三角型，台形型のメンバシップ関数の設定による最適解と，稼働資源量についての相互関係図を描くことができた。そこで，稼働し尽くされている資源量の臨界値において，メンバシップ関数の幅を変化させることによって，それに伴うメンバシップ関数と収益関数の関係を数量的に明らかにすることができた。このように抽象的なメンバシップ関数に客観的な一定の数量的な把握が可能になれば，ファジィ線形計画法に一層の有用性が生まれることになろう。

以上のメンバシップ関数の数量的把握のほかにメンバシップ関数の設定によって従来の線形計画法と比較して幾つかの優位性が確認することができた。

○線形計画法では設定される数値そのものが最適解に直接影響することから設定にあたり必要以上の慎重さが必要であるが，明確な設定には情報の欠落などにより，困難な場合が少なくない。このような場合には一定の幅を持たせて設定できるメンバシップ関数は効果的である。

○意思決定者である経営主の意向の反映の仕方について，従来の線形計画法の場合には詳細な経営者の意向を反映させることは困難であり，計画の結果を基にその改善策を計画するといった色彩が濃いものとなる。しかし，経営主にとっては収益増大が経営目標である限り，その目標となる額を実感し計画に反映させ得るファジィ線形計画法は極めて効果的となる。

○ファジィ計画法では制約条件をメンバシップ関数によってソフトな形で取り扱うことができる大きな特質があるが，それは標準型ファジィ計画法によるメンバシップ関数，三角型のメンバシップ関数，そして台形型メンバシップ関数になるにしたがってより明確に，しかも詳細に経営主の意向を反映できる効果が認められる。

メンバシップ関数をより効果的に設定し，かつ客観的・数量的な評価が可能になればファジィ線形計画法の一層の有用性が認められるものとなろう。

文　　献

1) 乾口雄弘：講座ファジ６ －ファジーOR －日本ファジー学会編．日刊工業新聞社，東京(1993)　pp.42-90
2) 乾口雄弘，久米靖文：ファジー多目的計画問題に対する解の概念，ファジー学会誌，2(1)：65-78 (1990)
3) 森口繁一：線形計画法入門，日科技連，東京（1991) pp.100-125
4) 坂和正敏：ファジー理論の基礎と応用，森北出版，東京(1989)　pp.2-29
5) 坂和正敏：多目的線形計画問題に対する対話型ファジィ意志決定者手法とその応用，電気通信学会論文誌，J65-A: pp.1182-1189　(1982)
6）坂和正敏，石井博昭，西崎一郎：ソフト最適化．朝倉書店，東京（1995)　pp.133-178
7) 竹田英二，西田俊夫：ファジィ集合とその応用．森北出版，東京（1989)　pp.102-117
8)田中一夫：応用を目指す人のためのファジィ理論入門，ラッセル社，東京(1995) pp.125-231
9) Zadeh, L.A.:Fuzzy Set as a Basis for a Theory of possibility, Fuzzy Sets and Systems, 1: 3-28 (1978)
10) Zimmerman,H.J .: Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Function, Fuzzy Sets and Systems, 1: pp.44-55 (1978)