

相互結合型ニューラルネットワークによる最適化システムの開発に関する研究

仙北谷 康*・竹嶋大介**・藤井嘉儀*

平成7年6月23日受付

A Study on the Development of a System for Optimizing Land by Using a Recurrent Neural Network

Yasushi SEMBOKUYA*, Daisuke TAKESHIMA** and Yoshinori FUJII*

The aim of this paper is to examine the ability of a recurrent neural network to output analog values. We tried to apply a recurrent neural network to the decision on land use; a basic example of optimization problems, and compare the result with that lead by risk programming. We developed a new algorithm of Boltzmann Machine. The state of units becomes digital when the ordinary algorithm is used. However, the new algorithm which we adopted allows them to be in an analog state so that a value in a unit can change one by one. The conclusion of our analysis is that the risks are in inverse proportion to the benefits and this relation is desirable for us.

緒 言

ニューラルネットワークは、その構造に注目すると、階層型ニューラルネットワークと相互結合型ニューラルネットワークに大別される。それぞれの動作アルゴリズムから、前者は類型問題をはじめとするパターン認識問題に、また後者は最適化問題に適用されることが多い。

ニューラルネットワークは、学習を通して得られた知識がユニット間を関係づける重み係数として蓄えられる。階層型ニューラルネットワークについては、その重みの値を求めるアルゴリズムが誤差逆伝播法¹⁾として開発されていることもあって、多くの研究蓄積がある。これに対して相互結合型ニューラルネットワークの応用はやや手

薄な領域であると思われる。

ニューラルネットワークによる最適化問題は、Hinton, Sejnowskiの”Learning and relearning in Boltzmann machines”²⁾によって始まるとされている。またこれを投資問題のポートフォリオ選択に応用したものとして、松葉³⁾の研究がある。

松葉の研究では、選択可能な株の銘柄数の増加によって幾何級数的に投資の組み合わせが増加するという投資問題に対して、適切なエネルギー関数を導入することによってリスクを押さえつつ高収益が得られる株の組み合わせを求めることに成功している。この点において非常に興味深い研究であり、先駆的な業績であるといえるであろう。しかし投資問題という課題の性格からすると、

* 鳥取大学農学部農林総合科学科情報科学講座

* Department of Agricultural Information Science, Faculty of Agriculture, Tottori University

** 鳥取大学大学院農学研究科

** The graduate School of Agriculture, Tottori University

株価変動の周期性などを考慮していないという問題がある。つまり株価変動の典型的なパターンであるresistanceやhead and shoulderといった変動にあてはめた株価の予測という点が考慮されておらず、一定期間内の平均的な株価水準で収益性が評価されている。

さらに、最適化という課題の性格としては、アナログ値の出力がなされていないという問題が残されている。投資問題へのニューラルネットワークの応用では、個々のユニットの状態がオンであるかオフであるかによってその株に投資するかしないかを判断している。このようにするとたとえば仮定として5銘柄を購入するとしたならば、資金は各銘柄に均等に配分されることになる。このような仮定は現実的ではない。特定の株に投資される金額は、その株の収益性とリスクの関数であり、所持金額は所与であるとしてもどの銘柄にどれほどの金額を投資するかという点についても、その株から得られる収益とリスクによって決まると考えるのが妥当であろう。

この点は、後に述べるように相互結合型ニューラルネットワークの動作アルゴリズムに起因するものであるので、ネットワークにアナログ値を出力させるためにはそのアルゴリズムを見直す必要がある。本研究は、この相互結合型ニューラルネットワークにおけるアナログ値の出力問題について述べる。最適化問題の基本的な例題として、土地利用における作付け決定に適用し、さらにこれを通常のリスクプログラミングによる作付け決定問題の解法と比較することとした。

以下ではまず相互結合型ニューラルネットワークの代表的モデルあるホップフィールドのネットワークとボルツマンマシンについて説明する。つづいて具体的な作付け決定の問題を取り上げ、問題解決のアルゴリズムと計算結果を検討する。最後に以上の分析を総括し、相互結合型ニューラルネットワークのアナログ値の出力に関して評価をくわえる。

ボルツマンマシンのアルゴリズムと最適化問題への適用

Hopfieldは2値の出力をとりうるユニットからなる相互結合型ニューラルネットワークに対して“エネルギー”の概念を導入し、ニューラルネットワークがそのエネルギーを極小化する方向で動作することを示した。彼が提起したHopfieldのネットワークの概要を以下に示す⁵⁾。

各ユニットは1または0の2値をとり得るものとし、第jユニットから第iユニットへの結合強度を示すウエイトを w_{ij} とすると、

$$w_{ij} = \begin{cases} w_{ji} & (i \neq j) \\ 0 & (i = j) \end{cases} \quad (1)$$

であり、各ユニットの状態更新は次の式によって非同期的に行われるものとする。

$$y_i[n+1] = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum_j w_{ij} y_j[n] \geq \theta_i \\ 0 & \text{if } \sum_j w_{ij} y_j[n] < \theta_i \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 θ_i は、第iユニットの閾値である。ここで次のようなエネルギー関数Eを定義する。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j w_{ij} y_i[n] y_j[n] + \sum_i \theta_i y_i[n] \quad (3)$$

時点nの状態で仮にk番目のユニットの出力を0としたときと1としたときのエネルギーの差を計算する。他のユニットの出力に変化がないとすれば、

$$\Delta E = E|_{y_k[n]=0} - E|_{y_k[n]=1} = \sum_j w_{kj} y_j[n] - \theta_k \quad (4)$$

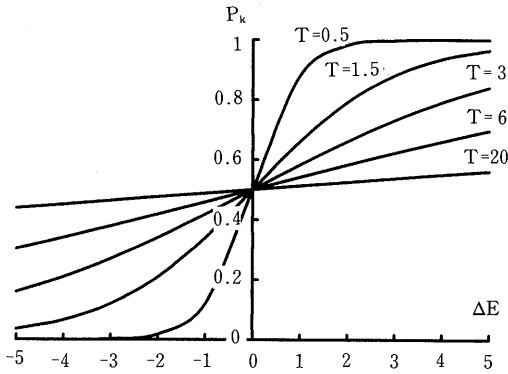
となる。このことより(4)式の右辺が正の値になったときにはk番目のユニットの値を1に、負の値になったときは0にすることによってエネルギーEを減少させるかもしくは変化しない状態に保つことが可能である。このことは

$$y_i[n+1] = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E \geq 0 \\ 0 & \text{if } \Delta E < 0 \end{cases} \quad (5)$$

と等しく、さらにこれは(2)で示したユニットの状態の更新規則に他ならない。

このような状態の更新によって、ネットワークのエネルギーはやがて極小値に到達するが、状態空間の中で極小値が複数存在すると、初期値の設定によっていずれかの極小値に落ち込んでしまう。このため、(2)式による状態更新は、エネルギー関数の最小値への到達を保証し得ないのである。この問題を解決するために、Simulated annealing(やきなまし)法という手法が提起されている。(5)式では、状態の変化は ΔE の値によって決定論的に(確率1で)決められるが、ここでは確率的に状態の更新を行うことを考える。Hopfieldのネットワークに対して確率的な更新規則を加味したネットワークはボルツマンマシンと呼ばれている。

k番目のユニットの出力は、(6)式で示す確率 p_k で値1



第1図 ボルツマンマシンによるユニットの発火確率に更新するものとする。

$$P_k = \frac{1}{1 + e^{-\Delta E/T}} \quad (6)$$

P_k はエネルギー変化 ΔE と温度と呼ばれるパラメータ T の関数になっている。温度 T をパラメータとして、 P_k と ΔE の関係を第1図に示した。温度 T が低いと ΔE の値によってほとんど決定論的に状態の更新が行われ、温度が高いときには ΔE によらず、 $1/2$ に近い確率で状態が更新される。このことは温度が高い場合、エネルギーが高い状態に遷移する確率が高くなることを示している。つまりネットワークが極小値に落ち込んだときにそこから抜け出す契機を与えていることになる。そこではじめは比較的高い状態でネットワークを動作させ、徐々に温度を下げていくことで、ネットワークのエネルギーが局所的な状態から抜け出し、最終的に最小の状態にたどり着く確率を上げることが期待されるのである。

ある温度で十分に時間が経過し、平衡状態に達したときにネットワークがエネルギー E_a をとる確率は、

$$P_a = ke^{-E_a/T} \quad (7)$$

というボルツマン分布に従うことが知られている。これがボルツマンマシンの名前の由来である。

このボルツマンマシンは、NP完全問題(多項式によって定式化し解決するという解法が現在知られていない問題)である巡回セールスマン問題(TSP: traveling salesman problem)に対して、相当程度満足できる解が得られることを示し注目されるようになった。

例題とエネルギー関数の設定

農業経営者は経営の諸条件に関して完全な知識をもっておらず、事前の設計時においては確定的な予測値は導きだせないのが普通である。この不完全な知識状態のもとで経営目標は、農家の所得経済面は農業経営のみから成り、そこに家計経済部門から一定量の家族農業労働力および農用財産が元入れされている前提をおけば、変動する経営純収益から得られる効用を最大化することにおかれるのであるが、その具体的な目標は、経営主の経営諸条件に関する予測のしかたや、行動型によって異なったものとなる。

ここで紹介するニューラルネットワークの最適化プログラミングでは、経営主は個別確率状態にあって、変動する純収益を1つの確率分布として予測し、その期待値から得られる正の効用から純収益の変動によってもたらされる負の効用を差し引いた純効用を最大化する事を経営目標としていると仮定する。すなわち、この計画モデルは、純収益の期待値をできるだけ高める対策と、純収益の変動の幅を縮小する安定選好対策を調整して計画を作成するためのものである。

ここで取り上げる最適化プログラミングでは、通常のリスクプログラミングや線形計画法などとは異なり、生産過程に連立1次不等式を使用せず、プロセス純収益係数の期待値とその変動とに着目する。プロセス純収益係数の変動の大きさをそれぞれの標準偏差または分散で表し、さらに変動の相互関係を共分散でもって表しうの場合の計画モデルである。そこでは、経営主はプロセス純収益が高いことを好み、しかもその変動のより小さいことを望む純収益・安定選好効用関数をもっていることを仮定されている。

ここではR.J.Freundの事例⁹⁾をもとに最適化プログラミングとリスクプログラミングの比較を行う。

R.J.Freundのリスクプログラミングモデルにおいては、経営主は各生産プロセスのプロセス純収益係数 C_j を期待値 C'_j を中心とする正規分布に従う確率変数として予測しているものと仮定し、従ってこれらの一次和として求められるプロセス純収益総額 $z (= \sum C_j x_j)$ も、その期待値 $z' (= \sum C'_j x_j)$ を中心とする正規分布に従うと予測しているものと仮定する。そして通常の線形モデルと同じ1次不等式の制約条件のもとで、プロセス純収益総額の期待値 z' とプロセス純収益総額の変動を表す標準偏差 σ_z の組み合わせの中から、最高の効用期待値水準をもたらす組み合わせを選び出すことを目的としている。

Freundモデルにおいて用いられる効用関数は

$$U(z) = 1 - e^{-az} \quad (8)$$

$a > 0$ (e は自然対数)

である。

可能な生産プロセス, 制約要素, 技術係数は第1表に示すとおりである。なお生産プロセスはプロセス純収益係数の期待値100ドル当りに基準化されている。生産プロセスのプロセス純収益係数の分散・共分散行列は第2表のとおりである。これは対象行列であるから, 左下の成分は省略している。同様に相関行列を第3表に示す。いまプロセス純収益係数 c_j ($j=1, 2, \dots, n$) の期待値を c' , プロセス稼働率を x_j とするとプロセス純収益総額 z の期待値 z' は

$$z' = \sum_{j=1}^n c'_j x_j \quad (9)$$

$(j=1, 2, \dots, n)$

となる。

またプロセス純収益係数 c_j の分散を σ_j^2 (又は σ_{jj}), c_j と c_k の共分散を σ_{jk} とすると, プロセス純収益総額 z の分散 σ_z^2 と経営純収益 M の分散 σ_M^2 とは等しく, 次のように表される。

$$\sigma_z^2 = \sigma_M^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sigma_{jk} x_j x_k \quad (10)$$

ここで経営純収益・安定選好効用関数を最大化することは, プロセス純収益総額の期待値 z' がより高いことを好み, しかも, プロセス純収益総額の標準偏差 σ_z または分散 σ_z^2 のより小さいことを望むプロセス純収益・安定選好効用関数を最大化することに一致するのである。

リスクプログラミング・モデルにおいて制約条件と効用期待値関数は次のように定義される。

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (11)$$

$$x_j \geq 0 \quad (12)$$

$$(i=1, 2, \dots, m)$$

$$(j=1, 2, \dots, n)$$

式(11)(12)の制約条件のもとで

$$E(U) = \sum_{j=1}^n C'_j x_j - \frac{d}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sigma_{jk} x_j x_k \quad (13)$$

を最大化する x_j (プロセス) を求める問題がリスクプログラミングである。

相互結合型ニューラルネットワークは, 任意のユニットがON (=1), OFF (=0) の状態変化を非同期的に繰り返してエネルギーを最小値へ導く。最適化プログラミングではユニットの出力状態が各プロセス稼働水準となるが, 本報告ではアナログ値を出力させるためにニューラルネットワークの最適化問題に用いられるアルゴリズムを改良する必要があった。

そのポイントは, ユニットの状態の非同期的更新において, その状態が+1, -1, 変化しないの3つ状態のエネルギーを求め, それぞれのエネルギーの最小のユニット

第1表 生産プロセス, 制約要素, 技術係数

制約量		生産プロセス				
		馬鈴薯	トウモロコシ	牛肉	カンラン	
制約	土地 I 1	60	1.199	1.382	2.776	-
	土地 II 2	60	-	1.382	2.776	0.482
条件	賃金 3	24	1.064	0.484	0.038	-
	労働 4	783	-	4.146	-	13.606
プロセス純収益の期待値(ドル)			100	100	100	100
土地(エーカー)	賃金(ドル)		労働(時間)			

第2表 分散・共分散

	馬鈴薯	トウモロコシ	牛肉	カンラン
馬鈴薯	7304.69	903.89	-688.73	-1862.05
トウモロコシ		620.16	-471.14	110.43
牛肉			1124.64	750.69
カンラン				3689.53

第3表 相関係数

	馬鈴薯	トウモロコシ	牛肉	カンラン
馬鈴薯	1.000	0.425	-0.240	-0.359
トウモロコシ		1.000	-0.565	0.073
牛肉			1.000	0.369
カンラン				1.000

の状態を選択するようにした。このため10.502などのような小数値は出力されないことになる。

リスクプログラミングと同様に、最適化プログラミングにおける純収益、分散の式を定義する。

$$Z' = \sum_{j=1}^n C'_j x_j \quad (14)$$

(j=1, 2, ..., n)

$$\sigma_z^2 = \sigma_M^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sigma_{jk} x_j x_k \quad (15)$$

(i=1, 2, ..., n)

さらに制約条件として

$$S = \sum_{j=1}^n \gamma_j \sum_{k=1}^n (b_j - a_{jk} x_k)^2 \quad (16)$$

を定義する。これらを総合してエネルギー関数Eを定義する。

$$E = \alpha \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sigma_{jk} x_j x_k - \beta \sum_{j=1}^n C'_j x_j + \sum_{j=1}^n \gamma_j \sum_{k=1}^n (b_j - a_{jk} x_k)^2 \quad (17)$$

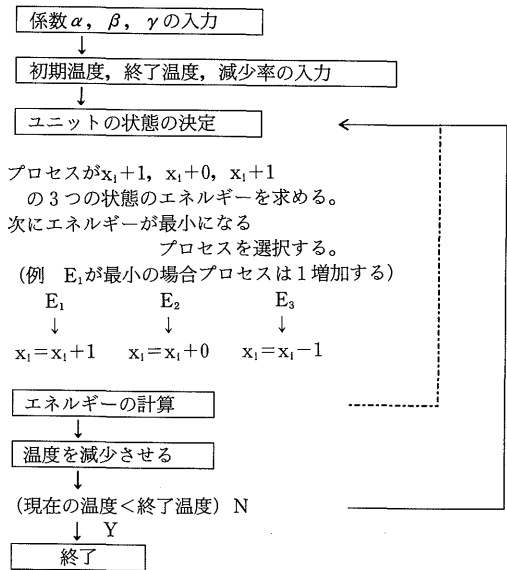
この式は最小化問題であるため、制約条件をエネルギー関数のペナルティとして扱うことになる。つまり一次不等式などを使用せず制約条件を包括するかたちで1つのエネルギー関数として定義する。 α, β, γ_j は正の重み係数である。実際の計算過程においてこの係数を決定するには十分な吟味が必要である。

制約条件(16)の制約を変形させることによって土地を使い切ろうとするなど制約条件を強めることができる。さらに、パラメータ α, β, γ_j を変化させることによって利益とリスクのバランスを変化させることができる。

最適化プログラミングのフローチャートを第2図に示しその要点を述べる。

- ①エネルギー関数のパラメータ α, β, γ_j を入力する。
- ②初期温度, 終了温度, 減少率を入力する。
- ③ウエイト, ユニット, 制約条件の初期化を行う。
- ④任意のユニットに対して+1, -1, 変化しないの3つ状態のエネルギーを求める。
- ⑤エネルギーが最小の場合のユニット状態を選択して, その更新を行う。

/* 最適化プログラミング */



--- ユニットの数だけ繰り返す
(ここではユニットは4つであるため4回繰り返す)

第2図 最適化プログラミングのフローチャート

- ⑥ユニット数だけ繰り返す。(④へ戻る)
 - ⑦温度を下げる。
 - ⑧現在の温度<終了温度ならプログラムを終了させる。そうでない場合には④へ戻る。
- 以上が本報告における最適化プログラミングのアルゴリズムである。このように各ユニットを非同期的に±1ずつ変化させ、エネルギー関数Eの値を極小値に導く。

計算結果

計算結果を第4表に示す。最適化モデルからはまず二つの事例に注目した。それぞれのcaseはエネルギー関数Eのパラメータの値が異なる。case 1と線形モデルを比較した場合、生産プロセスの稼働水準は変わらない結果が得られている。これは最適化モデルが通常の線形計画同様にリスクを考慮せずに収益重視の性格を持つためと考えられる。case 2とFreundモデルを比較した場合、トウモロコシ, 牛肉で5~6の違いがあるものの, 期待値, 標準偏差, 純収益総額は変わらない結果が得られた。これはリスクをできるだけ低くしようという, リスク重視のモデルになったと思われる。このように, この最適化

第4表 計算結果

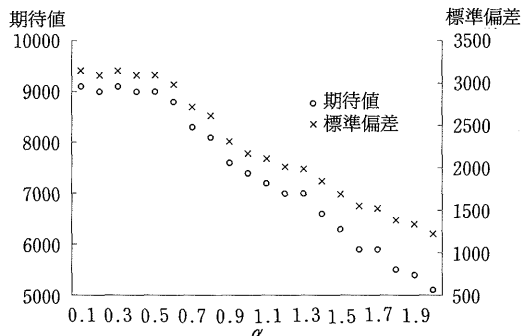
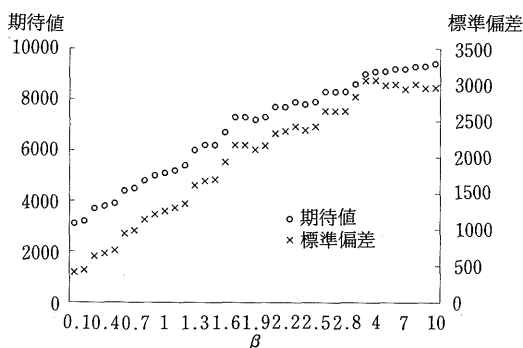
		Freund	従来の線形	最適化モデル	
		モデル	モデル	case1	case2
生産プロ セスの 稼働水準	馬鈴薯	10.286	22.141	24	13
	トウモロコシ	26.757	0.000	0	20
	牛 肉	2.676	11.622	12	7
	カンラン	32.350	57.580	57	33
プロセス純収益総額の期待値		7202	9131	9300	7300
標準偏差		2136	3443	3449	2159
効用期待値の水準		0.987	0.970	0.974	0.987
プロセス純収益総額		5383	4389	4543	5435
α				1	1
β				5	2
γ_1				70	10
γ_2				30	80
γ_3				30	25

モデルはパラメータを変化させることによってその性格が変化することになる。

この点をさらに詳しく検討する。この最適化モデルにおいて、 α はリスクに対する重み係数であり、 β は期待値に対する重み係数である。 γ_1 、 γ_2 、 γ_3 はそれぞれ土地、賃金、労働時間の制約条件の係数である。 α の値を大きくすることによってモデルがリスク重視型になる。 β の場合も同様に大きな値を与えることによって収益重視型のモデルになる。まず標準偏差と期待値の変動を検討する。ただし、 α を変化させる場合は β 、 γ を固定させておき、 β を変化させる場合は α 、 γ を固定させておく。第3図に α を変化させた場合、第4図に β を変化させた場合を示す。第3図においては、 α が大きくなるに従い期待値、標準偏差は小さくなり、収益よりもリスクを小さくしようとするモデルになる。逆に第4図の場合は、 β が大きくなるに従い期待値、標準偏差は大きくなり、リスクをおさえこみことよりも期待値を大きくしようとする利益重視型モデルになる。このように特にパラメータ α と β の決定はモデルを計画する場合、大きな問題になると思われる。

考察と今後の課題

本報告は、相互結合型ニューラルネットワークの最適化問題への適用の可能性について検討した。ユニットの状態更新の関係上、プロセスの稼働水準の変化は1単位ずつ行っていたが、理論上はより小さい間隔の調整が可能である。しかし、例えば通常の線形計画などでは小数点以

第3図 α と期待値と標準偏差第4図 β と期待値と標準偏差

下の数値が得られるが、これを現実の稼働に反映させる場合であっても、様々な要因によって小数点以下の数値まで正確に反映させることは希であろう。

最適化モデルから得られた結果は、意思決定のひとつの参考指標である。オペレーターがこれを基に実際の意思決定を下すのであり、その指標として小数点以下が示されない計画案であっても十分な説明力を有すると考えられる。

さらに分析結果では、リスク及び収益の関係に関するシミュレーション結果においてトレードオフの関係が確認されるなど、一般的な認識に一致するものであった。

以上の点を考えあわせるならば、本報告で提示した最適化モデルは、十分に実用的な水準に達していると判断できる。

他方、問題点としては、エネルギー関数の各項の相対的な影響度を調整するパラメータをいかにして決定するのかという点が未解明である。現在のところこれは試行錯誤的に行うしかないようである。

今回の分析で派生的に得られた知見として、制約条件

の緩和に関する点が上げられる。通常の線形計画では、制約条件は満たさなければならないものであり、それをこえる行動計画が採択される確立はゼロである。しかしながら、例えば労働制約では収益増加に結びつくならば多少は制約を超えて労働時間を延長するということが実際には想定される。本報告における最適化モデルでは、エネルギー関数における当該項のパラメータの調整によってこのようなシミュレーションが可能である。制約条件の緩和と効用水準の関係はファジィ線形計画にも関連する点であるが、しかしこれを数値として明示的に扱うためには今後の検討を要する。

文 献

- 1) Hinton,G.E., and Seinowski,T.J : Parallel distributed processing Volume 1. Rumelhart,D.E., McClelland,J.L., and the PDP Research Group,

The MIT Press, Massachusetts (1986) pp.282-317

- 2) 今村幸生：農業経営設計の理論と応用。養賢堂，東京（1969）pp. 322-342
- 3) 松葉育雄：ニューラルネットワークのポートフォリオ選択への応用。システム／制御／情報，35 34-40（1991）
- 4) Rumelhart,D.E. et al : Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, 23 (9) 533-536 (1986)
- 5) 八名和夫，鈴木義武：ニューロ情報処理技術。海文堂出版，東京（1992）pp. 58-61

追 記

本研究を進めるにあたって，平成7年度文部省科学研究費（奨励研究A，課題番号07760126）の助成を受けた。