鳥大農研報（Bull. Fac. Agric., Tottori Univ.）**46** 117～123（1993）

水稲の平年収量関数の推計について

笠原浩三＊・今井鐳蔵＊＊

An Estimation of the Yield Function of Rice in the Normal Year

Kozo KASAHARA＊ and Raizo IMAI＊＊

This reseach attempts to develop a new estimation model of the yield function of rice in the normal year. The new estimation model is the combined function which is a linear combination of the multiple regression function and the exponential function. We can get the combined function by useing the repeating method. Thus, we developed a combined function in Tottori, from 1975 to 1992 :

$y=533.6679-5.66125Z-54.6771\cdot(0.89806)^n$.

Furthermore, we can get the maximum yield value from this combined function, on condition of valuable Z which denotes the volumes of the damage are the average. According as the average Z is 7.27105, the amended exponential function is as follows :

$y=492.5046-54.6771\cdot(0.89806)^n$.

Thus, the maximum yield volume of rice shall be 492.5046kg.

緒　　論

近年は米の１人当たりの消費量が年々減少すると共においしさ，食味志向への傾向が強まり，これを反映して生産者はかつての多収穫品種作付指向から良質米品種作付指向へと，高品質・多様化する消費者ニーズに対応して生産を変化させる傾向を一層強めつつある。そのため米の単位当たり収穫量にも時系列的にスムーズな連続性が途絶え，収量予測を困難ならしめている。米の単当収量の推計は，作況指数をはじめ米の生産調整の基礎となる需給計画の在り方にも大きな影響を及ぼすため，より優れた推計方法の検討が急がれている。

平年収量は気象条件等の影響がなかった場合の収量水準を表すもので，言い替えれば気象の推移や被害の発生状況を平年並みとみなし，栽培技術の進歩等の傾向が最近の傾向と同じであるとみなした場合の収量水準ということができる。また，この10アール 当たり平年収量は作柄表示の基準にもなっており，その年の実収量を平年収量で除して作況指数として定義している。したがって，実収量が前年と同じであったとしても平年収量が異なれ

＊　鳥取大学農学部農林総合科学科情報科学講座
＊　*Department of Agricultural Information Science, Faculty of Agriculture, Tottori University*
＊＊鳥取大学農学部農林総合科学科経営管理学講座
＊＊*Department of Farm Business Management, Faculty of Agriculture, Tottori University*

ば，それに伴って作況指数の値も変化することとなるのである。作況指数は絶対的な収量水準を表すものではなく，あくまでも平年収量水準との相対的な大きさにおいて捉えられるものなのである。また平年収量は，農業共済事業における農業共済基準収量の基礎資料としても用いられており，平年収量の値そのものが水稲共済支給金に直接影響を与えることとなる。このように平年収量は，作柄表示の基礎にもなっていると共に農業共済の基礎資料にもなるなど，農業施策の全般に不可欠なものとなっている。

本稿ではこのような農業諸施策の基本となる平年収量の捉え方と，これまでの諸算定方法を整理・吟味し，さらに平年収量推計関数の新しい推計方法の検討を試みるものである。すなわち，従来から適用されてきた重回帰式に指数曲線を導入し，合成関数として推計する方法である。この合成関数の推計には，通常の最小2乗法や最尤推定法などの直接的な適用は困難であって，ここでは推計残差を収斂させる繰り返し方法を提示し，その妥当性について検討するものである。

平年収量算定法の整理

従来から平年収量を推計する方法として用いられてきたものを整理すると次のようになる。

(1) 平 均 法

この方法は最も基本的なものであって，過去数年間（5か年，7か年，10か年，または7か年のうち中庸の5か年）の実収量を平均するものである。しかしこの方法では，技術水準の上昇に伴う時系列収量増加を考慮していない点で問題が残される。

(2) 加重平均法

これは平均法を基礎とし，これを改良したものであるが，直近年次の収量に相対的に比重を置いて算出する方法である。これには異常年次の取扱い方によって，1標準偏差内加重平均法と採用率加重平均法の2つがある。

1標準偏差内加重平均法は直線回帰によって一定の収量傾向線を求め，その傾向線の1標準偏差外加重平均値を異常年として除外するものである。

また採用率加重平均法は1標準偏差内加重平均法の異常年の処理のしかたをより一層精緻にしたもので，2標準偏差以上を除外し，1標準偏差から2標準偏差内のものについて次式により加重するものである。

加重値＝（2標準偏差－｜実収量－加重平均値｜）/ 1標準偏差

しかしこれらは直近年次の収量に相対的に大きな比重を置いているとはいえ，なお基本的には技術水準の向上を時系列的に考慮していない点に問題が残るものといえよう。

(3) 回帰式による方法

この方法は時系列収量増加を回帰式によって推計しようとするもので，直線回帰，平方根回帰，平方根重回帰などが挙げられる。とくに平方根重回帰式は現在用いられている方法であり，最も有力なものといえよう。しかし，技術進歩による増収量効果が平方根関数として取り扱われており，年次の増加に伴って逓減はするものの，理論的には際限なく増加することを示している。とくに近年では消費者の良質米の志向が強まり，生産者もこうした消費者の嗜好に合わせて必ずしも増収米生産一辺倒ではなくなってきたを反映して，平方根関数の適用の善し悪しが議論されるようになってきた。

勿論そうした問題点は良質米ダミーとか品種ダミーなどのようにダミー変数[4]の導入によって改良が試みられているが本質的な解決には至っていない。

また，第2の課題は関数式の推計に使用するデータ期間の問題[1]で，とくにスタート年次を何時に設定すべきかということである。後述のようにデータ期間の取り方によって推計結果は大きく異なってくる。

平方根重回帰式の吟味

平方根重回帰式は，いわゆる平均法の限界であった技術水準の向上を時系列的に平方根の形で取り込み，さらに被害率を線形回帰式の形で扱い重回帰式として推計するものである。すなわち，技術進歩に関わる部分と気象及び被害の発生条件に関わる部分を総合的に取り扱ったものとして評価されるものである。

しかし先述のように検討すべき課題も少なくない。ここではそられのうちの主要な課題について考察したい。

(1) 技術変化を平方根式で表示する妥当性について

平方根回帰式とは技術変化を年次nの平方根の形で定式化するものである。すなわち，表現を換えるならば年次nの1/2べき乗であって，ここではべき乗の値を1/2，つまり0.5とすることの根拠が必要である。なぜ0.4または0.6，あるいはこれら以外の値であってはいけないのであろうか。そこで年次nのべき乗の値を0～1まで変化させ，決定係数が最大値の時のべ乗値を求めてみた。第1表はダミー変数を含んだ場合と含まない場合の結果を整理したものである。

これでみると，ダミー変数を含まないべき乗重回帰式

第１表　ベキ乗値の変化に対応する決定係数，収量推定値

$Y=t^{\alpha}+z$			$Y=t^{\alpha}+z+D$		
ベキ乗値 α	決定係数 0.905217＋	推定収量 491＋	ベキ乗値 α	決定係数 0.935992＋	推定収量 490＋
0.4167	37374×10^{-11}	.10881	0.6047	93581×10^{-11}	.49819
0.4168	37892×10^{-11}	.10973	0.6048	93960×10^{-11}	.49903
0.4169	38344×10^{-11}	.11066	0.6049	94291×10^{-11}	.49987
0.4170	38727×10^{-11}	.11158	0.6050	94573×10^{-11}	.50071
0.4171	39042×10^{-11}	.11250	0.6051	94805×10^{-11}	.50154
0.4172	39292×10^{-11}	.11343	0.6052	94989×10^{-11}	.50238
0.4173	39473×10^{-11}	.11435	0.6053	95123×10^{-11}	.50322
0.4174	39586×10^{-11}	.11527	0.6054	95208×10^{-11}	.50406
0.4175	39632×10^{-11}	.11620	0.6055	95244×10^{-11}	.50490
0.4176	39611×10^{-11}	.11712	0.6056	95231×10^{-11}	.50574
0.4177	39521×10^{-11}	.11804	0.6057	95168×10^{-11}	.50657
0.4178	39365×10^{-11}	.11897	0.6058	95057×10^{-11}	.50741
0.4179	39140×10^{-11}	.11989	0.6059	94896×10^{-11}	.50825
0.4180	38849×10^{-11}	.12081	0.6060	94687×10^{-11}	.50909
0.4181	38490×10^{-11}	.12174	0.6061	94428×10^{-11}	.50993
0.4182	38063×10^{-11}	.12266	0.6062	94121×10^{-11}	.51076
0.4183	37569×10^{-11}	.12358	0.6063	93764×10^{-11}	.51160

では，αの値が$\alpha=0.4175$乗で決定係数が最大（$0.905217+39632\times10^{-11}$）となっている。またその時の平年収量は491.116と推計される。$\alpha=0.4175$が0.5に近い値と判断可能かどうかは別にして，このことから直ちに平方根関数の妥当性を決定づけるものにはならないであろう。

同じく第１表でダミー変数を含む場合のべき乗重回帰式の結果をみると，αの値が$\alpha=0.6055$乗で決定係数が最大（$0.935992+95244\times10^{-11}$）となっている。またその時の平年収量は490.5049と推計される。この場合のべき乗値は0.5を超えて0.6より大となっている。こうしたことから判断して両べき乗回帰式の平方根回帰式の根拠を決定づけるものではないことが分かる。

一般にべき乗重回帰式における技術進歩の大きさは，年次ｎに関する第１次微分係数で表される。すなわち，技術進歩をY'で表すと，$Y'=\alpha/n^{(1-\alpha)}$となる。したがって，年次ｎの大きさに関係なく，αが０～１の範囲においてはαの値が大きければ大きいほど分母の値は小さくなり，逆にY'全体は大きくなることとなる。すなわち，技術進歩は年次ｎの変化と共にαの値によっても変化するのである。

ところが，べき乗重回帰式ではべき乗の値αを先決変数として与えることとなり，技術進歩率を固定化することを意味する。そして，平方根重回帰式ではとくにαの値を0.5に限定したものであるといえる。

(2)　回帰式推計のデータ期間について

平方根重回帰式は，べき乗重回帰式におけるべき乗値が0.5の特別の場合であって，それを先決固定化することの根拠が明確でなかった。さらに実際の計測に際しては，データ期間数Nの設定が課題である。

第２表は昭和30年度から平成４年度までの38個の原データを基に期間Nを順次変えながら平方根重回帰式を推計し，その時の決定係数，平年収量を整理したものである。これでみると，期間数Nの如何によって決定係数，平年収量が相当程度変動していることが分かる。決定係数は平方根重回帰式全体の適合の良し悪しを示すものであり，平年収量の変動は推計式自体の相違を示したものである。とくに期間数Nが20個以上の期間に限定しても決定係数，平年収量ともに相当程度変化していることが認められるものである。

現行では，米生産調整政策が本格的に展開されはじめ

第２表　標本数による決定係数、推定収量の変化
（関数形は$Y=t^{2/1}+Z$の場合）

標本数	決定係数	推定収量
38	.86690	454.09
37	.89859	457.12
36	.88799	460.58
35	.87726	463.33
34	.86653	466.82
33	.89717	471.18
32	.89211	473.68
31	.90383	478.75
30	.90629	481.46
29	.89961	484.76
28	.90062	487.76
27	.88971	489.91
26	.91127	488.89
25	.90735	490.47
24	.90476	490.08
23	.90499	491.86
22	.89734	493.83
21	.86804	499.32
20	.87644	496.68
19	.88733	498.98
18	.88560	498.51
17	.89537	500.91
16	.89579	500.06
15	.92023	491.73
14	.93052	496.74
13	.93959	488.98
12	.82027	499.90
11	.89551	485.83
10	.89989	482.46

た昭和45年を原則的な計算スタート年次としているが，特殊な収量変動がある地域については計算スタート年次の調整が行われている。いずれにしても，恣意的に計算スタート年次がとられるようではいけない。

(3)　指数関数の特性

さて現行の平方根重回帰式では年次nの経過に伴って収量は際限なく増加していくことになる。この欠点を補うものとして１つには修正指数曲線を提示できる。修正指数曲線式の最大の特徴は収束値Kを持つことである。すなわち，年次の推移に伴って一定の最大値または最小値に無限に近づいていく収束値を有する点である。一般形では次のように与えられる[2,3]。

第３表　標本数による決定係数、推定収量の変化
（関数形は$Y=t^{2/1}+Z+D$の場合）

標本数	決定係数	推定収量
38	.86690	454.09
38	.88339	452.04
37	.91513	455.00
36	.90590	458.37
35	.89648	461.04
34	.88691	464.45
33	.91588	468.80
32	.91180	471.26
31	.92265	476.30
30	.92577	478.98
29	.92072	482.19
28	.92268	485.15
27	.91745	487.15
26	.94056	486.27
25	.93754	487.86
24	.93499	488.59
23	.93570	489.59
22	.93017	491.63
21	.91009	496.81
20	.91408	494.71

$$Y=K-a\cdot b^{n}$$

さらにゴンペルツ曲線としては次のように表現される。

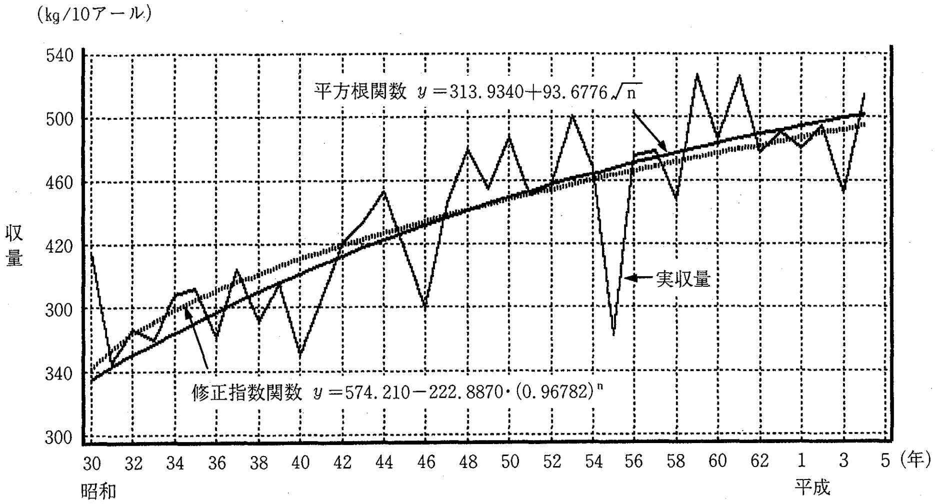
$$LnY=LnK-Lna\cdot b^{n}$$

ここで，$0<a$，（または$0<Lna$）で且つ$0<b<1$の場合が増加関数で最大値K（またはLnK）を持つ。また$0>a$，（または$0>Lna$）で且つ$0<b<1$の場合が減少関数で最小値K（またはLnK）を有することになる。

いずれも一定の収束値KまたはLnKを有し，現行の平方根重回帰式が際限なく収量が増加していくものと比較して大きな相違が認められる。

ただし，修正指数関数の適用に際しては単調増加関数または単調減少関数に限られることから，増加から減少またはその逆のような変動を含むような場合には不適となる。また実収量に多少の増減があっても，趨勢的に一定の増加または減少傾向が認められる場合には適用は可能である。

第１図は鳥取県における昭和30年から平成４年までの38年間の水稲実収量データに対して，現行の平方根重回帰式と修正指数関数式の両曲線を推計し対比したもので



第１図　平方根関数と修正指数関数の対比

ある。これによると適用期間の前半では修正指数曲線による推計値が上回り，逆に後半部分では現行の平方根重回帰式による推計結果が上回っている。さらに年次の推移に伴って修正指数曲線は最大値であるK＝574.210に近づいていく傾向も認められる。

このように修正指数関数式は単調増加関数または単調減少関数の特性から，水稲の平年収量推計式として理論的にも実質的にも優れていることを認めることができるものである。しかしながら，平方根重回帰式は説明変数に年次変数nのほかに，被害率を表す変数Zや品質ダミー変数Dなどを取り扱うことが可能であるが，修正指数関数では取扱い可能な説明変数が年次変数nのみに限られる。現行の平年収量推計式には年次変数のほかに被害量被害率やダミー変数などが取り扱われているため，修正指数関数にも複数変数の取扱いを可能にする工夫が要請される。以下にその要請に応える１つの便法として，修正指数関数に重回帰式を結合させる合成関数の推計方法を検討することとする。

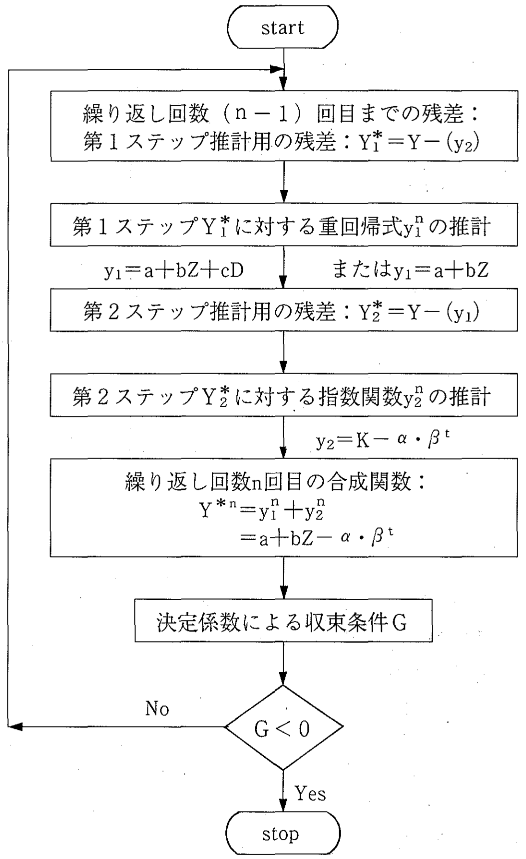
指数関数式と重回帰式の合成関数の推計

(1)　合成関数の推計手順

指数関数は単調増加または単調減少傾向を持つ場合にその適用が限定されるものの，技術進歩によって次第に上昇していく水稲収量の長期趨勢曲線の推計には幾つかの優れた特徴を有することが認められた。しかしながら，平方根重回帰式のように複数個の説明変数を取り扱うことは困難である。そこで本項では従来からの重回帰式の推計法と指数関数式の推計法を交互に繰り返し適用して，推計残差を次第に収斂させ，両関数の合成関数を推計する方法を検討してみたい。

第２図はその合成関数を推計するフローチャートを表したものである。ここでY_1は従来の最小２乗法による重回帰式であり，第１ステップは原観測値に対してその重回帰式を適用する。かくして，Y_1^*は重回帰式による推定値と原観測値との残差となるが，このとき重回帰式の定数項は残差部分に含める。これは両関数の定数項には共通項の意味があることから，第２ステップで適用する関数形に定数項の共通部分を与えようとする考えである。

第２のステップはその残差に対して修正指数関数Y_2を適用する。このように重回帰式Y_1と修正指数曲線Y_2を得るが，最後にY_1とY_2を加えることによって合成関数Y^*を定める。しかしながら第２ステップでは第１ステップの残差に対して指数関数を適用したものであって，原観測値に対してはどれほどの適応性を持つものであるのか保証がない。そこで再び第１ステップに戻り重回帰式の推計を行う。ただし第２回目以降は先の第１回目の原観測値に代えて，原観測値から直前回における合成関数を差し引いた残差部分に第１ステップの重回帰式を適用していく。かくして順次重回帰式と指数関数の合成関数が求められていくが，最後は一定の収束判定をもって終了とする。収束判定は特定の推計パラメータであってもよいが，ここでは決定係数の値を利用した。



第２図　繰り返し収束法による合成関数の推計フローチャート

(2) 合成関数の推計結果

ここでは前項に示した繰り返し方法によって重回帰式と修正指数曲線の合成関数を具体的に推計してみる。

対象とする資料は，鳥取県における昭和30年から平成４年までの38年間の実収量とし，説明変数として，重回帰式には被害量被害率Zをとり，修正指数曲線には年次変数nをとる。かくして第１回目の合成関数は次のように推計される。

$$Y = 532.4623 - 6.15510Z - 55.0875 \cdot (0.86563)^n$$

第１回目の決定係数＝0.946412

同様の方法により第２回目の合成関数は次のように推計される。

$$Y = 534.2786 - 5.56540Z - 55.0506 \cdot (0.90430)^n$$

第２回目の決定係数＝0.952309

第１回目の決定係数との階差＝0.0058978

かくして第９回まで同様の方法を繰り返すことによって決定係数の階差を０とすることができる。推計結果は次の通りである。

$$Y = 533.6679 - 5.66125Z - 54.6771 \cdot (0.89806)^n$$

第９回目の決定係数＝0.951822

第８回目の決定係数との階差＝0.0000000

またこの推計結果に基づいて平成５年度の平年収量を推計するとY＝491.5854kgとなる。

このように推計式の残差に繰り返し重回帰式，指数関数式を当てはめて両関数形の合成関数を確定することができる。ただし，ここでは第１ステップには重回帰式を推計したが，実収量が一見して単調増加していて修正指数曲線のフィットが認められる場合には指数関数式を第１ステップに推計しても構わない。

さらに修正指数関数では最大値または最小値をとることが大きな特徴であったが，合成関数では必ずしも陽表的に示されない。若干の加工が必要となる。すなわち合成関数から重回帰式による影響部分を取り除けばよい。具体的に上記の推計式を対象にすると，被害量被害率Z＝7.27105（＝昭和30年から平成４年までの38年間の平均被害量被害率）を推計式に代入して取り除くこととなる。その結果は次の通りである。

$$Y = 492.5046 - 54.6771 \cdot (0.89806)^n$$

すなわち，$0 < a$，且つ$0 < b < 1$であるから平年収量の推計値は最大値＝492.5046に次第に近づいていくことになる。

このように合成関数は指数関数の長所を残しつつ，さらに複数の説明変数を扱える重回帰式の長所を兼ね備えたものとして，とくに平年収量推計式として興味あるものといえよう。

総　　括

近年の米消費がおいしさ，食味志向に傾いていることを反映して，生産者が従来からの多収穫指向から良質米生産指向へと変化したことに伴って，実収量を基に推計される水稲の平年収穫量のこれまでの予測方法が必ずしも最良なものとはいい難くなってきた。最近では良質米生産を反映させる品種ダミー変数を導入するなど関数形の設定に様々な改良が試みられ，妥当な推計式の検討行われている。

そうしたことから本稿では，よりよい水稲の平年収量の推定値を得ることを目的に新しい推計式の検討を試みた。それは従来からの平方根回帰式を基礎とする重回帰式と，指数関数を基礎とする修正指数曲線式の合成関数を繰り返し方法によって推計するものである。具体的な適用の結果，いくつかの特徴点について指摘することができた。

1）現行の平年収量推計式は平方根重回帰式といわれるもので，いわゆる平方根の項を含む重回帰式である。これは，説明変数にダミー変数などの複数の変量を取り込むことができる利点はあるものの，年次変数が大きくなるに伴って平年収量は際限なく増加することになり，実態にそぐわない致命的な欠点をもつ。

2）それを解消するために指数関数に最大値または最小値をもつ修正指数曲線式の検討を行った。これは現行の平方根重回帰式に比較して，年次変数の前半ではより大きく推計されるものの，年次変数の後半部分では逓減傾向が一層強く，平方根重回帰式による推計結果を改良することが確認された。しかしながら，指数関数では説明変数の取扱いが年次変数のみに限定されることから，被害量変数やダミー変数を同時に取り扱うことは困難であった。

3）そこで指数曲線式と重回帰式の１次結合からなる合成関数を考え，これを繰り返しによって収束させる方法を提唱し，その具体的な推計を試みた。合成関数は９回の繰り返しによってほぼ収束し，一定の最大値に向かって収斂していくことが確かめられた。

この合成関数は指数関数の長所を有し，且つ重回帰式のように複数の説明変数の取扱いが可能なことから，平年収量関数の推計としては有用性が認められるものとなろう。

参 考 文 献

1）今井鐳蔵：作況指数の算定と生産力水準の諸問題，農業と経済，22-30，(1983)

2）石　南国：統計学教科書，創成社，東京（1977)，pp.138-141

3）岸根卓郎：統計学，養賢堂版，東京（1978)，pp.178-182

4）奥野忠一，久米均，芳賀敏郎，吉澤　正：多変量解析法，日科技連，東京（1977)，pp.112-128