鳥大農研報 (Bull. Fac. Agric., Tottori Univ.) **46** 125～132 (1993)

ファジィ線形計画法における非線形メンバシップ関数の設定について

宋　鎮祐*・笠原浩三**・金山紀久**

Institution of the Non-Linear Membership Function on the Fuzzy Linear Programming

Jinwoo SONG*, Kozo KASAHARA** and Toshihisa KANAYAMA**

More complicated real world problems can be formulated by using the fuzzy linear programming (F. L. P.) which contains fuzzy constraints and fuzzy goals. In this paper, the F. L. P. procedure is applied to the management beefcattle problems. If the membership function which defines a fuzzy environment can be described in a linear type and non-linear type, the F. L. P. problem can be transformed into an ordinary linear programming (O. L. P.) problem. Optimal solutions based on the F. L. P., in the sense that they satisfy our aspiration levels, include the optimal solution derived by the O. L. P.

It can be recognized that the F. L. P. is better suited to the management beefcattle problems as a part of decision-making.

緒　　　言

線形計画法は，数量的に明確に確定された一定の制約条件の中で，目的式を少しでも最大化，または最小化しようとする極めて精巧な計画モデルであり，制約条件式をはじめとする諸係数が正確であればある程，得られる最適解も精緻なものとなる。しかし，従来は，線形計画問題を定式化する場合,幾つもの困難さに直面していた。その１つとして，不明確な知識のもとで係数を如何に正確に決め得るか，または漠然とした希求水準のもとで制約条件をどのように設定すればよいかなど，知識，選好のあいまいさに起因するものである。これらの問題に対しては従来の線形計画法では根本的な解決策を与えるには至っていなかった。しかし，これらの諸課題に対して，近年線形計画法の分析枠組の有効性をそのまま生かしながらも，係数の扱いを柔軟にした「ファジィ線形計画法 (Fuzzy Linear Programming)」[1,6,7]が考え出されている。このファジィ線形計画法では，意思決定者 (Decision Maker) のあいまい性を規定するメンバシップ関数の設定が最大のポイントになるが，そのメンバシップ関数に

*　鳥取大学大学院連合農学研究科
*　*The United Graduate School of Agricultural Science, Tottori University*
**鳥取大学農学部農林総合科学科情報科学講座
***Department of Agricultural Information Science, Faculty of Agricultural, Tottori University*

は線形関数，正接双曲線関数，区分的線形関数など種々のメンバシップ関数（Membership Function）考えられている。

そこで本報告では，意思決定者が本来あいまいな目標値や制約条件を持っているという基本的考えに基づき，このような意思決定者の主観的面におけるあいまい性を反映するメンバシップ関数として線形型，正接双曲線型の２種類を設定し，意思決定者の最適な選択行動について分析を試みる。具体的な分析対象として，北海道十勝管内音更町における畑肉複合経営を取り上げ，この分析を通じて，非線形メンバシップ関数の設定に基づくファジィ理論が農業経営者の意思決定過程の多くのあいまい性を有効に取り扱うことができることを実証的に検討するものである。

ファジィ線形計画モデル

まず，通常の線形計画問題を以下のように設定する。

$$\begin{aligned} &\max\ (\text{or}\ \min) && z = cx \\ &\text{subject to} && Ax \leq b \\ & && x \geqq 0 \end{aligned}$$

ただし，z は極大化すべき目的関数の値，c は目的関数の定数係数（n 行ベクトル），x は選択変数（n 列ベクトル），A は技術係数行列（m×n 行列），b は制約量の定数係数（m列ベクトル）である。

次に，この線形計画問題を基に構築されるメンバシップ関数が線形であるファジィ線形計画法は，上記の通常の線形計画問題における，制約条件の境界をファジィ制約とし，また目的関数もファジィ目標として設定するものである。このように，ファジィ線形計画法では，制約条件を「制約量をあまり超えない方が望ましい」というソフトな表現で与えることができるところに特徴がある。かくして目標式も制約式と同様にファジィ不等式で表現するとファジィ線形計画問題は次のようになる。

$$\begin{aligned} &\text{ファジィ目標}: && cx \lesssim z_o \\ &\text{ファジィ制約}: && Ax \lesssim b_i \\ & && x \geqq 0 \end{aligned}$$

ここで，z_oは意思決定者の持つ志望水準と呼ばれるものであり，また記号「$\lesssim$」はファジィ不等号を表しており，例えば，「$x \lesssim a$」は，「xはだいたいa以下」ということを意味している。したがって，この問題は「目的cxをだいたいz_o以下にしたい」というファジィ目標と，「制約Axをだいたいb_i以下にしたい」というファジィ制約で与えられていることになる。さらに，これは，メンバシップ関数を用いたファジィ集合によって次のように表現される。

以下，ファジィ目標とファジィ制約をまとめて，ファジィ線形計画問題は次のように表す。

$$\begin{cases} Bx \lesssim d \\ x \geqq 0 \end{cases} \quad \text{但し，} B = \begin{pmatrix} c \\ A \end{pmatrix},\ d = \begin{pmatrix} z_o \\ b \end{pmatrix}$$

さらに，ファジィ線形計画理論では，あいまいな現象を取り扱うために，通常の集合を拡大したファジィ集合という概念が提唱されている[6)]。すなわち，通常の集合では，集められたものの範囲が明確に定まっていることが集合の定義の基本となっているが，ファジィ集合（fuzzy set）では，境界が不明確な場合も集合として取り込み，種々の処理や展開を可能にしたものである[2,3,5)]。

従来の集合（クリスプ集合）では，ある要素がその集合に属するか否かは，「属するか」，「属さない」の２値で規定されるのに対し，ファジィ集合では，ある要素がそのファジィ集合に属するグレードで規定される。ファジィ集合を表すには，その要素を考える範囲を示す台集合と，その台集合から［0，1］区間への関数（ファジィ集合論ではこれをメンバシップ関数と呼ぶ）を用いる。

ある全体集合$\mathbf{X}$におけるファジィ部分集合Aは，

$$mA : \mathbf{X} \rightarrow [0,\ 1]$$

なるメンバシップ関数mA（X）によって特性づけられた集合である。ここでメンバシップ関数の値mA(X)（∈［0，1］）はファジィ部分集合AのXへの帰属度（グレート）を表す。このときのメンバシップ関数mA(X)値が１に近ければXのAに属する度合が大きく，反対に０に近ければXのAに属する度合が小さいことを示している。

ファジィの部分集合Aは，要素Xと帰属度mA(X)の対の集合として，

$$A = \{(X,\ mA(X)) \mid x \in \mathbf{X}\}$$

と表される。

さて，制約条件式の左辺Bxの第ｉ番目の要素を$(Bx)_i$，制約量のベクトルdの第ｉ要素をb_iとし，第ｉ番目のファジィ制約「だいたいb_i以下」をメンバシップ関数（m_i）によって以下のように定義する。

$$\begin{cases} m_i(Bx) = 0 & ;\ (Bx)_i > (b_i + d_i)\text{時} \\ 0 < m_i(Bx) < 1 & ;\ b_i < (Bx)_i \leqq (b_i + d_i)\text{時} \\ m_i(Bx) = 1 & ;\ (Bx)_i \leqq b_i\text{時} \end{cases}$$

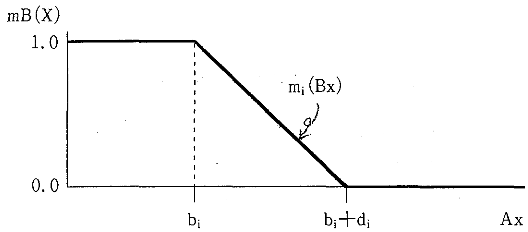
ただし，ここにd_iはｉ番目の不等式の右辺の最大許容

値（意思決定者「計画立案者」が主観的に容認できる乖離の幅）である。

ここで，メンバシップ関数が１次式で表されると仮定して具体的なモデルを表現すると，$b_i < (Bx)_i \leqq (b_i + d_i)$ より，$0 < (Bx)_i - b_i / d_i \leqq 1$ となる。
これより，$m_i(Bx)$の帰属度の高さは次式で表現される。

$$m_i(Bx) = \begin{cases} 0 & ;\ (b_i + d_i) < (Bx)_i \text{ の時} \\ 1 - \dfrac{(Bx)_i - b_i}{d_i} & ;\ b_i < (Bx)_i \leqq b_i + d_i \text{ の時} \\ 1 & ;\ (Bx)_i \leqq b_i \text{ の時} \end{cases}$$

すなわち，このメンバシップ関数は，ｉ番目の制約が完全に満たされる場合は１，制限超過幅がd_i以上なら０，その中間の場合は０と１の間の帰属度を取るような線形関数となっている。また，このメンバシップ関数は第１図のように１を最大値，０を最小値とするように描かれる。



第１図　線形のメンバシップ関数

次に，Bellman と Zadeh[1] に従って，ファジィ目標とファジィ制約の積集合によってファジィ決定集合を得ることを考える。つまり，n個のファジィ目標と，m個のファジィ制約の集合をそれぞれG_1，G_2，$\cdots G_n$，C_1，C_2，$\cdots C_m$で表すならば，意思決定における好ましいファジィ決定集合Dは，$D = G_1 \cap G_2 \cap \cdots G_n \cap C_1 \cap C_2 \cap \cdots C_m$で定義される。ここに$\cap$は積集合を表す。この時，ファジィ決定集合Dのメンバシップ関数は，次式のようになる。

$$m_D(X) = \Lambda m_i(Bx),\quad x \geqq 0$$

したがって，このメンバシップ関数を最大化する計画案が最適なファジィ決定集合である。すなわち，この最大化決定問題は，

$$\max\ m_D(X) = \max\ \{\Lambda m_i(Bx)\},\quad x \geqq 0$$

を満たすx集合を求めることである。ここで，簡単化するため$k_i = b_i / d_i$，$(Dx)_i = (Bx)_i / d_i$とおけば，

$$m_i(Bx)_i = \begin{cases} 0 & ;(k_i - (Dx)_i < -1 \text{の時} \\ 1 + k_i - (Dx)_i & ;-1 \leqq k_i - (Dx)_i < 0 \text{ の時} \\ 1 & ;0 \leqq k_i - (Dx)_i \text{ の時} \end{cases}$$

となる。

さらに，ファジィ決定集合における最大化決定は $\{1 + k_i - (Dx)_i\}$ の最小集合で与えられる。結局，最小のメンバシップ関数（第i行）の最大化が線形メンバシップ関数の場合のファジィ計画問題になる。

$$\max_{x \geqq 0}\ \min_{0 \leqq i \leqq m}\ \{1 + k_i - (Dx)_i\}$$

したがって，ファジィ最適化問題は，

$$\left.\begin{array}{ll} \text{目　的：} & \max\ \lambda \\ \text{制約条件：} & \{1 + k_i - (Dx)_i\} - \lambda \geqq 0 \\ & x \geqq 0 \quad i = 1, 2, \cdots, m \end{array}\right\} \cdots\cdots(1)$$

（ただし，"λ"はファジィ目標達成度（$0 \leqq \lambda \leqq 1$）を表す）となる。すなわち，ファジィ計画問題は，メンバシップ関数が線形であれば，従来の線形計画法によって解くことができることになる。

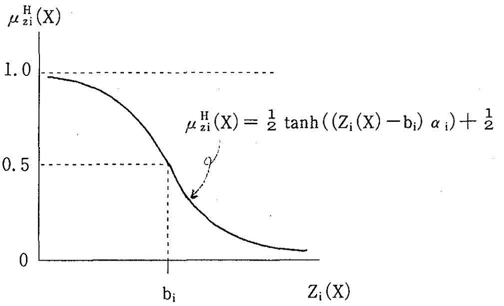
非線形の正接双曲線メンバシップ関数とファジィ線形計画モデル

以上，メンバシップ関数が線形の場合のファジィ線形計画モデルを定式化したが，次にメンバシップ関数が正接双曲線の場合のファジィ線形計画モデルを定式化する。正接双曲線のメンバシップ関数を採用した場合，これまでの通常のファジイ線形計画モデルを線形計画問題としてそのまま定式化することはできない。しかし，Leberlingは特別な種類の非線形関数をメンバシップ関数として採用した場合は，線形計画問題として解けることを示した[4]。すなわち，線形計画問題の目的関数$Z_i(X)$に対する意思決定者のファジィ目標を表すメンバシップ関数として，次のような正接双曲線メンバシップ関数（Tangent Hyperbolis Membership Function）を提案した。第２図に，この正接双曲線のメンバシップ関数を示した。その関数式は次のようである。

$$\mu^{H}_{zi}(X) = \frac{1}{2} \tanh\left((Z_i(X) - b_i)\,\alpha_i\right) + \frac{1}{2}$$

ここで$\alpha_i < 0$はパラメータで，b_iは $\mu^{H}_{zi}(X) = 0.5$となる$Z_i(X)$の値である。また，b_iの値として与えられた制約条件のもとでの目的関数の最小値$Z_i(X)$に対する目的関数の値 $\mu^{\circ}_{zi}(= Z^{\circ}_i(X^{\circ}_1))$ 及び$Z^{m}_i = \max(Z_i(X^{\circ}_{i-1}), \cdots, Z_i$

$(X^o_{i+1}), \cdots, Z^o_i(X^o_k))$ を用いて $b_i=(Z^m_i+Z^o_i)/2$ と設定した。



第２図　正接曲線メンバシップ関数

意思決定者のファジィ目標をこの正接双曲線関数で表し，最小オペレータを採用すれば，(1)式の場合と同様に次の問題を解くことになる。

$$\left.\begin{array}{ll} \max & \lambda \\ \text{subject to} & \lambda \leqq \mu^H_{zi}(X) \\ & Ax \leqq b \\ & x \geqq 0 \quad i=1,2,\cdots,k \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots(2)$$

ここで，$0<\mu^H_{zi}(X)<1$ であるから，この問題の最適解（λ^o, X^o）に対して明らかに $0<\lambda^o<1$ が成立する。

しかし，$\mu^H_{zi}(X)$ は非線形の関数となっており，このままでは通常の線形計画法を適用することはできない。この問題点を克服するために(2)式を以下に示すように変形した。

まず，$\lambda^o>0$ であることを考慮して，(2)式を変形すれば，

$$\begin{array}{ll} \max & \lambda \\ \text{subject to} & \lambda \leqq \frac{1}{2}\tanh((Z_i(X)-b_i)\alpha_i)+\frac{1}{2} \\ & Ax \leqq b \\ & x \geqq 0,\ \lambda \geqq 0,\ i=1,2,\cdots,k \end{array}$$

あるいは等価的に次のように表すことができる。

$$\begin{array}{ll} \max & \lambda \\ \text{subject to} & \tanh((Z_i(X)-b_i)\alpha_i) \geqq 2\lambda-1 \\ & Ax \leqq b \\ & x \geqq 0,\ \lambda \geqq 0,\ i=1,2,\cdots,k \end{array}$$

ここで，正接双曲線関数 tanh（X）と逆正接双曲線関数 $\tanh^{-1}(X)$ はともにすべてのX に関して強意単調増加関数であることにより，

$$\left.\begin{array}{ll} \max & \lambda \\ \text{subject to} & ((Z_i(X)-b_i)\alpha_i) \geqq \tanh^{-1}(2\lambda-1) \\ & Ax \leqq b \\ & x \geqq 0,\ \lambda \geqq 0,\ i=1,2,\cdots,k \end{array}\right\} \cdots(3)$$

と変形できる。

さらに，$X_{n+1}=\tanh^{-1}(2\lambda-1)$ とおけば

$$\lambda=\frac{1}{2}\tanh(X_{n+1})+\frac{1}{2}$$

となるが，tanh(X) は x に関して強意単調増加関数であるから，λ を最大化することは X_{n+1} を最大化することと等価である。したがって，(3)式は次式で与えられる通常の線形計画問題に変換されることになる。

$$\begin{array}{ll} \max & \lambda \\ \text{subject to} & \alpha_i Z_i(X) - X_{n+1} \geqq \alpha_i b_i \\ & Ax \leqq b \\ & x \geqq 0 \quad i=1,2,\cdots,k \end{array}$$

ファジィ計画モデルの設定

まず，通常の線形計画モデル（LP）の構築について説明し，その後にそれに対応するファジィ線形計画モデルを設定する。なお，ファジィ線形計画モデルについては，線形メンバシップ関数（FLPI）をモデルと非線形メンバシップ関数モデルを設定するが非線形のメンバシップ関数モデル（FLPⅡ・Ⅲ・Ⅳ）では，さらに３種類に条件分けを行いモデル設定をすることにする。

肉牛部門導入計画を立てるための基礎のデータは，現況の経営実態調査に基づいて算出し，単体表を求めた。

労働時間は，基礎牛・育成牛・肥育牛（性別，月令別，飼養方法別），牧草（利用形態別）の時期別に必要な時間をそれぞれ設定した。畑作経営の肉牛飼養は，飼料作物と肉牛の管理作業時間から畑作との労働競合が想定される。労働資源は各月別の家族労働の供給可能な時間数を制限量として，現在の1日当たり飼養管理のための投下労働時間は1.5時間であり，これを労働時間の制約条件とし，繁殖牛の飼養可能頭数を肉牛舎の収容制約から14頭までとした。また，自家生産による雄子牛と繁殖牛の候補牛にならない雌子牛のすべてを販売する。計画モデルにおける生産プロセスは，種付け，分娩，育成及び肥育が継続するものとして，次のような定常的な牛群構成を設定した。

雄の育成牛（4-10ヵ月）段階では２％の事故率を考え，0.98頭が離乳後，人手がかからない７月から放牧が始ま

第1表　線形計画法（LP）とファジィ線形計画（FLPⅠ・Ⅱ・Ⅲ・Ⅳ）の単体表の第一段階

列	行							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	12	12	12
	資源 or 制限		ファジィ水準A	ファジィ水準	線形計画水準	関係	単位	粗飼料作 (ha) グラスサイレージ	採草地	放牧	繁殖基礎牛	育成♂−10月	育成♀−14月	肥育♂−24月	初妊育成♀−19月	♂子牛10カ月齢販売	♀子牛14カ月齢販売	乾草購入	FLPⅠ最大変動値	FLPⅡ最大変動値	FLPⅢ最大変動値	FLPⅣ最大変動値
1	土地	牧草地面積	40.0	40.0	40.0	≧	10a	1.000	1.000													
2		放牧地面積	38.0	38.0	38.0	〃	〃			1.000												
3	自給飼料	グラス・サイレージ量	0.0	0.0	0.0	〃	トン	-4.200			3.900	0.740	2.470	4.370	2.600							
4		乾草量	0.0	0.0	0.0	〃	〃		-4.200		5.860	0.940	1.770	2.400	1.900			-0.075				
5		放牧草量	0.0	0.0	0.0	〃	〃			-4.800	13.180	2.720	2.800									
6		♂生産頭数	0.0	0.0	0.0	〃	頭				-0.433	1.000										
7		♀生産頭数	0.0	0.0	0.0	〃	〃				-0.433		1.000									
8		♂出荷可能頭数	0.0	0.0	0.0	〃	〃					-0.980		1.000		1.000						
9		♀出荷可能頭数	0.0	0.0	0.0	〃	〃						-0.837		1.000		1.000					
10	淘汰繁殖牛		0.0	0.0	0.0	〃	〃				-0.143											
11	月別労働時間	4月	53.50	60.0	45.0	〃	時間	0.06	0.06	0.02	1.70	1.30	2.80	1.50			0.30		15.0	0.5	0.1	1.0
12		5月	54.25	62.0	46.5	〃	〃	0.06	0.06	0.14	0.80	1.60	1.70	1.50	2.00				15.5	0.5	0.1	1.0
13		6月	53.50	60.0	45.0	〃	〃	0.05	0.48	0.32	0.60	1.20	1.20	1.50	1.50				15.0	0.5	0.1	1.0
14		7月	54.25	62.0	46.5	〃	〃	0.28	0.27	0.28	0.60	1.20	1.20	1.50	1.50				15.5	0.5	0.1	1.0
15		8月	54.25	62.0	46.5	〃	〃	0.81	0.48	0.28	0.60	1.20	1.20	1.50	1.50				15.5	0.5	0.1	1.0
16		9月	53.50	60.0	45.0	〃	〃	0.13	0.39	0.32	0.60	0.80	0.80	1.50	1.80				15.0	0.5	0.1	1.0
17		10月	54.25	62.0	46.5	〃	〃	0.35	0.21	0.33	0.60	0.80	0.80	1.30					15.5	0.5	0.1	1.0
18		11月	53.50	60.0	45.0	〃	〃				1.70	1.50	1.50	1.30					15.0	0.5	0.1	1.0
19	分娩基礎牛上限		14.0	14.0	14.0	〃	頭				1.00											
20	ファジィ目標所得	FLPⅠ	3,300			≦	千円	-25.20	-19.10	-8.70	19.08	-37.12	-45.95	797.84	540.32	399.60	451.00	-0.57	-1,200			
		FLPⅡ	3,900			≦	千円	-25.20	-19.10	-8.70	19.08	-37.12	-45.95	797.84	540.32	399.60	451.00	-0.57		-0.5		
		FLPⅢ	3,900			≦	千円	-25.20	-19.10	-8.70	19.08	-37.12	-45.95	797.84	540.32	399.60	451.00	-0.57			-0.1	
		FLPⅣ	3,900			≦	千円	-25.20	-19.10	-8.70	19.08	-37.12	-45.95	797.84	540.32	399.60	451.00	-0.57				-1.0
	通常の線形計画法の目的関数							25.20	19.10	8.70	-19.08	37.12	45.95	-797.84	-540.32	-399.60	-451.00	0.57				
	ファジィ線形計画法の目的関数（λ）																		-1	-1	-1	-1

注1）行列要素の空欄はすべて0である。
2）プロセス1～11番目，制約条件1～19番目までが，通常のLPの単体表である。
3）プロセス1～12番目，制約条件1～20番目までが，各々のFLPⅠ・Ⅱ・Ⅲ・Ⅳの単体表である。
4）FLPⅠの計算は，プロセス名のファジィ水準のみである。
5）FLPⅡ・Ⅲ・Ⅳの計算は，プロセス名のファジィ水準Aのみである。
6）FLPⅣの計算は，プロセス名のファジィ水準Aの月別労働時間（プロセス1～10番目，制約条件11～18番目まで）にα値（=0.1）をかける。
また，ファジィ目標所得の制約条件式にα値（=0.5）をかけて計算する。

る。労働時間は親牛と一緒になることから親牛の労働時間の1/3が必要である。雌の育成牛（4-14ヵ月）段階は7月から放牧が始まって14ヵ月令になる5月に種付けをすることから0.143頭が親牛になる。この雌牛を初妊牛として販売する（19ヵ月令販売)。妊娠鑑定が終わってから販売するとすれば，5ヵ月間の労働時間と飼料を加える必要がある。

子牛・育成牛及び繁殖基礎牛の利益係数は，おのおのの育成期間に要する比例費用をマイナスの利益として計上した。肥育牛として肥育過程にある雄牛と雌牛とは，肥育期間及び肥育費用などに若干の違いがみられるが，ここでは同一のプロセスとみなして，おのおのの肥育に要する費用を計上した。育成牛・肥育牛の飼養及び飼料作の栽培に必要とする労働係数は，おのおのの作業に直接投下される労働時間数で設定した。

以上の諸係数を基礎として，畑肉複合経営を想定した経営分析モデルを構築した。第1表に通常の線形計画モデルとファジィ線形計画モデルの単体表を示した。

次に，この線形計画モデル(LP）の分析結果を基礎にして，ファジィ線形計画モデル分析を行った。経営者の意見に基づき，計画所得，労働力稼働水準ファジィ制約を次のように設定した。

1）線形計画モデル（LP）によると，359万6千円の収益が得られることが判明したので，まず，所得目標の設定では肉牛部門の所得目標として450万円を設定する。ただし，複合部門であり，それによって家族労働力に対する労働過重は避けたい。しかし，すでに投下している肉牛部門の固定資本の負担を考えると，最低330万円の計画所得は実現したいとする。

2）労働制約については，比較的労働力の余っている時期もあるが，この地域の天気は不安定なために，月別の畑作作業と飼料作作業が競合することを許容しなければならない。線形計画モデルによる分析では肉牛部門に45.0と46.5時間（1.5時間/日）を見込んでいたが，分析結果によると，毎月の労働時間に余裕をとるために，1日当たりの飼養管理時間を2時間と想定し，これに自給飼料作関連時間を処理することを一応経営者の努力目標とする。例えば，これで8月の総労働時間は46.5時間から62時間（2時間/日）となる。ただし，15.5時間までの超過は許容することにする。これ以上になると畑作部門との厳しい労働競合が発生し経営が困難になるからである。

この目標収益や労働時間の制約条件を従来の方法によってメンバシップ関数として設定したものが，いわゆる線形のメンバシップ関数計画モデル（FLPⅠ）である。

次に，メンバシップ関数が非線形の場合のファジィ線形計画モデル分析では，正接双曲線のメンバシップ関数を導入し3つのモデルを設定した。1つは所得と労働時間のパラメータの全てを$\alpha_I=\alpha_L=0.5$とするモデル（FLPⅡ），2つは所得と労働時間のパラメータの全てを$\alpha_I=\alpha_L=0.1$とするモデル（FLPⅢ），3つは所得パラメータは$\alpha_I=0.5$，労働時間パラメータは$\alpha_L=0.1$とするモデル（FLPⅣ）である。

計測結果と考察

5つの計画モデルの計算結果を整理したものが第2表，及び第3表である。

LPについては，計画利益も359万6千円で，4月・8月労働力は全量稼働させなければならない。反面，乾草の供給量制約も厳しくなっている。結局，この農家では，畑作部門と労働力競合を避けることが最重要となっており，意思決定者が労働時間対して柔軟性を持っていないことから十分な所得の増加が実現できなかったことを示している。しかし，所得がある程度向上するならば，労働時間を増加させてもよいという柔軟な意思決定をする意思決定者の場合には，さらに所得を向上させることが可能である。ここでの農家も実際にはこのように労働時間に対する柔軟性をもち，所得の向上をはかる意思決定を有していたことが認められる。

FLPⅠについては，4月・8月の労働稼働時間に9.7時間と11.5時間の遊休がある。月別労働投下時間は最も余裕が少ないものの，平常年で考えると，恒常的に雇用を考えなければならないという程でもない。そして，収益面においても計画利益が404万8千円まで上昇し，ファジィ目標の達成度（λ）は0.623となった。

FLPⅡとFLPⅢについては，計画利益と稼働労働力時間では一致しており，ファジィ目標の達成度（λの値：0.9776と0.6805）に違いが現れている。つまり，FLPⅡの場合の意思決定者とFLPⅢの意志決定者では同一の計画であってもファジィ目標の達成度は異なっており，計画に対する評価は異なっていることがわかる。すなわち，FLPⅡの意思決定者はFLPⅢの意志決定者に比べて大変有効な計画を作成できたことになる。また，FLPⅣについては，収益面ではLPの計画に勝るもののFLPⅡのそれよりは低く，FLPⅢとはあまり相違ない。また，ファジィ目標の達成度（λの値：0.6809）の度合はFLPⅡより低いが，FLPⅢとは顕著な相違は認められない。

正接双曲線型の非線形メンバシップ関数の場合は，パ

第２表　諸計画条件設定における分析結果の比較

				LP	FLP			
			計画条件		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
			λ(ファジィ目標達成度)		0.623	0.9776	0.6805	0.6809
計画利益(千円)				3,596.6	4,048.1	3,903.8	3,903.8	3,902.7
実働プロセス	1	粗飼料	グラス・サイレージ	17.339	19.516	18.820	18.820	18.815
	2		牧草地	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	3		放牧地	33.065	37.216	35.889	35.889	35.880
	4		繁殖基礎牛	10.193	11.473	11.064	11.064	11.061
	5		育成♂～10月	4.414	4.968	4.791	4.791	4.789
	6		育成♀～14月	4.414	4.968	4.791	4.791	4.789
	7		肥育♂～24月	4.325	4.868	4.695	4.695	4.694
	8		初妊育成♀～19	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	9		雄子牛10月販売	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	10		雌子牛14月販売	3.694	4.158	4.010	4.010	4.009
	11	乾草購入		1,094.3	1,231.7	1,187.8	1,187.8	1,187.5

注1）LP　：通常の線形計画法
2）FLPⅠ：線形メンバシップ関数
3）FLPⅡ：正接双曲線メンバシップ関数，すべて $\alpha=-0.5$
4）FLPⅢ：正接双曲線メンバシップ関数，すべて $\alpha=-0.1$
5）FLPⅣ：正接双曲線メンバシップ関数，$\alpha_I=-0.5$、$\alpha_L=-0.5$

第３表　分析結果における労働時間の稼働内容

	LP	FLP			
計画条件		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
λ		0.623	0.9776	0.6805	0.6809
計画利益(千円)	3,596.6	4,048.1	3,903.8	3,903.8	3,902.7
4　月	44.7	50.3	48.5	48.5	48.5
5　月	34.9	39.3	37.9	37.9	37.8
6　月	34.6	39.0	37.6	37.6	37.6
7　月	37.3	42.0	40.5	40.5	40.5
8　月	46.5	52.3	50.5	50.5	50.5
9　月	32.5	36.6	35.3	35.3	35.3
10　月	35.8	40.3	38.8	38.8	38.9
11　月	36.2	40.7	39.3	39.3	39.3

注）第２表と同じ。

ラメータα値の違いで達成度の水準は大きく変わるものの現実の計画利益はそれ程違いはみられなかった。正接双曲線の場合，メンバシップ関数はある値に対して，平均の近くでは急激にメンバシップ関数値が変化するが，平均値から離れたところでは大きな変化を示さないという特徴をもっている。このようなメンバシップ関数の形状特性がα値の違いによって，達成度に大きな違いを生じさせるものの，計画値そのものに対してはそれ程大きな変化を与えないことになるものと考えられる。

メンバシップ関数が線形の場合は変化傾向が一定であるため，意思決定者はそれぞれの主観的な判断に依存して意志決定することとなる。したがって，ファジィの計画モデルを立てる場合には，このメンバシップ関数の形状をどのように設定するかが実際に農家が受け入れることができる計画かどうかを決める上で重要な判断ポイントになってくる。

総　　括

本研究の分析結果を要約すると，通常の線形計画法では制約や目標設定に柔軟性がなく，そのためにある与えられた問題に対しては現実性の乏しい解が得られるなどの問題があった。営農記録の不備や与件の将来見通しの不透明さによって，多数の制約式や目標の係数を明確に表現することが困難な時や，または，制約式や目標の係数を明確に表現する必要がない時などは，ファジィ線形計画法による問題の定式化は１つの有力な手段となりうるものである。例えば，将来の収益を取り巻く環境条件は不明確である場合が多く，したがって，正確にそれを450万円と表現するよりは，だいたい450万円といった具合に表した方がより適切であり，かつ現実的となる場合がある。月別飼養管理の労働時間に関しても同様である。

しかし，本稿で分析した４つの計画問題の採用決定に際して意思決定者がどれを選択するかは，意思決定者のファジィな選好関係に依存するものであり，必ずしもどの計画が最適であるかということを一概にいうことは困難である。すなわち，FLPⅡのメンバシップ関数を持つ意志決定者が，FLPⅠにより得られた解には必ずしも満足できないこともある。その場合，意志決定者のメンバシップ関数の再評価を行う必要が出てこよう。この時，意思決定者の妥協する解を得るためのより有益な情報を

分析者に与えることが望まれ，この点についてはファジィ線形計画法においてもなお改善の必要が認められる。意思決定者のあいまい性を十分に反映するメンバシップ関数の決定方法は，ファジィ意思決定手法の分野における今後の大きな課題の1つといえよう。

本報告の結果からファジィ計画法の適用性を総合評価すると，通常の線形計画法の定式化とは異なりファジィ線形計画法は，計画立案過程が柔軟性に富んでいることと，方法の簡便性などから，実践性の高い計画手法であると結論することができる。また，ファジィ線形計画法は技術的にみてそれ自体漸新なものでなく，それは通常の伝統的な線形計画法の中に「あいまいさ」という新しい意思決定理論を付加したものであると考えることができる。

引　用　文　献

1）Bellamn, R. E. and Zadeh, L. A.：Decision-Making in a Fuzzy Environment, Management Science, Vol. 17, 1970, 141-164.

2）西田俊夫・竹田英二：ファジィ集合とその応用，北森出版（1988）pp.1-28，pp.87-115.

3）坂和正敏：ファジィ理論の基礎と応用，北森出版，東京（1990）pp.106-.123.

4）坂和正敏：線形システムの最適化，北森出版，東京（1984）pp.181-204.

5）田中英夫・奥田徹示・浅居喜代治：ファジィ数理計画法，計測自動制御学会論文集　第９号，1973，pp.607-613.

6）Zadeh, L. A.：Fuzzy Sets, Information and Control, Vol. ８，1965，338-353.

7）Zimmermann，H. J.：Description Optimization of Fuzzy Systems, International Journal of Generral Systems, Vol. ２，1976，209-215.