

土の転圧締固めに関する実験的研究

I. 模型ローラー走行時の土中応力

吉田 勲*

昭和56年8月1日受付

Experimental Studies on soil compaction

I. Vertical stress in soil ground compacted with small sized roller

Isao YOSHIDA

In this paper, the author describes the result of a study on the contact pressure of a roller with the soil surface when the roller in non vibrating conditions is running, the sinkage caused by the roller in running and static conditions, and the stresses in the soil generated by the vibratory smooth wheel roller.

The following results were obtained. 1) Nominal contact length decreases and maximum dynamic contact pressure increases with the number of passes, but in wetter conditions, the contact length increases due to the soil condition being remolded with the travelling roller. 2) The ratio of (p_{dy}/p_{ave}) increases in wetter soil conditions. 3) A small roller gives deeper sinkage, greater contact pressure and higher density compared to a large roller. 4) Static sinkage tends to be larger than dynamic sinkage, because the load is applied to the ground for a longer time than when in travelling state.

It is difficult to make practical applications of the conclusions at present, because there are many problems left unsolved. The author would like to continue the study in the future to make it more positive and practical.

ま え が き

近年、土工機械の大型化に伴って、大規模な土構造物が築造されるようになった。築構された、これらの構造物が安定であるためには、土は十分に締め固められ、十分な力学的強度を持つ必要がある。現場における締固めは、実験室内において所定の方法で土を突き固め、土が最も密な状態（最大乾燥密度）になる時の含水比（最適含水比）を求め、これらの結果を基に、土を最大乾燥密度の90%以上になるように土を締め固めるか、あるいは、最適含水比の±5%以内の含水比で締め固めるように規

定⁹⁾されている。しかし、締固め試験は一つの基準で土を突き固めるわけであるから、これによって、すべての締固め機械の適当な重量、転圧回数などを定めるものではない。また、実験室において行う締固め試験と、現場における機械による転圧締固めエネルギーや、締固め機構は異なるので、締め固めた土の性質も同じではない。室内実験で得た締固め特性と、現場における諸機械による締固め特性の間には理論的な関係は何もなく、しかも現在の締固め機構には不明な点が多い。締固め土の力学的性質に関する研究はかなり行われているが、現場における締固めに関する研究は少ない。そこで、筆者は現場

* 鳥取大学農学部農業工学科農地造成学研究室

Department of Agricultural Engineering, Faculty of Agriculture, Tottori University

の締め機構を解明するために、現場で広く採用されている平滑胴ローラー、タイヤローラー、振動式平滑胴ローラー及び振動式タイヤローラーの模型を製作し、これらを用いて室内で転圧実験を行い、これらの転圧機械による転圧機構を解明せんとした。転圧締めめは、転圧機械の転圧走行中の土の挙動及び土と車両の接地面間の相互作用などと密接な関係にある。転圧機械がマキ出し土のような疎な地盤上を走行する時、その土質の粒度配合や含水比が適当であるならば、地盤の密度は高まり、高強度を有する地盤となる。このように、土の状態の変化の究明は、転圧締めめの土質力学的検討である。土質状態が劣悪であると、転圧機械はその地盤上を走行できても、土の密度や強度は増加せず、逆に、土を練り返すことによって、土はその強度を失い、転圧機械は、転圧走行不能になる。このように、転圧機械の走行可否を考える場合は、オフザロードロコモーションの立場からの究明である。そこで、筆者は転圧締めめを、土質力学とオフザロードロコモーションの両面から検討した。ここでいう模型ローラーとは、現場で使用されている特定機種幾何学的、かつ力学的条件を満足するといった厳密なものではなく、転圧機構解明のための小型ローラーである。本論文では便宜上、模型ローラーを第1表のように分類する。本論文で使用したローラーはすべて自走式マカダムローラーである。鳥取地方では、東部を中心にして、鳥取花崗岩の風化土であるマサ土が、中、西部を中心して大山クロボクが分布し、これら二種類の特殊土は、ほ場整備及び土地改良事業における土工の対象となった。すなわち、これらの土を使用して、あるいは、これらの地盤上にアスダムや農道などの建設が行われている。しかし、これらの特殊土の転圧特性は不明な点が多い。そこで、筆者は、本研究における供試土として、これら二種類の土を採用した。

三笠は²⁾土の力学的性質は次式で表わされるとした。

$$\text{土の力学的性質} = f(\text{土の種類} \cdot \text{土の状態}) \quad (1)$$

第1表 ローラーの分類と模型ローラーの分類

ローラーの種類	実物のローラーの名称	模型の名称
ローラー	平滑胴ローラー	模型平滑胴ローラー
	タイヤローラー	模型タイヤローラー
振動ローラー	振動式平滑胴ローラー	模型振動式平滑胴ローラー
	振動式タイヤローラー	模型振動式タイヤローラー

土の状態は密度、含水量及び骨格構造できまるとすると(1)式は次のように書ける。

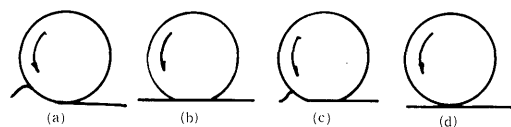
$$\text{土の力学的性質} = f(\text{土の種類, 密度, 含水量, 骨格構造}) \quad (2)$$

いま、土の種類を砂質ロームに限定すると、(2)式から、締め固めた砂質ロームの力学的性質は、密度、含水量、骨格構造などによって大きく左右されることがわかる。更に、含水量と骨格構造が一定であるならば、密度を高めることは土の力学的性質の改良の重要なポイントとなる。また、締め固めた土の状態は(3)式で表わされるとする。

$$\text{締め固め土の状態} = f(\text{土の種類, 初期状態, 外的作用}) \dots\dots\dots (3)$$

ここでも土の種類を砂質ロームに限定すると、締め固め土の状態は初期状態と外的作用の関数となる。転圧締めめ工法は外的な力で土を締め固める一工法で、転圧荷重がマキ出し土上を走行中、その静的自重と動的荷重をマキ出し土に及ぼすことによって、土を締め固めるものである。振動ローラー（模型振動式平滑胴ローラー及び模型振動式タイヤローラーを指す）は振動エネルギーを地盤に加え、土粒子間の摩擦を減少させて地盤を締め固めるもので、転圧荷重のみによって締め固める方法とは理論的にも異なり、その工法自身の適用範囲にも限界がある。しかし、両工法とも、平滑胴ローラーあるいはタイヤローラーを介して土に締め固めエネルギーを伝え、土を締め固めるという点では一致している。

土とローラーの間には、大別して第1図に示すように4種類の状態³⁾がある。



第1図 ローラーの四態

- 1) ローラーが硬くて地盤が軟らかい場合(第1図(a))
ローラーは原型を保持し、土のみが変形する場合で、平滑胴ローラーが疎なマキ出し土上を走行する例は、その一例である。
- 2) ローラーが変形し、地盤は変形しない場合(第1図(b))
低空気圧タイヤが硬く締め固めた地盤や舗装路面上を走行するような場合。
- 3) ローラーと地盤の両者が変形する場合(第1図(c))
ローラー及びタイヤと地盤の相対的な硬度がほぼ等しいような時に生じる現象で、現象自体が複雑で解析は困難である。

4) ローラーも地盤も変形しない場合 (第1図(d))

硬い地盤上をローラーが走行する場合やレール上を走行する列車の車輪は、その一例である。

転圧締固めにおけるローラー(タイヤ)と地盤の関係は主として第1図(a)の状態にある。

ローラーによって土に加えられた荷重が土中において、どのように分布しているかを知ることは土の転圧締固め機構の解明上重要なことであると考えられる。

そこで、本論文では模型ローラー転圧走行時の応力分布に関して行った基礎的研究について述べる。

最初に、無振動転圧時のローラーの接地圧について、次にローラーの静止沈下の走行沈下について、最後に、振動転圧時の土中応力の測定結果について述べている。

模型平滑胴ローラー走行時の接地圧

ローラー転圧による土の締固めとは、ローラーと土の界面に作用する力によって土を締め固める方法であるともいえる。したがって、ローラー界面に作用する力の分布及び、それらの力によって、生じる土中応力分布を知ることがローラー転圧機構解明上からも必要なことである。

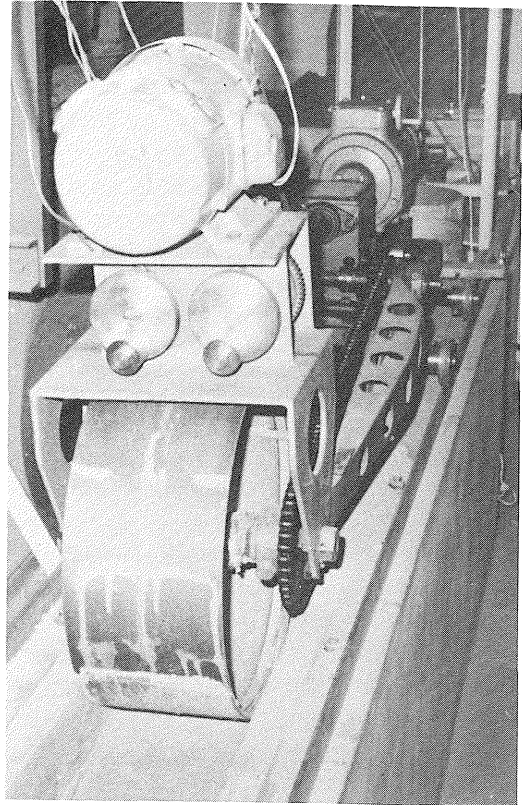
VandenBerg, R and Gill, W. R.¹⁵⁾らはなめらかなゴムタイヤの接地圧を、Söhne, W. は^{11,12)}トラクタ、タイヤ下の応力分布と土の変形について、Reaves, C. A. and Cooper, A. W. は¹⁰⁾トラクタ下の土中応力分布を Ervin, H. は⁹⁾、車輪と土の界面の接地圧について研究した。

上記のように、タイヤと地盤の接地圧及び土中応力については、かなりの研究が行われている。しかし、締固め用平滑胴ローラーの接地圧についての研究は少ない。そこで、筆者は、模型平滑胴ローラーを実験室の土そう内で転圧走行させローラー走行中の接地圧及び変形量の代用として表層土の乾燥密度及び沈下量の測定を次の二つの目的のために行った。すなわち、一つは平滑胴ローラー外表面に装置した直径0.5cmの圧力変換器を使用して接地圧を電氣的に測定し、ローラー通過回数と接地圧及び接地長の変化を解析することを目的とし、他の一つは、一定重量を有する三種類のローラーが地盤上を走行する時の接地圧測定及び表層土の乾燥密度の測定を行い、直径の異なるローラーの走行回数と接地圧及び乾燥密度の変化らについて実験的に研究することを目的とする。

1. 実験装置及び実験方法

(1) 実験装置及び供試土

実験土そうは、コンクリート製で、その(長さ)×(有



第2図 模型振動式平滑胴ローラー
(直径=40cm, 幅17.5cm)

効幅)×(高さ)は、4.0m×0.2m×0.6mである。本実験に使用した模型ローラーは、図2に示すように、モーターからの駆動力によってローラーが回転することによって前後に自走できるものである。

本実験に使用した供試土は、砂質ロームで砂分、シルト分及び粘土分は、それぞれ、70.1%, 18.9%, 11.0%であった。また、その60%径、30%径及び10%径は、それぞれ0.34mm, 0.075mm, 0.004mmであった。均等係数及び曲率係数は、85, 4.0で粒度配合は悪いと判定される。供試土の比重は2.63, 突固め最大乾燥密度は $\gamma_{amax}=1.85$ g/cm³, 最適含水比は $w_{opt}=14.0\%$ であった。

(2) 実験方法

実験1: 実験1は、接地圧及び接地長の解析を目的とした実験である。土層表面下15cmの深さに、転圧締固めを行った硬い層を作り、その上にマキ出し厚さ15cmで供試土をマキ出す。そのマキ出し土表面を速度21.3cm/sec (0.77km/hr)で直径40cm, 幅17.5cm, 重量50.8kgの模型

平滑胴ローラーを転圧走行させ、そのつど、接地圧を測定した。接地圧測定には二方法が考えられる。第1の方法は、圧力変換器の受圧面と地表面が一致するように圧力変換器を土中に設置する方法である。この方法の場合、ローラーの転圧走行中、ローラーの重さによって土と圧力変換器が移動するために正確な接地圧が得られない欠点がある。第2の方法は、この欠点をなくするために、ローラーの表面に変換器を取り付ける方法である。この方法によれば、圧力変換器はローラーと一緒に動き、より正確な接地圧分布を得ることができる。したがって、ここでは、第2の方法を採用し、ローラー表面に直径0.5cm、許容圧力2.0kg/cm²の圧力変換器を装置し、ローラー回転中の接地圧を電気的に測定した。

接地圧測定時の供試土の含水比は $w=4.4\%$ 、 19.9% 及び 25.9% の三種類とした。

実験2：実験2は、ローラー重量は33.3kg、ローラー幅は17.5cmと一定であるが、ローラー直径が20cm、40cm、及び60cmと異なる場合における転圧回数と接地圧との関

係を主として研究することを目的として、ローラーを平均速度 $v=9.0\text{cm/sec}$ で転圧走行させ、接地圧及び表層土（0～5cm）の乾燥密度などの測定を行った。初期含水比を2.2～2.9%、8.3～9.9%、14.2～17.2%の三種類に変えその初期乾燥密度をそれぞれ $1.26\sim 1.27\text{g/cm}^3$ 、 $0.92\sim 0.99\text{g/cm}^3$ 、 $0.76\sim 0.79\text{g/cm}^3$ とした。なお、すべての実験において進行低下率を測定した。

2. 実験結果と考察

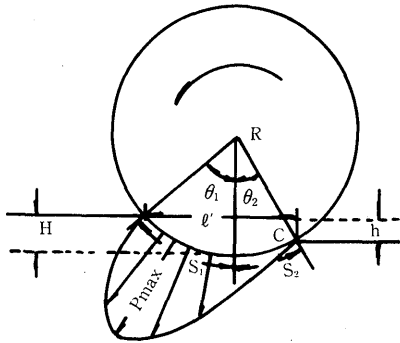
走行速度 21.3cm/sec で、直径40cmのローラーを、含水比及び乾燥密度が、 $w=4.4\%$ 、 19.9% 、 25.9% 、 1.17g/cm^3 、 1.12g/cm^3 、 1.20g/cm^3 のマキ出し土上において1回～52回転圧走行させた時の接地圧をオシログラフに記録した。記録をもとにローラー回転中の動的最大接地圧（第3図）、接地長及び平均荷重強度を求め第2表に示す。ここでいう接地長とは、第3図に示すように、実際に土とローラーの接地している長さのことで次式で表される。

$$\text{接地長 } l = \text{円弧 } \widehat{ABC} = S_1 + S_2 = R(\theta_1 + \theta_2) \quad (4)$$

ここで、 S_1 、 S_2 ：第3図における角 θ_1 、 θ_2 に対する円弧

第2表 実験1の土質状態と結果の要約表（ローラー重量=50.8kg、直径=40cm）

実験番号	含水比		乾燥密度 (g/cm ³)		走行回数	接地長 (cm)		接地圧 (kg/cm ²)		$\frac{p_{\max}}{p_{\text{ave}}}$
	%	試験前	試験後	$l(4)$ 式		$l'(5)$ 式	動的最大接地圧 p_{\max}	静的平均荷重強度 p_{ave}		
1-1					1	27.92	25.68	0.222	0.113	2.0
1-2					2	23.40	22.08	0.393	0.132	3.0
1-3					3	22.34	21.18	0.370	0.137	2.7
1-4	4.4	1.17	1.34		4	19.60	19.46	0.188	0.150	1.3
1-5					49	10.82	10.66	0.290	0.273	1.1
1-6					50	18.82	10.66	0.360	0.273	1.3
1-7					51	10.82	10.66	0.350	0.273	1.3
1-8					1	36.30	31.50	0.135	0.092	1.5
1-9					2	21.30	20.30	0.355	0.143	2.5
1-10					3	15.02	14.66	0.350	0.199	1.8
1-11	19.9	1.12	1.35		4	15.02	14.66	0.372	0.199	1.9
1-12					49	—	—	—	—	—
1-13					50	17.10	16.58	0.350	0.176	1.9
1-14					1	29.68	26.90	0.125	0.108	1.2
1-15					2	24.44	22.94	0.315	0.127	2.5
1-16					3	27.56	25.08	0.375	0.116	3.2
1-17	25.9	1.20	1.49		4	29.66	26.94	0.312	0.108	2.9
1-18					5	29.66	26.94	0.280	0.108	2.9
1-19					51	44.32	35.86	0.235	0.081	2.9
1-20					52	44.32	35.86	0.235	0.081	2.8



第3図 接地長、最大接地圧及び記号の説明図

長 (cm)

R: ローラー半径 (cm)

しかし、平均荷重強度 p_{ave} を算出する場合、接地長として

$$l' = R(\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{ここで、} \sin \theta_1 = \sqrt{H(2R-H)} / 2R$$

$$\sin \theta_2 = \sqrt{(H-h)(2R-H+h)} / h$$

をとるのが普通である。ここでは、この l' を水平接地長と呼ぶことにする。 θ が微小の場合、 $\theta \approx \sin \theta$ となり、静的平均荷重強度は次式によって求めることができる。

$$p_{ave} = \frac{W}{l'B} = \frac{W}{R(\theta_1 + \theta_2)} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 P_{ave} : 静的平均荷重強度 (kg/cm²)

W: ローラー重量 (kg)

B: ローラー幅 (cm)

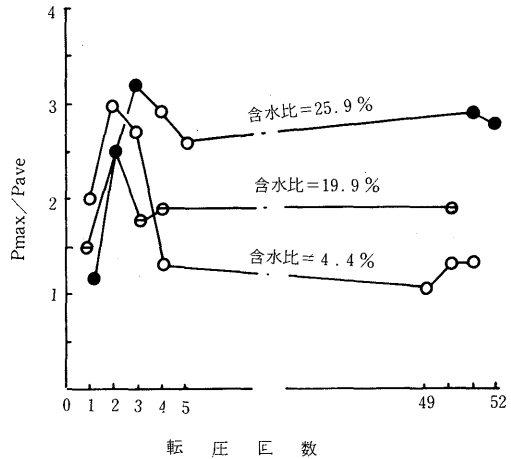
l' : 水平接地長 (cm)

(1) 転圧走行回数と最大接地圧

第2表を基に転圧走行回数の増加にともなう最大接地圧の変化を含水比ごとに検討すると以下ようになる。

含水比 $w=4.4\%$ の場合、転圧回数の増加とともに、最大接地圧 p_{max} は増大し、転圧回数 $N=49\sim 51$ で、ほぼ一定値になっている。含水比 $w=19.9\%$ の場合、転圧回数 $N=5$ において逆に動的最大接地圧は減少している。含水比 $w=25.9\%$ の場合、動的最大接地圧は転圧回数 $N=3$ まで増加し、それ以後は減少している。

静的平均荷重強度と動的最大接地圧の関係を見るために横軸に転圧回数、縦軸に比 (p_{max}/p_{ave}) をとると第4図のようになる。第4図から、次のことが言える。含水比 $w=4.4\%$ の場合、転圧回数が2回以上になると、(p_{max}/p_{ave}) は減少し、 $N=4$ 回において、 $p_{max}/p_{ave}=1.3$ となっている。 $N=4\sim 51$ 回の間において、この比は、大きく



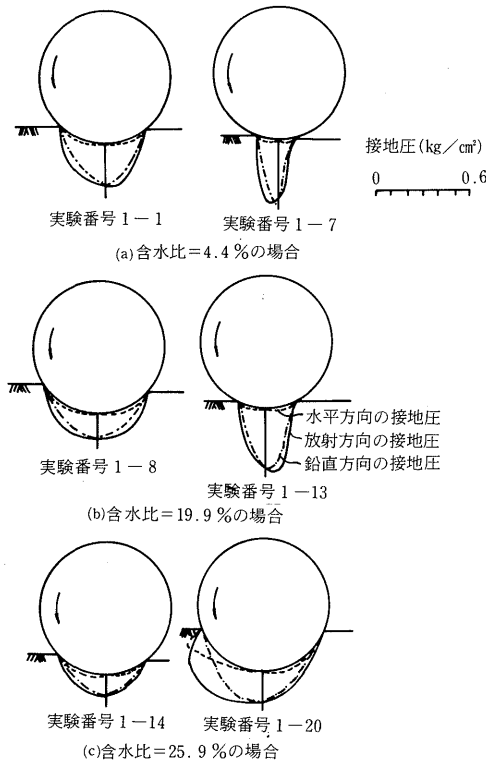
第4図 転圧回数と p_{max}/p_{ave} の関係

変動しない。含水比が $w=19.9\%$ の場合も、転圧回数と (p_{max}/p_{ave}) 間の関係は前と同様の傾向を示す。 $N=40\sim 50$ 回間の (p_{max}/p_{ave}) の平均値は約1.9である。更に含水比が増し、 $w=25.9\%$ の場合には、転圧走行回数 $N=3$ まで、(p_{max}/p_{ave}) 値は増加し、 $N=3\sim 5$ 回の間で減少の傾向を示し、 $N=5\sim 52$ 回の間で再び増加する傾向が見られた。この間の平均的な p_{max}/p_{ave} 値は約2.8であった。

以上のことから、含水比が低い場合、 p_{max}/p_{ave} は、転圧回数の増加とともに増大し、 $N=2\sim 3$ 回の時、その最大値に達し、 $N=4\sim 5$ 回の間で減少し、それ以後、転圧回数が増加しても大きく変動していない。これは、転圧回数 $N=4\sim 5$ 回以後において、土の変形も大きな変化を起こさないことを暗示している。含水比が高くなるにつれて、水平接地長は増大するにもかかわらず (p_{max}/p_{ave}) 値が大きくなっているのは、ローラー転圧によって土が練返しを受け、接地面に応力の集中が起きたためと考えられる。

次に接地圧分布形を調べるために、ローラー一回転中に測定したローラーの接地圧分布の数例を第5図に示す。第5図中の鉛直方向及び水平方向の接地圧力分布は、放射方向の接地圧を分解して求めたものである。第5図において、含水比 $w=4.4\%$ と 19.9% の場合の転圧回数1回の鉛直圧力は転圧回数51及び50回のそれよりも広く分布している。含水比 $w=25.9\%$ の場合、逆に、転圧回数1回の鉛直圧力分布領域は52回の鉛直圧力分布領域よりも狭くなっている。

以上のことから、含水比が $w=4.4\sim 19.9\%$ の範囲にあ



第5図 ローラー回転中におけるローラー表面の放射方向、鉛直方向及び水平方向の接地圧分布

る場合、転圧回数が増加するにつれて、地盤が締められるが、高含水比の $w=25.9\%$ の場合、転圧により地盤が繰り返えされて弱くなっていることがわかる。

次に、鉛直方向の接地圧分布形を見ると、全体的に放物線形状を示している。

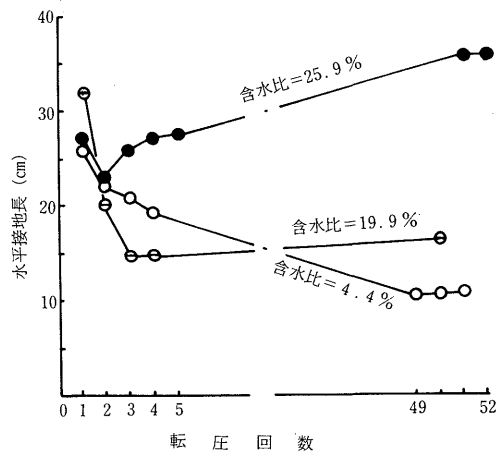
次に第5図の鉛直圧力分布図を基に求めたローラー回転中の動的な鉛直荷重と静的な鉛直荷重との比を求めると、含水比 $w=4.4\%$ の場合、転圧回数1回、51回の比はそれぞれ1.19, 1.07, 含水比 $w=14.4\%$ の場合、転圧回数1回及び50回の比は、それぞれ1.03, 1.01であった。この比が1.0以上であることは、ローラー走行中、ローラーに作用するトルクの鉛直成分が静的荷重に加わっていることを意味する。したがって、これから、最適含水比以下の含水比において、ローラー転圧初期には多くのトルクが必要で、転圧回数の増加とともに減少することを示している。含水比が、更に高い $w=25.9\%$ の場合、逆に、転圧回数52回の比の方が、 $N=1$ のそれよりも大きい。これは、転圧回数が増すにつれてローラー沈下量が増し、

ローラーが走行のためには、より多くのトルクを要することを示している。

(2) 転圧走行回数と水平接地長

第2表をもとに、横軸に転圧回数、縦軸に水平接地長 l' を図示すると第6図のよくなる。第6図から、含水比 $w=4.4\%$ のとき転圧走行回数の増加につれて水平接地長は減少し、 $N=49\sim 51$ 回で l' が一定値に近づくことがわかる。これは、 $N=49\sim 51$ 回近くまでローラーによる土の締め固めが行われていることを暗示している。含水比 $w=19.9\%$ の場合、転圧走行回数が $N=4$ 回以上になると、逆に水平接地長が増大している。含水比が更に高い $w=25.9\%$ の場合の転圧走行回数が $N=3$ 回以上でこの現象が起きている。これは繰り返しの土の支持力の低下に起因すると考えられる。

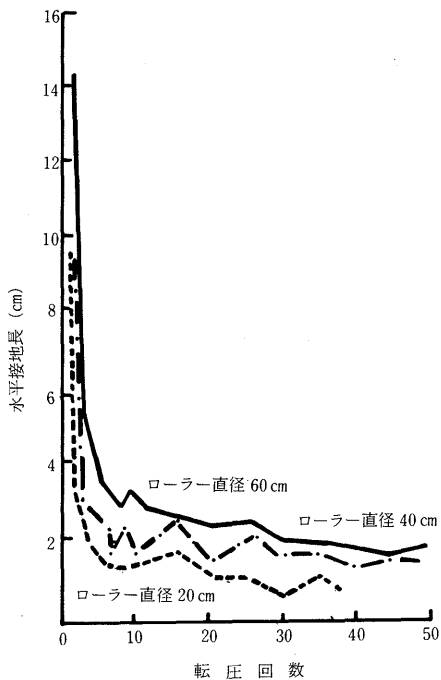
次にローラー重量は一定であるがローラー直径が異なる転圧実験(実験2)の場合の土質状態を第3表に示す。第7図に、実験2における実験番号2-3の結果を整理して得た転圧回数と水平接地長の関係を示す。同図から、転圧初期、すなわち、 $N=0\sim 8$ 回の間において、転圧走行回数の増加にともない水平接地長は激減し、 $N=8$ 回以後においては、大きく変化していないのがわかる。たとえば、直径60cmのローラーの場合、水平接地長は、 $N=1$ 回における $l'=14.7\text{cm}$ から、 $N=8$ 回の $l'\approx 2.9\text{cm}$ に急激に減少し、 $N=8\sim 50$ 回の間では大きく変化していない。これは、他のローラーにもあてはまる。したがってこれらのことから、転圧回数 $N=0\sim 8$ 回の間において、土の圧縮変形は、ほぼ終了し、 $N=8$ 回以後、土の圧縮変形は少なく、ローラー直径の大きいものほど、水平接地



第6図 転圧回数と水平接地長の関係

第3表 実験2の土質状態と結果の要約表
(ローラー重量=33.3kg)

実験番号	ローラー直径(cm)	含水比 (%)	乾燥密度 (g/cm ³)	進行低下率 (%)	実験定数 (g/cm ³)	
					a _r	b _r
2-1	20	2.9	1.26	1.0	53.047	2.660
	40	2.2	1.26	3.9	12.285	3.923
	60	2.8	1.27	0.3	28.815	3.429
2-2	20	8.3	0.99	0.7	3.607	3.074
	40	9.4	0.96	1.8	4.302	2.703
	60	9.9	0.92	1.6	1.630	2.734
2-3	20	17.2	0.76	0.1	3.129	1.428
	40	14.8	0.85	0.9	0.392	2.347
	60	14.2	0.79	0.1	5.304	1.943



第7図 転圧回数と水平接地長
(ローラー重量=33.3kg)

長も大きいといえる。本実験の場合、車輪重量を一定(33.3kg)にして転圧実験を行ったから、その結果として、大直径のローラーほど接地圧は小さくなり、沈下量及び乾燥密度は他の小直径のローラーの場合よりも小さくなった。

ここでは、実験番号2-3を中心に議論を進めてきたが、実験番号2-1、2-2の場合にも全く同様の結果

が得られた。

(3) 転圧走行回数と乾燥密度

直径D=20、40及び60cmの模型平滑胴ローラー転圧走行中の表面下0~5cmの乾燥密度と表面沈下量の測定結果の一例を第8図に示す。第8図(a)は実験番号2-3(第3表)の場合で、この図から転圧回数の増加につれて乾燥密度は増加し、更に転圧回数が増すと乾燥密度の増加量は漸減し、転圧回数N=∞で乾燥密度は一定値になる。この関係は次式で表せるとする。この式の意味、誘導法については、次報で詳細に述べる。

$$\gamma_{dn} = \gamma_{do} + \frac{N}{a_r + b_r N} \dots\dots\dots(7)$$

ここで、a_r, b_r: 実験定数 (cm³/g)

γ_{dn}: N回転圧後の乾燥密度 (g/cm³)

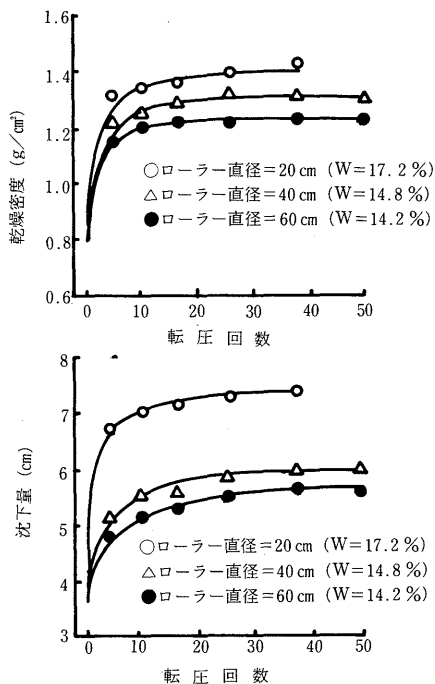
γ_{do}: 初期乾燥密度 (g/cm³)

締固め率 λ_Nを次式で定義する。

$$\lambda_N = \frac{\gamma_{dn} - \gamma_{do}}{\gamma_{d\infty} - \gamma_{do}} \times 100 = \frac{b_r N}{a_r + b_r N} \times 100 \dots\dots\dots(8)$$

ここで、γ_{d∞}: 無限回転圧した場合の乾燥密度 (g/cm³)

第8図において、直径20cmの模型平滑胴ローラーの場合、転圧回数N=38回以後は、沈下量が大きいため実験



第8図 転圧回数と沈下量、乾燥密度の関係

の続行は不可能であった。また、同図から、直径の小さいローラーの方が、直径の大きいローラーよりも、同じ転圧回数に対して、より大きな乾燥密度を与えているのがわかる。これは、ローラー直径の小さい方が大きい直径のローラーよりも水平接地長が短く、その結果、接地圧が大きくなったためである。

実験値をもとに、(7)式の実験定数を求め、これらを表2に示す。これらの値を(8)式に代入し、締固め率が80%以上になるために必要な転圧回数Nを求めると、直径20cm, 40cm及び60cmのローラーの場合、それぞれN≒7, N≒8, N≒11となった。これからも、直径の小さいローラーの方が、より早く土を密な状態にすることがわかる。第8図(b)に転圧回数と沈下量の関係を示す。第8図(b)において、転圧回数と沈下量との間には、転圧回数と乾燥密度との間に見られたと全く同じ傾向が見られた。すなわち、転圧回数の増加につれて、沈下量の増分は漸減し、N=∞において沈下量は一定値となり、沈下量の絶対値はローラー直径の小さいものほど大きい。

この他に、転圧走行中の進行低下率をも測定したが全実験中、この値は1~2%と小さく問題にするほどではなかった。

(4) ローラーによる締固め仕事量

(1)~(3)において、模型平滑胴ローラーによる転圧効果について実験的に研究した。ここでは、ローラーの締固め仕事量について定性的な考察を行う。

荷重強度~沈下量の関係は次式²⁾⁻⁴⁾で表されるとする。(9)

- ここで、Z：沈下量 (cm)
- k_z ：変形係数 (kg/cm⁽²⁺ⁿ⁾)
- n：沈下係数
- q：荷重強度 (kg/cm²)

ローラーによって、土を地表面下Z₀まで圧縮する際、単位面積当たりに費される仕事(Ψ, kg. cm/cm²)は次式で表される。

$$\Psi = \int_0^{Z_0} q \cdot dz = \int_0^{Z_0} k_z Z^n dz = k_z \frac{Z_0^{n+1}}{n+1} \dots\dots\dots(10)$$

走行距離をℓ'、ローラー幅をBとすると、ローラーによる土の圧縮仕事量はℓ'・Ψ・Bである。また、コロガリ抵抗をRとするとこの間になされた仕事量はℓ'・Rである。この値は土の圧縮仕事量に等しいとすると次式が成立する。

$$R \cdot \ell' = \Psi \cdot B \cdot \ell' \dots\dots\dots(11)$$

したがって、単位面積当たりの仕事とコロガリ抵抗の間には次の関係がある。

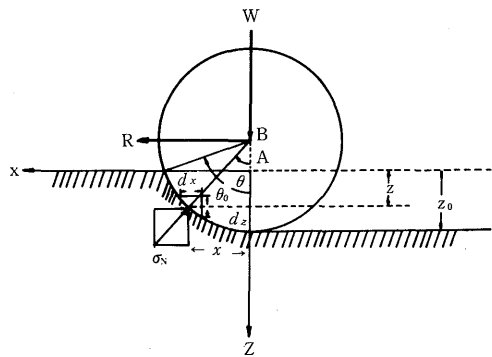
$$R = \Psi \cdot B = B \cdot k_z \frac{Z_0^{n+1}}{n+1} \dots\dots\dots(12)$$

Liは⁷⁾熱力学的に、この問題を考察し、同様の結果を導びいている。

次に、ローラー重量とローラー直径間の関係を解析的に解くために、ローラーに作用する力の平衡(第9図)を考える。

$$\left. \begin{aligned} R - \int_0^{\theta_0} \sigma_N \cdot \sin \theta = 0 \\ -W + \int_0^{\theta_0} \sigma_N \cdot \cos \theta = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

いま、 $\sigma_N \sin \theta = q \cdot B \cdot d_x$ 、 $\sigma_N \cdot \cos \theta = -q \cdot B \cdot d_x$ の関係を(13)式に代入すると、それぞれ、(14)式と(15)式のようになる。



第9図 記号の説明図

$$R = \int_0^{Z_0} q \cdot B \cdot dz \dots\dots\dots(14)$$

$$W = - \int_0^{Z_0} q \cdot B \cdot dx \dots\dots\dots(15)$$

第10図に示す幾何学的関係から

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= (D/2) - (Z_0 - Z) \\ x^2 &= (D/2)^2 - (\overline{AB})^2 \\ \therefore x^2 &= [D - (Z_0 - Z)] (Z_0 - Z) \approx D(Z_0 - Z) \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

(16)式を微分すると次式が得られる。

$$2x dx = -D dz \dots\dots\dots(17)$$

(15)式～(17)式を結合すると次式が得られる。

$$W = B \cdot k_z \int_0^{Z_0} \frac{\sqrt{D} Z^n}{2\sqrt{Z_0 - Z}} dz$$

$$= \frac{B \cdot k_z}{3} \sqrt{D Z_0} Z_0^n (3-n) \dots\dots\dots (18)$$

(11)式と(18)式において、 Z_0 を消去し、単位面積当たりの締固め仕事量について整理すると、

$$\psi = \frac{R}{B} = \frac{(3W)^{\frac{3n+1}{2n+1}}}{(3-n)^{\frac{2n+2}{2n+1}} (n+1)^{\frac{2(n+1)}{2n+1}} k_z^{\frac{1}{2n+1}} D^{\frac{n+1}{2n+1}}} \dots\dots\dots (19)$$

となる。(19)式によれば、締固め仕事量はローラー重量に比例し、ローラー幅及びローラー直径に逆比例する。ローラー重量が一定ならば、ローラー直径が小さくなるほど締固め仕事量が多い。すなわち、締固めが有効に行われる。

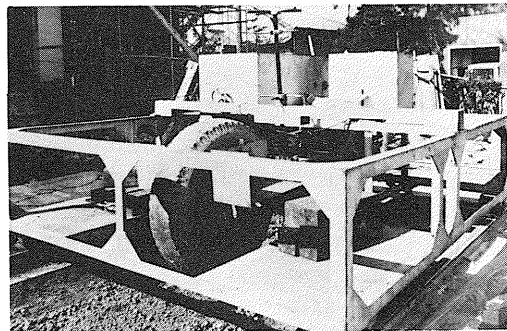
ローラーの静止沈下と走行沈下

ここで本研究はローラーの走行沈下と静止沈下との差の原因を追求することを目的としている。車両が高速で走行する場合よりも低速走行において、より大きく沈下することが観察される。これらの問題に興味をいだいた研究者達はこの問題を研究し、高速走行において沈下量が少ないのは車輪の bouncing effect に帰因すると結論した。最近、Aboaba は²⁾この問題を取り上げて bouncing effect を除去するために均平地盤上で直径21in, 幅18in, 重量166lbの平滑胴ローラーを数種の色度で走行させ、高速走行において沈下量が少ないことを確認した。そして、均平地盤(土質不明)上にローラーを20～600秒間静止させ、その沈下量は静止時間が360秒位までは急激に増大し、これ以上静止時間が増しても沈下量の増加量は大きくなり、時間ともに沈下量は一定値に漸近するという実験結果を得た。そして低速走行において、沈下量が高速走行のそれよりも大きいのは、ローラーと地表面間との接地時間が長いことに原因すると結論した。そこで、筆者は一般車両がマキ出し土のごとき波状面を有する地表面上を走行する時の数学的モデルを仮想して、車輪動荷重の一般式を誘導し、均平地盤上では、ローラーのように、ローラーと車体との間にスプリングのない車両の動荷重は静荷重に等しいことを示し、更に、走行沈下と静止沈下との差の原因をレオロジカルに考察する。

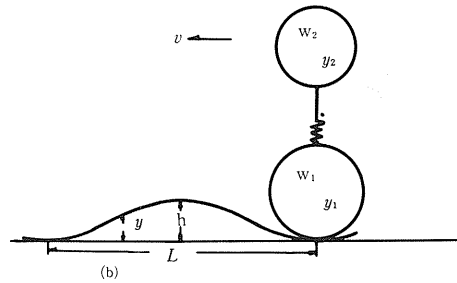
1 実験装置と実験方法

深さ1.5m, 有効幅1.5m, 長さ13mの土そうに液性限界=44.0%, 塑性限界30.3%, 比重=2.59, 砂分=45%, シルト=26%, 粘土分=39%の粘土分質ローム(水田土)を入れた。その上で台車装置を走行させた。台車装置の

車輪は自由な上下運動が可能で、かつ载荷によって輪重が変化できるようになっている。なお供試タイヤ寸法は7.5—16inで標準空気圧2.5kg/cm²である。土そう及び台車装置を図10に示す。土そう上で、台車装置を2.8km/hで走行させ、車両1回走行後のわだち深さ(走行沈下 Z_d)と台車装置の静止中、車輪を静かに均平地表面に下げ、1分間地盤上に放置し、その後、車輪を持ち上げ、15分後の沈下量(静止沈下 Z_s)を測定した。車輪重量は140.260, 320及び380kgと変化させた。



(a)



(b)

第10図 土そう、模型台車及び車両と地盤の模式図

2 実験結果と考察

5回土質状態を変え前述の方法で走行沈下と静止沈下を測定し、その結果と実験時の土そう状態とを一語に第4表に示す。第4表から走行沈下と静止沈下の比(Z_s/Z_d)の平均値(\bar{Z})を求めると $\bar{Z}=1.12$ であった。これは均平地盤上では、車両走行中車輪が土のある一点に作用する時間は静止沈下試験の場合よりも短いため、走行沈下は小さくなったと考える。逆に地盤に凹凸があると動荷重は衝撃荷重となるため、静荷重よりも大きくなり、走行沈下は静止沈下よりも大きくなると想像される。これらのことを以下に理論的に考察する。

第4表 走行沈下と静止沈下の測定結果

		沈 下 量 (cm)				
		Zs Zd	Zs Zd	Zs Zd	Zs Zd	Zs Zd
輪重 (kg)	1 4 0	0.8 0.7	2.9 3.3	1.8 1.4	0.6 0.6	3.8 3.3
	2 6 0	1.6 1.2	2.5 2.0	1.9 2.0	1.3 1.1	5.6 4.5
	3 2 0	1.6 1.2	4.1 3.1	2.4 2.7	1.4 1.3	5.5 4.8
	3 8 0	1.5 1.7	2.9 3.0	2.6 2.6	1.5 1.2	6.5 5.7
含水比 (%)	0~5 cm	24.4	26.7	27.0	25.0	27.7
	10~15 cm	25.6	27.3	28.4	—	29.8
乾燥密度 γ_d (g/cm ³)	0~5 cm	1.28	1.36	1.32	1.33	1.45
	10~15 cm	1.25	1.37	1.30	—	1.48
コーン指数 (kg/cm ²) (0~16 cmの平均)		4.40	3.04	3.24	10.04	7.01

Zs: 静止沈下, Zd: 動的沈下, 走行速度: 2.8 km/hr

(1) 車両の動荷重

一般車両を車輪重量 W_1 , 機体重量 W_2 , 及びバネ定数 k を表す。この車両が一般地面上を走行する場合の動的効果を考える。その地表面形を第10図(b)のように仮定すると、その波状は(20)式で与えられる。

$$y = \frac{h}{2} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{L} vt\right) \right\} \dots\dots\dots(20)$$

ここで, h : 波状高 (cm)

v : 車両走行速度 (cm/sec)

L : 波高一周期長 (sec)

ここで, 車輪は変形しないと仮定すると垂直方向の加速度は

$$y'' = \frac{h}{2} \left(\frac{2\pi v}{L}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{L} vt\right) \dots\dots\dots(21)$$

となる。したがって, 車輪重量のみによって, 地表面に作用する鉛直方向の圧力は

$$W_1 + \frac{W_1}{g} y'' = W_1 \left\{ 1 + \frac{2h\pi^2 v^2}{gL^2} \cos\left(\frac{2\pi v}{L} t\right) \right\}$$

となる。(21)式から, 慣性力にもとづく動的効果は速度の2乗に比例して増加することがわかる。地表面に作用する全鉛直方向の力は, 更に, バネ定数 (k) により伝わる車輪以外の機体重量を考慮した鉛直方向の力を加えなければならない。したがって, この力は

$$f = W_2 - k(y_2 - y_1)$$

である。 y_2 は次の微分方程式から求める。

$$\frac{W_2}{g} y''_2 + ky_2 = \frac{kh}{2} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{2\pi v}{L} t\right) \right\} \dots\dots\dots(22)$$

いま

$$n^2 = \frac{kg}{W_2}, \quad D = \frac{khg}{2W_2}, \quad a = \frac{2\pi}{L} v$$

とおき, (22)式を整理すると次のようになる。

$$y_2'' + n^2 y_2 = D(1 - \cos(at)) \dots\dots\dots(23)$$

(23)式を $t = 0, y_1 = 0, y_2' = 0$ の条件のもとで, ラプラス変換¹⁹⁾すると

$$S^2 x(s) = n^2 x(s) = \frac{D}{S} - \frac{S}{S^2 + a^2}$$

$$\therefore x(s) = \frac{1}{S^2 + n^2} \left(\frac{D}{S} - \frac{S}{S^2 + a^2} \right) \dots\dots\dots(24)$$

となる。(24)式を変換すると

$$y_2 = \frac{h}{2} \left\{ 1 - \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right) + \frac{T_2^2}{T_1^2 - T_2^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T_2} t\right) \right\} \dots\dots\dots(25)$$

ここで

$$T_1 = \sqrt{\frac{W_2}{kg}} 2\pi, \quad T_2 = \frac{L}{v}$$

を得る。 T_1 は W_2 の自然振動周期, T_2 は波状一周周期長を通過するに要する時間である。バネの力は

$$f = W_2 + \frac{kh}{2} \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \left\{ \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{T_2} t\right) \right\} \dots\dots(26)$$

で, したがって, 地表面働く全鉛直力は,

$$P = (W_1 + W_2) + \left\{ \frac{W_1 h 2\pi^2}{g T_2^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T_2} t\right) \right\} + \frac{kh}{2} \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \left\{ \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{T_2} t\right) \right\} \dots\dots\dots(27)$$

となる。(27)式の第1項は静圧, 第2項は速度が増すと大きくなり, 第3項は共振の状態において重要である。したがって均平な地表面及び, 高速走行の場合には車輪重量が地表面圧を決定し, 凹凸の激しい地表面では走行速度が重要となる。ローラーは一般にバネ (k) を有せず, $k = 0, W_2 = 0$ とおけるから, (27)式は

$$P = W_1 \left(1 + \frac{2\pi^2 h v^2}{gL^2} \right) = W_1 \left(1 + \frac{2h\pi^2}{gT_2^2} \right) \dots\dots\dots(28)$$

となる。(28)式から, 車輪圧は走行速度の2乗と波状高に比例し, 波状長の2重に逆比例することがわかる。した

がって、同一波状地盤においては車輪圧力は速度の2乗に比例して増大する。したがって、一般にバネのない土工車両が波状地表面を走行する時、走行速度が増せば、必ず(28)式の第2項だけ動荷重は増し、その結果、沈下量は増大すると考えられる。波状高 $h = 0$ のとき(28)式は $P = W_1$ となり、ローラー圧力はローラー重量に等しく、速度に無関係である。本実験は均平地盤上において行なったから走行沈下と静止沈下の差の原因は地表面形による bouncing effect よりも、むしろ、主として土の力学的挙動に起因すると思われる。

(2) 土のレオロジー的挙動

走行沈下の差をレオロジー⁹⁾により考察すると以下のごとくである。voigt 模型はスプリングとダッシュポットを並列に結合したもので、このモデル (第11図) に荷重が作用した時の微分方程式は(29)式となる。

$$P = \gamma_2 x + \frac{dx}{dt} n_1 \dots\dots\dots(29)$$

$$\therefore \frac{dx}{dt} + \frac{\gamma_2}{n_1} x = \frac{P}{n_1} \dots\dots\dots(30)$$

ここで、P : 作用荷重強度
 r_2 : 模型の弾性率
 n_1 : " 粘性率
 x : ヒズミ

(30)式を $t = 0$, $x = 0$ の条件のもとで解くと、

$$x = \frac{P}{\gamma_2} (1 - e^{-t/\tau}) \dots\dots\dots(31)$$

ここで、 $\tau = n_1/r_2$ となる。(31)式は一定応力 P が作用するとき、変形は時間とともに増大し、ついには一定の極限值 (P/r_2) に到着することを意味し、 n_1/r_2 は遅延時間と言われ、記号 τ で表わされる。応力を除去すると試料は指数曲線にしたがって、除々にもとの形に回復する。Maxwell 模型はスプリングとダッシュポットを直列に結合したもので、基本方程式は(32)のとおりである。

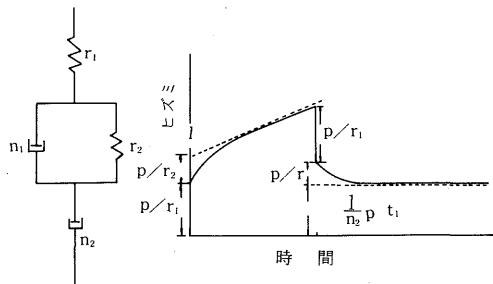
$$\frac{dx}{dt} = \frac{P}{n_1} + \frac{1}{n_2} \frac{dp}{dt} \dots\dots\dots(32)$$

ここで、 n_2, r_1 は Maxwell 模型の粘性率と弾性率である。(32)式を解くと、

$$x = \frac{P}{\gamma_1} + \frac{Pt}{n_2} \dots\dots\dots(33)$$

である。(33)式は供試体に t 時間、応力 P を作用させると、弾性変形 (P/r_1) が瞬間的に生じ、つづいて、塑性流動

(pt/n_2) が生じ、 $t = t_1$ に P を除去すると、弾性変形は瞬間的に回復するが、流動変形は永久に回復しないことを意味している。Maxwell と Voigt 模型を直列に結合した力学的模型は、Burgers と呼ばれて、土の力学的挙動の説明に能く用いられる。本実験土はバーガス体の挙動を示した。この模型による一定応力 P が作用した時のクリープを見ると瞬間弾性 P/r_1 につづいて、Voigt 要素がクリープを起こすが、同時に粘弾性要素 η_2 が働くため、ヒズミは停止することがない。長時間後には、変形は第11図(b)の斜点線に漸近する。すなわち、この場合には永久流動が見られる。



第11図 土壌の力学的模型

途中に観測されるのは Voigt 型のクリープとニュートン流動のかさなりあったものである。時刻 t_1 に力を除くと瞬間弾性の分は、 P/r_1 回復し、その後 Voigt 要素の P/r_2 は除々に回復するが永久変形

$$x = \frac{P}{n_2} t_1 \dots\dots\dots(34)$$

は回復しない。以上のことを式で示せば、 $t < t_1$ の時 (荷重作用中)

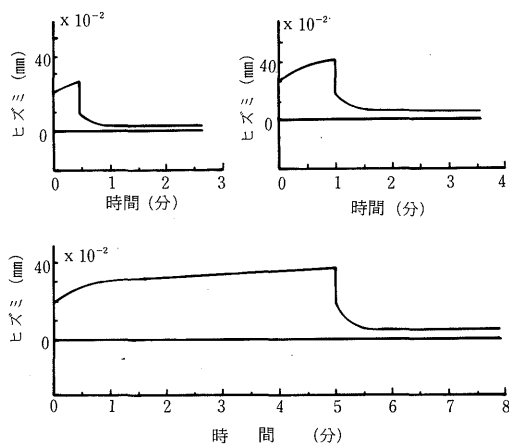
$$x = \frac{P}{\gamma_1} + \frac{P}{\gamma_2} (1 - e^{-t/\tau}) + \frac{P}{n_2} t \dots\dots\dots(35)$$

$t_1 < t$ の時 (除荷後)

$$x = \frac{P}{\gamma_2} (1 - e^{-t_1/\tau}) e^{-(t-t_1)/\tau} + \frac{P}{n_2} t_1 \dots\dots\dots(36)$$

となる。土を Burgers 体と見ると実験により測定した沈下量は(34)式で表される。すなわち、沈下量は荷重強度 P と載荷時間 t_1 に比例し、 n_2 に逆比例することになる。静止沈下の場合、荷重作用時間は1分間であり、走行沈下の場合、荷重作用時間は瞬間的なものである。したがって、(34)式から走行沈下は静止沈下よりも小さいことがわかる。

現場におけるローラー転圧速度は $v = 1.6 \sim 2.6 \text{ km/h}$ の範囲内にある。いま、ローラーの平均転圧速度 $v = 2.1 \text{ km/hr}$ 、ローラー表面とマキ出し土との水平接地長を 15 cm とするとローラーの接地時間は 2.6 秒 と瞬間的である。履帯長 $l' = 150 \text{ cm}$ のクローラー型車両が表土はぎ作業を平均速度 $v = 2.1 \text{ km/hr}$ で行なう場合の接地時間は 26 秒 (約 30 秒) である。そこで、第5回目の試験前に圧縮試験用土を採取し、直径 6.0 cm 、高さ 4 cm の乱さない試料を三個作成し、それらに、東山らの方法に準拠して、任意荷重 $p = 0.4 \text{ kg/cm}^2$ を 30 秒 、 1 分 、 5 分 間と作用させ、そのクリープ曲線を第12図に示す。第12図から、クリープ曲線はBurgers体の挙動を示し、図解法で、載荷時間 30 秒 、 1 分 、 5 分 間の pt_1/η_2 を求めると、それぞれ 3.2×10^{-2} 、 5×10^{-2} 、 $7 \times 10^{-2} \text{ mm}$ となり、載荷時間の長い方が沈下量もより大きいことを示している。これは低速走行の場合の沈下量が高速走行のそれよりも大きいことの理由を説明していると考えられる。これは本試料のとき、Burgers体の挙動を示す土について言えることである。



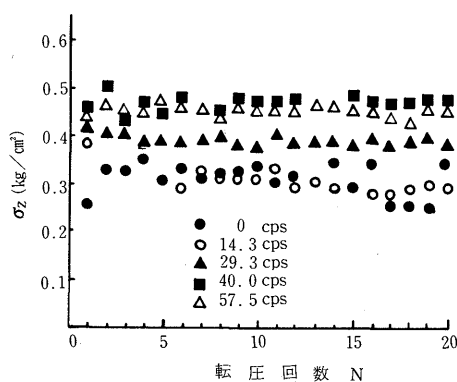
第12図 水田土のクリープ曲線
乾燥密度 $\gamma_d = 1.45 \text{ g/cm}^3$ 試料高 $= 3.65 \sim 3.92 \text{ cm}$
含水比 $= 27.7 \sim 29.0\%$ 試料直径 $= 6.0 \text{ cm}$
作用荷重強度 $p = 0.40 \text{ kg/cm}^2$

Tiedeman ら¹⁴⁾は転圧速度が締固めに及ぼす影響を知るために、振動ローラーの転圧速度を $v = 0.5 \text{ km/hr}$ と 3.7 km/hr に変化させて、粒度配合の悪い砂質土(液性限界 $= 34\%$ 、塑性指数 $= 15\%$ 、最大乾燥密度 $= 1.67 \text{ g/cm}^3$ 、最適含水比 $= 19.1\%$)を転圧し、6回転圧後の湿潤密度はそれぞれ 2.16 、 2.02 g/cm^3 なる結果を得た。これは転圧速

度が砂質土の締固めに重大な影響を与えることを示している。

模型振動式平滑ローラー走行中の土中応力

自重 70.86 kg (直径 40 cm 、幅 17.5 cm) の模型振動式平滑ローラーを用いてマキ出し厚さ 15 cm と 30 cm の盛土表面下 15 cm の深さにおいて、振動転圧中の土中応力を測定した。第13図にマキ出し厚さ 15 cm 、含水比 $w = 3.0\%$ のときの原地表面下 15 cm のところに埋設した圧力変換器による実測応力を示す。ローラーの沈下量はマキ出し土の初期状態や、ローラーの特性に左右される。この沈下量は、ローラー走行時に発生する土中応力の大きさに大きな影響を与える。そこで、振動数を種々に変化させて行った転圧試験において転圧回数 $N = 20$ 回の沈下量が $1.24 \sim 1.31 \text{ cm}$ と比較的狭い範囲内にある場合の原地表面下 15 cm にて測定した土中応力を第13図に示す。第13図の場合、沈下量は、振動数が 40 Hz の時、最大値を示し、次に、 57.5 、 29.3 、 0 、 14.3 Hz の順になっている。土中応力の大きさも、これに対応している。



第13図 転圧回数と原地表面下 15 cm の土中応力

第14図はマキ出し厚さ 30 cm の場合、原地表面下 15 cm の深さに、土圧計を原地表面に平行、走行方向に垂直及び平行に設置し、模型振動式平滑胴ローラーの転圧走行中に測定した水平方向の応力 (σ_{h1} 、 σ_{h2}) を垂直応力 (σ_z) の比として、転圧回数に対して図示したものである。図14から、転圧走行方向に垂直な面の水平応力 (σ_{h1}) は、走行方向に平行な面のそれ (σ_{h2}) よりも大きいことがわかる。D' Appollonia は、これと同様な傾向を示す図を公表している。しかし、彼の図において、 σ_{h1} は σ_z の $1 \sim 3$

倍と大きくなっている。この原因は不明である。

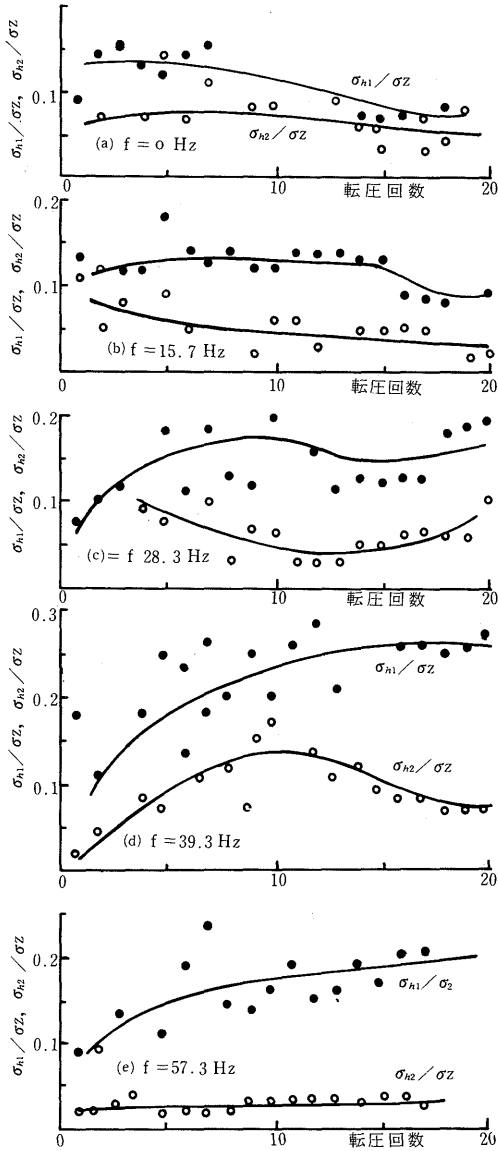
あ と が き

以上のことを要約すると以下のことがいえるようである。

- (1) 低含水比においては、模型平滑胴ローラーの転圧回数増加とともに、水平接地長は減少し、動的最大接地圧は、増加する。しかし、高含水比では、転圧走行回数増加とともに、土は練返し作用を受けるため、水平接地長は増加し、接地面積は増大する。その結果、静的平均荷重強度は減少する。
- (2) 含水比が高くなるにつれて、比 (P_{max}/P_{ave}) は増大した。
- (3) 重量及び幅は一定であるが、直径の異なる模型平滑胴ローラーを使用して転圧実験を行った結果、直径が小さいローラーほど沈下量と乾燥密度が大きくなるという結論を得た。
- (4) 一般の地盤上では車輪圧力は(27)式で表され、均平地盤上では車輪圧力は速度に関係なく一定である。
- (5) 均平地盤における走行沈下は静止沈下よりも小さい。これは載荷時間が走行沈下の場合、瞬間的で、静止沈下の場合よりも短いためである。

引 用 文 献

- 1) Aboaba, F. O. : Effects of time on compaction of soil by roller. *Transactions of the ASAE*, **12(3)**, pp. 302—304 (1969)
- 2) Bekker, M. G. : *Off the Road Locomotion* University of Michigan Press, Michigan (1960) pp. 67—77
- 3) Bekker, M. G. : *Theory of Land Locomotion* University of Michigan Press, Michigan (1962) pp. 186—212
- 4) Bekker, M. G. : *Introduction to Terrain-Vehicle Systems* University of Michigan Press, Michigan (1968) pp. 130—145
- 5) 土質工学会編：土質試験法，土質工学会，東京(1979) pp. 284—285
- 6) Ervin, H. : Pressure distribution under rigid wheels. *Transactions of the ASAE*, **8(3)**, pp. 305—308, 311 (1965)
- 7) Li, C. Y. : Basic concepts on the compaction of soil. *ASAE*, **82(1)**, pp. 1—20 (1956)
- 8) 三笠正人：土の工学的性質の分類表とその意義，土と基礎，**12(4)**，pp. 17—24 (1964)



第14図 転圧回数による σ_{h1}/σ_z , σ_{h2}/σ_z の変化
 σ_{h1} σ_{h2} : 転圧走行方向に直角な面の水平応力
 と平行な面の水平応力
 σ_z : 原地表面に垂直な応力

- 9) 中川鶴太郎・神戸博太郎共著：レオロジー，岩波全書，東京（1959）pp. 152—170
- 10) Reaves, C. A. and Cooper, A. W. : Stress distribution in soils under tractor load. *Agric. Engng.*, **41(1)**, pp. 20—21. 31 (1960)
- 11) Söhne, W : Druckverteilung im Bodenverformung unter Schlepperreifen *Grndlgn. d. Landtechn*, **5**, pp. 49—63 (1953)
- 12) Söhne, W. : Fundamental pressure distribution and soil compaction under tractor tire, *Agric. Engng.*, **38**, pp. 276—290 (1958)
- 13) 武田晋一郎：演算子法演習，培風館，東京（1962）
- 14) Tiedeman, R. E. and Fink, R. E. : Compaction of cohesive soil with a vibratory roller. United States Department of the Interior Bureau of Reclamation, Report No. Em766, Soil and Engineering Branch, Division of Research Dam, (1969)
- 15) VandenBerg, R. and Gill, W. R. : Pressure distribution between smooth tire and soils. *Transactions of the ASAE*, **5(2)**, pp. 305—308, 311 (1965)