

サンドモデルによる横浸透流の研究

野村安治*・四ヶ所四男美*・井上光弘*

昭和50年9月22日受付

Studies on Lateral Percolation by Sand-Model

Yasuji NOMURA, Shiomi SHIKASHO and Mitsuhiro INOUE

In this study, a few experiments on the steady state flow in the saturated soil layer which has ponded water on the soil surface were performed as a subject to investigate lateral percolation in tablelands and paddy fields.

The discharge and the piezometric head were measured with a sand-model in order to understand the boundary conditions exactly as in the physical phenomena. The distribution of the percolation rate on the soil surface and the piezometric head distribution in the interface were investigated under the various conditions of water levels and permeability of layered soil. A numerical solution by means of the finite element method and the relaxation method, analytical solution by D. Kirkham and the experimental values were compared in the homogeneous isotropic soil layer, respectively. Furthermore, the characteristics of percolation on the layered soil with a permeable layer in the bottom of the ditch were considered.

The results obtained were as follows:

1) The piezometric head distribution in the interface of the saturated soil layer changes very complicatedly under hydraulic and soil physical conditions. The distribution can be expressed by the equation (5) except the neighborhood of both ends of the interface. However, it is difficult to determine a certain relationship between the coefficients in the equation (5) and the various conditions of the experiment.

2) When the setting of boundary conditions is simple, numerical methods are satisfactory as one of the analyses of the lateral percolation on layered soil. Especially, the finite element method is suitable for percolation analysis in case of the complex boundary conditions.

*鳥取大学農学部農業工学科農業水利学研究室

Department of Agricultural Engineering, Faculty of Agriculture, Tottori University

まえがき

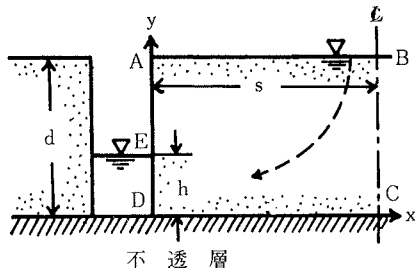
農業水利計画上、水の合理的な利用に基づいた用排水計画の必要性が増し、その基礎となる土壌中の定量的な水の動きを把握する必要がある。台地の浸透、水田の浸透を対象として、用排水計画および浸透抑制管理等の基礎資料を得る目的で、成層横浸透流の研究がなされてきた^{1,2,3)}

一般に、対象とする土壌は非常に複雑な土層構成をなしており、マクロな立場から透水係数を平均化して、層ごとに均一土壌であるとみなして、その対象をモデル化している。さらに定常飽和浸透流の問題は、ダルシー則が成立する範囲において、水頭ポテンシャルを H とすると、 $\nabla^2 H = 0$ なるラプラス方程式を解くことに帰着するが、そのとき境界条件の設定がポイントとなる。近年、電子計算機の進展に伴い、数値解析(緩和法、接合法、有限要素法等)で、成層横浸透流を定量的に把握しようとする動きが活発になっているが、この場合も、やはり浸出面や内部成層境界面などの境界条件が問題となる。

そこで、本研究は、現象として境界条件を明確に把握するため、サンドモデル実験によって、浸透量と水頭ポテンシャルを測定し、成層序列と水位条件を与えて、土層表面の浸入速度分布および内部成層境界面での水頭ポテンシャル分布を検討したものである。また、均一等方性土層に対して、有限要素法、緩和法による数値解および解析解とサンドモデル実験値とをそれぞれ比較検討し、さらに開キヨ底に透水層を有する場合についても考察した。

実験方法

定常飽和浸透流の実験および解析に関して、第1図のような成層横浸透流モデルを考え、流れの対称性から領域 ABCD を実験の対象とした。ここで、 s は開キヨ間隔の $\frac{1}{2}$ の距離、 d は土層の厚さ、 h は開キヨ水深、 x は開キヨからの水平距離である。



第1図 成層横浸透流モデル

Kirkham⁴⁾によって、均一等方性土層に対する横浸透流の解析解が得られた。つまり

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

なるラプラス方程式を

$$\left. \begin{aligned} AB : & 0 < x < s, \quad y = d, \quad H = d \\ BC : & x = s, \quad 0 < y < d, \quad \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \\ CD : & 0 < x < s, \quad y = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial y} = 0 \\ DE : & x = 0, \quad 0 < y \leq h, \quad H = h \\ EA : & x = 0, \quad h < y < d, \quad H = y \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

なる境界条件で解くと、水頭ポテンシャル H は、

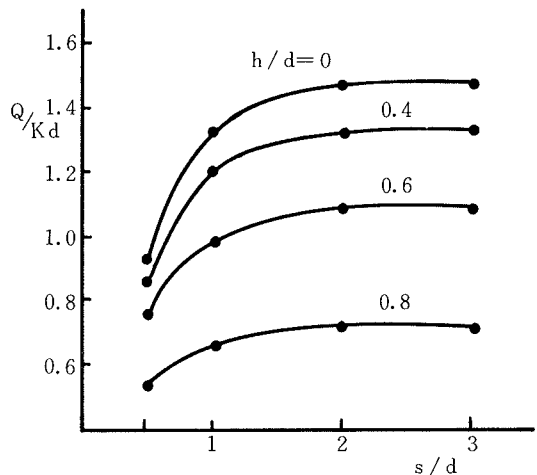
$$H = d - \frac{8d}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2} \cos \frac{(2m-1)\pi h}{2d} \cos \frac{(2m-1)\pi y}{2d} \cdot \frac{\cosh \left[\frac{(2m-1)\pi(s-x)}{2d} \right]}{\cosh \left[\frac{(2m-1)\pi s}{2d} \right]} \dots\dots\dots (3)$$

となる。さらに Cauchy-Riemann の関係式から流れ関数が求まり、対象とする土層領域の単位幅からの浸透量 Q は、

$$Q = \frac{8dK}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{(2m-1)^2} \cos \frac{(2m-1)\pi h}{2d} \tanh \frac{(2m-1)\pi s}{2d} \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここで m は整数 ($m=1, 2, 3, \dots$) で、 K は透水係数である。

水位条件 h/d をパラメータとして s/d と $Q/(Kd)$ との関係係を、(4)式から求め、第2図に示す。



第2図 s/d と Q/Kd との関係

この結果、一定の水位条件では、 s/d を2以上にしても、浸透量はほとんど増加しないことがわかる。すなわち、浸透量は開キヨ側から土層厚さの2倍の距離までの土層に支配されていることが認められた。この結果に基づいて実験装置の大きさを決定した。実験装置の幅を10cmとし、 $d=55\text{cm}$ 、 $s=95\text{cm}$ の前面ガラス張り水槽を作成した。この水槽の裏面に水頭ポテンシャル測定用のマノメータを5cm格子点に設置した。実験試料としては、粒径0.15~0.3mm (透水係数 $K_0=0.02\text{cm/sec}$)、と0.3~0.6mm ($K_1=0.04$) とにフルイ分けした砂丘砂と、粒径0.6~1.2mm ($K_2=0.08$) にフルイ分けした海岸砂を用いた。土層条件としては、均一層、水平二層、水平三層、鉛直二層、鉛直三層と成層序列の組合せを変え、水平成層に対しては、開キヨ底に透水層が存在する場合と存在しない場合について、それぞれ成層序列の組合せを変えた。水位条件としては、土層厚さの5等分点、4等分点に相当する位置に余水吐を設けて、開キヨ水深を一定に保った。開キヨ底に透水層を有する場合には、その透水層の厚さを17.5cmとしたために、開キヨ水位は、土層厚さの $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、とした。土層表面のタン水深は、実験上0にすることは困難であり、余水吐によって一定の水位に保った。

実験結果と考察

(1) 浸透量 Q は、土層条件(透水性)と水位条件によって異なるから、透水係数の異なる試料を用い、成層序列の組合せおよび水位条件を変化させて、定常飽和浸透流の浸透量について検討した。

その結果、いずれの場合にも、土層の透水条件が大なる場合で、開キヨ水位が低いほど浸透量は大となるが、浸透量の増加率は水位低下につれて減少する。水平成層の場合、成層序列の組合せでは、上層に透水性大なる土層が分布している方が浸透量は大となる。一方、鉛直成層の場合、開キヨ側に透水性大なる土層があると、浸透量は大となる。また、開キヨ底に透水層を有する場合には、同一の水位条件で透水層を有しない場合と比較すると、浸透量は小となる。

(2) 浸入速度分布と浸入量の累積率

浸入速度分布は、水田の場合には、平均減水深の測定位置の選定、および水稻の均等な生育を計る上に重要な因子であると考えられる。また、浸入量累積率は、開キヨ側から任意の地点(x)までの浸入量が全浸入量の何%に相当するかを意味するもので、土層内部の水の動きを知る上に重要な因子である。

そこで、成層序列、水位条件、開キヨからの距離(x)

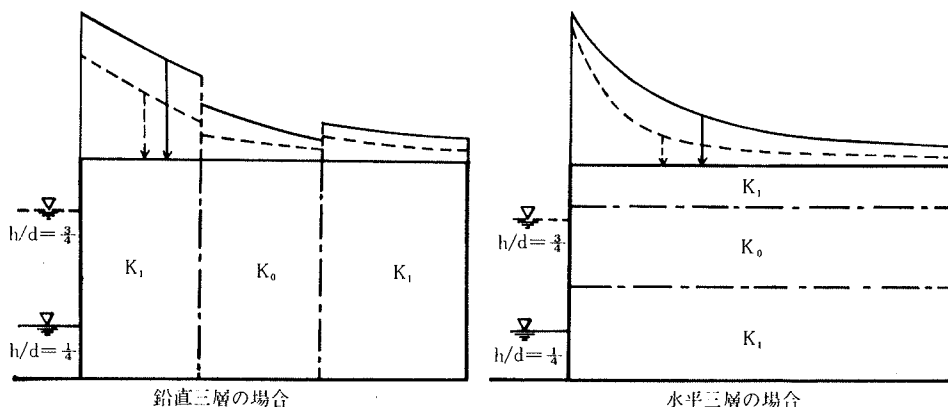
を土層厚さ(d)で除して無次元表示した区間(x/d)に対して、それぞれ、各区間の区間浸入量(q)および浸入量累積率($\sum q_i/Q$)を求めた。開キヨ底透水層の有無について比較するため、水平三層を例にとりて第1表に示す。

開キヨ側から土層の $\frac{1}{2}$ の距離($x/d=0.5$)までの区間からは、浸入量累積率が約40%以上、 $x/d=1$ では約70%以上、また $x/d=1.5$ では約90%以上の水が浸入している事実は、他の成層序列、水位条件についても同様な結果が得られ、成層横浸透流のひとつの特色である。すなわち、開キヨ側に近い区間における土層の透水性が、浸透量に大きく影響していることを意味するものである。

一方、開キヨ底透水層の有無について比較すると、いずれの場合にも、開キヨ水位が低下するにつれて、一様に浸入速度分布は大となる。また、開キ

第1表 水平三層の区間浸入量と浸入量累積率

区間浸入量 (cc/s)	開キヨ底透水層		無			有		
	h/d	x/d	0.5	1.0	1.5	0.5	1.0	1.5
上層 (K_1)	0.8		9.6	5.3	3.8	9.4	4.5	3.1
中層 (K_2)	0.6		12.8	8.6	6.0	13.5	7.2	4.8
下層 (K_1)	0.4		14.4	9.8	7.3	14.7	8.0	5.1
上層 (K_2)	0.8		21.9	4.7	2.7	22.3	4.8	2.8
中層 (K_1)	0.6		27.0	8.7	4.6	26.7	8.1	4.5
下層 (K_2)	0.4		27.3	11.8	7.1	27.6	10.9	5.8
浸入量累積率 (%)	開キヨ底透水層		無			有		
	h/d	x/d	0.5	1.0	1.5	0.5	1.0	1.5
上層 (K_1)	0.8		49.4	76.4	95.8	51.3	75.3	92.5
中層 (K_2)	0.6		42.7	71.7	91.6	49.2	75.4	92.8
下層 (K_1)	0.4		41.7	69.8	91.1	49.0	75.3	92.3
上層 (K_2)	0.8		71.6	86.8	95.9	71.7	87.2	96.0
中層 (K_1)	0.6		63.6	83.9	94.8	64.8	84.4	95.4
下層 (K_2)	0.4		55.2	78.9	93.3	59.2	82.7	95.1



第3図 成層序列と水位変化による浸入速度分布

ヨから離れた区間浸入量は、開キヨ底透水層を有する場合の方が小となる。

つぎに、水平三層、鉛直三層を例にとって 浸入速度分布を第3図に示し、平均浸入速度の位置を図中に矢印で示した。

水平成層の場合、水平三層に限らず、いずれの場合にも、浸入速度分布は、開キヨ側の方が浸入速度が大となる分布である。開キヨ水位が低下するにつれて浸透量は大きくなり、浸入速度分布は一様に大きくなる。また、開キヨから離れた区間浸入量の増加率が水位低下につれて大となり、逆に開キヨに近い区間浸入量の増加率が小となるため平均浸入速度の位置は、開キヨ水位が低下すると、開キヨから遠ざかっていく。

鉛直成層の場合、浸入速度分布が成層序列の境界で不連続になることがひとつの特色である。これは、境界面での圧力が連続であって、各層の透水係数が異なるために、流速が不連続になることから理解できる。

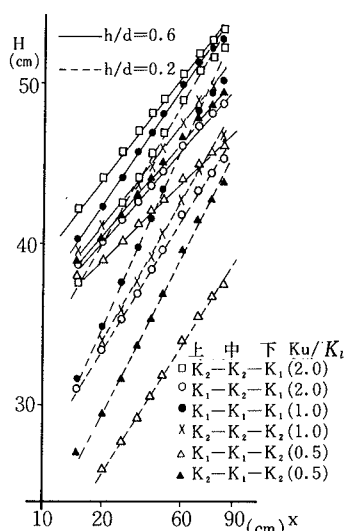
(3) 内部成層境界面での水頭ポテンシャル分布

内部成層境界面での水頭ポテンシャル分布が簡単な関数で与えられると、これを境界として、各成層ごとにラプラス方程式を解き、水平成層の横浸透流を解析的に求めることができる。このような観点から種々の条件下で、内部成層境界面での水頭ポテンシャル分布を検討した。この水頭ポテンシャル分布は、土層の形状（開キヨ底透水層の有無など）、内部境界面の位置（成層の厚さ）、内部境界面上層と下層の透水係数（成層序列の組合せ）、開キヨ水深（水位条件）等の相互関係によって異なる。さらに、境界条件(2)から明らかのように、 $x = s$ では $\partial H / \partial x = 0$ 、 $x = 0$ では内部境界面が開キヨ水位より下方であれば $H = h$ 、上方であれば $H = y$ となる性質がある。したがって、いずれの場合にも、水頭ポテンシャル

コウ配は開キヨに近づくにつれて大となる。また水位低下につれて、内部境界面での水頭ポテンシャルは小さくなり、その減少率は小さくなる。一方、開キヨ底透水層の有無について比較すると、透水層を有する方が、浸透が抑制され、内部境界面での水頭ポテンシャル分布は一様に大となり、開キヨに近い区間でその差が顕著に現われてくる。

内部境界面と浸出面との交点を原点とし、縦軸に水頭ポテンシャル H 、横軸に開キヨからの距離 x の対数をとって、水頭ポテンシャル分布を第4図に示す。

開キヨ境界 ($x = 0$) の影響および中央境界 ($x = s$) の影響の少ない、およそ $0.18 < x/s < 0.63$ の範囲内では、内部境界面での水頭ポテンシャル分布は、



第4図 内部境界面(下方)の水頭ポテンシャル分布

$$H = a + b \log x \dots\dots\dots(5)$$

なる関数にて表わされる。透水係数の異なる2種の土層 ($K_1 < K_2$) で成層序列の組合せを変え、水位条件が $h/d = 0.2$ と $h/d = 0.6$ の場合について検討した。また、内部境界面の位置は土層表面から37.5cmの深さにあつて、境界面の上部の透水係数 K_u と下部の透水係数 K_l との比は、それぞれ、2.0, 1.0, 0.5である。したがつて、 $h/d = 0.2$ の場合には、内部境界面は開キヨ水位の上方にあり、 $h/d = 0.6$ の場合には、逆に開キヨ水位の下方にある。第4図から明らかなように、水位低下につれて a の値は小さくなり、 b の値は大きくなる。さらに、 K_u/K_l の比に注目すると、同一水位では、 K_u/K_l が大なるほどポテンシャルの値が大となる傾向にあるが、 $h/d = 0.6$ の場合には、その傾向が逆転している場合もある。したがつて、内部境界面での水頭ポテンシャル分布は、多くの因子によつて複雑に変化しているので、(5)式の係数 a , b の値を決定するのが困難である。

(4) 均一等方性土層に対する数値解

均一層の横浸透流を解く場合、土層表面のタン水深を無視し、土層の透水性が等方性であると仮定すれば、解析解として、Kirkhamの式、(3)式によつて、水頭ポテンシャル分布が求まる。また、数値解として緩和法や有限要素法によつても容易に水頭ポテンシャルが求まる。

i) 緩和法

緩和法は、対象とする領域に等間隔の網目を設けて、その格子点に推定値を与え、これについての差分式を作り、推定値を逐次計算する方法である。土層内の水頭ポテンシャル H_{ij} は隣接する4点から求まり、第 k 近似の値 $H_{ij}^{(k)}$ から第 $(k+1)$ 近似の値を

$$H_{ij}^{(k+1)} = [H_{i-1,j}^{(k)} + H_{i+1,j}^{(k)} + H_{i,j-1}^{(k)} + H_{i,j+1}^{(k)}] / 4 \dots\dots\dots(6)$$

で求めていくのが緩和法の原理である。しかし、格子点が多くなると、収束が悪くなるので、加速係数を用い、この加速係数を修正していく逐次式加速緩和法を用いた。

ii) 有限要素法

いま対象とする横浸透流を有限要素法で解くということは、端的に表現すれば、均一等方性土層に対する定常飽和浸透流の基本式(1)式と等価で最小化を必要とする汎関数

$$\Pi = \int \int \frac{1}{2} [(\frac{\partial H}{\partial x})^2 + (\frac{\partial H}{\partial y})^2] dx dy \dots\dots\dots(7)$$

について、土層内に設定した三角形要素内で H を一次式で表わせるものと仮定し、 Π の値が最小になるように、各節点の H の値を求めることに帰する。

有限要素法は、緩和法に比べて節点座標や要素番号など、電子計算機への入力がかかなりめんどうであるが、境界値の設定が比較的容易である。また、多元一次連立方程式をガウス消去法等によつて解くわけであるが、要素数を増やして精度を上げようとする、記憶容量や計算時間を多く必要とする。しかしながら、有限要素法は緩和法のように逐次計算法ではないから、対象とする領域を分割して計算することができ、比較的小型の電子計算機でも精度を上げることができる。

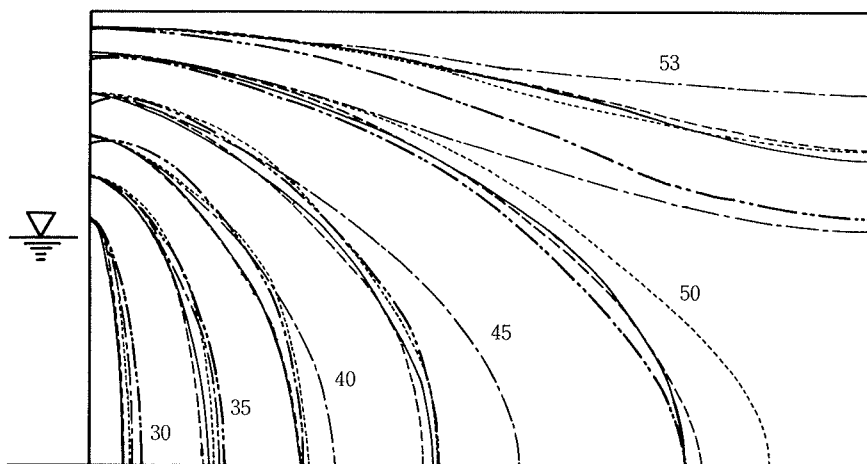
iii) 数値解析値と実験値との相互比較

均一等方性土層に対する数値解の精度について、同一の境界条件(2)のもとで、有限要素法、緩和法による値と実験値とを第5図に示し、比較検討した。Kirkhamによつて得られた解析解で、(3)式の15項 ($m=15$) まで計算した値(A)、有限要素法で要素数を18に設定して求めた値(B)、有限要素法で要素数を36に設定して求めた値(C)、対象とする土層を縦22等分、横38等分に分割して逐次式加速緩和法で求めた値(D)、サンドモデルによる実験値(E)、とをそれぞれ比較した。

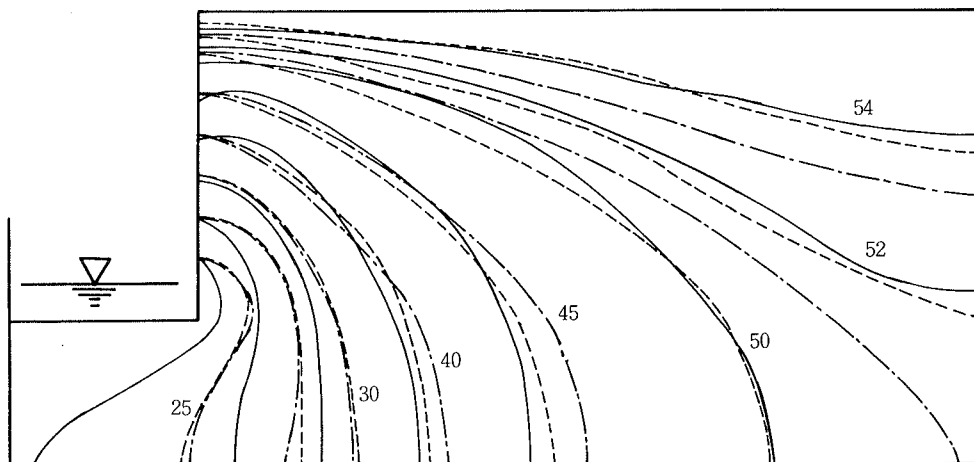
まず、解析解(A)と他の数値解(B)、(C)、(D)を比較検討すると、要素数36の(C)と解析解(A)とは、土層全域に対して等ポテンシャル線が全く一致しているが、要素数18の(B)と解析解(A)とは、土層下部の開キヨから離れた領域で差異が認められる。さらに、緩和法(D)と解析解(A)とは、それ以上に差異が認められる。緩和法の場合、格子間隔が2.5cmであるが、格子間隔が大きくて、有限要素法よりも精度が悪いようである。有限要素法では、要素数によつて精度が左右されるから、どの程度の要素数で実用的に許容されるかが問題となる。要素数36の(C)は解析解(A)と良く一致していることから、マクロな意味で等ポテンシャル線を検討するには、要素数36で十分である。しかしながら、開キヨ側に近い領域では、浸透速度が大となり、等ポテンシャル線が密になるため要素数を増す必要がある。

つぎに、解析解(A)と実験値(E)とを、水位条件を変え、等ポテンシャル線について比較した。解析解の(3)式はタン水深を考慮していないため、水位差に対してタン水深が無視できない場合、つまり開キヨ水位が高い場合には土層の上部で差異が認められる。また、開キヨ水位が低い場合には、土層の上部では等ポテンシャル線が全く一致するが、下部で開キヨ側に近い領域では、実験によるポテンシャルが小さくなる傾向にある。

有限要素法は、対象とする領域が長方形でない場合についても容易に解くことができる。開キヨ底透水層を有する場合について、有限要素法で求めた値(G)と実験値(F)と比較し、第6図に等ポテンシャル線図を示した。

第5図 等ポテンシャル線図($h/d=0.5$)

- (A) Kirkhamによって得られた解析解($m=15$)
- - - - - (B) 有限要素法による値(要素数18)
- - - - - (C) 有限要素法による値(要素数36)
- - - - - (D) 逐次式加速緩和法による値(格子点 22×38)
- - - - - (E) サンドモデルによる実験値



第6図 開キヨ底透水層を有する等ポテンシャル線図

- (F) サンドモデルによる実験値
- - - - - (G) 土層表面のタン水深を無視した有限要素法による値
- - - - - (H) タン水深を考慮した有限要素法による値

この場合、土層表面の水頭ポテンシャルの値として、タン水深1.5cmを考慮して有限要素法で求めた値(H)も検討した。土層の上部では、タン水深を考慮した場合(H)の方が実験値(F)とよく一致していることに注目すべきであ

る。すなわち、数値解析によって成層横浸透流を把握する場合、有限要素法では適切な境界条件を与えると精度の高い解が得られることが認められる。

あ と が き

以上のように、土層表面がタン水している定常飽和横浸透流について、開キヨ底透水層の有無、成層序列の組合せ、開キヨ水位条件などによって、サンドモデル実験を行い、浸透量、地表面からの浸入速度分布、内部成層境界面での水頭ポテンシャル分布について考察した。また、均一等方性土層の場合、サンドモデル実験の結果と、有限要素法、緩和法による数値解析とを比較し、等ポテンシャル線について考察した。

1) 浸透量は、第2図に示すように、同一水位条件では、開キヨ側から土層厚さの2倍の距離までの土層における透水条件によって支配される。また、浸入量累積率の実験結果から明らかのように、開キヨの影響が顕著であるのは、開キヨからの距離が土層厚さに等しい区間であり、この区間では浸入量累積率が約75%もあり、水頭ポテンシャル分布の挙動が重要である。

2) 浸入速度分布は、第3図に示すように、同一成層において開キヨ側が最大となり、その減少率は開キヨから離れるにつれて小となる。また平均浸入速度の位置は、開キヨ水位の低下につれて開キヨから離れた地点へ移動する。

3) 水平成層の場合、内部境界面における水頭ポテンシャル分布は、浸出面側および相対する開キヨ間隔の中

央における境界の近傍を除いて、第4図に示すように、水頭ポテンシャル H と開キヨからの距離 x との間には、 $H = a + b \log x$ なる関係が見出せた。しかし、この係数は種々の要因に影響され、その係数を物理的条件から決定する一般的関係を見出すには至らず、これらについては今後検討を要する。

4) 開キヨ底に透水層を有する場合や水平成層の場合には解析解が困難であり、数値解析に頼らざるを得ない。しかしながら、境界条件の設定が適切であれば、数値解で十分な精度の解が得られる。とくに有限要素法は、実験値とも良く合致し、現実に近い複雑な境界条件のもとで、このような浸透流解析に大きな力を発揮する手法である。

なお、本計算には鳥取大学TOSBAC-3400モデル21を使用したことを付記する。

文 献

- 1) 田辺邦美・野村安治：農土研別冊，6 1～7 (1963)
- 2) 内田茂男：土木論集，16 59～66 (1953)
- 3) 長堀金造・三野 徹：岡大農報，41 79～84 (1973)
- 4) Kirkham, D. : *Trans. A. G. U.*, 31 (3) 425～430 (1950)