

下降傾斜管内の跳水現象に関する基礎的研究

I : 単一跳水現象に対する運動量原理の適用

井 上 光 弘

(鳥取大学農学部農業水利学研究室)

FUNDAMENTAL STUDIES ON THE HYDRAULIC JUMP IN CIRCULAR CONDUITS WITH DOWNGRADE SLOPES

PART I :

Application of the Momentum Principle for a Single, Steady Hydraulic Jump

by

Mitsuhiro INOUE

(Department of Irrigation and Drainage Engineering, Faculty of Agriculture, Tottori University)

When an air pocket is formed at the summit of a pipe line or in circular conduits with downgrade slopes, the conduit allows only partial flow and a hydraulic jump usually occurs at the end of the air pocket. The jump in a closed conduit can be analyzed by the use of the momentum principle in much the same manner as is done with an open channel jump.

This paper presents a one-dimensional momentum equation which takes a term of air pocket pressure into the momentum principle, and verifies the momentum relationship by which data on the hydraulic characteristics of the single, steady hydraulic jump in sloping circular conduits can be correlated.

I. ま え が き

最近、畑地カンガイ事業やホ場整備事業に伴って、わが国の農業用水路も、大型農作業機械の運行上の障害除去、悪水汚水の流入防止、水管理の自動化などの有利な条件をもつパイプライン方式へと移行する傾向にある。さらに、幹線用水路そのものが、小口径管路から大口径管路へと、また低水頭の利用から高水頭の利用へと変わるにつれて、パイプラインの設計施工に、より高度な技術が要求されるようになった。しかも、農業用管路で

は、カンガイ期、非カンガイ期があるため、管内に空気が存在する可能性が増し、送水能力の低下や通水時の破壊など、送水管内の空気の影響を見のがすわけにはいかなかった。たとえば、管内に空気が混入あるいは残留する理由として、J.E.Lescovich¹⁾も述べているように、

(1) パイプラインを満流させる過程において、管内に存在していた空気は、管路の頂部や、断面の大きさや形が変化する部分に、残留する。

(2) 動水コウ配線が、管路縦断線以下になるような負圧域では、不良な継手部分（正圧なら漏水する）から、空気が管内に侵入してくる。

(3) 下降傾斜管内で、自由水面をもって、滝のように流れる状態では、その下流で跳水現象が起り、白濁流となって、多量の空気を下流に連行する。

(4) 部分開したゲートの下流側で生ずる跳水現象によって、空気が混入される。

(5) 取水口の水位が低い場合には、渦作用によって、空気が取水口の中へと引き込まれていく。

(6) 揚水ポンプの渦作用によって、流水の5~10%の空気がパイプラインの中へ圧送される。

(7) 水の中に溶解していた空気は、管内の水温上昇、あるいは圧力低下する所で、自由空気として、流水中に放出される。

などが列挙されるが、管内の空気は、とくに下降傾斜管内にエアポケットとして存在する場合は、大きな水頭損失の原因になることが知られている。そこで、下降傾斜管内の流動現象に注目して、実験的考察を行なった。

用水が、開水路から逆サイホン内に流入する場合に、そのトランジションや、下降傾斜管内で、種々の複雑な水理現象が観察されるが、たとえば、流量が少ない場合には、開水路の水深は低くなるため、流水は管路内へ、Cascading flow（滝のようになって流下する流れ）となって流れ込み、その下流が満流していれば、その境界で、管内の跳水現象が観察される（このような場合には跳水が生ずる直前の気相の空気圧は、わずかに負圧であるか、あるいは、ほぼ大気圧付近である）。

一方、送水パイプラインで、Air Binding 現象によ

って集積した空気が、流水の抗力、気泡の浮力、壁面のセン断力、などの力学的関係で、下降傾斜管内に停滞し、より大きな安定したエアポケットが形成された場合には、そのエアポケットの下流端で、跳水現象が観察される（このような場合には、跳水が生ずる直前の気相の空気圧、つまり、エアポケットの空気圧は、その部分がサイホンでない限り、正圧である）。跳水現象のうちで、比較的、流量が少ない場合には、跳水によって連行された空気が、浮力による上昇作用と、跳水による渦作用によって、跳水部を循環するだけで、跳水の下流側には、連行空気の合体によって形成されるエアポケットが観察されず、全体として、跳水現象がただひとつだけしか存在しない場合がある。これを単一跳水現象、(Single Steady Hydraulic Jump) と呼ぶ。このような下降傾斜管内の定常的な単一跳水現象に対して、A.A.Kalinske ら²⁾ が解析に用いた運動量原理に、さらにエアポケット内の空気圧を考慮に入れて、一次元運動量方程式を誘導し、単一跳水現象に関するデータを、整理することを試みた。

II. 単一跳水現象の一次元モデル

Fig. 1 に示すような単一跳水現象の部分には、気泡がほとんど存在せず高流速で流れる領域（管の底部付近のクサビ形領域）、空気と水が混合し、渦が見られる領域（管の中央部付近の混相領域）、跳水の衝撃によるしぶきが見られる領域（管の上部付近でエアポケットとの境界領域）が観察される。ところが、跳水の渦作用などを解析して、単一跳水によるエネルギー損失などを算定するのは、非常に困難なので、跳水が生ずる直前の断面（以下、跳水直前断面という）と、跳水後の管底部の流速が衰えた所、つまり管底部での圧力測定値が最大を示す断面（以下、跳水後圧力最大断面という）とで、運動量原理を適用することによって、跳水による損失水頭を算定することを目的として、Fig. 1 のような単一跳水現象を Fig. 2 のように、一次的にモデル化した。

ここで、 Q_a は連行空気量 (cm³/sec)、 Q_w は水流量 (cm³/sec)、 θ は管の傾斜角度 (°)、 D は管径 (cm) であり、単一跳水の長さ L の定義として、跳水直前断面①は、水面

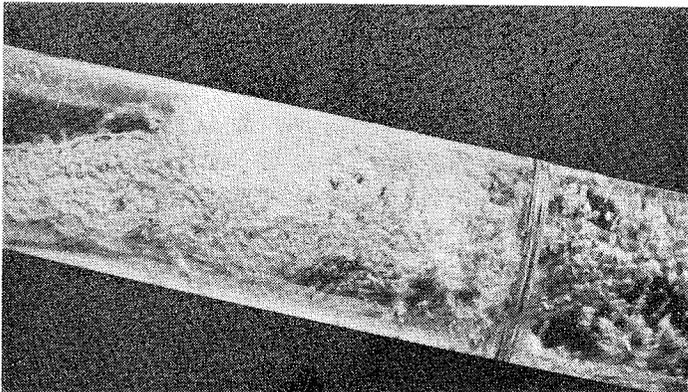
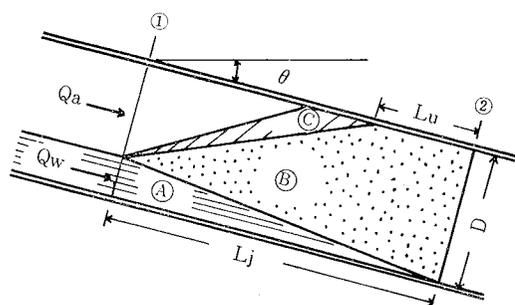


Fig. 1 Single, Steady Hydraulic Jump in Sloping Circular Conduits



- Ⓐ...A layer of water near the bottom in which only little quantities of air bubbles are carried.
- Ⓑ...An intermediate layer in which water and air can be considered as a homogeneous material.
- Ⓒ...An upper layer of air in which large water drops are in movement.

Fig. 2 One dimensional model of single, Steady Hydraulic Jump

の上昇開始点を観察して求め、跳水後圧力最大断面②は、管軸に沿って1 cm毎に設けたピエゾメーターの値を実験で測定して定め、それらの断面間の距離を、跳水下部の長さ L_j (cm) と定義し、それらの断面間の管の上部を見て、水の存在する長さを、跳水上部の長さ L_u (cm) と定義した。単一跳水の場合、跳水後圧力最大断面の決定が非常に困難で、圧力測定値の最大値が連続する場合には、その中央の位置や、跳水後で気泡の合体が確認できそうな地点などを参考にして、実験的に決定した。また、高流速で流れる液相Ⓐと、渦が見られる混相領域Ⓑとの境界を平面と仮定して、跳水の重さを算定したり、管壁に沿うようにならずに湾曲した水面を完全に水平と仮定して流積を求めて、平均流速を算定したり、跳水後圧力最大断面の混相領域に対しては均質混相流理論を用いて平均流速を算定した。

Ⅲ. 円形断面による諸量の計算

円形断面の半径 R と xyz 軸を Fig. 3 のようにとると、円の方程式 $z^2 + (y - R)^2 = R^2$ より、 $z = \pm \sqrt{2Ry - y^2}$ となり、断面①において、水面幅 B_1 、流積 A_1 は、

$$B_1 = 2\sqrt{2RY_1 - Y_1^2} \dots\dots\dots(1)$$

$$A_1 = 2 \int_0^{Y_1} \sqrt{2Ry - y^2} dy$$

$$= (Y_1 - R)\sqrt{2RY_1 - Y_1^2} + R^2 \arccos(1 - Y_1/R) \dots\dots\dots(2)$$

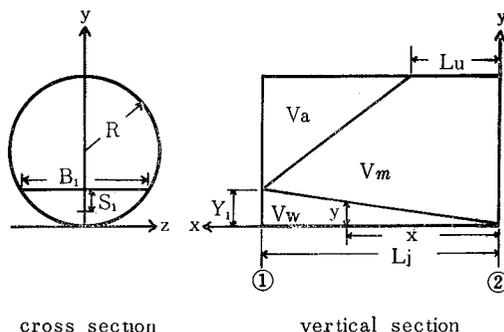


Fig. 3 xyz-system of coordinates at the sections 1 2

ここで、 R ; 管の半径 (cm) , B_1 ; 断面①での水面幅 (cm) , S_1 ; 断面①での水面から図心までの距離 (cm) , Y_1 ; 断面①での水深 (cm) , L_u ; 跳水上部の長さ (cm) , L_j ; 跳水下部の長さ (cm) , V_a ; 気相部分の体積 (cm³) , V_m ; 混相部分の体積 (cm³) , V_w ; 液相部分の体積 (cm³)

となり、これらは与えられた管径に対しては、 Y_1 のみの関数であるから、(2)式を $f_A(Y_1)$ とおくと、この流積に対する断面一次モーメント N 、および水面から図心までの距離 S_1 は

$$N = \int_0^{Y_1} 2y \sqrt{2Ry - y^2} dy$$

$$= -\frac{2}{3} (2RY_1 - Y_1^2)^{3/2} + R \cdot f_A(Y_1) \dots\dots(3)$$

$$S_1 = Y_1 - N/f_A(Y_1) \dots\dots\dots(4)$$

となる。これらは、管径 $D (= 2R)$ が与えられると、 Y_1 だけの関数として求められる。

また、跳水の重さを算定するために、断面①と断面②との間の体積として、液相の部分 V_w 、気相の部分 V_a 、混相の部分 V_m を計算する。まず、 V_w については、 $x : y = L_j : Y_1$ より、 $y = (Y_1/L_j) x$ を(2)式に代入すると、

$$V_w = \int_0^{L_j} A dx = \int_0^{L_j} \left[2 \int_0^{y} \sqrt{2Ry - y^2} dy \right] dx$$

$$= \frac{L_j (Y_1 - R)}{Y_1} \left\{ (Y_1 - R) \sqrt{2RY_1 - Y_1^2} + R^2 \arccos \left(1 - \frac{Y_1}{R} \right) \right\}$$

$$+ \frac{2L_j (2R - Y_1)}{3} \sqrt{2RY_1 - Y_1^2} \dots\dots\dots(5)$$

となる。これは、管径が与えられると、 L_j と Y_1 の関数となるので、(5)式は $f_v(L_j, Y_1)$ とおける。

次に V_a は、(5)式の L_j の代りに $(L_j - L_u)$ を、また Y_1 の代りに $(D - Y_1)$ を代入すれば求まるので

$$V_a = f_v(L - L_u, D - Y_1) \dots\dots\dots(6)$$

となり、 V_m については、円柱の体積から V_w と V_a を差し引けば求まるので、

$$V_m = 2\pi R^2 L_j - f_v(L_j - L_u, D - Y_1) - f_v(L_j, Y_1) \dots\dots\dots(7)$$

となる。上述の円形断面による諸量は、管径、水深、跳水の長さの関数として求まり、以下述べる運動量方程式の各項の計算に用いられる。

IV、運動量方程式

検査面①における全圧力を F_1 、全運動量を M_1 、検査面②における全圧力を F_2 、全運動量を M_2 、検査面①と②に囲まれた領域における跳水の重さを W 、壁面のマサツ力を F_f とすると、一般に、運動量の一次元方程式は

$$F_1 + M_1 = F_2 + M_2 - W \sin\theta + F_f \dots\dots\dots(8)$$

で与えられ、各項について説明すると、次のようになる。

1) F_1 について

全圧力 F_1 は、液相における全圧力 F_{w1} と気相における全圧力 F_{a1} との和で与えられるが、 F_{w1} の値は、気相の圧力、つまり、エアポケットの空気圧 P_a の値によって左右される。空気圧 P_a は、管底部の圧力測定値 p_1 より、近似的に、 $P_a = (p_1/\gamma_w - Y_1 \cos\theta) \gamma_w$ となる。ここで、 γ_w は、水の単位体積重量 (g/cm^3) である。さらに、液相内が静水圧分布であると仮定すると、水面から図心までの距離 S_1 を用いて、 $P_a = 0$ の場合の液相の平均圧力が、 $S_1 \cdot \cos\theta \cdot \gamma_w$ となるから、液相による全圧力 F_{w1} は、

$$F_{w1} = \{S_1 \cos\theta \cdot \gamma_w + (p_1/\gamma_w - Y_1 \cos\theta) \gamma_w\} A_1 \quad (9)$$

となる。気相による全圧力 F_{a1} は、管断面積を A_p (cm^2) とすると、 $P_a (A_p - A_1)$ となる。つまり、

$$F_{a1} = (p_1/\gamma_w - Y_1 \cos\theta) \cdot \gamma_w (A_p - A_1) \dots\dots\dots (10)$$

となる。したがって、全圧力 F_1 は整理して、

$$F_1 = \{p_1 - Y_1 \cos\theta \cdot \gamma_w\} A_p + S_1 \cos\theta \cdot \gamma_w \cdot A_1 \dots\dots(11)$$

となる。

2) M_1 について

全運動量 M_1 は、液相における全運動量 M_{w1} と気相における全運動量 M_{a1} の和で与えられ、運動量補正係数を、1.0とすると、それぞれ、 $M_{w1} = \gamma_w \cdot \overline{v_{w1}^2} \cdot A_1/g$; $M_{a1} = \gamma_a \cdot \overline{v_{a1}^2} (A_p - A_1)/g$ となる。ここで、 $\overline{v_{w1}}$ は、液相での平均流速 (cm/sec)、 g は重力の加速度 (cm/sec^2)、 γ_a は空気の単位体積重量 (g/cm^3)、 $\overline{v_{a1}}$ は気相での平均流速 (cm/sec) である。したがって

$$M_1 = \frac{\gamma_w \overline{v_{w1}^2} A_1}{g} + \frac{\gamma_a \overline{v_{a1}^2} (A_p - A_1)}{g} \dots\dots\dots(12)$$

となる。

3) F_2 について

ピエゾメーターの水位を水面と想定して、静水圧分布を仮定し、検査面②での混相流の平均単位体積重量を、 $\overline{\gamma_m}$ (g/cm^3) とすると、断面②に作用する全圧力 F_2 は、円形断面の中心が図心であるから、図心での圧力、つまり平均圧力と、管断面積 A_p との積で与えられる。したがって、管底部の圧力測定値を p_2 (g/cm^2) とすると、円形断面の中心での圧力は、 $p_2 - R \cos\theta \cdot \overline{\gamma_m}$ となるから、

$$F_2 = (p_2 - R \cos\theta \cdot \overline{\gamma_m}) A_p \dots\dots\dots(13)$$

となる。

4) M_2 について

断面②における全運動量 M_2 は、混相流の平均流速を、 $\overline{v_m}$ (cm/sec) とし、運動量補正係数を1.0と仮定すると、

$$M_2 = \frac{\overline{\gamma_m} \cdot \overline{v_m^2} \cdot A_p}{g} \dots\dots\dots(14)$$

となる。ここで、 $\overline{\gamma_m}$ 、 $\overline{v_m}$ は気水混相流を均一単相流 (水と空気は一緒に混合して、水と空気との相対速度がない流れ) としてモデル化し、均質流理論の関係式より求めることができる。すなわち、混相流の流量を Q_m (cm^3/sec) とすると、質量保存則より、 $Q_w \gamma_w + Q_a \gamma_a = Q_m \gamma_m$ となり、また、水と空気との相対速度がないことから、 $Q_w + Q_a = Q_m$ となる。さらに、気体体積率を $\beta (=Q_a/Q_w)$ とすると、 $Q_a = \frac{\beta}{1+\beta} Q_m$ 、

$$Q_w = \frac{1}{1+\beta} Q_m \text{ なる関係式が得られる。 したがって}$$

$$\begin{aligned} \overline{\gamma_m} &= (\gamma_a Q_a + \gamma_w Q_w) / Q_m \\ &= \gamma_a \frac{\beta}{1+\beta} + \gamma_w \frac{1}{1+\beta} \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

となる。

また、混相流の平均流速 $\overline{v_m}$ は、

$$\overline{v_m} = Q_m / A_p = Q_w (1 + \beta) / A_p \dots\dots\dots(16)$$

で求められる。

5) $W \sin \theta$ について

跳水の重さ W は、液相領域の重さ W_w 、気相領域の重さ W_a 、混相流領域の重さ W_m 、の和として与えられる。つまり、それぞれの体積が、(5)式、(6)式、(7)式より、液相部分の体積 V_w 、気相部分の体積 V_a 、混相部分の体積 V_m 、として求まるから、跳水の重さは、それぞれの領域での単位体積重量をかけて、 $W_w = V_w \cdot \gamma_w$ 、 $W_a = V_a \cdot \gamma_a$ 、 $W_m = V_m \cdot \overline{\gamma_m}$ となり、したがって、跳水の重さの管軸方向の成分は、

$$W \sin \theta = \{V_w \cdot \gamma_w + V_a \cdot \gamma_a + V_m \cdot \overline{\gamma_m}\} \sin \theta \quad (17)$$

となる。

6) F_i について

壁面のマサツ力は、厳密には無視できないけれど、管壁の底部では、マサツせん断力は上流側に働き、上部では、跳水の渦作用によって逆流部分が生じ、マサツせん断力は下流側に働くなど、非常に複雑であるにもかかわらず、実験供試管が水理的に滑らかである。したがって、管路底に平行なすべての有効な力を考えるとき、絶対値も小さく、また一方向だけでないので、壁面のマサツ力 F_i を無視することにする。

V, 実験方法と計算手順

実験装置には、流量自動制御装置を主体とした循環水路系を用い、流量は高水槽から自然流下させ、オリフィス流量計で測定した。実験供試管には、内径92mmの透明塩ビ管を使用し、圧力測定装置としては、この実験管の底部に管軸に沿って、10mm毎に内径1mmのピエゾメータニップルを設け、単管マンメーターによって、管内の静水圧を測定した。一方水深 Y_1 は、検査面①での管壁に沿った潤辺 M_L を測定し、管の内径を D 、外径を D_0 としたとき、

$$Y_1 = \frac{D}{2} - \frac{D}{2} \cos \left(\frac{M_L}{D_0} \right) \dots\dots\dots(18)$$

なる式で求め、また、流速は流量 Q_w を流積 A_1 で除して、平均流速 $\overline{v_{w1}}$ として求めた。

実験によって、水温、オリフィス流量計の差圧、断面

①での潤辺、エアポケット内の空気圧、跳水上部の長さ、跳水下部の長さ、断面①、②でのピエゾ水頭および位置水頭、以上10個の物理量を測定し、次のような諸量を計算した。すなわち、オリフィス流量計の差圧から求めた流量 $[Q_w]$ 、潤辺より(18)式で求めた水深 $[Y_1]$ 、ピエゾ水頭と位置水頭より求めた圧力水頭 $[h_1/r_w]$ 、 $[h_2/r_w]$ 、エアポケット内の空気圧と水温より求めた空気の単位体積重量 $[\gamma_a]$ 、跳水の長さ位置水頭の差より求めた管の傾斜角 $[\theta]$ 、水理水深 $(Y_D = A_1 / B_1)$ を水理特性長として定義したフルード数 F_R より $\beta = 0.0066 (F_R - 1)^{1.4}$ なる Kalinske らの式で求めた気体体積率 $[\beta]$ 、跳水の長さ水深より(5)式、(6)式、(7)式を用いて計算された跳水の重さ $[W]$ 、水温によって決まる水の単位体積重量より(8)式を用いて求めた混相流の単位体積重量 $[\overline{\gamma_m}]$ の諸量である。

VI, 実験結果

これらの諸量より、(1)式から(17)式の各式に代入して計算したものと、水の単位体積重量 γ_w を水温によらず近似的に $1.0 g/cm^3$ と仮定し、空気の単位体積重量 γ_a を無視して、各項を計算したものとを比較した結果、ほとんど差異が認められなかった。したがって、 $\gamma_w = 1.0$ 、 $\gamma_a = 0$ として諸量を計算し、(8)式の運動量方程式の左辺 $(F_1 + M_1)$ と右辺 $(F_2 + M_2 - W \sin \theta)$ を両座標にとってプロットすると、Fig. 4 のような結果を得た。

VII, あとがき

運動量原理の適用は、開水路の跳水現象などには、よく用いられる手段である。管内跳水現象に適用した研究としては、E. W. Lane と C. E. Kindsvater³⁾ が、水平管に対して、また、A. A. Kalinske⁴⁾ が、傾斜管に対して、初めてであろう。筆者は、下降傾斜管内跳水現象に適用し、とくに、エアポケットの空気圧が、大気圧以上の場合に対して、傾斜角を、6.0°、8.5°、10.5°、11.5°、19.5°、23.5°、26.5°、の7種類について実験を行なった。Fig. 4 から明白なように、5%誤差以内で、一対一の直線上にのり、これによって、エアポケット内の空気圧を考慮に入れた管内跳水現象に関する実験データが、均質流理論を用いて、運動量原理によって相関づけられることが立証された。

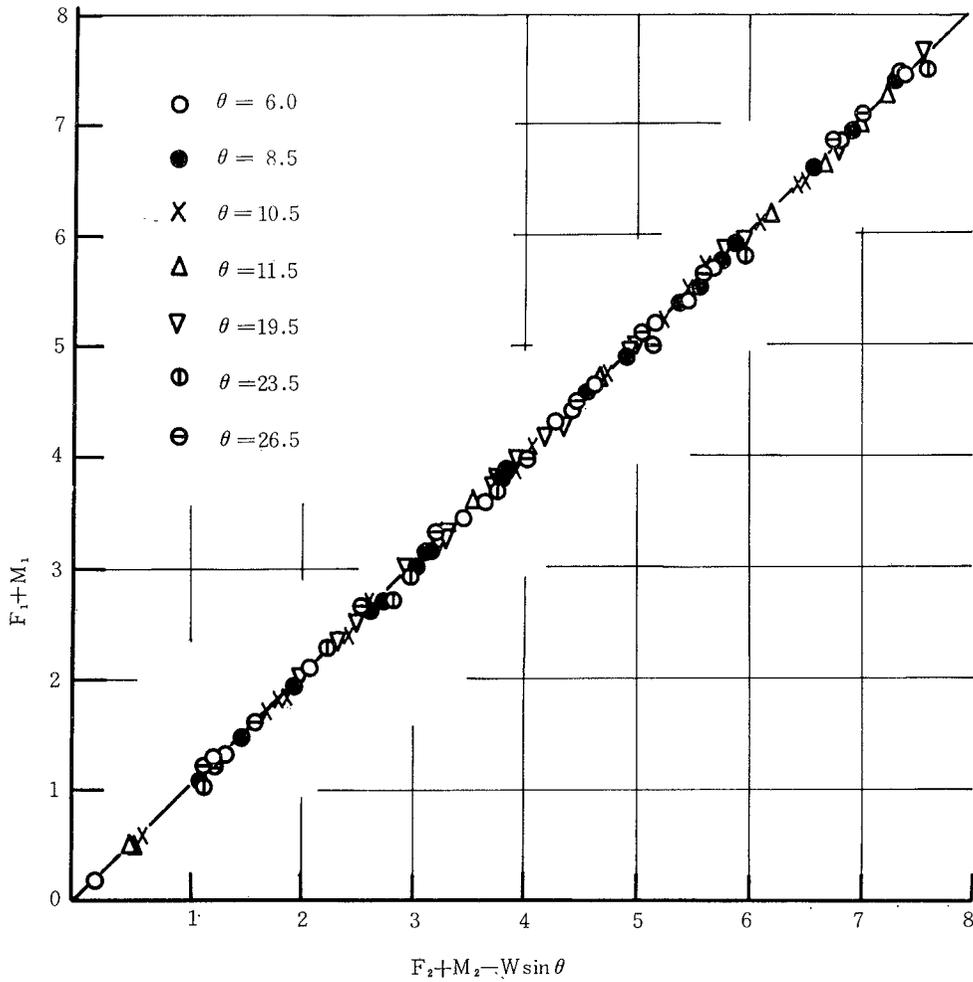


Fig. 4 Verification of Momentum Principle (1000g)

文 献

- 1). Joseph E. Lescovich : Locating and Sizing Air-Release Valves, *Journal AWWA*, 457—458 (July 1972)
- 2). A. A. Kalinske and J. M. Robertson : Closed

Conduit Flow, *Proceedings ASCE*, 1141—1153 (Sep. 1942)

- 3). E. W. Lane and C. E. Kindsvater : Hydraulic Jump in Enclosed Conduits, *Engineering News-Records*, 815—817 (Dec. 1938)