

問いの生成を軸とした探究型学習(第2学年)

～図形領域における SRP～

小出 智栄子

鳥取大学附属中学校 数学科

E-mail: koide_ci@tottori-u.ac.jp

Chieko KOIDE(Tottori University Junior High School): **Inquiry-based learning (the second grade) centering on generating questions. —SRP in the argument unit —**

要旨 — 本研究の目的は、生徒の主体的な学びの実現に向けて具体的な方策を提案することである。生徒が問いをもって学ぶ探究型授業のモデルとして、SRP（‘Study and Research Paths’）を研究の視座としておいた。探究にはどのような教材が適している、その時教師はどのような支援をする必要があるかを明らかにするために、2種類のSRPを意識した授業を開発・実践した。検証のためにはQAマップを用いた。結果、タレスの方法と直角三角形の合同条件について教材化ができた。授業実践の様子とそこから見つかった更なる課題を報告する。

キーワード — 探究型学習, SRP, タレスの方法, 直角三角形の合同条件, QAマップ

Abstract — The aim of this study was to present concrete measures for the sake of the realization of students’ proactive learning. I focused on SRP（‘Study and Research Paths’） as a model of exploratory learning in which students learn with self-generated questions. To reveal what study material is suitable in exploratory learning and what type of teacher’s help is needed on the occasion, I tried to develop and performed classes in conscious of two types of SRP. I used QA map for the test. As a result, I obtained educational materials for the Thales’ theorem and conditions of congruency of two right-angled triangles. In this article. I report classes performed and further problems to solve that were available from the practice.

Key words — exploratory learning, SRP, Thales’s method, conditions of congruency of two right-angled triangles, QA map

1. はじめに

1.1. 研究のねらい

新学習指導要領において、教科の制限を越えて育成すべきコンピテンシーが強調されており、教科横断的な視点の必要性を読み取ることができる。

教科教育では、真正な学び（authentic learning）の重要性が高まっており、生徒が問いを生み出す主体的な学び、そして探究への注目が高まっている。これらのことから昨年度は単元や領域、教科の制限を越え、教室の外、学校の外で利用される知識や力をつなげた数学的活動のより一層の充実を図ることを目指し、「問いの生成を軸とした探究型学習」をテーマに設定した。

昨年度はChevallardが提案する教授人間学

理論（Anthropological Theory of Didactic 以下ATD）における世界探究パラダイムに基づいた学習論‘Study and Research Paths’（以下、SRP）とよばれる探究活動を参考にし、授業設計・実践を行った。昨年度の課題として、当該学年の単元の中での授業を構築することができず、幅広い探究場面になってしまった。本年度は継続研究を行い、中学2年生単元で日頃の授業に組み込める探究型学習を旨として授業設計を行う。

本校では日頃より問題解決学習に取り組んでいる。多様な解法が生まれ、領域を越えた考え方が生まれたりする問いの設定を考え、生徒自身の力で思考を進めるための支援の言葉を吟味して取り組んできた。振り返って見たところ、多くの生徒が困難を克服しながら課題

に取り組んできた」と評価できた。期待される数学的活動に至らない生徒や課題解決に有効でない活動に取り組む生徒に対しては教師が準備した支援を施してきた。それでも自身の考えを変容させることなく、固執する場合は課題として考えられた。また、以前有効であった手段に固執してしまう場合もある。

生徒が主体的に取り組むにつれ、問いを生み出して前に進むための教師の支援の在り方についても本研究の中で向き合っていきたいと考える。

2. 今年度の実践

2.1. 研究課題の設定

本研究での課題は以下の通りである。

RQ1: 探究を可能にする教材とはどのようなものか。

RQ2: 探究的な態度を育成するためにどのような支援が考えられるか。

2.2. SRP について

SRP は研究者が知識を生み出すような探究の過程がモデルとなっている。その過程では、既存の知識や解法をその存在理由も知らぬまま、単に教わるのではなく、問いに答えを与えようとする過程で必要となるものを存在理由を伴って生徒が随時学習するのである。

この過程は既存の知識と問題解決や知識や手段の創造の往還であり、問いと答えの往還であるとされている。様々な探究の形がある中で、次のような SRP の形態が考えられる。

オープンな SRP :

(探究がどこに行くか事前に決めずに進める SRP)

目的づけられた SRP :

(何らかの教えるべき対象が存在し、それが探究の過程で生じるように設定した SRP)

また、最初の問い(イニシャルクエスチョン)は問いを生成することができる強力なものでなければならず、有する条件として、

- ① 数学的合法性 mathematical legitimacy
- ② 社会的合法性 social legitimacy
- ③ 機能的合法性 functional legitimacy

の3つを挙げられている。これら SRP についての視点を踏まえて学習場面を考えていくこととする。

2.3. 研究の手順

本研究は

・オープンな SRP ・目的づけられた SRP の2通りの授業設計を目指して取り組む。

その方法としては

- (1) 先行研究を調べる
- (2) 授業プラン (QA マップ) の作成

QA マップは萩原 (2018) が最初の問い

(イニシャルクエスチョン: Q_0) に対する最終的な回答 (A_0) までの問いと回答の往還をアプリアリ分析するために図にまとめたものである。本研究では探究の予想を教師が事前に予測するための手段としてこの図を扱うこととする。

- (3) 先行研究より 板書について
- (4) 授業の実際
- (5) 今後の課題 生徒に期待する問い

3. オープンな SRP について

3.1. 先行研究より タレスの方法

まず、SRPの可能性を教科横断型の授業に求めた。小池らは宇宙分野への興味関心を喚起すること・宇宙開発に関する多様な側面を中学生に見せることで、宇宙開発利用全般を支える体制・制度等の強化することを目ざし、天文学者や情報技術者の仕事を知る授業を開発した。次のように選択数学における3時間に渡る教材が開発されている。

1 時間目: タレスの仕事 (測量クイズ)

- ・川をはさむ家の距離を測ろう
- ・ピラミッドの高さを測ろう

2 時間目: 三角測量

- ・星の観察実験

3 時間目:

- ・星の観察実験

上記のように宇宙観測の技術の基になっている方法を疑似体験によって知り、方法のみならず天文学者の生き方や誤差やデータ処理の工夫について学んでいる。さらに、小池らはこれらの学習の中で、宇宙教育の発展を数学教育の中で果たそうとしている。

この中のタレスの方法に着目すると、①三角形を基にして距離を測る技術の根拠として三角形の合同があり、数学が根拠としてある。②社会的合法性として、タレスの方法を含む測量技術が基となり、宇宙技術までの発展をもたらすことがあり、様々な分野と関係を持つことは明らかである。最後に、タレスの方法はそのま

ま現代に残っておらず、発展の余地を持つことから③機能的合法性を有していると考えられる。また、その発展の幅の広さにオープンなSRPを可能にすることが期待できる。

数学教育の中で、タレスの方法が教材化された例の1つとしては平成23年度 全国学力・状況調査の問題を活用した授業アイデア例(国立教育政策所)がある。この場合、練り上げ場面では証明をよむ活動につながられている。証明をよむ活動が新たな知識や技術の発見に有効であることはこれまでの多くの研究で明らかである。その面においても③機能的合法性を有していると考えられる。

3.2. 授業プラン(QAマップ)の作成

タレスの方法

まず、本教材は平成23年度全国学力・状況

調査の問題を活用した授業アイデア例(国立教育政策所)を参考に中学校2年生『図形の調べ方』で行うことにした。

本教材は、歴史の発展をオープンなSRPと捉えて授業設計を行った。SRPでは、Q₀のわずかな表現の違いで探究の様相が変わることが昨年の研究で明らかになっている。その上で、一つの問いを解決した後も発展が期待するオープンなSRPを可能にするため、次のQ₀を設定した。

Q₀: 測量の歴史について考えよう

歴史という言葉を使うことで、人類がたどった知の発展と教室の中の探究が重なるように期待した。

Q₁: 昔の人はどうやって距離を測った?

Q₂: 海や川をはさんで距離を測るには?

などのサブクエスチョンを繰り返しながら、

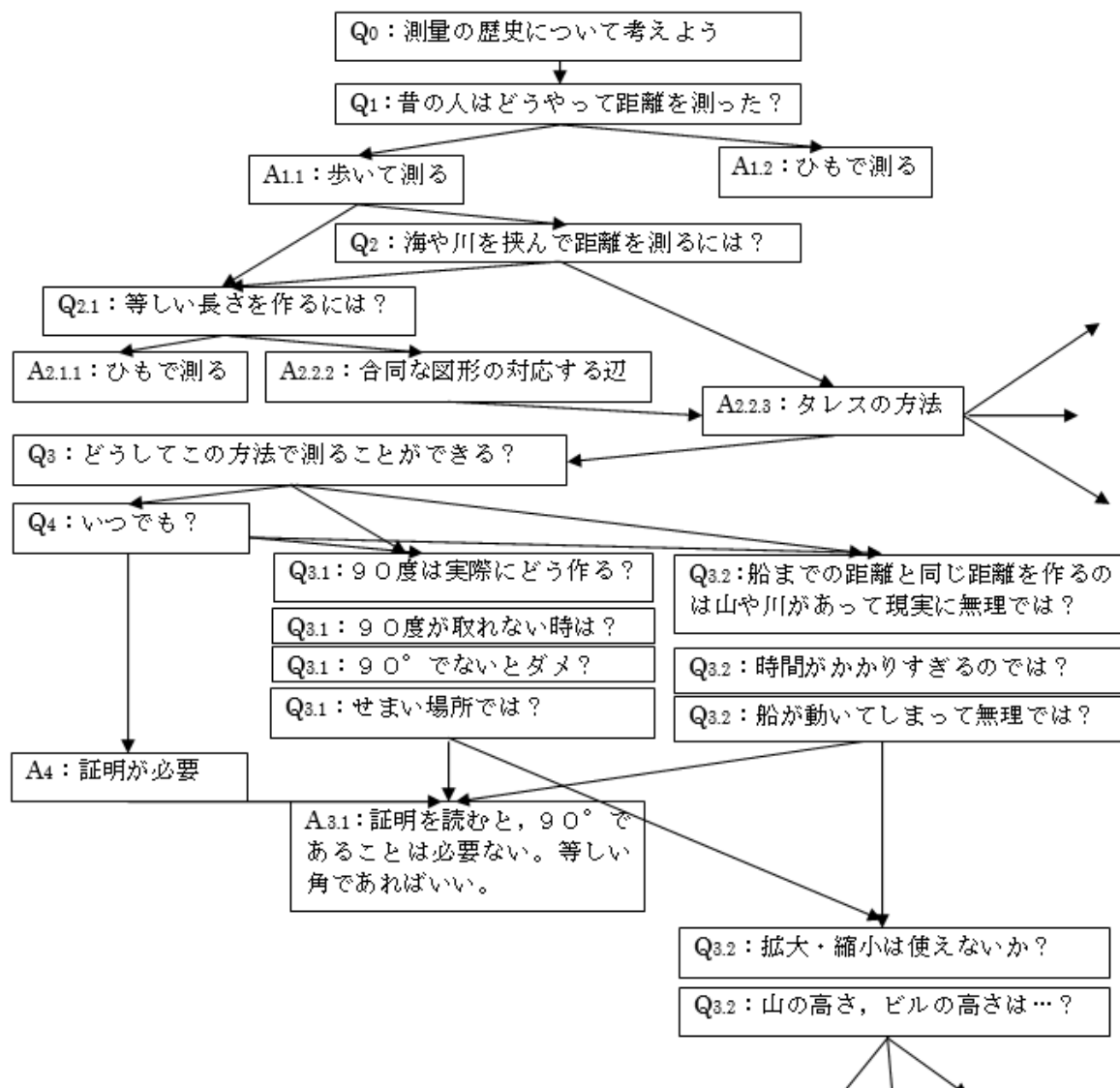


図1 QAマップ タレスの方法

測量の基となる知識を生み出していくのではないかと考えた。

長さを測るという考えを発展させ、長さを測るために同じ長さを作る発想がタレスの方法であるが、これを生徒に期待することが難しい。SRP では問いに答えるためにインターネット検索や書籍を探すなどして生徒が調べることが想定されているが、その場合は複数時間の授業が必要になる。

この中で、Q_{3.1}は証明を読む必要性に繋がるサブクエスチョンである。これらはタレスの方法を再現する際に生徒から生まれるつぶやきとして現れるのではないかと想定される。

これらは「もっと良い方法はないか?」とタレスの方法を洗練させることに繋がるはずであるため、生徒の中に自然と証明をよむ必要が生まれると考えられる。QA マップを作ったことで、この教材は知識を生み出す SRP としての流れが十分に認められると確認できた。

また、Q_{3.2}は距離についてのサブクエスチョンである。これもタレスの方法を洗練させる問いになると捉えられる。これについては小学校単元の拡大・縮小、中学校3年単元の相似に繋がり、発展していく。このことから生徒によってどこに探究が続いていくかわからないオープンなSRPとして適切な教材であると確認できた。

3.3. 授業の実際 タレスの方法

導入部分で海や川をはさむ測量については、船と陸をロープなどでつなぐというような予想が出てきたが、問題解決には至らない。よって、タレスの方法を教師から紹介し、ワークシートを用いて作図をすることで理解を進めることとなった。

作図をする中で、

Q₃: どうしてこの方法でできる?

Q_{3.1}: 90° は実際にはどう作る?

Q_{3.1}: どっち向きに 90° をとったらいい? というサブクエスチョンは会話やつぶやきとして表出していた。教室の至る所で同じ会話

生まれていたので共通認識として良いと判断した。これを全体で共有するには、教師が介入する必要があると考え、証明をした後に、「タレスの方法の問題点や改善点は?」と問うことになった。それに対し、生徒は発表として Q_{3.1}, Q_{3.2} を表出した。それに対する解答として、A_{3.1} が出たため、証明をよむことが自然とできた。

QA マップで授業を振り返ると、教師が介入した部分はタレスの方法を紹介する場面と、サブクエスチョンの扱いについてであった。

QA マップで想定していなかったが、生徒が生み出した問いは以下の通りである。

- ・タレス以後の測量者の存在について
- ・サッカー部がグラウンドにきれいに 90° を作るには?

特に 90° の作図については 1 年生単元の垂線の作図を復習する機会や、3 年生単元の三平方の定理を学ぶ必要に繋がるものである。生徒の問いを軸に新たな知識を学ぶ意義を見出すことができる教材であると感じた。

4. 目的づけられた SRP について

4.1. 先行研究より 直角三角形の合同条件

藤原が授業実践している教材を参考にした。直角三角形をいろいろと移動させ、くっつけて考えることで、直角三角形の合同条件を生み出していく活動である。この授業の中で直角三角形の合同条件が生み出されていく様子は、生徒の試行錯誤が数学的な知識を生み出しており、目的づけられた SRP であると言えると考えた。

指導案では、導入部分で教師が意図的に生徒の発想を誘導しているとの記述があり、授業のねらいに沿っていない意見を調整している。教師が誘導したこの場面で、生徒が生み出した問いを落とさず拾い上げながらも、授業の流れを維持できないかと考えた。

4.2. 授業プラン (QA マップ) の作成 直角三角形の合同条件

まず、QA マップを作成し、藤原が授業で意

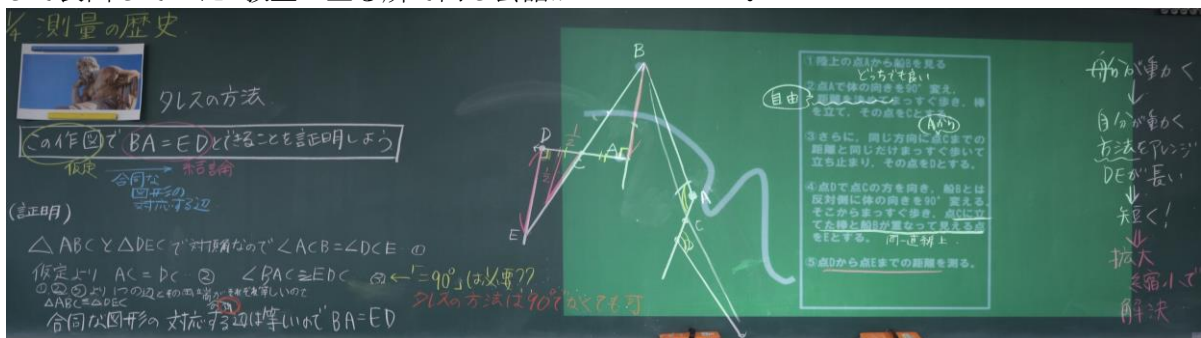


図2 タレスの方法

図的に省いた部分や全体を誘導した部分を検証する。

生徒がこの課題を解決するためには2種類の補助線が考えられ、その1つがA2.2.1(DC)である。この補助線は本時のねらい(直角三角形の合同条件を導くこと)と離れるため藤原自身が取り扱わなかったと記述している。

補助線DCは、二等辺三角形を用いた証明のために使われる線である。授業の単元構成を二等辺三角形の後に直角三角形としているため、この発想は自然な流れであり、省くことが不自然である。

同時に、本授業のねらいに沿う補助線AEでは、一見して合同の証明ができない。通常、証明ができそうになれば、諦めて反例を探したり、別の解法を探したりするのが予想される。藤原が省いたA2.2.1を残しておけばA2: DE=CEが生まれる。このことから、必ず2つの三角形が合同であることは自明となる。生徒の中に、どうかすれば証明ができるのではないかと問いと期待が生まれQ2.4, Q2.5が強く繋がっていくと考えた。このサブクエストンは直角三角形の合同条件を証明する必要性とも言える。

次に、色々と図形を移動させる途中で、A2.5.2

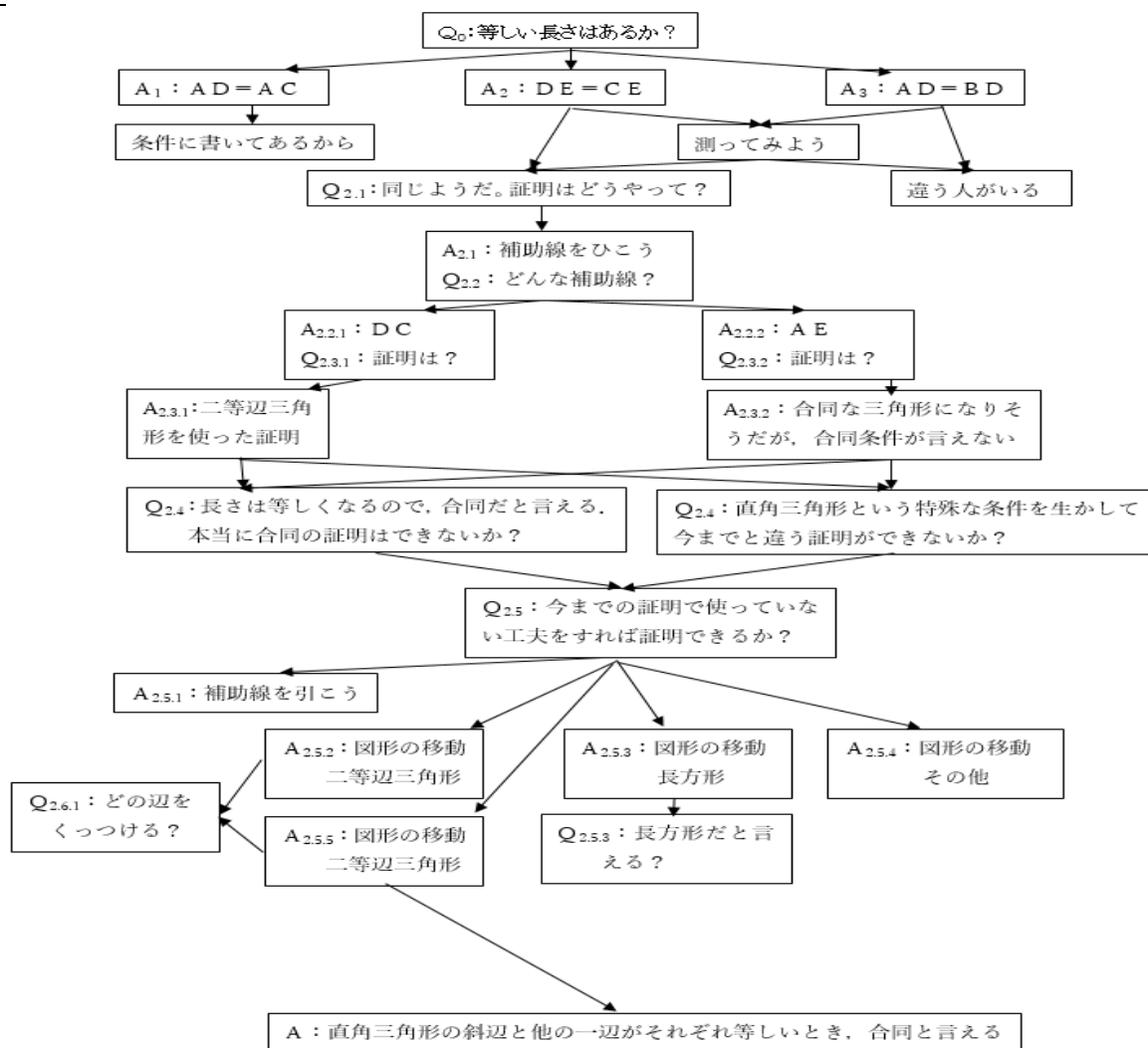
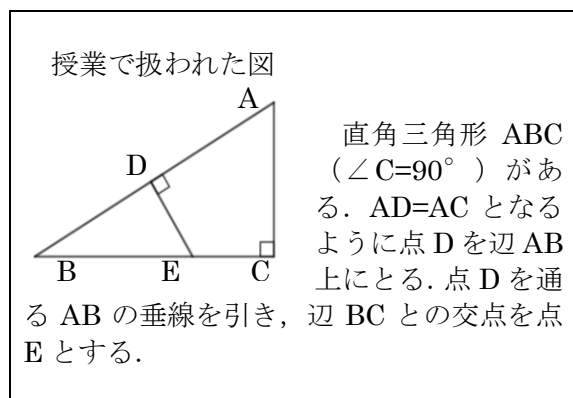


図3 QA マップ タレスの方法

やA2.5.3が生まれる。ここは特別な四角形の定義を知る必要や証明の必要が生まれる部分であると考える。

従来、教師の役割の一つとして板書があり、“めあて”“問題”“解法”“ポイント”“まとめ”などを書き残してきた。これに加えて生徒から生

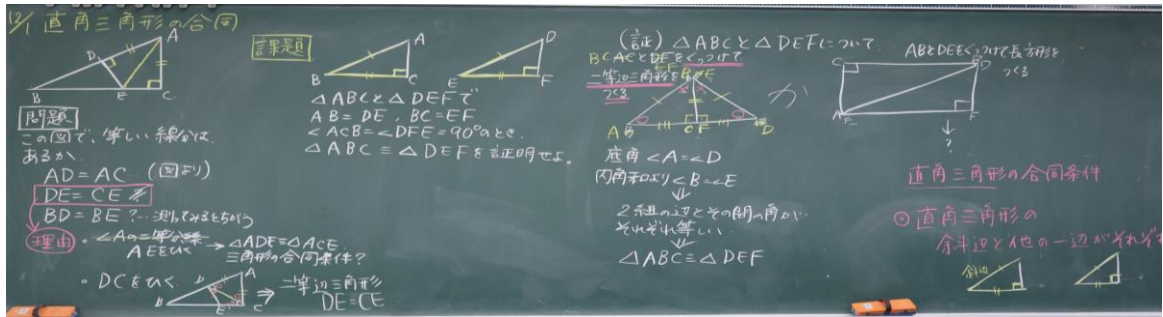


図4 直角三角形の合同条件

これらのことから、生徒の問いが証明の意味を生み、直角三角形の合同条件という新たな知識を生み出すことを可能にする目的づけられたSRPができると確認できた。

4.3. 授業の実際 直角三角形の合同条件

QA マップで表したQ, Aは出てきた。4クラス中の1クラスからA2.2.1 (DC)が出なかったため、教師が介入すべきか悩んだが、補助線DCでは解決できないか？と問うことで進めた。他クラスは想定していた通りの問いと答えの往還が授業内の生徒のつぶやきや発表、そのやりとりに生まれた。教師は板書と発表の発表の順を促すことに徹した。

QA マップで期待したサブクエストの中で、A2.5.2やA2.5.3は学級全体が問いと答えを交わす練り上げに繋がった。ここで、二等辺三角形の定義や定理、性質を使った発言が多く聞かれた。結果、終始、二等辺三角形を活用して考えた授業になった。その中で議論になった部分や困難、手間を解消するための手段として直角三角形の合同条件を生み出す流れが生まれ、生徒の問いや答え、発想を基に新たな知識が生まれる目的づけられたSRPとして成立したと評価できる。

5. 板書について

宮川らは課題学習などのように、「問い」よりも「課題」の語が前面に取り上げられ、必ずしも「問い」に焦点が当たらない。問いに焦点が当たるからこそ、論証とのつながりが顕在化してくるように思うと指摘している。

本研究の中でも生徒から生まれた「問い」を授業の中で、どのように整理し、共通の話題としていくのか考えさせられる場面が生まれた。

まれた‘問い’を残すことによって、知識の存在理由、学びの理由、反例など生徒の探求の跡を残し、探求的な態度がより身近なものにすることができるのではないかと考えた。

従ってSRPの授業設計に加えて日頃から生徒から生まれた“問い”や不確定な事柄を板書に残し、それについて生徒同士の議論を行い同意や納得を得ながら授業を進めることとした。

図5では、証明単元にて、問題を先に書き、生徒には問題に合致するように図をかかせた。いくつかの種類を認め、問いとして板書とすることで、どの図が正しいのか、見た目によっていても同じ証明が適用されるのか、統合的な見方に繋がったと考える。

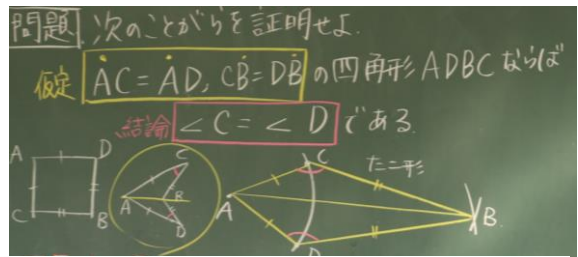


図5: 条件にあうのはどの図形？

図6では、合同を表す記号に出会った際の生徒から出た「合同を表す記号は等号ではないのか」「面積が等しい図形はいつでも合同ではないのか」との問いを残したものである。全体で議論した中で反例が生まれ、全体で納得し



図6: ≡と= 記号を違う理由

て進むことができた。教科書では反例や逆の学習は先のことになるが、生徒の問いから新たな知識を生み出すことに繋がる例であると見なす。

図7は、証明の見通しを立てる場面である。角が等しいことを証明する際に、“角が等しいのはいつ？”とその根拠を問うている。証明の最初の段階であるため、合同な図形の対応する角が等しいこと以外に根拠となる選択肢がいくつもあること、そしてそれを選ばない理由を明確にして、単元全体に臨む姿を期待した。

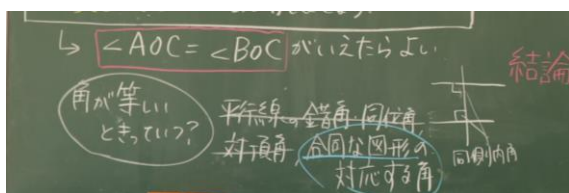


図7：角が等しいことの根拠

図8は二等辺三角形の底角が等しいことを導く場面である。開始早々に合同な図形を作るために補助線を引くという見通しはついた。

“どのような補助線を引くのか”と問うたところ、4種類が挙げられた。このことから、“どの補助線が手際の良い証明に繋がるか”“どの補助線でも良いか”など新たな問いが生まれることとなった。この中で、底辺への垂線を補助線として選んだ生徒は証明が『できない』という経験をするが、探究では失敗や不可能も答えとして受け入れ、新たな問いを生み出す逞しい態度が求められる。『できない』ことを板書として残すことで探究的な姿勢を促すことができると考えた。

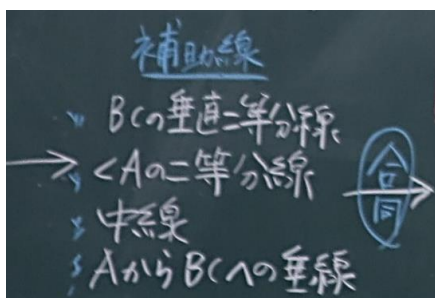


図8：二等辺三角形の底角は等しいことの証明

7. 本研究のまとめと今後の課題

RQ1：探究を可能にする教材とはどのようなものか。に対する結論

この研究課題を検討するにあたって、オープンなSRPに向けて教科横断的な取り組みに可能性があると考えて先行研究を調べた。また、

選択数学で取り扱っていた内容は学年の枠を越えたものも多く、今後教材化に有効であると感じる。

目的づけられたSRPについては、図形領域、しかも中学2年生の論証単元は大変適していると感じた。生徒の生み出した問いが論証の必要性に繋がったと感じた。

RQ2：探究的な態度を育成するためにはどのような支援が考えられるか。に対する結論

探究は生徒に強いて行わせるものではない。また、態度は強制できるものでもなく、育成されるものである。

教師の支援、板書、学級内の人間関係あらゆるものが生徒に影響を及ぼしていると考えられる中で、教師の振る舞いとして、板書が必要である。今回、生徒の問いと回答の往還が活発だった授業で教師がした板書の種類は

- ①テーマ、あるいは課題
- ②Q0：イニシャルクエスチョン
テーマ（あるいは課題）
- ③問い（サブクエスチョン）
- ④解き方、考え方、共通点、相違点等
- ⑤まとめ

の5つを主に、残したものである。教室でのつぶやきや全体の会話の中で発せられたものを③問い（サブクエスチョン）として書き留めること、また、問いと回答の往還を学級で扱う際には、間違った解法や回答も反例や根拠を添えて板書しておくことで、全体で問いを確認しながら探究を進めることができる。

8. 今後の課題

SRPという探究とは、問いと回答の往還を生徒自身が進めるものである。インターネットや人に聞いて分かる一問一答のような形を想定していない。数学的な見方や考え方を駆使し、あらゆる手立てを講じて問い続ける姿勢を探究的な姿だと考えて取り組んできた。

生徒が生み出した問いのうち、探究を促進させたり進化・深化させたりした問いは一体何だったのかについて検証ができていない。探究的な姿が生み出す問いとはいかなるものか考えていかなければならない。

矢部は問い続ける子どもを育てるには、内なる自分を育てることだとし、①洗練さを問う②確かさを問う③根拠を問う④一般化を問うという4つの問いの必要性を挙げている。

QAマップを用いてどのような種類の問い

が含まれている探究であるのか考えていきたい。

文献

宮川健 濱中裕明 大滝孝治(2016)世界探求パラダイムに基づく SRP における論証活動(1)全国数学教育角界代 43 回研究発表会発表資料(於広島大学)

荻原友裕 (2018)「重心」の知の構成に関する

研究—教授人間学理論を視座として—

鳥取大学数学教育研究 vol. 20,no.2 Jan
国立教育政策研究所教育課程研究センター
(2011)平成 23 年度全国学力・学習状況調査の問題を活用した授業アイデア例 中学校国語数学

藤原大樹. (2019).「公開授業 第 2 学年 数学科学習指導案『直角三角形の合同条件』」.
日本数学教育学会研究部中 学校部会. 第 4
回数学授業づくり研究会. p.36-39