

中学校数学科における検証を重視した統計的な探究の学習指導(2) 第2学年単元「データの活用」における箱ひげ図による分析の授業研究

山脇雅也

鳥取大学附属中学校 数学科

E-mail: yamawaki_ms@fuzoku.tottori-u.ac.jp

Masaya YAMAWAKI (Tottori University Junior High School) : Didactics of statistical inquiry with emphasis of verifying hypotheses in the 8th grade (2) : Lesson study on analyzing with boxplots in the unit of “Making Use of Data”

要旨 — 本研究では、箱ひげ図を用いた統計的な探究の学習指導の条件と制約を、数学的活動のレイヤー論により明らかにした。その成果として、(1) 次の単元(全3時間)を設計した:「何時に、どの回転寿司のお店に行くか? (手法の必要性)」;「純利益が多いプロ野球球団はどんな観客動員数か (傾向による比較)」;「ここ数年の8月の最高気温は異常気象と言えるか (傾向による推測)」。(2) 学習指導の条件は、1) 複数の集団のデータを扱う文脈であること、2) 必要に応じてデータの箱ひげ図が瞬時に得られること; 制約は、3) 新学習指導要領下で、主に分析の相と結論の相の往還に焦点化された授業設計であること、4) 一授業時間内の探究のサイクルは一巡となること、である。

キーワード — 統計的な探究, 検証, 数学的活動のレイヤー論, PPDAC サイクル, 箱ひげ図

Abstract — In this paper, conditions and constraints of didactics of the statistical inquiry using boxplots were analyzed using the theory for layers of mathematical activities. As result, (1) designing a unit (an organization of three lessons) : “Which conveyor belted sushi restaurant would you like to go to? What time are you going?” [necessity of the method]; “Is there a relationship between the number of spectators and net income of the teams of NPB (Nippon Professional Baseball) ?” [comparison of the trends]; “Can we say that the maximum temperature in August in a recent couple of years is abnormal weather?” [reasoning by trends]. Furthermore, (2) conditions for teaching: 1) it needs a context with multiple data sets; 2) in the Japanese course of study that published in FY 2017, it is able to gain instantly a presentation of the data in the boxplot as necessary, and constraints for teaching: 3) the lesson design should be focused mainly on the dialectics of the phases between the analysis and the conclusion; and 4) the cycle of inquiry in the lesson has to be spiral.

Key words — statistical inquiry, verification, theory of layers for mathematical activities, PPDAC cycle, boxplot

1. はじめに

1.1. 問題の所在

平成29年公示の学習指導要領(以下、新学習指導要領と記す)によって、中学校第2学年において四分位範囲や箱ひげ図などを活用する統計的探究を通じた資質・能力の育成が求められることとなった。これにともなって、中学校数学科における四分位範囲や箱ひげ図に関する学習指導研究は、黎明期である¹⁾。一方、学習指導の目的・目標の考え方として、能力主義の教育下において教師は、単に国家的に標準化された教育目標や内容の伝達するのではな

く、教師自らが理論的な目標設定・学習指導・評価をおこなうこともまた必要であるとの主張がある(cf. 岩崎ら, 2012)²⁾。箱ひげ図を統計的手法とした能力育成を意図したいくつかの先行研究では、明示的または潜在的に「批判的思考力(考察・判断)」、「統計的問題解決力」、「数学的な見方・考え方」などを育成するための学習指導を提案している(e.g. 藤原, 2018a, 2018b; 菊池, 2018; 須江, 2018b; 菅原・石綿, 2018; 岡本, 2017)。しかしながら、こうした学習指導がいかなるものであるかについては、能力が育成された姿(学習指導の結果)ではなく、

そのプロセスにこそ焦点をあて解明することが求められる。またその際、こうした学習指導を実現するためにはいかなる教材を、いかにして授業設計しうるか、についても研究の射程となる。

他方、山脇（2018a）では、「仮説を検証する」活動を、一つのカリキュラムを貫く基軸としての数学的活動とする能力ベースの学習指導を設計し、これを中学校第1学年生徒へ試行した。中学校3カ年における「データの活用」領域のカリキュラムデザインのため、これに引き続く研究が求められる。

1.2. 研究の目的と方法

こうした背景を踏まえると、本研究において、次の研究課題が設定される。

研究課題： 検証の活動を重視した箱ひげ図による統計的な探究の学習指導は、いかなる条件と制約を有するか。

この研究課題に答えることが本研究の目的である。そのため、まず新学習指導要領を概観し、データの分析に箱ひげ図が選択された要因を探ることを通して「なぜ (why)」, 「何を (what)」 学習指導するのか整理する (2 節)。次いで、「数学的活動のレイヤー論」を理論的基盤とし、「どのように (how)」 学習指導するのか、これを数学的活動のネットワークで記述する (3 節)。また、実際にどのように学習指導なされたのか、実践の概要を示す (4 節)。一連の授業設計・実践を考察し、本研究における学習指導の条件と制約を抽出する (5 節)。

2. 「なぜ」箱ひげ図の学習指導が求められ、そこで「何を」学習指導するのか

2.1. 箱ひげ図の意味

箱ひげ図とは、データの散らばりを表現するグラフの一つであり、その表現の仕方も多種ある。一般的な表現として、データの散らばりを、5 数要約（最小値、第1四分位数、中央値（第2四分位数）、第3四分位数、最大値）をもとに表現する（図1）。これらの値は、データの数（標本数）の違いの影響を受けにくく、これにより、中央値とそれに近い全体の約半数のデータが「箱」で示される。よって、複数のデータセッ



図 1.5 数要約による箱ひげ図

トにおけるデータの散らばりを、「箱」の長さ（四分位範囲）やその相対的な位置を根拠に比較することを容易にする。また、それを確率分布とみなせば、およそ半数のデータがその範囲に起こりうる判断することもできる。残りの半数のデータの分布が「ひげ」で示される。「ひげ」の表現の一つは、箱の側でない「ひげ」の端は最小値、最大値を示し、データの範囲（レンジ）を単純に示し比較することができる。別の表現の仕方では、一方の「ひげ」の長さを「箱」の長さの1.5倍までとし、それを超えるデータを機械的に外れ値とみなすこともできる³⁾。

2.2. 新学習指導要領で選択された要因

箱ひげ図に限らず、データの散らばりを表現する方法は、ドットプロット、幹葉図、ヒストグラム（度数分布多角形）などもある。そこで、ここでは新学習指導要領におけるデータの分析に関連する学習内容を概観するとともに、学習指導要領解説を参照し、「なぜ (why)」新学習指導要領において箱ひげ図が選択されたかを探る。

まず、小学校算数科において、データを分類整理することや、表やグラフに表すこと、相対度数や確率の基になる割合が扱われる。また、データの平均や散らばりを調べたりする活動なども位置付けられている。このとき、量的データの散らばりの様子や代表値の意味を捉えやすくするための方法としてドットプロットが導入され、ドットプロットからデータの特徴や傾向を読み取ったり、最頻値や中央値を見つけたりする。中学校第1学年では、従前のヒストグラムや相対度数に加え、累積度数（累積相対度数）を扱い、複数のデータセットや集団の傾向を比較したり、よりデータを意図的に処理したりする活動が位置付けられている。また、相対度数を統計的確率とみなして考察したり、判断したりする。こうした学習指導に引き続き、四分位数と箱ひげ図が位置

付けられる。その後には、中学校第3学年で、標本調査を扱い、母集団の傾向を標本の傾向から推測することを通して、標本の大きさと標本調査の結果の散らばりの関係についても考察する。さらに、高等学校数学Iで分散と標準偏差、仮説検定へ、数学Bで区間推定や仮説検定による統計的推測へとつながる。

こうした内容構成の意図としては、その解説(平成29年7月)において、「収集したデータから次第に情報を集約することによって、大量のデータや複数の集団の比較が可能となるよう構成した。また、それぞれの学年において学んだ統計的な表現を関連付けながら統計的に問題解決することによって、より深い統計的な分析が可能となるように構成した」(p.10, 下線は筆者による)とある。つまり、扱うデータ数やデータセットを増やしていくことが意図されており、箱ひげ図は、そうした分析のための一つの手法として選択されたと考えられる。逆に言えば、データ数やデータセットがある程度多くなければ、選択される必然性がない。

ここで、収集したデータの分布を視覚化するプロセスを考える。ドットプロット、幹葉図などの方法は、収集したデータを、一度昇順(または降順)に並べ替えることなく、そのままに設定された基準を参照し分類・表示ができる。よって、手作業でも比較的行きやすい。一方、ヒストグラム(度数分布多角形)や箱ひげ図による方法は、まず、収集したデータを度数分布表に整理したり、データの並べ替えを行って5数要約を求めたりした後に表される。よって、手作業で行うには比較的手間・時間ともコストが大きい。そこでこうした方法を選択するとき、テクノロジーを活用することは合理的である。

2.3. 本研究における学習指導の目標

では、こうしたとき「何を(what)」学習指導するのか。当然、上述した箱ひげ図自体の意味や必要性があげられる。これらに加えて、その活用においては、「多様なデータや統計的な表現を用いて多面的に吟味することで、批判的に考察することの必要性に気づくことが大切である。」(ibid., p.122, 下線は筆者による)とある。これは、箱ひげ図を通した分析結果(仮説)をきっかけと

して、それを別のデータや統計的手法や表現でも吟味(検証)することが期待されていると考えられる。よって、まずはデータを大まかにとらえるため、次なる探究につなげるための一つの方法であることもまた学習指導することとしてあげられる。

他方、繰り返し述べるが、本研究は山脇(2018a)に引き続きおこなうものである。ここでは、統計的な探究のプロセス(PPDACサイクル)の視点により現行の学習指導要領に基づく検定教科書の学習指導を検討し、「批判的な思考」が負荷されるとみなされる検証の活動を位置づける必要性を明らかにした。よって、続く学習指導においてもこれを継承することとする。

以上により、次の単元目標を設定する。

(単元目標)：データの分布について、数学的活動を通して、次の事項を身に付ける。

- ・四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解すること。
- ・テクノロジーを活用して、大量のデータや複数の集団を整理したり、箱ひげ図などに表したりすること。
- ・四分位範囲や箱ひげ図を用いて大量のデータや複数の集団の分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること。

3. 「どのように」箱ひげ図を用いた探究の学習指導をおこなうのか

3.1. 数学的活動のレイヤー論

以下に設計する学習指導計画(単元計画、一授業時間の計画)における理論的基盤を、阿部ら(2017)、溝口ら(2017)による「数学的活動のレイヤー論」に求める。ここで言う数学的活動とは、学習者が問題の解決や数学の探究において従事する行為であり、加えてそこには何らかの数学的価値が負荷されているとみなされるものである。数学的活動のレイヤー論とは、こうした数学的活動がいかなるものであるかを3つのレイヤー(授業:L・単元:U・カリキュラム:C)に基づいて記述するための枠組みである。また、各レイヤー上における数学的活動のネットワーク(連関)により学習指導が説明づけられる(図2)。これらのレイヤーは、 $L \subset U \subset C$ の包摂関係にある。これを便宜上、「上位」、「下位」の関係するとき(たとえば、

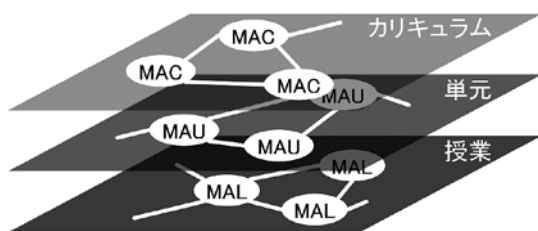


図 2. 3つのレイヤーとそれらの上にある数学的活動のネットワークのモデル。数学的活動の数や結びつきは任意である。

レイヤーUはレイヤーLの上位であり、レイヤーCの下位である)、次の2つの原理が要請される。
原理1：より下位のレイヤー上の数学的活動は、より上位のレイヤー上の数学的活動によって、その妥当性の評価がおこなわれる。

原理2：より上位のレイヤー上の数学的活動は、より下位のレイヤー上の数学的活動によって、その実現可能性の検証がおこなわれる。

この枠組みは学習指導の営みを数学的活動によって記述するための方法論である⁴⁾。本研究でこの枠組を取り上げる理由は、数学教育で育む資質・能力の理想的顕在化がカリキュラム（または単元や授業（本時））目標であるとすれば、それらを期待する数学的活動として記述し、そのネットワークを示すことは、資質・能力育成のプロセスを顕在化した一モデルとみなすことができ、またそれを評価することが可能となるからである。

3.2. 期待する数学的活動による単元計画

先に述べた単元目標は以下の授業時数、主題およびその1授業時間において設定される数学的活動 [MAL#] による学習指導計画を通して達成が見込まれる。また、これらの [MAL#] は、数学的活動のレイヤー論における原理1によって、次の単元を通して培う数学的活動 [MAU] によって妥当性が検証される。

(単元の学習指導計画)：

第1時 データの分布を大まかにとらえよう

範囲や度数の異なる複数のデータセットの傾向を比較することを通して、合理的な基準を設定した方法が必要であることを感得する。
[MAL1]

第2時 箱ひげ図で比べよう

箱ひげ図によるデータの分布の表現を知るとともに、データの範囲や集散を読み取ることを通じて、仮説を立てたり、検証したりする。[MAL2]

第3時 箱ひげ図で推測しよう

箱ひげ図によるデータの分布を、暗黙裡に確率分布とみなすことなどによって、インフォーマルな推論をおこなう。[MAL3]

(単元を通して培う数学的活動 [MAU])：

大量のデータやデータセットによる統計的な問題解決をおこなうとき、データの分布を大まかにとらえて仮説を立てたり検証したりすることを通してより妥当な仮説を立てていく。

3.3. 各授業時間の数学的活動のネットワーク化

1授業時間内に設定される [MAL#] が、いくつかの [MAL#X] でネットワーク化が図られた総体であるとみなし、教材とするデータの教材研究を通して、[MAL#X] のネットワーク化をおこなう。

第1時：データの分布を大まかにとらえよう

本時は単元の導入である。そこでまず、分析において四分位範囲や箱ひげ図などによる表現が必要とされる問題場面としたい。そこで「どの回転寿司のお店に外食に行くか」を教材とする探究の可能性を考えた。回転寿司は比較的競合店舗が豊富であり、そこでの外食経験があることも十分に予想されるためである。

鳥取市内にある5軒の回転寿司店舗の日曜日のデータを原教材とした。このデータはGoogleマップの店舗検索による「訪問数の多い時間帯」で得られる⁵⁾。このデータは、標本となる訪問者数を度数とし時刻を区間としたヒストグラムで表されており、その度数は示されていない(図3)。また、ヒストグラムの縦軸には、基準線が引かれているものの、その目盛りは示されていない。よって、ヒストグラムの概形から、およその訪問数の傾向を読み取ることができるが、詳細な数値による分析はできない。ヒストグラムを度

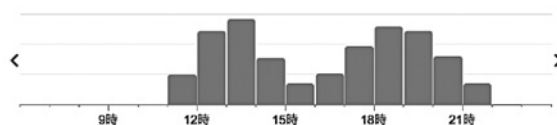


図 3. 「回転すし北海道湖山店」の訪問数の多い時間帯（日曜日）のデータ

数分布に表すために、各店舗の収容人数と滞在時間の情報を考慮した。これらの情報もまた Google マップの店舗検索で得た。店舗によって異なるものの、収容客数は約 50 人、滞在時間は約 30 分とみなし、各時間の訪問者の入れ替わり等を勘案して、ヒストグラムの縦軸の目盛りを 50 人とした。あとは、各階級の柱の長さの割合でおよその度数を算出した。これをまとめたものが表 1-1 である。さらにこの度数に準じて、架空の訪問時刻を設定した。度を 10 分の 1 とし、データの散らばりを調整し、各時刻の 30 分の区間で分けるときの度数が集中したり、分散

したりするようにした。これが表 1-2 である。表 1-2 は、インフォーマルな推測によって得たものであるが、妥当なデータであると仮定すれば、ヒストグラムでは読み取れないデータの散らばりの分析が可能となる。

次にこのデータをもとに期待する分析をおこなう。このデータでは、全体の度数が不明である。そこで、訪問時間を 10 時～15 時で区切る。これによって、度数が決定し、相対度数が得られ、各データセットを比較することができる。これによる分布表は表 1-3、度数分布多角形は図 4 である。この図 4 では、散らばり具合は山の傾斜の

表 1-1. 各店舗の度数分布表 (推測値)

	KP店	S店	HM店	HK店	KR店
10～11	20	20	-	-	-
11～12	80	70	60	50	60
12～13	140	110	130	120	80
13～14	100	80	120	140	70
14～15	30	40	50	80	40
合計	370	320	360	390	250

表 1-3. 各店舗の相対度数 (推測値)

	KP店	S店	HM店	HK店	KR店
10～11	0.05	0.06	0.00	0.00	0.00
11～12	0.22	0.22	0.17	0.13	0.24
12～13	0.38	0.34	0.36	0.31	0.32
13～14	0.27	0.25	0.33	0.36	0.28
14～15	0.08	0.13	0.14	0.21	0.16
合計	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

表 1-2. 各店舗の架空の訪問時刻 (30 番目まで)

	KP店	S店	HM店	HK店	KR店
1	10:20	10:40	11:00	11:30	11:00
2	10:49	10:48	11:06	11:30	11:00
3	11:09	11:02	11:11	11:45	11:23
4	11:11	11:37	11:24	11:45	11:25
5	11:12	11:41	11:30	12:01	11:26
6	11:16	11:41	11:31	12:03	11:37
7	11:19	11:49	12:02	12:11	11:45
8	11:28	11:51	12:10	12:13	12:15
9	11:32	11:54	12:23	12:14	12:19
10	11:58	12:11	12:32	12:16	12:20
11	12:00	12:21	12:33	12:18	12:25
12	12:09	12:31	12:35	12:31	12:36
13	12:14	12:32	12:37	12:32	12:45
14	12:15	12:34	12:39	12:56	12:45
15	12:16	12:39	12:41	12:57	12:58
16	12:20	12:44	12:42	12:58	13:05
17	12:26	12:45	12:45	13:04	13:16
18	12:34	12:49	12:45	13:07	13:19
19	12:34	12:50	12:59	13:12	13:21
20	12:45	12:56	13:02	13:15	13:27
21	12:46	13:13	13:10	13:16	13:37
22	12:47	13:18	13:16	13:18	13:48
23	12:56	13:23	13:19	13:20	14:04
24	12:59	13:30	13:20	13:23	14:16
25	13:03	13:36	13:24	13:24	14:34
26	13:16	13:38	13:34	13:27	14:59
27	13:28	13:55	13:42	13:29	15:03
28	13:33	13:58	13:44	13:38	15:06
29	13:35	14:16	13:55	13:45	16:42
30	13:35	14:29	13:57	13:59	16:53

表 1-2'. 各店舗の架空の訪問時刻 (30 番目まで)

	KP店	S店	HM店	HK店	KR店
1	10:20	10:40	11:00	11:30	11:00
2	10:49	10:48	11:06	11:35	11:15
3	11:09	11:02	11:11	11:46	11:23
4	11:11	11:37	11:24	11:57	11:25
5	11:12	11:41	11:30	12:01	11:26
6	11:16	11:41	11:31	12:03	11:37
7	11:19	11:49	12:02	12:11	11:45
8	11:28	11:51	12:10	12:13	12:15
9	11:32	11:54	12:23	12:14	12:19
10	11:58	12:11	12:32	12:16	12:20
11	12:00	12:21	12:33	12:18	12:25
12	12:09	12:31	12:35	12:31	12:36
13	12:14	12:32	12:37	12:32	12:45
14	12:15	12:34	12:39	12:56	12:45
15	12:16	12:39	12:41	12:57	12:58
16	12:20	12:44	12:42	12:58	13:05
17	12:26	12:45	12:45	13:04	13:16
18	12:34	12:49	12:45	13:07	13:19
19	12:34	12:50	12:59	13:12	13:21
20	12:45	12:56	13:02	13:15	13:27
21	12:46	13:13	13:10	13:16	13:37
22	12:47	13:18	13:16	13:18	13:48
23	12:56	13:23	13:19	13:20	14:04
24	12:59	13:30	13:20	13:23	14:16
25	13:03	13:36	13:24	13:24	14:34
26	13:16	13:38	13:34	13:27	14:59
27	13:28	13:55	13:42	13:29	15:03
28	13:33	13:58	13:44	13:38	15:06
29	13:35	14:16	13:55	13:45	16:42
30	13:35	14:29	13:57	13:59	16:53

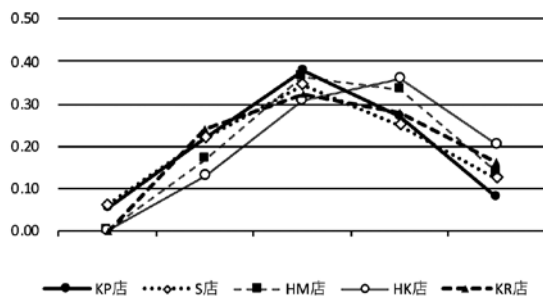


図 4. 表 1-3 の相対度数による度数分布多角形

緩急として、データの集中は山の高さで表現される。しかし、データセットが多く、それぞれの比較がしにくい。また、全体的な傾向の違いもわずかである。そこで、表 1-2 の 11:30 ~ 13:30 までのデータで箱ひげ図で表してみる (図 5)。たとえば、S 店では、ひげ (最小値から第 1 四分位数まで) が短く、HM 店は箱が比較的短く、この時間帯にデータが比較的集中していることが読み取れる。つまり、箱やひげが短い時間帯に混雑していることが予想される。一方、表 1-2 より直接、散らばりを比較することを試みる。一般的な昼食の時間帯を 11:30 ~ 13:30、より望ましい時間帯を 12:00 ~ 13:00 と設定し、これらの時間帯の中央となる時刻 12:30 を表中に示してみる (表 1-2')。たとえば、HK 店ではこの時間帯にデータが集中していることが分かる。これは、設けた基準に含まれるデータ数を読み取ったことによるものであり、箱ひげ図の見方・考え方と同じと言える。さらに、望ましい時間帯を「箱」、一般的な時間帯を「ひげ」とみなせば、たとえば KP, HM, KR 店は上部の「ひげ」が短く、データが少ないことが読み取れる。よって、この時間帯は混雑しておらず、訪れる時間としては望ましいと判断できる。また、設定した範囲の中央の時刻を「中央値」としてみなせば、中央値によって「箱」の中の散らばりも読み取ることができ、たとえば S, HM 店は、12 時前半にデータが少なく、比較的混雑していないと判断できる。よって、この表現においても、箱ひげ図と同等の見方・考え方でデータを分析できる可能性がある (cf. 山脇, 2018b, 2018c)。

こうした分析を実現するためには、以下の数学的活動 [MAL1] を経ることが期待される。また、そうした活動の移行を促す支援に下線を付し示す。

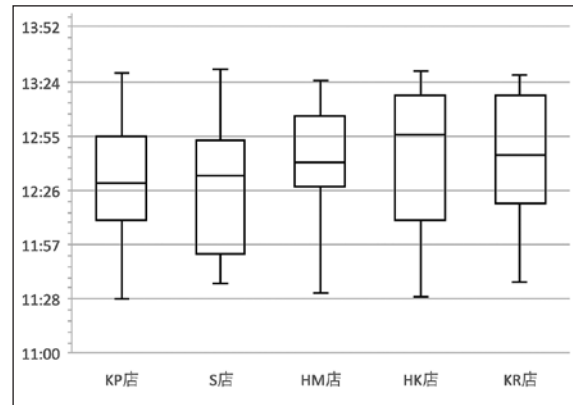


図 5. 表 1-2 による箱ひげ図 (範囲は 11:30 ~ 13:30) Microsoft Excel で作成。

第 1 時 データの分布を大まかにとらえよう

範囲や度数の異なる複数のデータセットの傾向を比較することを通して、合理的な基準を設定する方法が必要であることを感得する。[MAL1] [MAL1A]: 範囲の基準を設定し、散らばりを分析する。

↓ さらに範囲をしぼって (広げて) 考えよう。

[MAL1B]: 複数の範囲の基準を設定し、各範囲のデータ数によって散らばりを比較する。

↓ これらの範囲内の散らばりを比べられないか。

[MAL1C]: 範囲をさらに基準により分割し、範囲内の散らばりについても検討する。

第 2 時: 箱ひげ図で比べよう

本時は、複数のデータセットを比較する方法として箱ひげ図を導入し、データの傾向を読み取ること扱いたい。箱ひげ図の導入として、石綿 (2014, 2016) では、データ全体をドットプロットで表し、対象とするデータが分布のおよそどの位置にあるかを判断するために、4 分割することで四分位の考えや箱ひげ図につなげる。また、峰野ら (2013) では、数 I においてドットプロットにより、データの中心や個数に着目させ、データの中心からの幅やデータの数により分割する考えを引き出し、四分位範囲と箱ひげ図を導入する。しかしながら、先述の通り、大量のデータによる探究においてドットプロットに表現したとき、ドットを数えていくことは非効率である。よって、第 1 時でおこなった「何らかの基準を設ける」考えの一つの方法として、四分位数とその図的表現として箱ひげ図を提示する。このとき、峰野

(2017) に習い、中央値と最大値、最小値をかくことから始め、次いで四分位数を導入する。また分布の傾向と現象の相関性がいくつかの具体から帰納的に推論される(インフォーマルな推論)ことも期待したい。そこで、根上ら(2012)による「Jリーグの観客動員数」を原教材とした。各チームの観客動員数を箱ひげ図で表すと、比較的観客動員数が少ない傾向のチームに観客動員数が顕著に多い試合がある。その理由を他チームの観客動員数の傾向から推測するといった探究を提案している。また、他のプロスポーツの観客動員数などによるさらなる探究を勧めている。一方、近年プロ野球人気が再燃し各球団の収益力が向上したとの記事もある⁶⁾。そこで、観客動員数の傾向と収益の相関性を検討した。

Web サイトより、まずはNPB(日本プロ野球機構)についての観客動員数⁷⁾、各球団の純利益⁸⁾のデータを得た。純利益が2017年の決算公告が最新であったため、観客動員数も2017年のものとした。これらをまとめたのが表2-1、それを箱ひげ図に表せば図6となる。

球団の収益の多くが入場料であると仮定すると、安定的な入場者数であることが純利益に関係すると推測できる。ここで、図6を参照すると、観客動員数の多さで見れば、球団TはCやDBより多いが、純利益で見れば、一番少ない。観客動員数の散らばりに注目すると、球団Tが比較的散らばりが大きいのに対して、CやDB

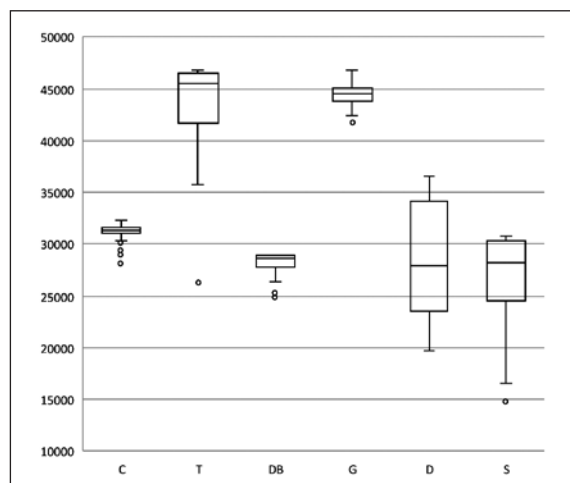


図6. NPBセ・リーグ2017年シーズンの観客動員数(交流戦を除く本拠地のみ)による箱ひげ図。Microsoft Excelで作成。

表2-1. NPBセ・リーグの2017年シーズンの観客動員数(交流戦を除く本拠地)と純利益。交流戦を除くのは観客動員の質が異なる可能性があるため、本拠地のみとするのは、球場の収容人数が異なるためである。

試合数	C	T	DB	G	D	S
1	31184	46214	28966	45331	33744	30681
2	31609	46236	28927	44351	26903	27750
3	31693	41623	27770	44530	24559	30254
4	29675	46312	27277	41694	23566	17686
5	31061	46317	25046	41730	29461	16548
6	31304	39032	24892	42922	27686	27051
7	28997	37155	26737	44083	35137	29994
8	29440	37836	26666	44455	33424	30244
9	28974	45500	25010	44783	33243	28103
10	29515	46351	28910	45259	21438	30725
11	28951	46593	28943	44834	22325	28216
12	30107	46561	28523	45669	22454	28206
13	31419	46567	28928	42606	21342	30585
14	31798	36106	28937	44004	20655	30629
15	31789	36472	28944	45956	36491	20049
16	31668	37357	28933	44494	34733	20371
17	31659	46227	28925	45741	28244	24106
18	30330	39465	27738	43880	23156	28264
19	30265	38909	28852	45052	21989	30265
20	32066	44826	26672	44975	26315	29247
21	30469	46616	28903	43157	34306	23966
22	31526	46519	28924	42835	33515	26208
23	31720	44519	28069	42468	23206	22006
24	30704	44420	28908	43858	26405	30416
25	31251	45950	28008	44408	36513	30631
26	31282	46230	28556	45021	24415	30346
27	31060	46791	28394	44738	23965	29086
28	31136	46752	27678	43844	19739	30808
29	31255	43968	28905	44272	20263	29063
30	31910	46769	28906	44898	19839	24984
31	30543	46629	25223	43452	23354	28654
32	30884	46723	28939	43599	32280	29206
33	31438	46639	27791	43789	36564	26023
34	31202	46745	28932	44012	32581	25706
35	31203	46752	28937	43966	19953	25808
36	31400	43735	28966	44838	22434	22129
37	31257	43586	28962	44830	30894	24419
38	31190	39101	28853	44435	32591	24630
39	31269	42157	28916	44625	35730	28773
40	31399	46603	28907	45070	27672	24579
41	31330	41856	28937	45185	28239	25787
42	31813	45505	28588	45735	29155	24190
43	31734	46748	28368	45073	29204	30419
44	31811	42207	25355	44843	26794	30505
45	31509	42715	28922	42977	27167	29627
46	31307	43955	28650	44046	36534	29201
47	31191	44352	28603	43966	36059	30686
48	31557	46748	28623	44141	36070	30642
49	31351	46035	28466	45383	28022	14773
50	31449	43292	28920	46706	27727	25818
51	31202	38112	28928	45653	25406	17330
52	31420	26242	28648	45053	26828	18252
53	31316	35748	26951	46023	23626	30728
54	31812		25520	46809	28933	26089
55	31549		28642		36340	23464
56	32324		28141		35804	27885
57	32336		26294		34651	24510
58	31775		28923		24326	30517
59	31390		28956		34436	
60	31808		28966		36297	
61	28092		26650			
62			27807			
平均値	31,109	43,441	28,115	44,446	28,578	26,670
中央値	31,316	45,500	28,649	44,512	27,875	28,155
当期純利益(円)	12億 9700万	9億 6500万	11億 9300万	未公開	未公開	▲921万

は比較的小さく、その意味で安定した観客動員数の傾向があることが読み取れる。このことから、観客動員数の散らばりが小さい球団の純利益が多いとの仮説が立てられる。この仮説について、球団 S の観客動員数の傾向と純利益のデータによって検証する。球団 S の観客動員数の傾向を読み取ると、散らばりは比較的大きく純利益は少ない（赤字）。よって、相対的に、仮説の妥当性が主張されうる。さらにこの仮説を根拠とすれば、純利益が非公開の球団 G と D の純利益が多いか少ないかを推測することもできる（散らばりの小さい G は純利益が多く、散らばりの大きい D は純利益が少ないのではないか）。一方、別の検証のアプローチとして、パ・リーグのデータによる検証も考えられる。パ・リーグの 2017 年の純利益は表 2-2、観客動員数の箱ひげ図は図 7 である。これらを参照すると、セ・リーグによる仮説が必ずしも正しいとは言えないことを主張しうる。よって、選手の年俸や移籍金、球場施設整備費、貸出料などの純利益に大きく関わる可能性があるデータをもとに再度の探究に向かう。

こうした分析を実現するためには、以下の数学的活動 [MAL2] を経ることが期待される。また、そうした活動の移行を促す支援に下線を付し示す。

表 2-2. NPB パ・リーグの 2017 年シーズンの純利益

球団	H	L	E	Bs	F	M
当期純利益 (円)	7億 8500万	4億 8045万	▲5045万	0	21億 2300万	▲306万

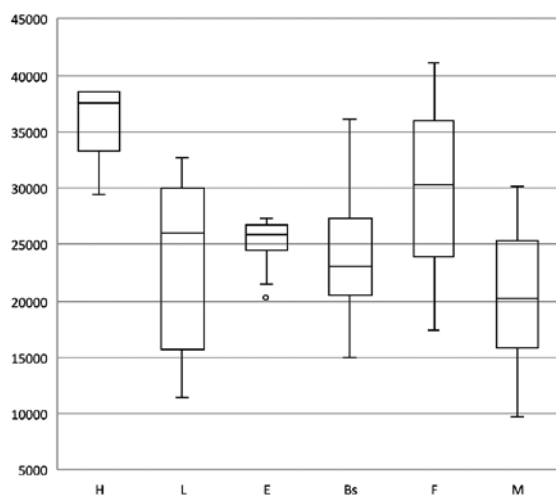


図 7. NPB パ・リーグ 2017 年シーズンの観客動員数（交流戦を除く本拠地のみ）による箱ひげ図。Microsoft Excel で作成。

第 2 時 箱ひげ図で比べよう

箱ひげ図によるデータの分布の表現を知るとともに、データの範囲や集散を読み取ることを通して、仮説を立てたり、検証したりする。[MAL2] [MAL2A]: ヒストグラム、度数分布多角形によってデータの散らばりの傾向を比較する。

↓ 複数の集団を比較する方法はないか。

[MAL2B₁]: 箱ひげ図によってデータの範囲（レンジ）を比較する。

↓ 散らばりの様子が読み取れないか。

[MAL2B₂]: 箱ひげ図によってデータの散らばりの傾向を比較する。

第 3 時：箱ひげ図で推測しよう

本時は、箱ひげ図によるデータの分布を、確率分布とみなして、それを根拠に推論することを扱いたい。たとえば藤原（2017a）では、野球の打撃練習を計画するため、対戦相手のピッチャー球種やその球速データの分布を確率分布とみなし、それを根拠に判断する事例を提案している。しかしながら、対象とする生徒が未だ統計的確率を学んでいないという制約から、暗黙裡に同等の見方・考え方をすることを期待したい。また、須江（2017a）は、夏の気温が上昇傾向にあるのかを過去 50 年分のデータを箱ひげ図にし、四分位数や四分位範囲の推移の傾向を根拠に判断する事例を提案している。これらの事例を参考に、気温における四分位範囲の推移の傾向から、翌年以降の気温がおおよそどんな分布になるのか推測しうることを考えた。

鳥取市の過去 50 年分の 8 月の最高気温のデータ⁹⁾ を箱ひげ図に表した（図 8）。この分布の推移を大まかにとらえたとき、単調な増減はなく、4、5 年の数年の期間で区切って見ていくことで、その期間の傾向として主張しうる。たとえば、図 8 の 2014 ～ 2018 年の期間に注目すると、箱の位置は徐々に上昇傾向にあることを読み取ることができ、その年のおよそ半数の日の最高気温は上昇傾向にあることと推測される。この期間と 1968 ～ 1972 年の期間の推移を比較すると、いずれも箱の位置は上昇傾向にあるが、2014 ～ 2018 年の方が高い気温帯にあることを読み取ることができる。これらを根拠に、昔（1968 ～ 1972 年）の方が涼しかったと主張する

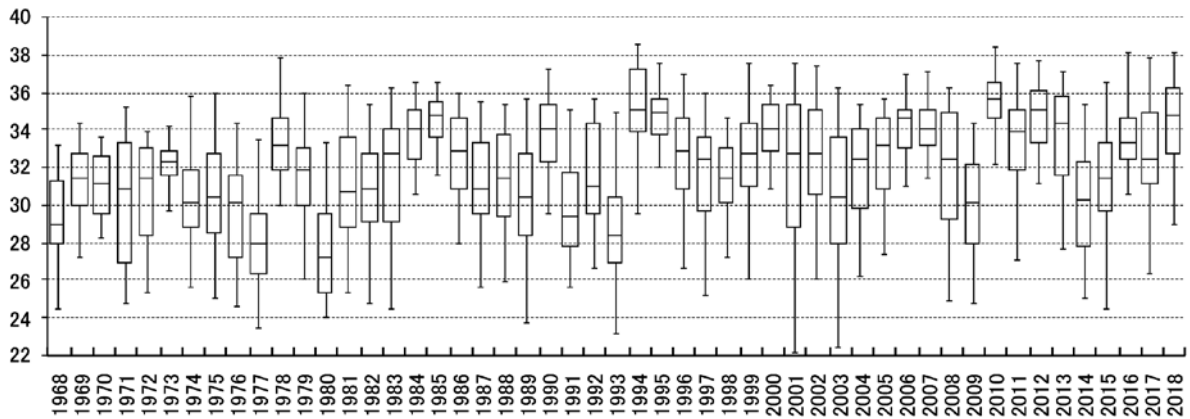


図 8. 1968 年～2018 年の 8 月の最高気温 (鳥取市)。Microsoft Excel で作成。

ことが可能である。他方、こうした傾向とは反対に、2010～2014 年の期間に注目すると、箱の位置はやや下降傾向にあることを読み取ることができ、最高気温は下降傾向にあると推測される。よって 2010～2018 年の 9 年間の推移は、徐々に下降の後、上昇する傾向であると主張される。これと同様の傾向が 1994～2000 年、2000～2007 年などでも読み取れることから、4, 5 年周期で昇降を繰り返している可能性もある。これを根拠に、2018 年以降は下降傾向となることが推測可能である。

こうした分析を実現するためには、以下の数学的活動 [MAL3] を経ることが期待される。また、そうした活動の移行を促す支援に下線を付し示す。

第 3 時 箱ひげ図で推測しよう

箱ひげ図によるデータの分布を、暗黙裡に確率分布とみなすことなどによって、インフォーマルな推論をおこなう。[MAL3]

[MAL3A] : 箱ひげ図より 5 数要約や四分位範囲などの推移の傾向を局所的に読み取る。

↓ 他にこれと似た傾向の期間がないか。

[MAL3B] : 四分位範囲などデータ全体の代表的な分布の推移の傾向を比較する。

↓ この先の未来はどうなるだろうか。

[MAL3C] : 傾向の推移を根拠に予測する。

4. 学習指導の実際

以上の通り、設計された学習指導がいかん実践されたのか、その概要を示す。このとき、当然、探究 (学習指導) は PPDAC の各相を往還しながら進行するが、大まかにその各相に対応させ

ていくこととする。なお、教師の発問や支援が明確になるよう、これらには下線を付しておく。

4.1. 第 1 時 : 2018 年 7 月 5 日実践

問題の相 [Pr₁] :

家族で回転寿司を食べに行った経験があるかどうか問うことから始め、次の問題を提示した: (家族で回転寿司を食べにいくとき、) どの店へ何時頃、昼食に行きたいだろうか。

計画の相 [Pl₁] :

なるべく早すぎず、遅すぎない時間帯に、待ち時間をできるだけ少なくするという条件に合う店を、データをもとに判断することを確認した。では、「どんなデータが必要か」と問うと、「お客さんが何時に、何人来るのか」が直ちに提案された。一方で、「何曜日なのか」、「食事時間はどれくらいか」、「店の広さ (収容客数) は店によって違うのではないか」などと、問題場面の条件設定に関わる発言もなされた。そこで、先述の通り教材化したデータの条件に合うよう整理した。また、「こうしたデータはどう収集すればよいか」と問うたところ「お店の人に聞く」「実際に調査する」が提案された。

データの相 [D₁] :

先の提案の問題点を指摘し、教師より表 1-2 を配布し、表の見方を説明した。「表を見て、直観的にどのお店が混んでいそうか」聞くと、「HK 店」をあげる生徒が多かった。その理由を、ある生徒に尋ねると、データを根拠に判断したのではなく、経験的に人気店であることによるものであった。また、最初のお客さんが何時に訪れている

かに注目させ、開店時間が異なることや、40 番目¹⁰⁾までのデータしかないことに気づかせた。こうした問答を経て、表 1-2 のデータは、データ数が範囲（レンジ）が異なる集団であることを明確にした。再度、計画の相に位置づく活動であるが、「こうしたデータの散らばりはどう比較すればよいのか」問うた。しばらくしても生徒より提案がなされなかったため、教師より「昼食の時間帯を自分で設定して（たとえば、11:30～12:30）、その時間帯のデータ数を比較してみよう」と支援した。

分析の相 [A₁] :

ここより自力解決の時間とし、教師は机間巡視をおこないながら、生徒の数学的活動を把握し、必要な支援を施した。多くの生徒が 12 時台のデータ数を数えていた [MAL\IA]。実際にデータ数を数えるのではなく、12 時台の最初と最後の客を調べその間の客数を数えることなく、その間隔の広さによって混み具合を視覚的に捉えようとする生徒もあった [MAL\IA]。「範囲を広げて考えよう」「前後の時間帯についても調べよう」などと支援し、11 時台、13 時台のデータの分布も調べ、各店舗の比較的空いている時間帯を探すことへ向かった [MAL\IB]。ここで、後者の [MAL\IA] をおこなった生徒と、[MAL\IB] とみなせる 11 時から 30 分ごとにデータを区切って考えた生徒に、黒板に投影した表 1-2 にその考え方を板書させた（図 9）。次いで、教室全体でこれらの考え方を共有した。このときまず、[MAL\IA] の見方・考え方を説明させ、囲んだ枠の長さによってデータの数が読み取れることを確認した。これにより KR 店が比較的空いていることを読み取った。続いて、数学的活動

B1 の見方・考え方を説明させ、同様に囲みの枠の短い時間帯が空いているので、それを探せばよいことが発表された。この考え方に多くの生徒が納得した様子であった。そこで、教師が、[MAL\IA] の板書に、この考え方を追記し、表 1-2' を完成した [MAL\IC]。この表 1-2' の傾向を読み取ることで、結論を述べさせた。

結論の相 [C₁] :

結論として、当初の問いに答えるように、何時に、どの店に行くのか、またその根拠と併せて記述させた。結論の妥当性について検証する態度は見られず、「この結論に納得した?」「これを確かめる方法はないか?」と問うた。ほぼ全員が納得した様子で、確かめる方法としては、「実際に試してみる」ことが提案されるに留まった。

4.2. 第 2 時 : 2018 年 12 月 17 日実践¹¹⁾

問題の相 [Pr₂] :

昨今のプロ野球人気や球団の経営が順調であるとの話題を紹介し、次の問題を提示した：プロ野球チームで、純利益が多い球団はどんな球団か。このとき、セ・リーグ所属球団の純利益を提示し、プロ野球に詳しい生徒に、リーグ制のことや所属球団など説明をさせた。また、純利益という語の説明もおこなった。

計画の相 [Pl₂] :

まずは「そもそも、何で儲けているのだろうか?」と問い、収益に関わることがらを挙げさせた。「スポンサー料」、「チケット代」、「グッズ販売」、「球場での販売」などが発表された。次いで「これらはどんなデータで調べられるだろうか?」、「実際に得られるデータはどれだろうか?」と問

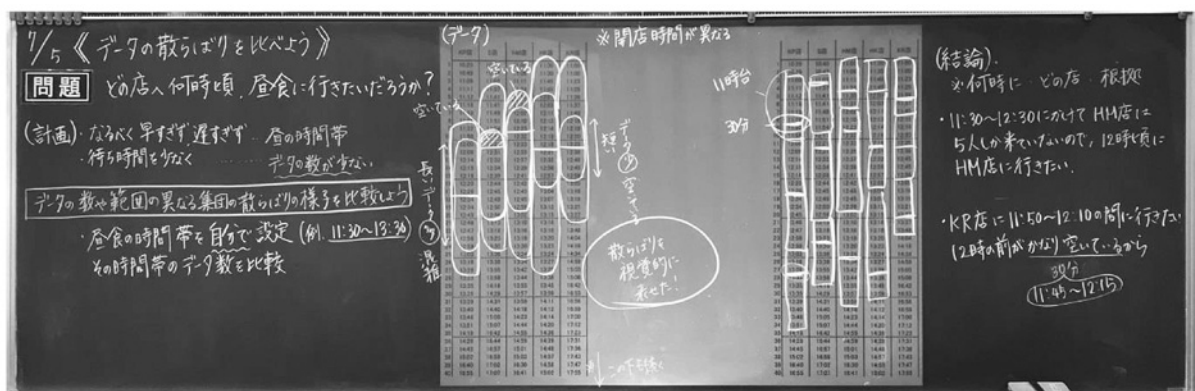


図 9. 第1時の板書 (2018年7月5日実践)

い、収集するデータとして、観客動員数を調べることを合意した。続いて、「そのデータをどんな分析をすればよいだろうか?」と問い、代表値や分布の傾向で考える見通しを得た。また、直観的に「観客動員数が多い球団の純利益が多いはず」との仮説が提案され、「データで確かめてみよう」と返答した。

データの相 [D₂] :

資料 1-1 (表 2-1) を配布し、他リーグとの交流戦を除くこと、本拠地のみデータであることをその理由とともに確認した。

分析の相 [A₂] :

ここより自力解決とした。直ちに代表値に着目した生徒より、先の仮説が妥当でないことが主張された。また「ヒストグラムが見たい」との要望が出た。そこで、事前に用意していた 2 球団 (C 球団と T 球団) のヒストグラムと、これらを度数分布多角形にして重ねて表示した図を全員に追加配布した。「全部の (全球団を表す度数分布多角形) はないんですか」との要望に、これも続けて配布した (資料 1-2)。大半の生徒が、2 球団の度数分布多角形の比較をおこない、球団 C はデータが集中しており観客動員数が安定していること、球団 T はデータの散らばりが大きく観客動員数の多いときと少ない時の差が大きいことを見出した [MAL2A]。

ここで、教室全体での練り上げの時間に移り、[MAL2A] を口頭で発表させた。次いで、「6 球団の度数分布多角形で比べるとどうか」と問い、傾向が読みにくいことを確認し、「こうしたときの別の表し方として、『箱ひげ図』という表し方がある。」と箱ひげ図を導入した。このとき、初めに最小値、

最大値と中央値を 3 本の線分で表すことを紹介した。続けて、これらの間に (第 1, 3) 四分位数の線分を加えることを紹介し、その意味を説明した。これらの線分をつなぎ、箱とひげを描き入れ、箱ひげ図を完成させた。この後、表 2-1 の箱ひげ図を配布し、「箱ひげ図で、観客動員数の散らばりを読み取ってみよう」と支援した。ここでは、個人による自力解決とせず、教室全体で討議を進めた。ある生徒が DB 球団の分布の傾向に着目し、「C 球団と同じような分布だから、観客動員数は少ないけど純利益は多い」と説明した [MAL2B₁]。

結論の相 [C₂] :

「つまり、どういうこと?」、「純利益が大きい球団はどんな球団と言える?」と問い、結論となる仮説を立てさせた。「範囲 (レンジ) がせまい球団の純利益が多い」とまとめられた。「本当に? どう確かめる?」と問い返し、検証の活動を促した。「逆に範囲が広いとあまり儲かっていないはず」との発言があり、該当する球団 S の純利益を参照しこれを確かめた。また、「パ・リーグのデータでも同じことが言えるか調べればよい」との意見も出た。最後に、「もし、この仮説が正しければ、純利益が非公開の球団 G や D も分布の傾向から予想できないか?」と問い、それを予測した。授業後に授業者のところへ来た生徒から、「Jリーグはどうなっているか調べたい」との意見も出た。

4.3. 第 3 時 : 2018 年 12 月 19 日実践

問題の相 [Pr₃] :

まず、今年の夏を振り返らせ、異常気象との報道がなされたこと、実際に暑かったエピソードなどを思い出させた。これに引き続き、次の問

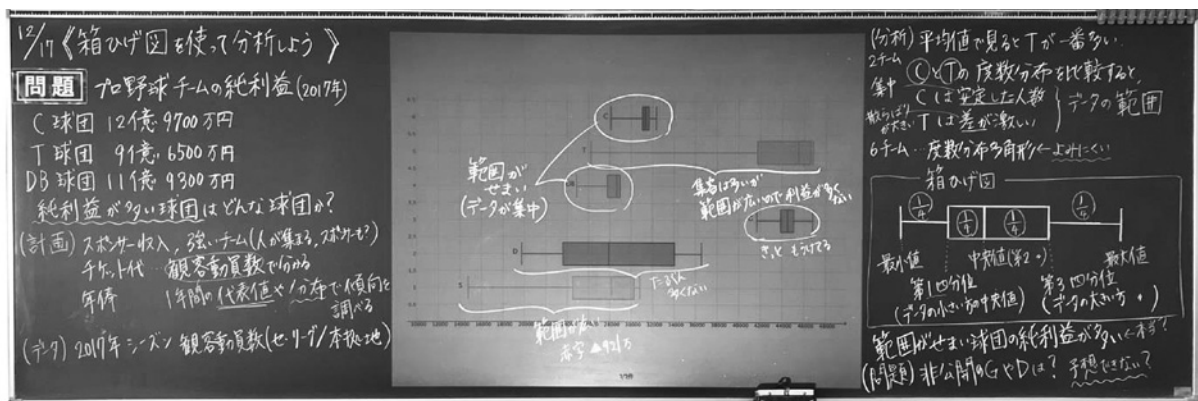


図 10. 第 2 時の板書 (2018 年 12 月 17 日実践)

題を提示した：ここ数年，異常気象と聞かすが，あなたはどうか。このとき「ここ数年」は，過去4,5年(2013,2014～2018年)であるとした。

計画の相 [P₁] :

この問題に対して「どう答えればよいだろうか?」と問い，異常気象を示す指標となりうるデータを挙げさせた。「豪雨(降水量)」，「酷暑(気温)」，「天気の良し悪し(ゲリラ豪雨や落雷の観測数)」，「台風の発生数」，「地震の観測数」などが発表された。このうち，今回は気温を取り上げることとし，「気温についてのどんなデータで，何を見るか?」と再度，問い直した。「平均気温」，「中央値の気温」，最大(小)値の気温(最高気温・最低気温)」を昨年と比較するなどの意見が出た。

データの相 [D₃] :

過去50年間の8月(31日間)の最高気温のデータで考えると，これを始めから箱ひげ図のみを与えた(資料2)。

分析の相 [A₃] :

ここで，箱ひげ図よりおよその分布の傾向を読み取るための準備として，ヒストグラムの概形と箱ひげ図の対応について，いくつかの例を通して確認した。その後，自力解決とした。大半の生徒がデータセットの最大値に着目して，その推移を折れ線で表示し，ここ数年が上昇傾向にあるとの読み取りをした。一方で，手のつかない生徒もやや多かった。これらの生徒へ「(最大値だけでなく)ここ数年の箱の位置の移り変わりはどんな傾向があると言える?」と支援したところ，大半の生徒が四分位数を折れ線でつなぎ，増加傾向にあることを読み取ることができた[MAL3A]。次いで，「他の期間も調べよう」と支援した。一

部の生徒は「1968～1972年の期間と比較してここ数年は箱ひげ図全体が高い気温帯にあること」や「箱の位置が周期的に昇降を繰り返す」との見方などができていた[MAL3B]。

結論の相 [C₃] :

教室全体で練り上げとし，口頭で[MAL3A]，[MAL3B]を発表させた。このとき同時に，黒板に投影された箱ひげ図のグラフに発表内容を教師が板書し，これを確認した。そして，当初の問題の結論として，「箱の分布の傾向が類似した期間があること」を根拠に，異常気象であるかどうかを論じさせていった。しかしながら，箱の分布と言うものの，最大値や四分位数の折れ線の推移を根拠とした主張であったので，「箱にデータのおよそ半分が含まれることから，何か言えないだろうか?」と問い返し，板書された四分位範囲の推移の部分に斜線をかき入れた。これにより，その年の一番暑かった日(最大値)がどうであったか，ではなく，その年のおよそ半数の日の最高気温が上昇傾向にあることを確認した。すると，ある生徒から，「およそ半数の日で見ると，高い方の半分(中央値から最大値まで)で見た方がいいんじゃないですか」との提案がなされた[MAL3B]。その見方によって，2010～2013年と2014～2018年を比較すると，2010～2013年の方が高い気温帯により集中していることが読み取られた。これに，大半の生徒が納得した様子であった。

5. 学習指導の分析と考察

ここでは，3章で設計した学習指導計画が，4章で示した実際の学習指導でいかに実現されたか，またされ得なかったかを，実現された[MAL]

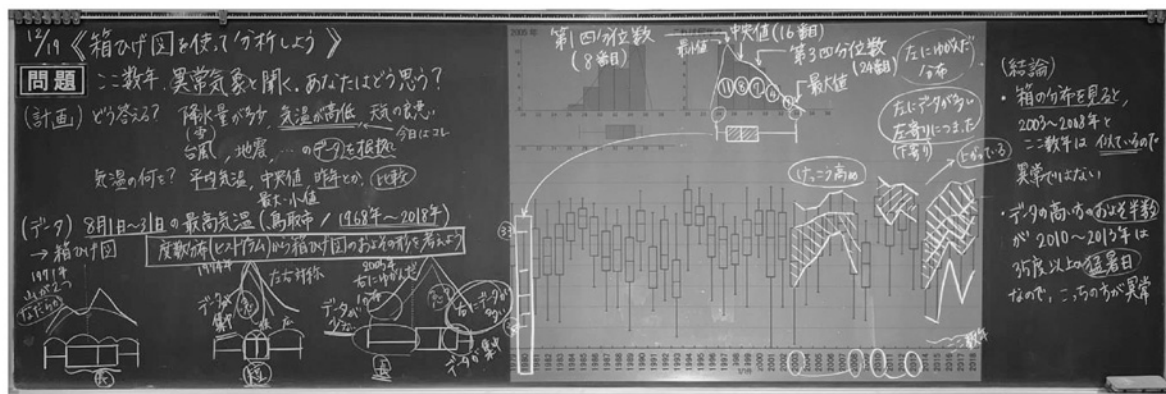


図 11. 第3時の板書(2018年12月19日実践)

によって考察する。

5.1. 第1時の分析と考察

第1時の実践では、[MAL\1A], [MAL\1B], [MAL\1C]すべてを実現することができ、授業の目標は達成された。設計した支援が機能し、数学的活動が意図通り促進したと言える。範囲やデータ数の異なる複数のデータセットを比較する文脈において、本教材の時刻による基準の設定は生徒にとって、自然であり、受け入れやすい基準であったと言える。しかし、[C₁]において、生徒が自主的に検証の活動に向かわず、教師がそれを促す発問が必要であった。また、提案された方法は、「実際に行ってみる」ことで、授業時間内には検証不可能であった。

一方で、こうした分析方法(表1-2')は、特殊であり、これ自体の統計的手法としての位置付けは検討の余地がある。また、箱ひげ図の導入との接続を考えると、その障害は大きいように思われる。この表現は見かけの長さが長いほどデータが集中する(多い)ことを表す。これに対して、箱ひげ図は箱やひげの長さが短いほどデータが集中する(多い)ことを表し、見かけの長さが誤概念を生むこと(cf.小口, 2008)を、助長することが懸念されるためである。

5.2. 第2時の分析と考察

第2時の実践では、[MAL\2A], [MAL\2B₁]を実現することができた。[PI₂]において、直観的に仮説が設定され、[A₂]ではその検証として、[MAL\2A]がなされた。このとき、複数のデータセットであるという教材の特徴により、度数分布多角形による比較の限界を感じさせることができ、必然的に新たな手法としての箱ひげ図を導入することへつながった。これにより、[MAL\2B₁]を実現することができた。生徒は、主に単純にデータの範囲(レンジ)に着目して、結論を主張した。範囲(レンジ)は、ひげの両端までの長さとして、より明確になるため、この見方が強く現われた可能性がある。しかし、[MAL\2B₂]は実現され得なかった。教師の支援として「箱ひげ図で、観客動員数の散らばりを読み取ってみよう」との発問は機能しなかったと言える。とはいえ、[MAL\2B₁]が実現されたことで、デー

タの集散の分析がなされており、授業の目標は達成されたとと言える。

一方、授業設計においては、位置づけていなかった数学的活動として、妥当性を認めた仮説を根拠に、純利益が非公開の球団について、その観客動員数の傾向を読み取り、純利益を推測することもなされた[MAL\2C]。これは、偶然的に教材としたデータの傾向と状況(非公開の球団があったこと)により実現されたと考える。しかしながら、分布の傾向をもとに推測することを期待する次時との接続において、望ましい活動であり、必然的または意図的に位置づけることが期待される。

他方、検証の活動においては、[C₂]で、教師が結論となる仮説の検証を促すこととなった。そのとき、生徒は仮説:データの範囲がせまいならば、純利益が多い、の裏:データの範囲がせまくない(広い)ならば、純利益が多くない(少ない)、によってこれを行なった。論理的には裏は必ずしも真ではないが、当該教材の分布では偶然、真であったため納得した。つまり、同じデータの視点を変えた見方によって妥当性を保証しようとした。また、他リーグのデータでの分析を提案することもできた。これは、質の異なるデータによる分析により妥当性を保証しようとするものであった。しかしながら、この探究は授業時間の制約上扱うことはできなかった。

5.3. 第3時の分析と考察

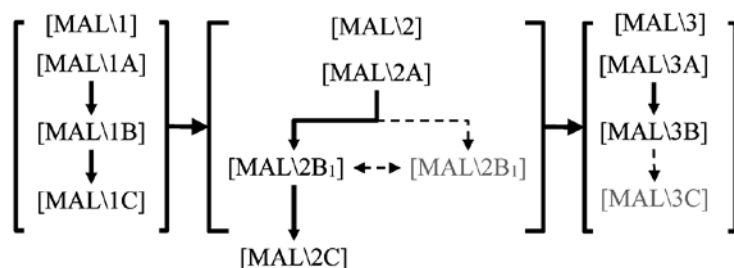
第3時の実践では、[MAL\3A], [MAL\3B]を実現することができた。[Pr₃]において、仮説を提示し、[PI₃]でその検証の方法を検討し、[D₃], [A₃]と展開し、[MAL\3A], [MAL\3B]がなされ、[C₃]でその検証結果が示された。しかし、その先の仮説となる分布の傾向を根拠に推測するまでは至らず、目標を十分に達成したとは言えない。[MAL\3A]と[MAL\3B]の質的な違いは、代表値(最大値、四分位数など)で推移を読み取るか、範囲(レンジ、四分位範囲など)で推移を読み取るか、である。教師による支援によって、[MAL\3A]は比較的円滑に実現したことに対して、[MAL\3B]は十分に機能したとは言えない。そのデータを代表する値という見方・考え方から、新たに代表する分布(およそ半数の分

布の位置) という見方・考え方へ誘う支援の必要性が示唆される。本時では、「箱にデータのおよそ半分が含まれることから、何か言えないだろうか」と箱(四分位範囲)こそがデータを代表する分布であることを意識させ、その推移の部分に斜線をかき加えることがこれに相当する支援となったと考えられる。こうした反省のもと、[A₃]の展開を見ると、ヒストグラムの概形と箱ひげ図の対応については必要性がない(後の活動に機能しない)ことが指摘される。データの範囲(レンジ)による分析に焦点化された第2時との接続を考慮し、ここでは箱ひげ図自体の読み(データの分布は、箱におよそ半数、一方のひげにおよそ1/4)を確認することの方が要請される。

また、[MAL3C]は実現されなかった。これは、そもそも設定した[Pr₂]が、傾向の読み取りで結論付けられる文脈であったことによると考えられる。この[Pr₂]設定の意図は、当初の問題が結論づけられた後、2サイクル目の探究の問題として設定されることを期待したためである。本時は単元の3時間目に位置づけた探究であり、統計的な探究の態度が育成されたならば、2サイクル目以降の探究も実現しうると期待したが、授業時間の制約上、実現されなかった。また授業時間の制約が生じた原因について言えば、先の[MAL3B]の活動を実現することに時間を要したためである。

5.4. 実現された数学的活動のネットワーク

以上を整理すると、図12にまとめられる。[MAL1], [MAL2]は概ね実現され、[MAL3]まで接続された。よって、箱ひげ図の意味理解、その活用態度についての育成のプロセスとなる学習指導の可能性が示される。また、数学的活動のレイヤー論における原理2により、単元を通して培う数学的活動[MAU]の実現可能性は保証される。



5.5. 本学習指導における条件と制約

最後に、以上の論考より導出される本学習指導の条件と制約について述べる。また、それらより学習指導の改善への示唆を得る。

1) 条件：複数の集団のデータを扱う文脈であること

[MAL#]を実現するために教材としたデータは、大量で、複数の集団であった。これは、箱ひげ図による表現の必要性を要請するためであった。すなわち、本学習指導においては、こうしたデータの扱いが一つの条件として指摘しうる。

こうした大量のデータを、一から自分たちで計測などして収集していくことも時間的にコストがかかるため、現実的ではない。既存のデータを再利用することや、本学習指導でおこなったようにWeb上のデータベースを検索し、適切に入手することなどを生徒が経験することは自然である。

2) 条件：必要に応じてデータの箱ひげ図が瞬時に得られること

大量のデータの処理においては、テクノロジーを活用することは前提とされる。これは、データの処理での手作業による負担を避け、データの分析こそに焦点化するためである。単元目標にテクノロジーの活用を掲げたものの、本学習指導で必要とされたのは、テクノロジーを活用すること自体ではなく、そうした恩恵として瞬時に箱ひげ図などが得られることであり、必ずしもテクノロジーを必要としなかった。「このデータの箱ひげ図が見たい」などと思ったとき、それがすぐに得られることが一つの条件として指摘される。実際、本学習指導において、生徒はテクノロジーを使っていない。[MAL]は箱ひげ図で分析することが中心であり、箱ひげ図に表していくこと自体に重きを置いていない。必要に応じて、教師が事前に用意したデータの箱ひげ図を配布し、十分に分析することができた。

しかしながら、こうして得た箱ひげ図を無批判

図12. 本単元における数学的活動のネットワーク。期待される数学的活動[MAL]のネットワークのうち、実際に実現した数学的活動は実線で示している。一方、実現されなかった数学的活動のネットワークは破線とした。

に受け入れて探究を進める態度については懸念がある。代表値やヒストグラムなどと比較的に参照して、その箱ひげ図が正当に表示されているかどうかを直観する「データ感覚」とでもいうべき能力の育成の必要性が示唆される。

3) 制約：新学習指導要領下で、主に分析の相と結論の相の往還に焦点化された授業設計である

本単元の目標は、新学習指導要領の概観により箱ひげ図の学習指導の必要性を探ることを通して設定した。また生徒は、第1学年でPPDACサイクルにより統計的な探究を行っている。しかし、統計的確率は未習での設定である。こうした背景の下、箱ひげ図についての意味理解やその活用態度の意図的、組織的育成のプロセスは、PPDACサイクルにおける分析の相、結論の相、あるいはそれらの往還に[MAL]が位置づいた。よって、授業設計においては、ここに焦点化された[MAL]のネットワークを構築することとなった。実際に、生徒の学習感想(図13a)より、箱ひげ図の意味理解が一定程度なされたことが確認された。

4) 制約：一授業時間内の探究のサイクルは一巡となる

授業時間は50分間である。そのため、PPDACサイクルを局所的に扱わざるを得ない。また、PPDACサイクルの相の移行は、教師の発問(や支援)によって探究を方向づける必要があった。

このようにPPDACサイクルの局所的な扱いであったものの、箱ひげ図に関する能力育成のプロセスは[MAL]のネットワークで示すことができた。一方、統計的な探究の方法論や検証の活動などの批判的な思考が負荷されているとみなされる[MAU](や[MAC])による能力育成のプロセスは、諸相の往還やプロセス自体の循環など、大局的な探究のプロセスにより示しうると考える。青山(2013)は、結論の相より再帰的に探究をおこなうには問題の相における問題設定の活動の有無が影響するという。よって、問題場面より合意形成をはかりつつ意図する問題設定へ導き、同一教材を複数時間で探究する必要性が示唆される。また、主な生徒の学習感想(たとえば、図13b)によれば、教材とした統計的な問い自体の結論を言及する傾向であった。生徒の興味関心をひく問題場面や

問いであることが探究の動機付けになる一方、指導においては、探究のプロセス自体をより一層前景化する必要性も示唆される。

6. おわりに

6.1. 本研究の結論

本研究は研究課題：検証の活動を重視した箱ひげ図による統計的な探究の学習指導は、いかなる条件と制約を有するか、に答えることを目的とした。これに対して、第2章において、箱ひげ図の学習指導が要請される要因として、新学習指導要領においては、大量のデータや複数の集団の分析の手法として要請され、データの集散の傾向を根拠にした主張や確率分布をみなした推測などをおこなうために位置づけられたことを示した。第3章においては、数学的活動のレイヤー論に基づき、その学習指導の設計を試みた。第1時に、「来客数と時刻のデータによる回転寿司店の選択」をおこない、大量のデータの集散を視覚的にとらえる手法の必要性の感得を期待した。第2時に、「プロ野球の球団の観客動員数と純利益の相関」を箱ひげ図による傾向の読み取りによって見出すことを期待した。第3時に、「過去50年の8月の最高気温のデータの分布の傾向による推測」を箱ひげ図による傾向の読み取りによっておこなうことを期待した。第4章において、実際の授業実践の概要を示し、第5章において、その分析と考察をおこない、実現された[MAL]を抽出し、図12にまとめた。また、こうした授業設計・実践の論考より学習指

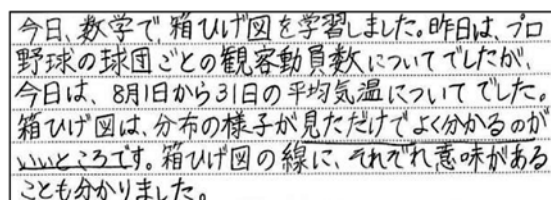


図 14a. 生徒 O の学習感想

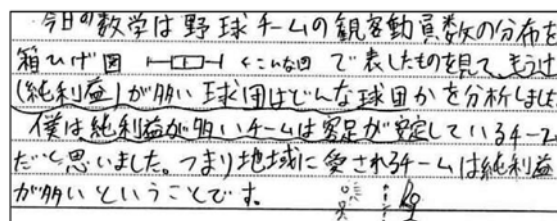


図 14b. 生徒 H の学習感想

導の条件と制約を明らかにした。その条件として：1) 複数の集団のデータを扱う文脈であること、2) 必要に応じてデータの箱ひげ図が瞬時に得られること；制約として：3) 新学習指導要領下で、主に分析の相と結論の相の往還に焦点化された授業設計であること、4) 一授業時間内の探究のサイクルは一巡となることを指摘した。また、学習指導への示唆として、大量のデータの収集は Web などに頼りうること、表された箱ひげ図の正当性を直観する「データ感覚」を育成する必要があること、[MAU] の実現のプロセスとして、複数授業時間での扱いおよびその探究のプロセスの前景化も求められること、を得た。

6.2. 本研究の課題

本研究の授業設計は、第 5 章で示した制約のもと、およびその実践においては、3 授業時間で実施したものである。よって、検証の活動を重視した学習指導の可能性を示したに過ぎない。生徒の能力育成は、図 13a, 13b などの学習感想により、一定の成果は認められるが、学習指導をおこなった生徒全体の実態を明らかにすることが残されている。また、[MAL] の移行を促す支援が機能したかどうかについては、部分的に言及したものの（たとえば、5.2.），まだ十分に考察できていない。学習指導の営みを記述する上で、生徒へのこうした教師の発問や支援などの直接的な働きかけについてもいかなるものであったか明らかにしていくことが今後の課題である。

註

- 1) 過去 3 カ年の日本数学教育学会全国算数・数学教育研究大会における中学校部会の箱ひげ図に関する研究発表数は、2016 年（平成 28 年）が 0 本、2017 年（平成 29 年）が 1 本、2018 年（平成 30 年）が 7 本である。
- 2) これはカリキュラム・マネジメントであると考えられる。岩崎ら（2012）では、現代社会における数学のあり様を通じた学習指導の充実と具体化を図る「潜在的数学への文化的手ほどき」を提案する。また、中央教育審議会答申（平成 28 年 12 月 21 日）や学習指導要領解説（平成 29 年 7 月）などで示された「算数・数学の学習過程のイメージ」はそうした学習指導

の一つのモデルと解釈できる。

- 3) 箱ひげ図を提唱した Tukey は「Exploratory data analysis（探索的データ解析）」を開発し、当時主流であった仮説検定による統計学を批判した。たとえば、外れ値を含めたデータより導かれる推測の非実用性に対して、まずは、データの傾向を視覚化し捉え、必要ならば外れ値をデータから取り除くことを考えた（Tukey, 1977）。一方、小林（2013）によると、箱ひげ図のもととなる四分位数は、「9 通りの定義が知られており、世界的に定着した定義は確定していない。」（p. 68）とし、ソフトウェアによって異なるという。たとえば、Microsoft Excel では、四分位数の求め方として、包括的な中央値と排他的な中央値が選択できる。また、松元新一郎氏によって開発された統計ソフト statlook（スタット・ルック）では、四分位数の求め方を教科書の方法（高橋ら、2011；文部科学省、2018）、Tukey のヒンジ、表計算ソフトの方法を選択できる。
- 4) 観察された数学的活動（少なくとも数学的価値が負荷されているとみなされる）が、学習指導の営みとして適切であったかどうかを評価するものではなく、学習指導の営み自体が何であったかをありのままに記述するものである。
- 5) google マップ、<https://www.google.com/maps/>（最終アクセス：2018 年 7 月 3 日）。このデータは、訪問者のスマートフォンの位置情報が集められているとされ、すべての訪問者のデータではない。つまり、有意抽出の標本調査によって得られたデータである。
- 6) 日経 XTREND, プロ野球ビジネス No.1 決定戦、<https://trend.nikkeibp.co.jp/atcl/contents/18/00053/>（最終アクセス：2018 年 12 月 11 日）。
- 7) プロ野球 Freak, <https://baseball-freak.com/>（最終アクセス：2018 年 12 月 11 日）。他リーグ球団との交流戦、本拠地以外でのデータは除いた。雨天等で中止になった試合もあるため、全球団の試合数は同数でない。
- 8) 未上場会社の決算ブログ、<https://pl-bs.net/>（最終アクセス：2018 年 12 月 11 日）。このサイトによると、決算公告の情報は官報などからまとめたものであるとのこと。
- 9) 気象庁 過去の気象データ、<https://www.data.jma.go.jp/gmd/risk/obsdl/index.php>（最終アクセス：2018 年 12 月 17 日）
- 10) 表 1-2 は 30 番目までのデータであるが、生徒

に配布した表は、40番目までのデータである。

- 11) 学校行事、教育実習などの校内事情により、第1時の実践より期間が空いた。第1時は本単元の準備的位置付けであり、実質的な箱ひげ図の学習指導は、この第2時より始まるため、期間が空いても差し支えないと考える。

文献

- 阿部好貴, 溝口達也, 石井英真 (2017) カリキュラム開発における数学的活動のレイヤー論: 「関数と方程式Ⅲ」の開発を事例に, 日本数学教育学会第5回春期研究大会論文集, 109-116.
- 青山和裕 (2013) 日本の統計教育における系統性構築に向けた検討と提案, 日本数学教育学会 数学教育論究, 95 (臨時増刊), 1-8.
- 藤原大樹 (2018a) 授業例12箱ひげ図, お茶の水女子大学附属学校園連携研究算数数学部会 (編著), 「データの活用」の授業: 小中高の体系的指導で育てる統計的問題解決力, 東洋館出版社, 122-127.
- 藤原大樹 (2018b) 統計的思考力の育成を目指した単元指導と評価 (8): 箱ひげ図などを用いて批判的に考察し確率的に判断する授業, 日本数学教育学会誌大会特集号, 100 (臨時増刊), 409 pp.
- 石綿健一郎 (2014) 箱ひげ図に対する中学生の理解を評価する実験授業: 統計カリキュラムの改善への提言, 日本科学教育学会年会論文集, 38, 47-50.
- 石綿健一郎 (2016) 中学校数学科における箱ひげ図の授業実践と生徒の理解度の評価: 統計カリキュラムの改善への提言, 日本科学教育学会年会論文集, 40, 83-86.
- 岩崎秀樹, 大滝孝治, 新居広平 (2012) 数学教育における目的・目標論再考, 日本数学教育学会誌数学教育, 94 (11), 26-29.
- 菊池康浩 (2018) 統計的な問題解決力を育む授業づくり: 四分位範囲や箱ひげ図などを用いる学びを例として, 茨城大学教育学部附属中学校研究紀要, 46, 53-78.
- 小林道正 (2013) データ分析における「箱ひげ図」の誤解: 高校教科書における多数の誤り, 中央大学論集, 34, 57-68.
- 小口祐一 (2008) 箱ひげ図を用いた資料の傾向の説明に関する研究: 長さの誤概念が及ぼす影響, 日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集, 41, 495-500.
- 峰野宏祐 (2017) “周辺視”の能力が高いのはどんな人?, 科学教育数学教育, 722, 明治図書, 50-53.
- 峰野宏祐, 富田真永 (2013) 統計的手法の概念を生徒の中に構成する指導についての研究: 四分位範囲の導入に焦点を当てて, 日本科学教育学会年会論文集, 37, 14-17.
- 溝口達也, 山脇雅也, 阿部好貴, 大滝孝治 (2017) カリキュラム開発における数学的活動のネットワーク, 日本数学教育学会第50回秋期研究大会発表集録, 311-312.
- 文部科学省 (2009) 高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編, 実教出版.
- 文部科学省 (2018) 中学校学習指導要領解説 数学編, 日本文教出版.
- 中里洋 (2018) 数学的な表現を用いて課題の解決に取り組む指導: 「四分位範囲」と「箱ひげ図」を用いて, 日本数学教育学会誌大会特集号, 100 (臨時増刊), 381 pp.
- 根上生也ほか編 (2012) 数学活用, 新興出版社啓林館, 58-61.
- 岡本大介 (2017) 資料の活用領域に「箱ひげ図」を取り入れた授業づくり, 日本数学教育学会誌大会特集号, 99 (臨時増刊), 329 pp.
- 須江直喜 (2018a) 夏の気温は本当に上昇傾向にあるの?: 箱ひげ図で明らかに, 科学教育 数学教育, 726, 明治図書, 106-109.
- 須江直喜 (2018b) 日常を数学科し, 得られた結果を活用する: 箱ひげ図を利用して, 日本数学教育学会誌大会特集号, 100 (臨時増刊), 379 pp.
- 菅原亮, 石綿健一郎 (2018) 「箱ひげ図」を用いた指導について: 身近な問題を解決する学習を取り入れた指導, 日本数学教育学会誌大会特集号, 100 (臨時増刊), 376 pp.
- 高橋陽一郎ほか編 (2011) 詳説数学 I, 新興出版社啓林館, 188-192.
- Tukey, J. W. (1977) *Exploratory data analysis*, Addison-Wesley Publishing Company.
- 山脇雅也 (2018a) 中学校数学科における検証を重視した統計的な探究の学習指導, 鳥取大学附属中学校研究紀要 49, 45-52.
- 山脇雅也 (2018b) 箱ひげ図の見方・考え方を想起する学習指導の条件と制約: 第2学年単元「データの活用」における授業研究, 平成30年度鳥取大学附属中学校研究発表大会資料.
- 山脇雅也 (2018c) 箱ひげ図の見方・考え方を想起する学習指導の条件と制約, 第51回中国・四国算数・数学教育研究 (広島) 大会要項, 5 pp.

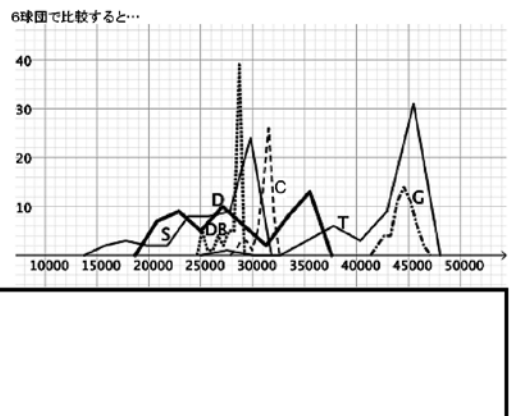
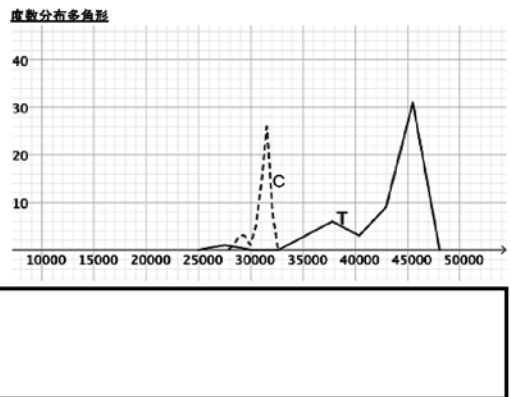
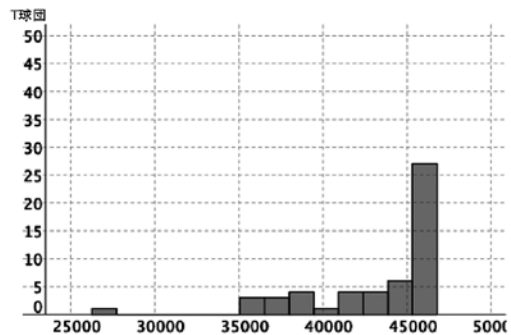
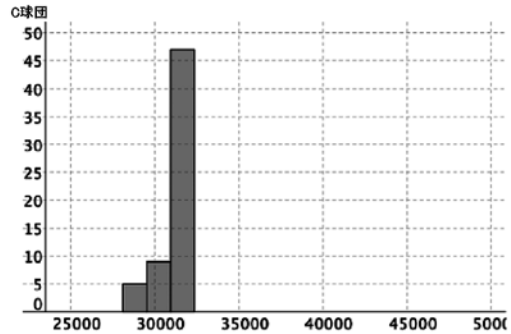
資料 1-1

2017年シーズン NPB観客動員数(セ・リーグ/本拠地)*

試合数	C	T	DB	G	D	S
1	31184	46214	28966	45331	33744	30681
2	31609	46236	28927	44351	26903	27750
3	31693	41623	27770	44530	24559	30254
4	29675	46312	27277	41694	23566	17686
5	31061	46317	25046	41730	29461	16548
6	31304	39032	24892	42922	27686	27051
7	28997	37155	26737	44083	35137	29994
8	29440	37836	26666	44455	33424	30244
9	28974	45500	25010	44783	33243	28103
10	29515	46351	28910	45259	21438	30725
11	28951	46593	28943	44834	22325	28216
12	30107	46561	28523	45669	22454	28206
13	31419	46567	28928	42606	21342	30585
14	31798	36106	28937	44004	20655	30629
15	31789	36472	28944	45956	36491	20049
16	31668	37357	28933	44494	34733	20371
17	31659	46227	28925	45741	28244	24106
18	30330	39465	27796	43880	23156	28264
19	30265	38909	28852	45052	21989	30265
20	32066	44826	26672	44975	26315	29247
21	30469	46616	28903	43157	34306	23966
22	31526	46519	28924	42835	33515	26208
23	31720	44519	28069	42468	23206	22006
24	30704	44420	28908	43859	26405	30416
25	31251	45950	28008	44408	36513	30631
26	31282	46230	28556	45021	24415	30346
27	31060	46791	28394	44738	23965	29086
28	31136	46752	27678	43844	19739	30808
29	31255	43966	28906	44272	20283	29063
30	31910	46769	28906	44898	19839	24984
31	30543	46629	25223	43452	23354	28654
32	30884	46723	28939	43599	32280	29206
33	31438	46639	27791	43789	36564	26023
34	31202	46745	28932	44012	32581	25706
35	31203	46752	28937	43966	19953	25808
36	31400	43735	28966	44838	22434	22129
37	31257	43586	28962	44830	30894	24419
38	31190	39101	28853	44435	32591	24630
39	31269	42157	28916	44625	35730	28773
40	31399	46603	28907	45070	27672	24579
41	31330	41856	28937	45185	28239	25787
42	31813	45505	28588	45735	29155	24190
43	31734	46748	28368	45073	29204	30419
44	31811	42207	25355	44843	26794	30505
45	31509	42715	28922	42977	27167	29627
46	31307	43955	28650	44046	36534	29201
47	31191	44352	28603	43966	36059	30686
48	31557	46748	28623	44141	36070	30642
49	31351	46035	28466	45383	28022	14773
50	31449	43292	28920	46706	27727	25818
51	31202	38112	28928	45653	25406	17330
52	31420	26242	28648	45053	26828	18252
53	31316	35748	26951	46023	23626	30728
54	31812		25520	46809	28933	26089
55	31549		28642		36340	23464
56	32324		28141		35804	27885
57	32336		26294		34651	24510
58	31775		28923		24326	30517
59	31390		28956		34436	
60	31808		28966		36297	
61	28092		26650			
62			27807			
平均値	31,109	43,441	28,115	44,446	28,578	26,670
中央値	31,316	45,500	28,649	44,512	27,875	28,155
当期純利益 (円)**	12億 9700万	9億 6500万	11億 9300万	未公開	未公開	▲921万
選手年俸 合計(円)**	約25億	約36億	約27億	約47億	約22億	約30億

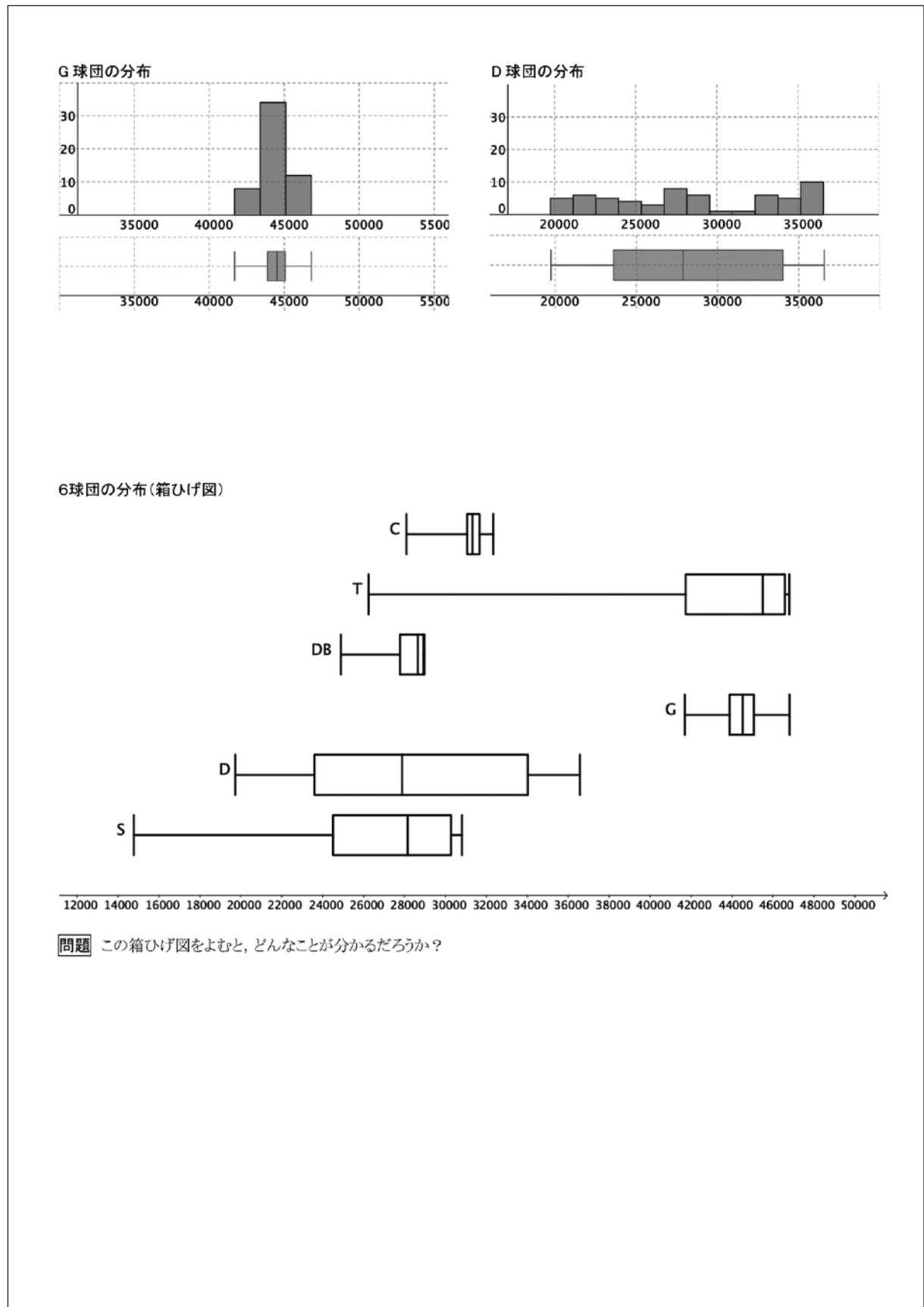
*プロ野球Freak, <https://baseball-freak.com/>(最終アクセス 2018年12月11日)
 **未上場会社の決算情報ブログ, <https://pi-bs.net/>(最終アクセス 2018年12月11日)

問題 C球団とT球団の観客動員はどんな特徴か?
ヒストグラム



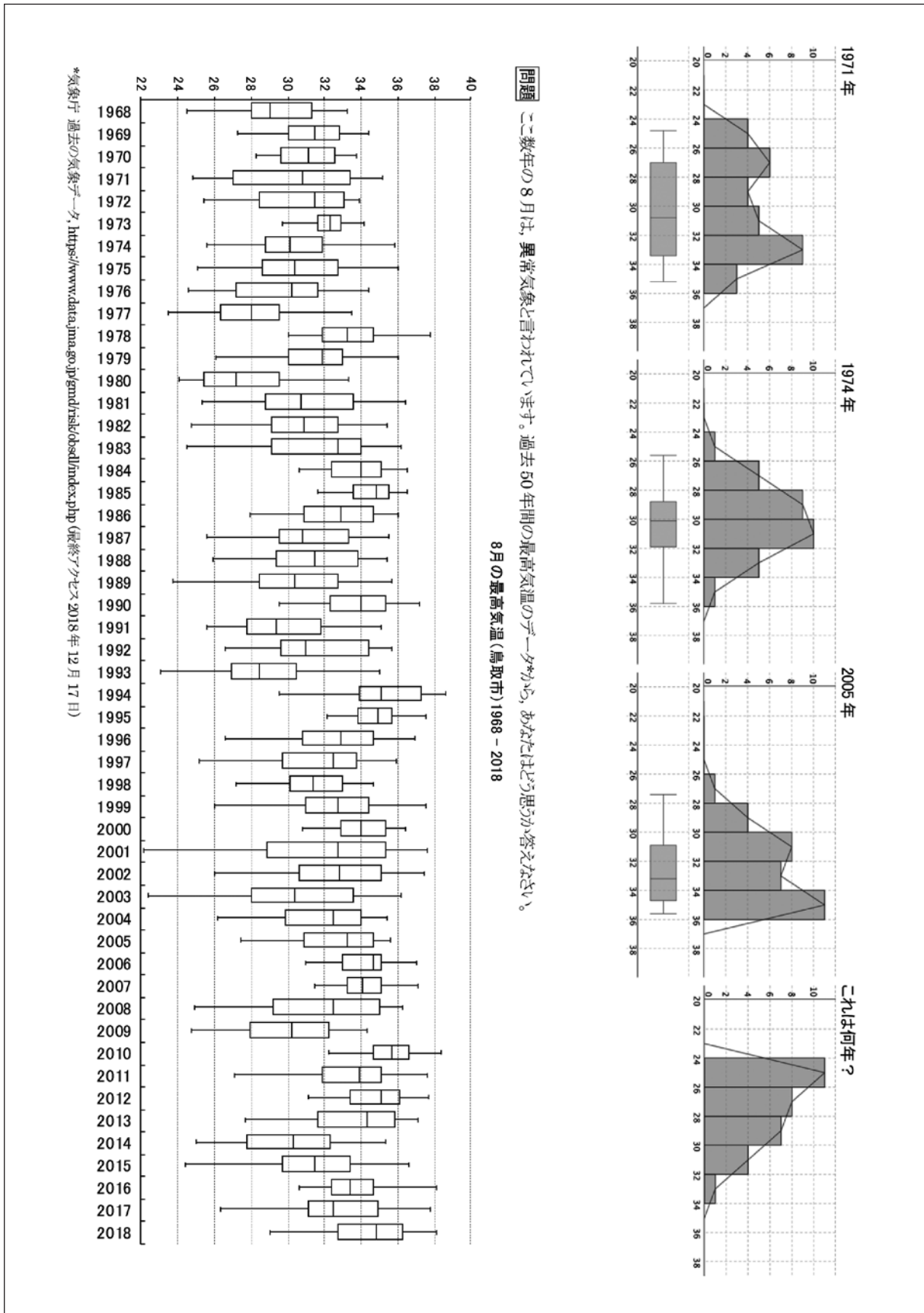
ヒストグラム, 度数分布多角形は Geogebra で作成。

資料 1-2



ヒストグラム、箱ひげ図は Geogebra で作成。

資料 2



ヒストグラム、箱ひげ図は Geogebra, Microsoft Excel で作成。