数学教育学における「発展的教材」の開発に関する研究

矢部敏昭*・倉吉算数サークル**

Research on development of "Progressive Teaching Materials" in Mathematics Education

YABE Toshiaki*, Kurayoshi Mathematics Group**

1．問題の所在

『ゆとりの中で生きる力をはぐくむこと』を目指す新教育課程（平成10年告示）は，平成14年4月より全面実施された。同年秋，"学習指導要領最低基準性" が明確に打ち出され，それに伴い算数教育は「発展的な学習と補充的な学習」に関わる教材事例集が示された。確かな学力の獲得とその向上（学力の実質化）の主張は，学習指導要領など教育課程の基準に示された内容（意図されたカリキュラム）と学校や教員によって実際に指導された内容（実施されたカリキュラム）との間のずれ（ギャップ）を問題視し，また，学習者において実現された学習内容（実現されたカリキュラム）との間のさらに大きなギャップをも問題視するものである。

今日，カリキュラムの議論は従来までの「意図されたカリキュラム」をその対象とするのではカリキュラムの改善は難しく，その議論の対象は「実施されたカリキュラム」や「実現されたカリキュラム」に向けられるに至っている。このようなカリキュラム編成における背景によって，新教育課程は教育内容の厳選という表現のもとに，「意図されたカリキュラム」を「実施されたカリキュラム」に合わせる方向で編成された（図-1）と言い換えられよう。

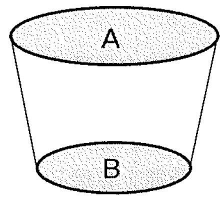


図-1　カリキュラム間の関係(1)

他方，学校を取り巻く社会においては子どもたちの学力低下を指摘する。右図をみる限り，新教育課程は明らかにその学習内容の量に着目するならば，約3割削減されているからである。厳選された教育内容に関して，子どもたちの学力を保証し，かつ，従来に増して子どもたちの学力を向上させるためには，その一つの考え方として学習内容の「量」の問題を「質」の問題として受け止めることが考えられる。

つまり，少なく学び多くを考えられる学びを展開することである。このことについて，例えば「削られた部分の学力は減っても，自ら学び解いていく力ができていれば，総合的学力は減らない」という表現に代表される（図-2）。言い換えれば，基礎・基本を重視した今回の

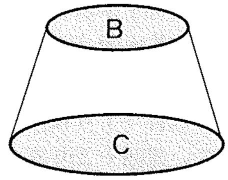


図-2　カリキュラム間の関係(2)

＊鳥取大学教育地域科学部 学校教育課程 教科教育講座 数学教育学
＊＊代表：倉吉市立上北条小学校教諭 河本了，泊村立泊小学校教頭 坂出純子

教育課程は，学力の実質化[注(1)]という視点に立つとき，「何を学ぶかと合わせて，その学ぶ内容をいかに豊かに学ぶか・どのように確かに学び取るか」という実施されたカリキュラムと実現されたカリキュラムが問われていると言えよう。また，その一つの具体策として，算数教育においては発展的な学習と補充的な学習が取り上げられるのである。

しかし，発展的な学習と補充的な学習に関わる教材事例集は示されたものの，それらの教材事例はどのような考え方のもとに，どのように教材をとらえることによって作られたものであるかは示されていないのである。このことは，前述したカリキュラム議論において意図されたカリキュラムから実施されたカリキュラムや実現されたカリキュラムにその検討の対象を移すならば，日々の学習に携わる教師にとって重要な課題であり，問題の一つとして指摘できるものである。なぜならば，多くの教員にとって意図されたカリキュラムの具体化の一つとして代表される教科書をもとに学習を展開することは経験してきているが，教員自らが多様な子どもたちの実態に即した教材の開発は未経験だからである。また，発展的な学習のための教材開発に関しては，算数教育において「発展的な学習」とはどのような目的のもとに，どのような子どもたちの数学的な見方・考え方や数学的態度を育成することが期待できるのか。また，一度開発された教材はどのような位置づけが可能となるのか等，これらの課題はすべて教師に委ねるものではなく，学習の主体者である子どもたちの側からの視点も含めて本来は提案されるべきものと考えるのである。

本稿は，現職教員で構成される自主的な研究グループとの共同研究によるものであり，発展的な学習をどのようにとらえ，どのような教材開発の視点を設定して発展的学習教材を開発したものであるかを示すものである。

2．数学教育学における「発展的学習」教材のとらえ方

(1)「学力の実質化」

さて，学習内容の「量から質」への転換は基礎的・基本的内容を子どもたちはいかに学ぶかという問題に置き換えて考えることができる。それは，学ぶ内容の理解をはじめ，算数の学習は既得の知識・技能を駆使していかに新しい知識・技能を作り上げるかが重要であり，その学ぶ過程においては内容の意味を構成するとともに，算数の学習に関する学び方をも獲得できるものだからである。

基礎・基本のとらえ方については，以下の考え方に立ったものである[1)]。

『ある事柄（内容）が基礎的・基本的であるということの意味は，その内容がその時々において理解するための前提や条件になるばかりでなく，その内容がより広い範囲やより高いレベルの内容を学ぶ可能性をもつ（開く）という点に，その内容が基礎的・基本的（あるいは本質的）である，ということ』である。

つまり，基礎的・基本的な内容はその先の学習のための基礎・基本であると言うよりは，むしろ基礎的・基本的な内容をいかに学ぶかがより広い範囲やより高いレベルの内容（発展的な内容）を学ぶことを可能にするのである。このいかに学ぶかに着目するとき，学習内容の「量」の問題は「質」の問題としてとらえられるのである。また，この解釈に立つとき，算数の学習は常に発展をもたらす方向へと展開することが可能になるのである（図-3）。

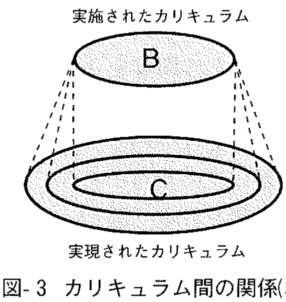


図-3 カリキュラム間の関係(3)

言い換えれば，意図されたカリキュラムは実施されたカリキュラムに合わせて厳選されたが，も

し学ぶ内容（実施されたカリキュラム）を通して従来に増して実現されたカリキュラムが拡大されるならば，前項において指摘した問題点は克服される方向へと向かうものであると考える。

(2) 発展的な学習の基本的な考え方

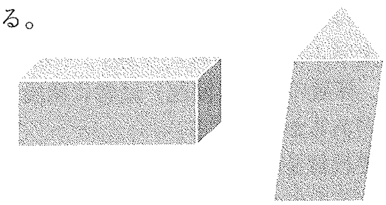
① 算数学習の特性に着目して

基礎的・基本的な内容を前述したようにとらえ，算数の学習を常に発展的な内容を導く方向へと展開するためには，発展的な学習をどのようにとらえることが必要か。G.ポリアは，科学として算数・数学の学習を考えるとき，日常生活とは非常に異なった態度（帰納的態度）を必要とすると述べ，それは観察から一般化へすぐに昇れとか，逆に最高の一般化から最も具体的な観察へ即座に降りよとかいう。また，算数の問題は「問題が問題を生む」とも呼ばれ，ある一つの問題が解決される過程では新たな問題が生成されたり，あるいは解決された後には次なる問題が生成・構成されたりするのである。発展的な学習における「発展」の意味を，ある特殊をもとに一般に向かって探求する過程に求め，逆に一般の中にある特殊を探求する過程に求めるならば，算数の学習は子どもたちにとって，目の前の具体的な（特殊な）問題を解決することを通して，特殊の背後にある一般を意識する学習展開が成立すると考えることができる。

意図されたカリキュラムの学ぶ内容を通して，上述した学習展開は子どもたちにとって一般を意識することによって，目の前で考えている特殊が一般の中の特殊であることへの理解を導き，一般の中にある特殊を意識する展開はその学ぶ内容の意味理解を確かにするとともに，一般を意味していることへの理解を導くものと考えるのである。

② 発展が意味する学習活動

基礎的・基本的な内容を子どもたちはいかに学ぶかということに関して，ここでは具体的な教材を取り上げて発展の2つの方向を示すものである。例えば，第6学年に位置づけられた「立体」の教材は，その指導のねらいとして・立方体や直方体について，点，線，面の構成要素から分析的にとらえて立体図形を構成することができること。・三角柱や四角柱等の角柱の構成要素について考察することを通して立体図形の意味がわかること，が挙げられる。



	側面の数	頂点の数	辺の数
三角柱	3	6	9
四角柱	4	8	12

右図のような三角柱と四角柱が子どもたちの前に置かれ，実際の活動として側面の数や頂点の数が数えられて表が埋められるのであれば，それは発展的な学習を考える以前の，学習展開が問題となる。

角柱（柱体）が，底面の平行移動でできる軌跡によって生成され，底面の形に着目するならば，例えば三角柱の「頂点の数」は3×2＝6となり，四角柱の「頂点の数」は4×2＝8となる。また，「辺の数」は三角柱が3×3＝9となり，四角柱が4×3＝12となる。

さて，発展の一つの方向は一度示された四角柱の辺の数は12本（一般）を対象として，その一般の中にある特殊を考えてみることにする。前時までに学習した既習の内容を活用すれば，四角柱の展開図から四角柱の「辺の数」を求めることもできる。四角柱の展開図は6つの四角形で表されることから，それぞれの面は4本の辺で構成されている。つまり，6面を持つ展開図は4×6＝24（本）の辺を持ち，それぞれの辺は互いに重なっていることから，24÷2＝12で12本と求めることができるのである。この見方・考え方は子どもたちに十分期待できるものである。言い換えれば，発展の一つに方向としての一般の中にある特殊を意識する学習展開は，なぜ四角柱の辺の数が12本になる

かという意味理解を一層確かなものにすると言えよう。

他方，発展のもう一つの方向は三角柱，四角柱と順に考えてきた目の前の問題（特殊）が一般の中の特殊であることを考えてみることから導かれる。三角柱や四角柱の「頂点の数」は３×２，４×２であり，「辺の数」は３×３，４×３であった。考察の対象を五角柱や六角柱へと拡げるならば，もはや子どもたちはこれらの角柱が目の前になくても容易に「頂点の数」や「辺の数」は求められるのである。さらには，未だ見たことも描いたこともない10角柱や100角柱であっても考えられるであろう。言い換えれば，発展の二つ目の方向としての学習展開は，考察の対象を拡げて子どもたちの理解を活用できるまでの確かな理解に高め，与えられた問題（特殊）が一般の中の特殊であることへの理解を導くのである。

これらの発展が意味する２つの方向の学習活動は，子どもの情意的側面から考えるならば，基礎的・基本的な内容を学ぶ過程で常に現状に甘んずることなく「新たなもの（意味）を生み出したい」，「見出した解（答え）はなぜそうなるのか」や「どのような活用が考えられるのか」等の，子どもの強い向上心や知的好奇心に支えられることは見逃せない点である。言い換えれば，発展の背後には，「四角柱の辺の数はなぜ12本になるのか」，「別の求め方は考えられないか」や「五角柱や六角柱ならばどうなるか」等の問いに代表されるところの知識への強い要請や知識・技能を適切に活用しようとする学ぶ心をも要請されていると言えるのである。

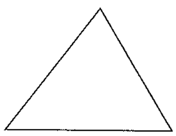
３．教材開発に向けた２つの視点
―「理解をより深め，理解をより拡げる」―

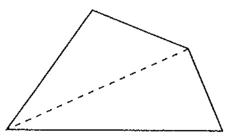
発展的な学習については個に応じた指導の充実を図る観点から，子どもの能力・適性，興味・関心等に応じて，さらに学習を広げたり深めたり，進めたりすることが求められる[2)]と述べ，発展的な学習は学習指導要領に示す内容を身に付けている子どもに対して，「内容の理解をより深める学習を行ったり，さらに進んだ内容についての学習を行ったりするなどの学習指導」[3)]と定義されている。ここでは，どの子どもに対しても発展的な学習を学ぶ可能性を開くとともに，実施されたカリキュラムを学ぶ過程で「量から質」への転換を図るための発展教材の開発を考えるものである。なぜならば，算数の学習（問題）は常に発展をもたらす方向の展開が可能であり，またそこに算数学習の特質があるからである。

主要教材を学ぶ日々の学習指導の過程で発展的な学習を展開することは，従来に増して学習指導を子どもたちにとってより豊かにすることととらえ，その学習指導の「豊かさ」と「確かさ」を実施されるカリキュラムと実現されたカリキュラムに求め，子どもたちにとって「理解をより深める学習展開」と「理解をより拡げる学習展開」と位置づけたものである。そして，これらの２つを発展教材の開発の視点として設定したものである。

(1) 「理解をより深める」教材開発の視点

小学校第５学年においては，三角形や四角形の内角の和を求める学習が位置づけられている。三角形の内角の和を求める学習展開においては，３つの角を実測したり３つの角を切り取って一直線に並べたりする等の算数的活動が行われる。三角形の内角の和が180度であることを学んだ後，四角形の内角の和を対角線によって２つの三角形分け，三角形に帰着した見方・考え方をもとに四角形の内角の和が求められる。このとき，なぜ四角形の内角の和は360度になる


三角形


四角形

のか，また他の見方・考え方はないのだろうか。さらに，なぜ三角形に帰着した方法がより手際のよい方法であるのかは算数の学習を通して子どもとともに考えたい事柄である。

子どもたちが，上述の問いをもとに右図-4のようなS1からS3の多様な様相を示すならば，三角形に帰着して対角線によって2つの三角形に分ける方法がより手際のよい方法であることを知るばかりか，四角形の内角の和についてのより深い理解をもたらすものと考える。

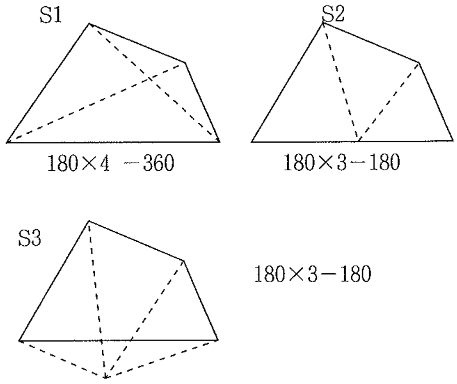


図-4　子どもの多様な様相

言い換えれば，「理解をより深める」教材開発の視点は，子どもたちの多様な見方・考え方の側面から対象（この場合は四角形）を深く考察し，意味を豊かにする視点と言えよう。特殊と一般の関係からとらえるならば，一度表された「四角形の内角の和は360度である。」という一般の中にある特殊を探求することで，その内容の意味理解を確かにするとともに，一般を意味していることへの理解を子どもたちに導くものであると考える。

（2）「理解をより拡げる」教材開発の視点

他方，「理解をより拡げる」教材開発の視点は，四角形の内角の和の求め方をもとにすると，他にどのような活用があるのか，五角形や六角形の内角の和はどうなるのか，といった問いをもとに発展教材の開発が可能となる（図-5）。言い換えれば，この「理解をより拡げる」教材開発の視点は，子どもたちの表現・処理の活用の側面から対象を拡げ，三角形や四角形の内角の和の学習で見出した数学的な見方・考え方や表現・処理を活用できるまでの確かな理解にするとともに，意味を豊かにする視点と言えよう。また，特殊と一般の関係からとらえるならば，目の前で考えていた特殊が一般の中の特殊であることへの理解を子どもたちに導くものと考えるのである。

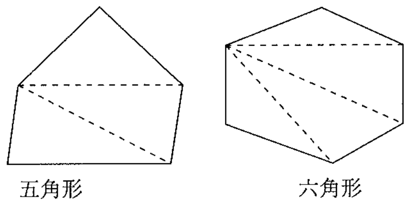


図-5　一般へ向かう多角形へ

4．発展的学習教材の開発

（1）「理解をより深める」教材開発の視点

①　2年下p31「13 かけ算（2)」（より拡げる・より深める）

教科書	2年下ｐ３１
単元	１３　かけざん（２）
内容	①　8のだんと　9のだんの　九九を　つくりましょう。 8のだんの九九　　　9のだんの九九 １２３４５６７８９　　　１２３４５６７８９ 1●●●●●●●●●　　　1●●●●●●●●● 2●●●●●●●●●　　　2●●●●●●●●● 3●●●●●●●●●　　　3●●●●●●●●●

	4●●●●●●●●● 5●●●●●●●●● 6●●●●●●●●● 7●●●●●●●●● 8●●●●●●●●● 8×1＝□ 8×2＝□ 8×3＝□ 8×4＝□ 8×5＝□ 8×6＝□ 8×7＝□ 8×8＝□ 8×9＝□	4●●●●●●●●● 5●●●●●●●●● 6●●●●●●●●● 7●●●●●●●●● 8●●●●●●●●● 9●●●●●●●●● 9×1＝□ 9×2＝□ 9×3＝□ 9×4＝□ 9×5＝□ 9×6＝□ 9×7＝□ 9×8＝□ 9×9＝□
	８のだんは、８ずつ増えていること、９のだんは、９ずつ増えていることを確認し、アレー図を通して求めていく。	
発展 （より拡げる）	○　８×１１や８×１２、９×１１や９×１２ももとめてみましょう。	
	８×１０＝８０ ８×１１＝８×１０＋８＝８８ ８×１２＝８×１１＋８＝９６ ８ずつ増えていくことをもとに、８×１１や８×１２も求めることができることに広げていく。	９×１０＝９０ ９×１１＝９×１０＋９＝９９ ９×１２＝９×１１＋９＝１０８ ９ずつ増えていくことをもとに、９×１１や９×１２も求めることができることに広げていく。

発展 （より深める）	○いままでならった九九をつかって８のだんや９のだんをもとめましょう。	
	かけられる数８や９を分解して考える。 ８の段・・・２の段と６の段に分けて考える。 １２３４５６７８９ ○○○○○○○○○ ○○○○○○○○○ 3●●●●●●●●● 4●●●●●●●●●	 ９の段・・・２の段と７の段に分けて考える。 １２３４５６７８９ ○○○○○○○○○ ○○○○○○○○○ 3●●●●●●●●● 4●●●●●●●●●

５●●●●●●●●●
６●●●●●●●●●
７●●●●●●●●●
８●●●●●●●●●

５●●●●●●●●●
６●●●●●●●●●
７●●●●●●●●●
８●●●●●●●●●
９●●●●●●●●●

８の段・・・３の段と５の段
　　　　　　４の段と４の段

９の段・・・３の段と６の段
　　　　　　４の段と５の段

９の段　１２３４５６７８９
１●●●●●●●●●　１０×１＝１０　１０－１＝　９
２●●●●●●●●●　１０×２＝２０　２０－２＝１８
３●●●●●●●●●　１０×３＝３０　３０－３＝２７
４●●●●●●●●●　１０×４＝４０　４０－４＝３６
５●●●●●●●●●　１０×５＝５０　５０－５＝４５
６●●●●●●●●●　１０×６＝６０　６０－６＝５４
７●●●●●●●●●　１０×７＝７０　７０－７＝６３
８●●●●●●●●●　１０×８＝８０　８０－８＝７２
９●●●●●●●●●　１０×９＝９０　９０－１＝８１
　○○○○○○○○○

（1）一②「数と計算」領域　３年下p55「17 かけ算の筆算（2）」（より広げる）

教科書 単元 内容	３年下ｐ５５ 「１７　かけ算の筆算(2)」 ５８×３４の筆算を下のようにしました。 どのように計算したかをいいましょう。 $\begin{array}{r} 58 \\ \underline{\times 34} \\ 232 \end{array}$　$\begin{array}{r} 58 \\ \underline{\times 34} \\ 232 \\ 174 \end{array}$　$\begin{array}{r} 58 \\ \underline{\times 34} \\ 232 \\ \underline{174} \\ 1972 \end{array}$ ５８に４を　５８に３を　たす かける　かける
発展 （より拡げる）	２５８×３４の計算のしかたを考えましょう。 $\begin{array}{r} 258 \\ \underline{\times\ \ 34} \\ 1032 \end{array}$　$\begin{array}{r} 258 \\ \underline{\times\ \ 34} \\ 1032 \\ 774 \end{array}$　$\begin{array}{r} 258 \\ \underline{\times\ \ 34} \\ 1032 \\ \underline{774} \\ 9772 \end{array}$

	（3位数）×（2位数）でも、被乗数を位ごとに分解してそれぞれの積を求めればよい。 ２５８×１３４の計算のしかたを考えましょう。 ２５８　　　２５８　　　２５８　　　２５８ ×１３４　　×１３４　　×１３４　　×１３４ １０３２　　１０３２　　１０３２　　１０３２ 　　　　　　７７４　　　７７４　　　７７４ 　　　　　　　　　　２５８　　　２５８ 　　　　　　　　　　　　　　　３４５７２ （3位数）×（3位数）も、乗数が何桁であっても同じアイデアで計算ができることが、確認できる。

（2）一①「量と測定」領域　１年p56「9　ながさくらべ」（より拡げる）

教科書	１年生Ｐ５６
単元	ながさくらべ
内容	①どちらがながいでしょう。【直接比較】（曲がったひも・鉛筆・はがき） ・比較するものを一方を起点として重ねたり、揃えたりして比較する。 ②くらべかたをかんがえよう。【間接比較】（机とドア） ・直接比較できないものを何かを媒介として測り、比較する。 ③たてとよこをくらべてみましょう。【任意単位】（机） ・任意単位としての「あた」や身近のある鉛筆を使って長さを測り取る。 ④どちらがながいでしょう。【長さの観念・方眼用紙を利用して】 （水色の鉛筆と黄色のチューブのりの長さ比較） ・色や太さに関係なく長さそのものに着目して考える。 ・正確な任意単位で比較するために方眼用紙を使用する。 （紫色と桃色の電車の長さ比較） ・電車の長さ一両分を任意単位として二つの電車の長さを比較する。
発展 （より拡げる）	色付きクリップつなぎ競争（1分間）より普遍単位としてのものさし作りまで ①クリップの長さ比べ ・端をそろえて並べる　・空中にぶら下げる　・クリップの数での比較 ②教室内のいろいろな物の長さを測り、曲線でできたものも測れることに気づく ・頭の大きさ　・ボールの周囲 ③クリップものさし作り

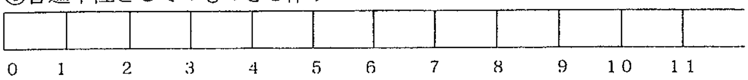

（教科書の横の長さは色付きクリップのちょうど７個分）

（もっと図りやすくする方法はないだろうか。）


・・・・・・・・・・・

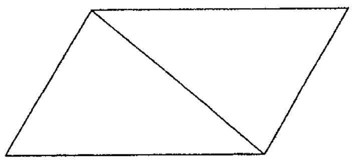
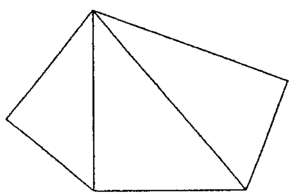
↑　　　↑　（↑のクリップの色を変える）

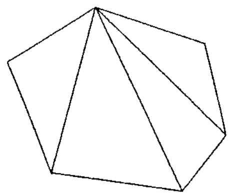
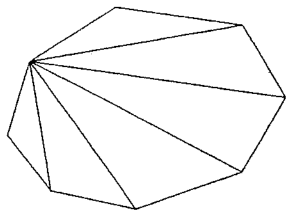
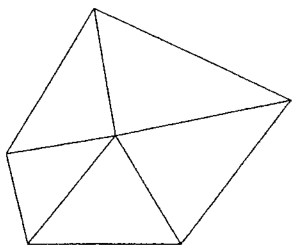
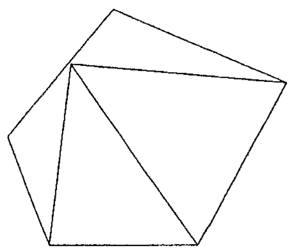
④普遍単位としてのものさし作り



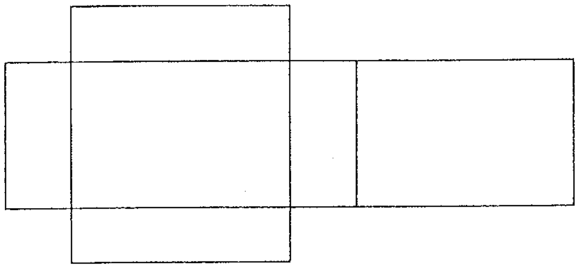
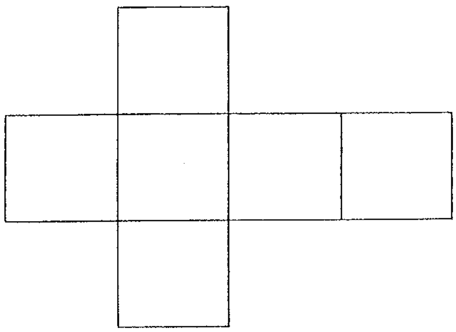
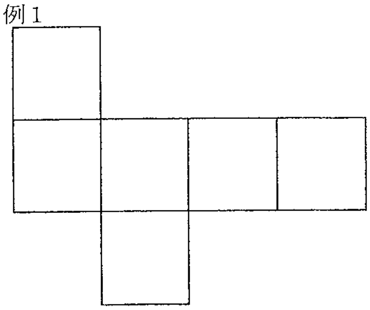
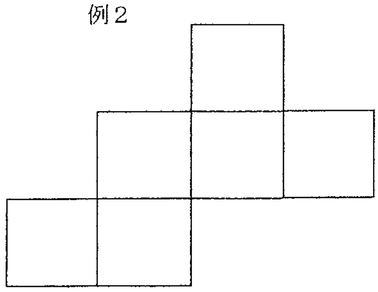
※漠然とした長さに関する感覚があり、それが概念化され、客観化されて数値表現にいたる過程が学習できる。また、その過程において色や材質にとらわれず長さの観念にも着目することができる。

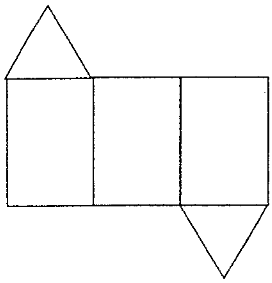
（2）―②「数と計算」領域　３年下p55「17 かけ算の筆算（2）」（より拡げる）

教科書	５年上ｐ５１
単元	４　四角形
内容	①四角形の内角の和が３６０°であること。  三角形の内角の和は１８０°であるから １８０°×２＝３６０° ②五角形の内角の和を求める。  三角形の内角の和が１８０°であることを使って １８０°×３＝５４０°
発展 （より拡げる）	同じやり方で六角形、八角形などの内角の和を求めてみましょう。

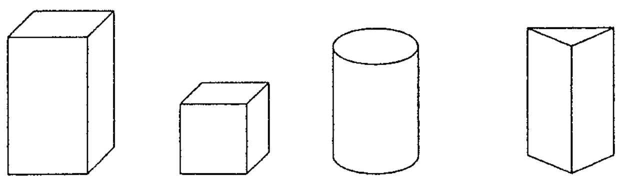
	六角形 八角形  
	六角形、八角形の対角線を引くことにより、三角形に分割して考えると、三角形の数を用いて内角の和を求めることができる。 六角形　１８０°×４＝７２０° 八角形　１８０°×６＝１０８０° これを一般化すれば、n 角形の内角の和は（n－2）×１８０°である。
発展 （より深める）	五角形の内角の和を次のようにして求めました。どのように考えたのか説明してみましょう。 求め方１ 求め方２  
	教科書では、五角形を対角線で分割していくことによって求めている。対角線ではなく、五角形の内部や辺上の一点から頂点に直線を結ぶことで分割しようと考えている。 ●求め方１ 五角形の内部の一点とそれぞれの頂点を結ぶと５つの三角形ができる。だから、 （１８０°×５）－３６０°＝５４０° ●求め方２ 五角形のある辺の上の一点と、その辺の両端以外の３つの頂点を結ぶと４つの三角形ができる。だから、 （１８０°×４）－１８０°＝５４０° さらに考えると、五角形の外部の一点と各頂点を結ぶことによって求める方法がある。

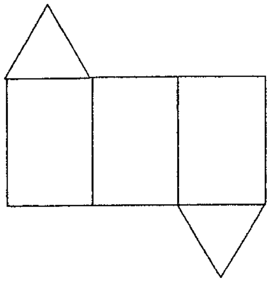
(3) —①「図形」領域　6年上p31「3　立体」(より拡げる・より深める)

教科書	６年上ｐ３１（関連ｐ３７，４０，４１）
単元	３　立体
内容	①直方体の展開図を作図すること。また、その展開図を組み立てること。  ②立方体の展開図を作図すること。また、その展開図を組み立てること。 
発展 （より深める）	②で立方体の展開図を描きましたが、展開図は他にもあります。他の展開図を描いてみましょう。 立方体の展開図は、全部で１１種類ある。教科書では、直方体の展開図がｐ３１に示されていて、立方体の展開図はｐ４０，ｐ４１に出ている。 例えば、次のような展開図が考えられる。 例１  例２ 

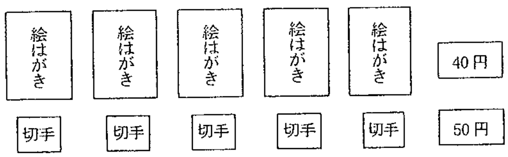
発展 （より拡げる）	三角柱の展開図を描いてみましょう。
	立方体や直方体は四角柱である。そこで、四角柱以外の柱体である三角柱の展開図を扱う。底面や側面のつながり方に注意ながら展開図を描かせたい。  ここでは、展開図の一つを示すが他にも考えられる。上は、底面が正三角形のものを示したが、底面が直角三角形になっているもの、あるいは、底面が一般の三角形になっているものなども描かせてみたい。

（3）一②「図形」領域　6年上p37「3　立体」（より拡げる）

教科書 単元 内容	６年上ｐ３７ ３　立体 ①角柱について（三角柱、四角柱） ２つの底面は平行で、形も大きさも同じ図形であること。 側面は長方形で、底面の垂直になっていること。 ②円柱について ２つの底面は平行で、同じ大きさの円になっていること。 側面は曲面になっていること。  ③身の回りから角柱、円柱を探す。
発展 （より拡げる）	三角柱の展開図を描いてみましょう。 また、円柱の展開図を描いてみましょう。
	立体を考察するとき、３次元の図形を扱うことになる。３次元の図形の性質を考察するには、２次元にして考えるとよくわかる。展開図を描くことによっ

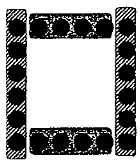
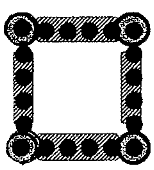
	て、三角柱の底面は三角形であり合同な図形になっていること、また、側面が長方形（正方形）になっていること、がより明確に捉えられる。さらに、それぞれの面のつながり具合がはっきり捉えられる。そこで、三角柱や円柱の展開図を描く活動を取り入れてみた。 

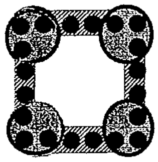
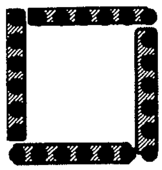
（4）一①「数量関係」領域　3年下p41「15 計算のじゅんじょ（2)」（より拡げる）

教科書 単元 内容	3年下ｐ４１ 「１５　計算のじゅんじょ(２)」②計算のきまり 1まきさんは、１まい４０円の絵はがきを５まいと、 ５０円の切手を５まい買いました。  だい金は、あわせていくらでしょう。 １つの式にかいてもとめましょう。 ４０＋５０＝９０ ９０×５＝４５０ （４０＋５０）×５＝４５０ ４５０円 ４０×５＝２００ ５０×５＝２５０ ２００＋２５０＝４５０ （４０×５）＋（５０×５）＝４５０ ４５０円 どちらの式も、答えは同じになります。 （４０＋５０）×５＝（４０×５）＋（５０×５）
発展 （より拡げる）	教科書の問題のあとで、ほかの問題でも同じようにきまりが使えるか、ためしてみましょう。 ｐ３８1の問題に品物をふやして、たしかめましょう。 『ただしさんは、６人でお楽しみ会をするので、 １本７０円のジュースを　６本、 １こ３０円のみかんを　６こ 買いました。 お金は、いくら払えばよいでしょう。』

	このほかに、「１こ２０円のあめを　６こ」「１こ８０円のりんごを　６こ」と品物をふやしていきます。計算のきまりが使えるかどうか、たしかめましょう。 品物が増えても、個数(人数)は変わらないので、「まとめて計算する」「別々に計算する」のどちらでも答えは同じになる。品物が２つの場合から、３つ、４つ・・・になるとどうだろうと広げて考えることにより、計算のきまり(分配法則)が同じように成り立つことに気づき、計算のしくみのおもしろさを味わったり、より確かな理解へとつながるのではないか。

（4）―②「数量関係」５年下p21「９　式と計算」（より拡げる・より深める）

教科書 単元 内容	５年下ｐ４１ 「９　式と計算」 ①　●を正方形の形に並べます。 ア　かずおさんは、１辺に６個ならべたときの●の数を、 $(6-1)\times 4$ の式に表して求めた。 どのように考えたのか。 →１辺の数から１とった４倍  イ　１辺に７こや８こならべたときの●の数は、 かずおさんの求め方ではどんな式になるか。 →１辺が７このとき……$(7-1)\times 4$ １辺が８このとき……$(8-1)\times 4$ ②けいこさんは、$6\times 4-4$ の式にして求めた。 この求め方では、一辺に１０個ならべたときの●の数は、 どんな式になるか。 →$10\times 4-4$
発展 （より深める）	１辺に６個ならべたときの●の数は、どのような求め方ができるでしょう。また、式に表すとどうなるでしょう。  $6\times 2+(6-2)\times 2=12+8$ $=20$ $n\times 2+(n-2)\times 2=(n+n-2)\times 2$ $=(2n-2)\times 2$ $=(n-1)\times 4$  $(6-2)\times 4+4=16+4$ $=20$ $(n-2)\times 4+4=(n-2+1)\times 4$ $=(n-1)\times 4$

	 $(3\times 4)+(6-4)\times 4=12+8$ $=20$ $(3\times 4)+(n-4)\times 4=(3+n-4)\times 4$ $=(n-1)\times 4$ 【いろんなやり方で考えて】 同じ問題でも、区切り方を変えて考えると、いくつかの式ができる。しかし、それらの式は、計算のきまりを使って書き換えていくと、教科書のやり方の「1辺の数から1とった4倍」と、同じ計算「（n－1）×4」であることが、明らかになる。
発展 （より拡げる）	1辺に7こ並べたとき、8個ならべたときには、どんな式になるでしょう。 7個のとき  $(7-1)\times 4=24$ 8個のとき $(8-1)\times 4=28$ 【他の数字で考えて】 一辺に並べる個数が6以外の場合でも、●の個数は「（個数－1）×4」で求められることが、分かる。 更に、四角形以外ではどうなるのかなという問いも、おもしろい。

(4) ―③「数量関係」 5年下p23「10 同じものに目をつけて」（より拡げる）

教科書 単元 内容	5年下ｐ２３ １０同じものに目をつけて ① りんご7こをかごにつめてもらったら、かご代ともで９４０円でした。同じかごでりんごを5こにすると、７００円になるそうです。りんご1このねだんはいくらでしょう。 ■ ● ● ● ● ● ● ●　９４０円 ■ ● ● ● ● ●　７００円 $(940-700)\div 2=120$（円）

	②　みかん１ことかき３こで３８０円、同じみかん２ことかき３こで４３０円です。みかん１こ、かき１このねだんは、それぞれ何円でしょう。 ■　　●　●　●　３８０円 ■　■　●　●　●　４３０円 ４３０－３８０＝５０（みかん１こ５０円） （３８０－５０）÷３＝１１０（かき１こ１１０円）
発展 （より拡げる）	①や②と同じような問題を作って、自分で解いて下さい。 （①や②で使った考え方で解ける問題を作りましょう。） （例） 鉛筆３本と消しゴム３個で６６０円で、同じ鉛筆１本と消しゴム３個で４６０円でした。鉛筆１本、消しゴム１個のねだんはそれぞれ何円でしょう。 ■　■　■　●　●　●　６６０円 ■　　　　●　●　●　４６０円 （６６０－４６０）÷２＝１００（鉛筆１本１００円） （４６０－１００）÷３＝＝１２０（消しゴム１個１２０円）
	教科書（①）は減法を１回適用することによって答えを求める問題となっていた。この問題は、購入する品物が２種類で２種類とも複数個になっている問題である。６６０円から４６０円を引いたとき鉛筆２本分の値段を求めることができ、それから鉛筆１本分の値段を求める構造になっている。
発展 （より拡げる）	みかん２ことりんご３こで３６０円、みかん１ことりんご２こで２３０円でした。みかん１こ、りんご１こにねだんはそれぞれ何円でしょう。 ■　■　●　●　●　３６０円 ■　　●　●　２３０円 （２３０×２）－３６０＝１００（りんご１こ１００円） ２３０－１００×２＝３３０（りんご１こ３０円）
	同じ物ものに目をつけて、差し引いて考える問題が扱ってある。教科書①②では差し引いて考えるものが全く同じ個数である。２つの品物の個数が違う場合を設けてみた。片方を何倍かすることによって、①②の考え方を適用することができる。

倉吉算数サークル（研究同人）

河本　了（上北条小），坂出純子（泊小），清水伸哉（高城小），藤本成子（関金小）
田中靖浩（三朝西小），松田由美子（桜小），加藤るみこ（東郷小），中原由香子（遷喬小）
松本玲子（三朝東小），山枡亜希子（古布庄小），姫田恭江（附属小），米村秀昭（羽合西小）
浅田倫也（教育事務所），宇山慎二（上北条小），新川玲子（東郷小），竹中　徳（上灘小）
棚田　厚（三朝西小），本庄和代（北谷小），藤井浩子（花見小）　以上19名

Summary

The Development of progressive teaching materials is a modern problem in mathematics education. This research is a joint with independent group organized with the teacher research, and the one that teaching material of progressive study in mathematics was developed.

The aspect of the teaching material development took up two points as a characteristic of the mathematics learning. The one is a process to face from special to general, and other one is a process to face from general to special. The process to face general expands the range of use, and the process to face specialunderstands certainly.

The originality of this research shows the aspect of the teaching material development of progressive study, and is development of a lot of teaching materials.

注（1）；「学力の実質化」は，平成12年10月元大島理文部大臣の発した「よりよい教育を目指して」において登場した用語である。子どもの能力や個性は多様であるという前提に立って，平均値に合わせた一律一斉指導からの転換を強調し，現行の学習指導要領の基調と位置づけた。

引用・参考文献

1）高久清吉著『教授学』－教科教育学の構造－，協同出版，1968，174，169-178

2）文部科学省編『個に応じた指導に関する指導資料』－発展的な学習や補充的な学習の推進－　小学校算数編，教育出版，2002.11，10.16-17.

3）同上書，10.16-17

4）能田伸彦編著『小学校算数・絶対評価の実際』東洋館出版，2003.2，17-23

5）Carolaine V.Gipps『Beyond Testing Towards a theory of educational assessment』新しい評価を求めて－テスト教育の終焉－，論創社，2001.7，1-6

6）拙著『新しい学力観と問題解決』明治図書，1992

7）拙著『四則計算の基礎の確実な定着と「特殊」と「一般」』東洋館，新しい算数研究，2003，No.387

8）拙著『目標に準拠した絶対評価』－学習評価への招待，明治図書，楽しい算数の授業，2002.No.215

9）拙著『基礎・基本を重視した授業とその評価』－学習評価への招待，明治図書，楽しい算数の授業，2002.No.219

10）拙著『算数的活動と少人数指導』－学習評価への招待－，明治図書，楽しい算数の授業，2002.No.220