数学基礎力調査（大学１年生）

後藤和雄*・榮　恵子**

1　Abstract

数学の学力のうち計算力・思考力・発想力などが低下しているように日頃感じる。全国の数学を教えている人たちからも同様な意見がいろいろなところで発表されている。大学生の学力低下が事実かどうかを調べてみたところ，いろいろな場所や雑誌で言われていることと同様な結果を実際得た。

2　対象・時期・調査方法および問題について

1．問題Ａと問題Ｂは，後半に資料として載せている。問題Ａは［１，pp. 251－252]，［２，p. 5]　1998年用問題であり，問題Ｂは［２，pp. 20］1999年度私立型の問題である。
2．対象：ある国立大学の工学部１年生を対象とした講義の中で時間をとり調査を行った。
問題Ａは１年生43人，２年生10人，３年以上11人，計64人であり，
問題Ｂは１年生42人，２年生８人，３年以上９人，計59人であった。
3．時期：問題Ａは2000年10月17日，問題Ｂは2001年1月23日に実施した。
4．方法：時間は90分で，このテストの出来を数学の評価に反映させる旨を伝えて真剣に取り組むようにお願いした。成績に反映されるという条件下で行われたので自分の力を発揮させたものと考えられる。

3　結果とその考察

分数の分からない大学生［1，pp. 256－257，263－264］や小数の分からない大学生［2，p. 4，23］に日本の大学と，中国の大学の度数分布が描かれてある。それらから満点の学生の割合と最頻値をまとめたものが表１である。表２は本調査をまとめたものである。

25点満点テスト問題Ａの得点分布と問題Ｂの得点分布はそれぞれ表３と表４であり，ヒストグラムはそれぞれ図１と図２である。[1］と［2］のヒストグラムより，分布型としてもっとも近いのは名実ともにトップの国立大学文学部生のものである。文学部生の最頻値は24点だが，本調査では21点と３点も低い。中国北京にあるトップ校哲学科１年生の最頻値25点と比べると４点の差がある。これは軽く考えられる状態ではない。

問題Ａの平均は21.40で，問題Ｂの平均は19.9である。また解いた時間とその見直しにかかった時間は表５である。

*　鳥取大学教育地域科学部　地域設計学講座
**鳥取県立青谷高等学校講師（数学）

表１：[1, pp. 256－257, 263－264] と [2, p. 4, 23] のまとめ

	満点の学生の割合(%)	最　頻　値
中国北京にあるトップ校哲学科１年 X	95.65	25
日本の国立大学トップ校の文学系類 A_2	45.00	25
A と並ぶ日本のトップ国立大学の文学部１年生 B_2	22.92	24
日本のトップ私立大学の文学部 a_2	4.70	19 (7－25でほぼ一様)
a 大学と並ぶトップ私立大学の人文系学部 b_2	1.89	18 (0－25でほぼ一様)

表２：本調査での満点の割合と最頻値

本調査	満点の学生の割合(%)	最頻値
問題Ａ	6.25	21
問題Ｂ	1.69	21

問題Ａと問題Ｂ両方を解いた人の得点間のピアソン相関係数は0.4（データ数53）であり，寄与率は約16％である。またウイルコクソン符号付き順位和検定を両側１％（>0.000757）で検定すると有意である。スピアマンの順位相関係数検定も１％（>0.0007339）有意である。したがって，２つの問題Ａ，Ｂの得点には，（線型の）相関はなく，かといって全くでたらめに分布もしていないと考えられる。実際には散布図は図３であり，これから分析しなくても分かる。このようになるのは，２つの問題ＡとＢは異なる能力を測っているか，時間をおくと各個人の数学能力は集団の中である程度一定していない，などがその原因と考えられる。

今回の調査は，問題Ａ，Ｂという基礎的な問題がどこまで理解されているかを調べることであり，理系学生であれば25満点に近い点すなわち，ケアレスミスがあったとしても24点は欲しいものである。いろいろな所で言われている，いわゆる学力低下があるのかどうかを調べるものである。

表３：問題Ａの得点分布

得点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
人数	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
得点	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	合計
人数	2	0	1	2	0	3	1	20	15	10	6	4	64

表４：問題Ｂの得点分布

得点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
人数	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
得点	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	合計
人数	0	2	1	3	6	7	8	13	9	5	2	1	59

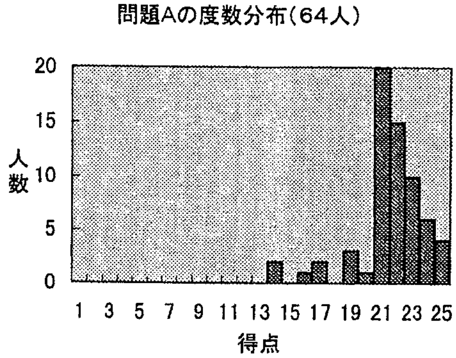

図１：問題Ａ（1998年用問題）

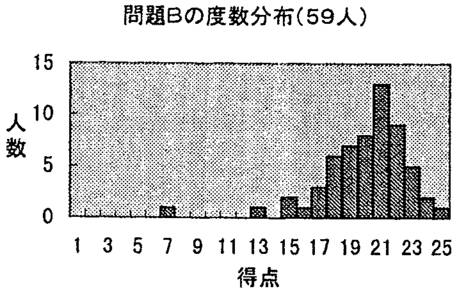

図２：問題Ｂ（1999年度私立型の問題）

表５：平均解答時間と見直し時間

	人　数	平均（25点満点）	解いた時間（分）	見直し時間（分）	比　率（%）
A	64	21.4	20.4	5.7	27.9
B	59	19.9	31.0	9.3	30.0

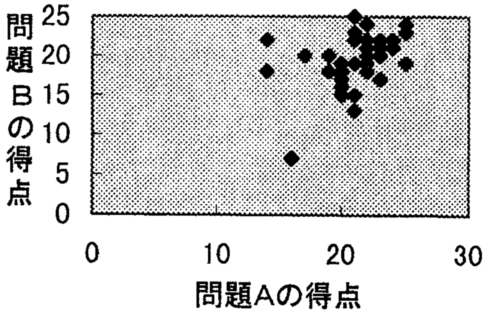

図３：問題Ａと問題Ｂ両方解答した学生の散布図）

問題Ａは64人が解答し，各問題の誤答率は次の表６である。

表６：問題Ａでの各小問の誤答率

問題番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11(x)	(y)	
誤答率(%)	0	0	9.3	15.6	3.1	6.2	14.1	4.7	7.8	0	15.6	21.8	
問題番号	12	13	14	15	16	17	18	19	20(a)	(b)	21(Ⅰ)	(Ⅱ)	(Ⅲ)
誤答率(%)	6.2	14.1	14.1	31.3	6.2	3.1	14.0	64.1	3.1	7.8	7.8	54.7	28.1

問題Ｂは59人が解答し，各問題の誤答率は表７である。

表７：問題Ｂでの各小問の誤答率

問題番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
誤答率(%)	1.7	52.5	16.9	45.8	33.9	6.8	10.2	32.2	8.5	16.9	20.3	10.2	
問題番号	13(a)	(b)	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23(a)	(b)
誤答率(%)	6.8	20.3	27.1	15.3	62.7	15.3	8.5	11.9	22.0	11.9	42.4	5.1	6.8

これらの表６と表７から分かることは，次のことである。誤答率が10％未満のものについては触れていない。

表６と表７で誤答率の高かった問題を上げると次のようになる。表６では，問19の領域を求める問題，問21（Ⅱ）の線分ＡＢを２：１に内分する点Cを求める問題，問15の解の公式を用いて x の値を求める問題である。

また，表７では，問16の確率の問題，問２の単位換算の問題，問４の四則計算の問題，問22の log の計算の問題である。

表６の問題では，問14は中学校で公式を暗記し，問題を解いたものである。もし公式を忘れても，公式を導くのは容易である。

表７の問題では，問２，問４は小学校の問題である。問16は中学校の問題で公式を知らなくても数えればできる。問22は高校の問題である。この問題に関しては，通常の計算法則（log の計算だから）が成り立たないので，計算方法を暗記する必要がある。

各問題について問題番号，内容と誤答率について詳しく述べる。

問題Ａについて

３番（分数の引き算）が10％，４番の括弧がある整数の加減乗除が16％，７番の $\sqrt{64}$ が14％（定義を正確に理解していないで±７と答えた），９番の絶対値の問題が８％，11番の中学校レベルの２元連立１次方程式は解 x については16％，解 y については22％，13番の連立不等式（中学校レベル）14％，14番の２次方程式の解は因数分解できる形で14％，15番の因数分解できない形のものは31％と３人に１人はできなかった。18番の $|x+1|=3$ が14％，19番の $y \leqq 3x-2$，$x \geqq 0$ の図示が間違っている（正確にできていない）ものは64％と高率で，３人に２人が間違えた。21番の２点が与えられたとき内分点を求める問題は55％，線分の長さを求める問題が28％も間違

えている。

問題Bについて

2番の0.008km^{2}は何m^{2}かは53％で半数の人が正しくできていない。3番の分数を小数で割る問題は17％，4番の括弧があり小数（0.5）が一部ある加減乗除は46％と半数で，問題Aの4番と比べると小数が入っただけで約30％の学生が間違えている。7番の$-3x-2<2x+8$は10％，8番の$\sqrt{49}$は32％，10番のx^2+4x-5の因数分解は17％，11番の2次不等式$2x^2-11x+15>0$を解く問題は20％，12番の$3x^2-5x+1=0$の解を求める問題は10％，13番の$-3\leqq x\leqq 3$のとき$y=x^2+2x-8$の最大，最小値を求める問題は最大値が7％，最小値が20％と最小値を正しく求められなかった（標準形にするということを忘れたのか？）。14番の$\tan A=\sqrt{3}$，Aは鋭角は27％と三角関数に弱く，15番の47, 44, 41, ...，等差数列の第47項を求める問題は15％，16番の3人でじゃんけんをし3人とも異なる種類を出す確率を求める問題は63％で，3人に2人は間違えている（答えは2/9だが，1/3が多く，1/2もあった）。17番の$1/\sqrt{2}$，$1/(\sqrt{3}-\sqrt{2})$，$3/2\sqrt{3}$を小さい順にする問題は15％，19番の$2\sqrt{7}/(\sqrt{7}+\sqrt{5})$の分母の有理化は12％，20番の$|x-1|<2$は22％，21番の$2^{\frac{5}{2}}/\sqrt{2}$は12％，22番のlogの計算は42％で約半数の学生が間違えていた。水素イオン濃度ＰＨの計算やｄＢ(デシベル)などの応用は大丈夫なのかとふと不安を覚える。

問題Aと問題Bから高校1年までに学習しておくべき内容が正しく理解されていない。また一度に多くの問題を処理するとミスをすることが，採点をしていて分かった。

問題Aや問題Bは高校1年生までに習う基礎的な内容であり，内容が正しく正確に理解・修得されておくべきものと考えられる。しかし，それがなされていない学生が多くいることに驚く。また，1度に処理すること（25問という）が多くなるとミスをすることが多いことも気になる。見直しの時間については平均で解いた時間の約30％を使用していることがいえる。

[3]には中学1年の問題として$(1+(0.3-1.52))\div(-0.1)^2$が取り上げられ正答率(％)は

最難関国立（理工系）	私立トップ（理工系）	旧帝国大学（工学系）	地方国立（理工系）	地方国立（生物系）	今回調査
91.4	79.6	66.6	59.4	58.1	66.1

とかいている。これと比較すると今回の調査では正答率は66.1％であり，他の大学と同じ傾向を示しているが，問題が中学校の小数の計算であるので問題を感じないわけにはいかない。

4　数学教育の危機

[4]で，森政弘氏（ロボット工学者でロボコン（ロボットコンテスト）の創始者）は「指を使い手を汚しても達成したいという，いい苦労をデザインすることが必要だ。子どものうちの数学をきちんと身につけていないと，論理もいいかげんになる」と警鐘を鳴らしている。数学でいえば，鉛筆を持ち苦労して計算できたときの喜びをデザインすることが必要であろう。以前の学校教育では

あったように思われるが，段々と失われてはいないだろうか。

また，複雑な問題を解く技術は，エジプトやバビロンの数学において発達していたが公理に基づいて数学を構成したのはギリシャ人であった。ユークリッドの原論が有名であり，これは定義，公準，公理，命題（定理），証明といった数学を一つの体系として論理的にまとめた。原論はまた，物事を論理的に考察する基礎を与えた。ローマにおいてはもっぱら応用に徹したため数学の発達はなかった。

現在インドではＩＴ技術者を多く排出している。インドにおいて中学校の教育内容は，指数や２次方程式の解の公式など日本の中学校より内容が豊富である。また日本では穴埋め問題が主流であるが，インドでは論理的に解く手順を論理的に自分で解答しなければならない。すなわち，論理的な証明が求められている。この違いがコンピュータのプログラム作成やシステム設計において違いがでると考えられる。

レベル低下している学生には抵抗感もあるだろうが，中学校からの内容に基礎力を付け，大学レベルの数学をするための基礎の基礎教育を行う必要性を感ずる。高等学校の微分積分を復習する前提として，計算力と数学の基本的事項の理解と公式の修得とそれらが自在に使えるようにすべきだろう。文部科学省の言うように，考えて（時間はかかっても）できればよいという「考える力」を重視するあまり，「考える力の元になる」計算力が失われ，（シロアリに家が食われているごとく表面には少ししか現れていないように見えるが）その現実はひどい。突然に数学力が全体として崩壊するのではないだろうか。

2003年からの教育指導要領の改訂で数学の内容をレベルアップをすべきと思われるが，現実には３割削減である。これで学力崩壊が駄目押しとなるのではと，多くの識者や文献などで見かけるが，我々もそのように考える。ただし，文部科学省はそのようには見ていないし考えてもいない。改訂が行われると2006年入学の大学生に対する対策を考えなければ理系の大学教育（数学）は学部卒でやっと現在の微積分を理解できたとならないか。

教えていて感ずることは，学生や中学・高等学校の生徒の多くは，計算力や考える力，長い時間１つの問題に取り組む姿勢がない，ことである。中学校や高等学校の新任教師の数学レベルも低下している。中学校の幾何の問題が解けない先生，生徒からの「なぜそうなるのか」という質問に証明や説明のできない先生が多くなりつつあると聞いている。このことができない生徒を作っている原因の一部でもあろう。

数学は，思考する学問であって，暗記する学問ではない。

しかし，実際には，多くの学生は公式を暗記し，問題のやり方を覚えることに主眼をおいている。

小中学校では2002年度，高校では2003年度から始まる新学習指導要領の下では，「ゆとりの時間」や完全週休2日制という名目で，数学の内容が３割削減され，授業の時間も減ることになる。それによって，数学の内容を深くゆっくりと学ぶ時間が生徒に本当に生まれるとは到底おもえない。というのも，今回の調査によって，いかに数学の基礎が定着していないかがわかったからである。３割も内容が削減されることによって，さらに生徒の理解力は落ちてくる。また，教える側も，数学の内容を説明をしても生徒の計算力・理解力がついてこなければ，いくら証明や解説を行っても無意味になる。よって，現在に比べてより数学が暗記教科になってしまいはないかと心配する。

5　今後の課題

レベル低下の根本原因を特定することと，および大学教育にたえられる数学力の構築のためのカリキュラムと学習システムを数学者が考えなければならない。ある一定の知識・修得レベルを維持するためにどう評価するかを考える必要がある。いろいろな条件があるが，今後学生レベルにあわせたクラス編成を考えるなどを行い，科学の基礎言語・文化としての高等数学の理解と修得をどうするかを考える必要にも迫られている。

今後とも同様な継続調査が必要であると思われる。

参 考 文 献

[1] 岡部恒治，戸瀬信之，西村和雄：分数ができない大学生，東洋経済新報社，1999.
[2] 岡部恒治，戸瀬信之，西村和雄：小数ができない大学生，東洋経済新報社，2000.
[3] 理科離れを探る，朝日新聞社，2001年1月25日.
[4] 理科離れを探る，朝日新聞社，2001年3月1日.

(2001年4月25日受理)

資料（問題Ａと問題Ｂ）

問題Ａは［２，p. 5]，問題Ｂは［２，pp. 20］より引用

問題Ａ

学籍番号：　　　　解くのにかかった時間：

氏名：　　　　見直した時間：

問題１. $\frac{7}{8}-\frac{4}{5}=\boxed{}$

問題２. $\frac{1}{6}\div\frac{7}{5}=\boxed{}$

問題３. $\frac{8}{9}-\frac{1}{5}-\frac{2}{3}=\boxed{}$

問題４. $3\times\{5+(4-1)\times 2\}-5\times(6-4\div 2)=\boxed{}$

問題５. $2\div 0.25=\boxed{}$

問題６. $-5\times\{8-10\div(-5)\}=\boxed{}$

問題７. $\sqrt{64}=\boxed{}$

問題８. $\sqrt{3}\times\sqrt{27}=\boxed{}$

問題９. $||-1|-|-3||=\boxed{}$

問題10. $3x+1=7$ のとき $x=\boxed{}$ である.

問題11. $\begin{cases}3x+y=17\\2x-5y=3\end{cases}$ を満たす x，y は $x=\boxed{}$，$y=\boxed{}$ である.

問題12. $3x+1<4$ を満たす x の範囲は $\boxed{}$ である.

問題13. $\begin{cases}2x+3<2\\3x+1>-5\end{cases}$ を満たす x の範囲は $\boxed{}$ である.

問題14. $3x^2-5x-2=0$ を満たす x は $x=$ $\boxed{}$ である.

問題15. $x^2+2x-4=0$ を満たす x は $x=$ $\boxed{}$ である.

問題16. $17xy+7=19xy$ のとき, $4xy=$ $\boxed{}$ である.

問題17. $\dfrac{1}{2x-1}=\dfrac{1}{9}$ のとき, $x=$ $\boxed{}$ である.

問題18. $|x+1|=3$ のとき $x=$ $\boxed{}$ である.

問題19. $\begin{cases} y \leqq 3x-2 \\ x \geqq 0 \end{cases}$ を満たす (x, y) の範囲を図示せよ. $\boxed{\text{下の空白に書け}}$

問題20. $y=2^{-x}$ とする. $x=0$ のとき $y=$ $\boxed{}$ であり, $x=3$ のとき $y=$ $\boxed{}$ である.

問題21. 点A(5, −2), B(3, 6) について考える.

（Ⅰ）線分ＡＢの中点の座標は $\boxed{}$ である.

（Ⅱ）線分ＡＢの点CでＡＣ：ＢＣ＝２：１である点の座標は $\boxed{}$ である.

（Ⅲ）線分ＡＢの長さは $\boxed{}$ である.

問題Ｂ

学籍番号：　　　　　　　　　　解くのにかかった時間：

氏名：　　　　　　　　　　　　見直した時間：

問題１. 750ｇは $\boxed{}$ kgである.

問題２. 0.008㎢は $\boxed{}$ m^2である.

問題３. $\dfrac{3}{5}\div 0.75=$ $\boxed{}$ （答えは分数で答えよ）

問題４． $7\times\{(5-2)\times 3\div 0.5\}-5\times(6-4\div 2)=$ $\boxed{}$

問題５． $\{1+(0.3-1.52)\}\div(-0.1)^2=$ $\boxed{}$

問題６． $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3}=\dfrac{3x+2y}{4} \\ 3(x-2y)=3x-y+5 \end{cases}$ を満たす (x, y) は $\boxed{}$ である．

問題７． $-3x-2<2x+8$ を満たす x の範囲は $\boxed{}$ である．

問題８． $\sqrt{49}=$ $\boxed{}$

問題９． ２点A(2, 3)，B(3, 1) を通る直線の方程式は $\boxed{}$ である．

問題10． x^2+4x-5 を因数分解すると $\boxed{}$ である．

問題11． $2x^2-11x+15>0$ を満たす x の範囲は $\boxed{}$ である．

問題12． $3x^2-5x+1=0$ の解は $\boxed{}$ である．

問題13． x が $-3\leqq x\leqq 3$ を満たす x の範囲を動くとき $y=x^2+2x-8$ の最大値は $\boxed{}$ であり，最小値は $\boxed{}$ である．

問題14． Aが鋭角で $\tan A=\sqrt{3}$ であるとき $\cos A=$ $\boxed{}$ である．

問題15． 等差数列47, 44, 41, 38, . . . がある．この数列において第47項は $\boxed{}$ である．ただし，47を第１項とする．

問題16． ３人でジャンケンをする．３人とも違う種類を出す確率は $\boxed{}$ である．

問題17． $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，$\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$ を小さい順に並べると $\boxed{}$ となる．

問題18. 整式 $P(x) = x^3 + 2x + 5$ を $x + 1$ で割ったあまりは $\boxed{}$ である.

問題19. $\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ の分母を有理化すると $\boxed{}$ となる.

問題20. $|x-1| < 2$ を満たす x の範囲は $\boxed{}$ である.

問題21. $2^{\frac{5}{2}} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の値は $\boxed{}$ である.

問題22. $\log_3 8 + \log_3 18 - 2\log_3 4$ の値は $\boxed{}$ である.

問題23. $x^2 + x + 1 = (x-2)^2 + a(x-2) + b$ が恒等的に成立するとき,

$a = \boxed{}$, $b = \boxed{}$ である.