

ミル減速機用歯車の強度と運転性能  
に関する研究

2000年1月

長 田 幸 晴

# 目 次

主な記号表	v
第1章 緒 論	1
第2章 ミル減速機の技術的課題	5
2.1 ミルの分類と構造	5
2.1.1 ミルの分類	5
2.1.2 ミルの構造	7
2.2 ローラ, ボールミル用減速機の分類, 構造と課題	12
2.2.1 ローラ, ボールミル用減速機の分類と構造	12
2.2.2 ローラ, ボールミル用減速機用歯車の課題	17
第3章 まがりばかさ歯車の歯当たり, 伝達誤差と歯元・接触応力の計算方法	21
3.1 緒 言	21
3.2 歯形の計算	22
3.3 歯当たり, 伝達誤差と接触応力の計算	28
3.3.1 接触点の計算方法	28
3.3.2 荷重分担率の計算方法	29
3.3.3 歯当たりの計算方法	29
3.3.4 伝達誤差の計算方法	30
3.3.5 接触応力の計算方法	30
3.4 AGMA 式による歯元・接触応力の計算	30
3.4.1 歯元応力計算式	30
3.4.2 接触応力計算式	31
3.5 計算プログラム	33
3.6 結 言	33

第4章	まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力に及ぼす ねじれ角と負荷トルクの影響	35
4.1	緒言	35
4.2	歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力の計算方法	36
4.2.1	歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算	36
4.2.2	AGMA式による歯元・接触応力の計算	36
4.2.3	計算に用いた歯車諸元と計算条件	36
4.3	計算結果および考察	37
4.3.1	歯当たりに及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響	37
4.3.2	伝達誤差に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響	39
4.3.3	歯元応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響	41
4.3.4	接触応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響	42
4.4	結言	44
第5章	まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と接触応力に及ぼす組立誤差の影響	45
5.1	緒言	45
5.2	歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算方法	46
5.2.1	歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算	46
5.2.2	計算に用いた歯車諸元と計算条件	46
5.3	計算結果および考察	48
5.3.1	歯当たりに及ぼす組立誤差の影響	48
5.3.2	伝達誤差に及ぼす組立誤差の影響	54
5.3.3	接触応力に及ぼす組立誤差の影響	57
5.4	結言	60
第6章	まがりばかさ歯車の運転性能に及ぼす歯当たり，歯面粗さと歯車精度の影響	61
6.1	緒言	61
6.2	実験方法および実験装置	62
6.2.1	試験歯車	62

6.2.2	動力吸収式かさ歯車運転試験機	62
6.2.3	実験方法	64
6.3	実験結果および考察	66
6.3.1	かみ合い率の測定結果	66
6.3.2	歯当たりの測定結果	66
6.3.3	振動加速度と音圧に及ぼす歯当たり，歯面粗さと歯車精度の影響	66
6.3.4	歯元応力に及ぼす回転速度の影響	74
6.4	結 言	74
第7章	種々の基準圧力角の平内歯車の実用歯元実応力計算式	77
7.1	緒 言	77
7.2	有限要素法による応力解析	78
7.2.1	計算方法	78
7.2.2	歯車モデルの要素分割法と周辺拘束条件	78
7.3	平内歯車の歯元応力と歯の危険断面位置	82
7.4	実用歯元実応力計算式	86
7.4.1	公称応力	86
7.4.2	基準圧力角 $\alpha_0 > 26^\circ$ の場合の実用歯元実応力計算式	88
7.4.3	$14.5 \leq \alpha_0 \leq 26^\circ$ の場合の実用歯元実応力計算式	94
7.5	結 言	96
第8章	結 論	97
	謝 辞	99
	付 録 ユニット消去法による応力・たわみ解析	101
	参考文献	105



## 主な記号表

$E$	:	オフセット方向（軸ずれ）組立誤差, 縦弾性係数
$F_t$	:	接線荷重
$G$	:	大歯車の軸方向組立誤差
$K$	:	負荷点と歯車中心を結ぶ線と歯の中心線とのなす角
$M$	:	曲げモーメント
$\mathbf{N}_g$	:	大歯車の歯面上の単位法線ベクトル
$\mathbf{N}_p$	:	小歯車の歯面上の単位法線ベクトル
$O'$	:	歯当たり中心位置
$P$	:	小歯車の軸方向組立誤差
$P_n$	:	歯面法線荷重
$R$	:	外端円すい距離
$R_{\max}$	:	最大粗さ
$SPL$	:	音圧レベル

$T$	:	負荷トルク
$VAL$	:	振動加速度レベル
$X$	:	直交座標軸
$Y$	:	直交座標軸
$\mathbf{Z}_g$	:	大歯車の歯面位置ベクトル
$\mathbf{Z}_p$	:	小歯車の歯面位置ベクトル
$a$	:	歯当たりの基準化された歯すじ方向長さ
$a_i$	:	振動加速度
$a_0$	:	基準加速度
$b$	:	歯幅, 歯当たりの基準化された歯たけ方向長さ
$f_{LS}$	:	荷重分担率
$f_z$	:	かみ合い周波数
$i$	:	歯数比, 速度比
$k$	:	歯のばねこわさ
$l$	:	負荷点より危険断面までの距離
$l_w$	:	リム厚さ
$m$	:	モジュール
$n$	:	回転速度
$s$	:	歯厚
$x$	:	直交座標軸 (歯すじ方向)
$y$	:	直交座標軸 (歯たけ方向), 歯の中心から負荷点までの距離
$z$	:	歯数
$z_1$	:	小歯車の歯数
$z_2$	:	大歯車の歯数
$z_i$	:	内歯車の歯数
$\theta$	:	荷重作用方向と歯の中心線とのなす角

$\Sigma$	:	軸角
$\alpha$	:	圧力角, 応力集中係数
$\alpha_c$	:	工具圧力角
$\alpha_n$	:	歯直角圧力角
$\alpha_0$	:	基準圧力角
$\beta$	:	ねじれ角
$\delta$	:	(角度) 伝達誤差
$\gamma$	:	ピッチ円すい角
$\nu$	:	ポアソン比
$\pi$	:	円周率
$\theta$	:	接線角度 (歯形中心線と歯元すみ肉部曲線とのなす角度)
$\rho$	:	歯元すみ肉部曲率半径
$\sigma$	:	垂直応力
$\sigma_c$	:	圧縮側歯元実応力
$\sigma_{cN}$	:	公称圧縮応力
$\sigma_H$	:	接触応力
$\sigma_t$	:	引張側歯元実応力
$\sigma_{tN}$	:	公称引張応力
$\tau$	:	せん断応力
$\tau_N$	:	公称せん断応力
$\phi_1$	:	小歯車の回転角度
$\phi_2$	:	大歯車の回転角度

## 添 字

$b$	:	曲げ
$c$	:	圧縮

$g$	:	大歯車
$i$	:	内歯車
$M$	:	曲げモーメント
max	:	最大
min	:	最小
$N$	:	公称応力
$n$	:	歯直角, 歯形に垂直方向
$p$	:	小歯車
$t$	:	引張
0	:	基準

## 第1章 緒論

近年、歯車装置に対して、省エネルギーなどの面から高減速比、小形・軽量、高効率化の要求が、環境などの面から低振動・低騒音化の要求が強まってきている。本研究では、ミル減速機用歯車を対象とし、これらの歯車の強度と運転性能について明らかにすることを目的としている。ミル減速機は、その使用状況から低振動・低騒音化との直接的な結びつきが薄いように思われるが、実際には低振動・低騒音化は歯車の高信頼性化にもつながる重要な要因である。

ミルの代表的な機種である堅型ローラミルでは、まがりばかさ歯車と遊星歯車装置を組み合わせた減速機が、また同様に多く使用されているボールミルでは、遊星歯車装置を用いた減速機が多く用いられている<sup>(1.1)</sup>。

まがりばかさ歯車では、インボリュート円筒歯車と異なり、基準となる歯面形状が加工機によって異なることもあり、歯元・接触応力、振動・騒音に大きい影響を及ぼす歯当たりや回転伝達誤差に関する系統的な研究は少なく、強度、運転性能の予測精度はまだ十分ではない。このため、まがりばかさ歯車は不必要に高い歯車強度、歯車精度で設計、製作されており、強度、運転性能の予測精度を向上させることが望まれている。また、製造段階では、設計の仕様を満足するため

に歯形修整や組立調整などを作業者の経験・勘や試行錯誤で行っており、多大な労力を要しているのが現状である。これは、減速機のコストアップに結びつく上、製造上では生産性向上の大きな阻害要因にもなっている。組立誤差が歯当たりに及ぼす影響が明らかになれば、設計段階でこれを考慮することができ、組立調整も容易に行えるようになる。これらの問題を解決するためには、歯車諸元の一つであるねじれ角や製作上必然的に生じる組立誤差などが歯当たり、伝達誤差および各種応力に及ぼす影響や歯当たりが運転性能に及ぼす影響について明らかにする必要がある。

まがりばかさ歯車の性能に関する研究の中で比較的最近のものでは、東崎らの研究<sup>(1.2)~(1.4)</sup>、新井・河本らの研究<sup>(1.5)~(1.9)</sup>や Landvogt, A.の研究<sup>(1.10)</sup>などがある。さらに、ハイポイドギヤまで範囲を広げると、久保らの研究<sup>(1.11)(1.12)</sup>や汪・久保らの研究<sup>(1.13)(1.14)</sup>がある。しかし、いずれの研究も、歯当たり、伝達誤差などの解析方法や特定諸元、条件のまがりばかさ歯車の強度や運転性能について論じているのみで、ねじれ角、組立誤差、歯当たりなどが各種性能に及ぼす影響については十分明らかにされていない。

また、小形で大きな減速比が得られる遊星歯車装置については、ミルの大容量化にともなって、大容量化の要求が高まってきている。このような遊星歯車装置の大容量化の中で、太陽歯車や遊星歯車などの外歯車については、浸炭焼入れなどの表面硬化処理後の歯面仕上げが容易なため、表面硬化処理による強度増強も比較的容易であるが、内歯車については、歯切盤や研削盤の構造の制約から表面硬化処理後の歯面仕上げが難しいため、現状では、表面硬化処理による強度増強はほとんど行われていない。このため、内歯車の強度が遊星歯車装置の容量や大きさを支配しており、大容量化、小形・軽量化のネックとなっている。内歯車の強度増強の一つの方法として基準圧力角の高圧力角化<sup>(1.1)</sup>が注目されており、圧力角が内歯車の歯元応力に及ぼす影響について明らかにする必要がある。

内歯車の歯元応力に関する研究の中で比較的最近のものでは、小田・宮近らの研究<sup>(1.15)~(1.24)</sup>、鄭らの研究<sup>(1.25)~(1.27)</sup>や日高・石田らの研究<sup>(1.28)(1.29)</sup>などがある。しかし、いずれの研究も、基準圧力角  $20^\circ$  の歯車を対象としたものが多く、また、歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響について論じているものもあるが、これは特定の歯数の歯車に対するものであり、任意の歯数の内歯車を対象としたものはない。

本論文では、このような現状を考慮して、ミル減速機用歯車の強度と運転性能に関する基礎的

研究として、まがりばかさ歯車と内歯車に着目し、まがりばかさ歯車に対しては、ねじれ角、組立誤差などの因子が歯当たり、伝達誤差、各種応力に及ぼす影響や歯当たりが運転性能（振動・騒音など）に及ぼす影響について明らかにし、内歯車に対しては、平内歯車の歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響を明らかにするとともに、種々の基準圧力角、歯数の平内歯車に対する実用歯元実応力計算式を導いている。このように、本研究ではまがりばかさ歯車の強度設計、低振動・低騒音設計および内歯車の高強度化を図るための有用な指針を提示することができた。

本論文は、以下のような構成となっている。

第2章では、ミルとミル減速機の分類と構造について説明するとともに、ミル減速機用歯車の課題について述べている。

第3章では、まがりばかさ歯車の歯形計算式を示すとともに、歯当たり、伝達誤差と歯元・接触応力の計算方法について述べている。

第4章では、種々のねじれ角のまがりばかさ歯車に対して、各種負荷トルクで運転した場合の歯当たり、伝達誤差と歯元・接触応力を計算し、これらに及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響などについて明らかにしている。

第5章では、種々のねじれ角のまがりばかさ歯車に対して、各種組立誤差がある場合の歯当たり、伝達誤差と接触応力を計算し、これらに及ぼす組立誤差の影響について明らかにしている。

第6章では、歯形および仕上げ方法が異なるまがりばかさ歯車に対して運転試験を行い、これらの歯車の動的挙動に及ぼす歯当たり、歯面粗さ、歯車精度の影響などについて明らかにしている。

第7章では、基準圧力角の異なる平内歯車に対して、有限要素法（FEM）による応力解析を行い、歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響を明らかにするとともに、計算結果に基づいて実用歯元実応力計算式を導き、その有効性についても確かめている。

第8章では、本研究を総括している。



## 第2章 ミル減速機の技術的課題

### 2.1 ミルの分類と構造<sup>(2.1)(2.2)</sup>

ミル (Mill, Mühle) は、元来製粉機、製粉所を意味し、今日の産業界では粉砕機を意味する言葉として一般的に使用されている。以下の項では、ミルの分類と特徴について説明する。

#### 2.1.1 ミルの分類

現在、国内で製作されているミルは100機種を越え、その構造、粉砕原理も多種多様である。粉砕は数十 cm の碎料を1cm 前後に砕く粗砕と、これよりさらに数 mm に砕く中砕、数十 $\mu\text{m}$ 以下の微粉とする微粉砕、さらにミクロンオーダー以下の微粉砕を得る超微粉砕に区別され、粗砕はクラッシャと呼ばれる機械で、中砕、微粉砕、超微粉砕がミルで行われる。従来、ミルは中砕・微粉砕・超微粉砕というように粉砕比に応じて分類されていたが、粉砕域の広い（つまり、粉砕比の範囲が広い）ミルが開発されるようになり、このような分類が困難となり、今日では粉砕方式により分類される傾向にある。表 2.1 は、ミルを粉砕方式ごとに分類したものを示す。表中、粉砕力の種類とは動力源から粉砕媒体に伝えられたエネルギーがどのような力で碎料に加えら

れたかを示し、その種類としては、衝撃、圧縮、せん断、摩擦などがある<sup>(2,3)</sup>。

Table 2.1 Classification of mill

Broad classification	Narrow classification	Capacity			Grinding size			Classification of grinding				System of grinding				Applications	Mill name
		Large	Medium	Small	Medium	Fine	Ultrafine	Impact	Nipping	Cutting	Attrition	Dry	Wet	Sequence	Batch		
Roller mill	Vertical type roller mill	◎	○	○	○	◎	△		○	○	○	○		○		Cement, Ceramics, Mining, etc.	UV mill, etc.
Ball mill	Tube ball mill	◎	○	○	○	○		○			○	○	○	○		Ceramics, Mining, etc.	Tube mill, etc.
	Vibration mill		○	○		○		○		○	○	○	○	○		Ceramics, Rocks, etc.	Vibration mill, etc.
	Planetary ball mill			○		○	△			○	○	○	○	○		New material, etc.	Highswing mill, etc.
	Centrifugal fluidized mill			○		○	○			○	○	○		○		New material, etc.	CF mill
Rotation mill	Hammer mill			○	○			○		○		○		○		Plastics, etc.	Victory mill, etc.
	Cage mill		○	○	○			○		○		○		○		Ceramics, Rocks, etc.	Cage mill, etc.
	Axial flow mill		○	○		○		○		○	○	○	○			Plastics, etc.	Turbo mill, etc.
	Annular mill			○		○				○	○	○		○		Toner, etc.	Krypton mill, etc.
	Attrition mill			○		○	○		○	○	○	○		○		New material, etc.	Ang mill, etc.
Stirred mill	Tower mill		○	○	○	◎	△	○			○	○	○	○		Mining, etc.	Tower mill, etc.
	Agitation mill			○		○	△				○	○	○	○		New material, Pigments, etc.	Attriter mill, etc.
	Annular mill			○		○	△	○		○	○		○	○		New material, etc.	Copole mill, etc.
Jet mill			○		○	△	○			○	○		○		Paints, Agricultural chemicals, etc.	Cross jet mill, etc.	

## 2.1.2 ミルの構造

### (1) ローラミル

ローラミルは、複数のローラを回転テーブル上面で転動させ、砕料を圧縮力とせん断力で中砕から超微粉碎するもので、その多くは堅型である。堅型ローラミルは古くから石炭の中容量微粉碎機として広く用いられ、特に消費動力が小さいことが注目されており、粉碎装置市場の4割以上を占めている。粉碎、乾燥、分級が同時に行われ、砕料の粒径が100mmを越えるものでも粉碎できるなどの利点がある。セメント業界に大容量微粉碎機としてこの20年間に急速に普及し、現在では時間当たりの粉碎量が500tを越える大形堅型ローラミルも数台稼働している<sup>(2,4)</sup>。この堅型ローラミルの構造を図2.1に示す。

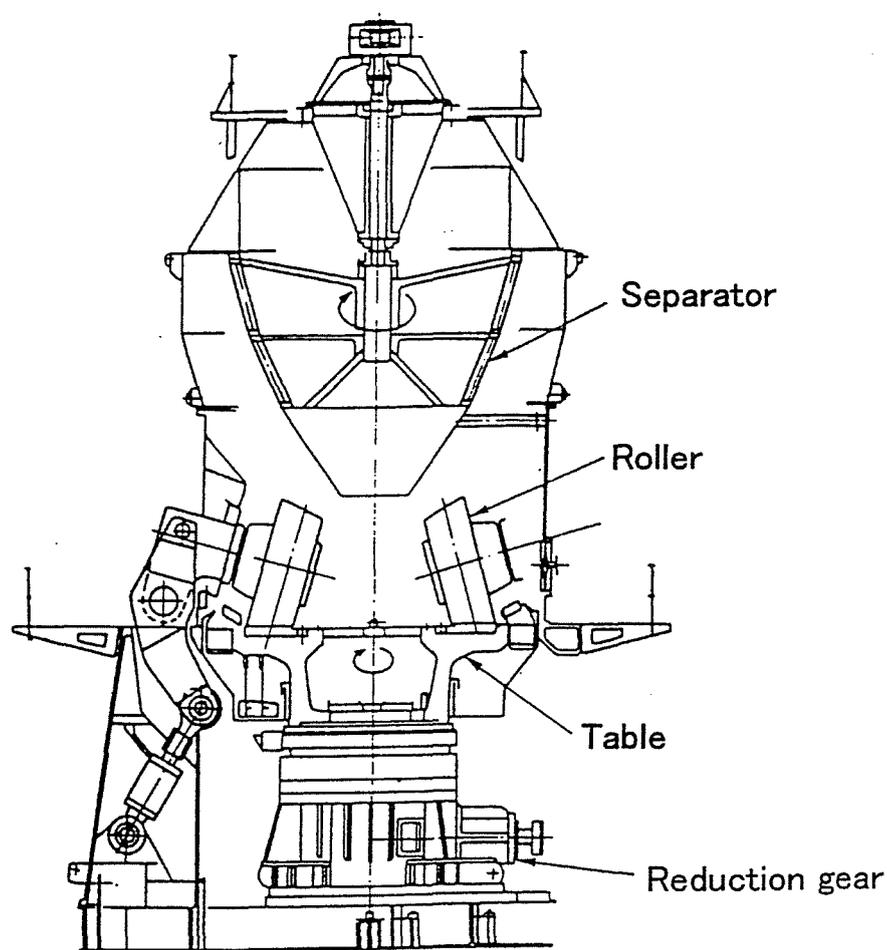


Fig.2.1 Vertical type roller mill (UV mill)

その後の技術開発により、ミル内蔵セパレータの高精度化が図られ、中容量超微粉砕機としても注目されている。この構造を図 2.2 に示す。また、最近では、省エネルギーの観点より中碎機として分級部がない粉砕部のみで構成される縦型ローラミルが、既設ボールミルの一次粉砕機として、セメント仕上げ粉砕システム内に使用されている<sup>(2.5)</sup>。このシステムを図 2.3 に示す。

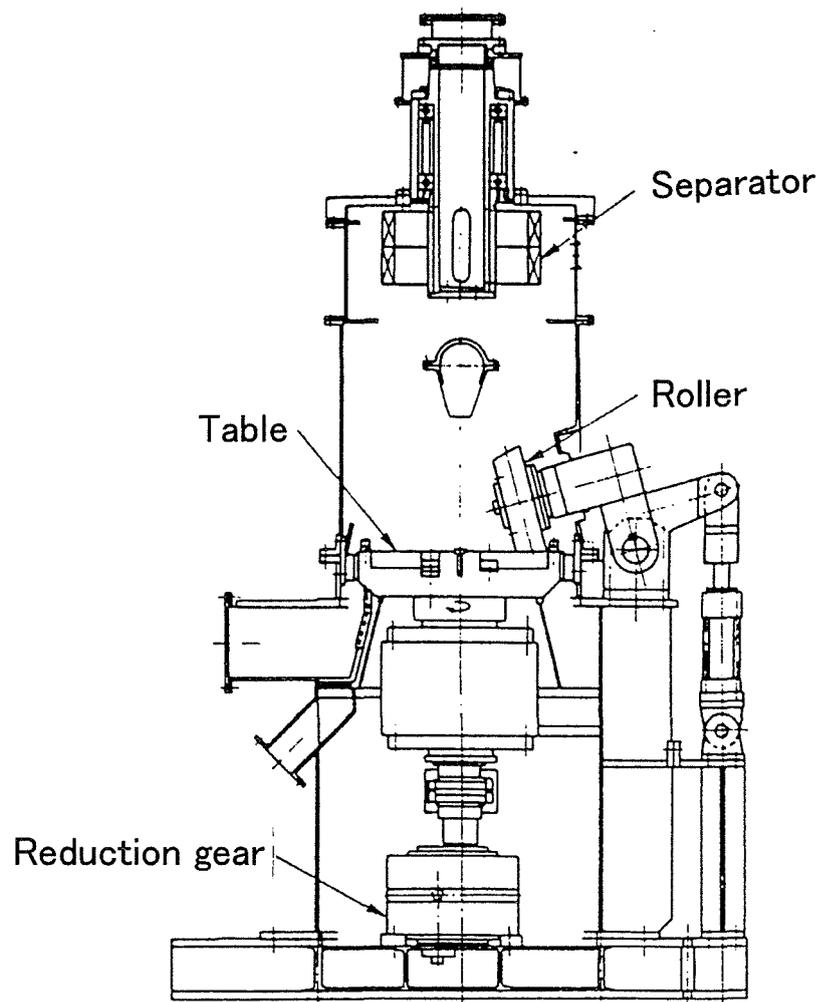


Fig.2.2 Vertical type roller mill (USR mill)

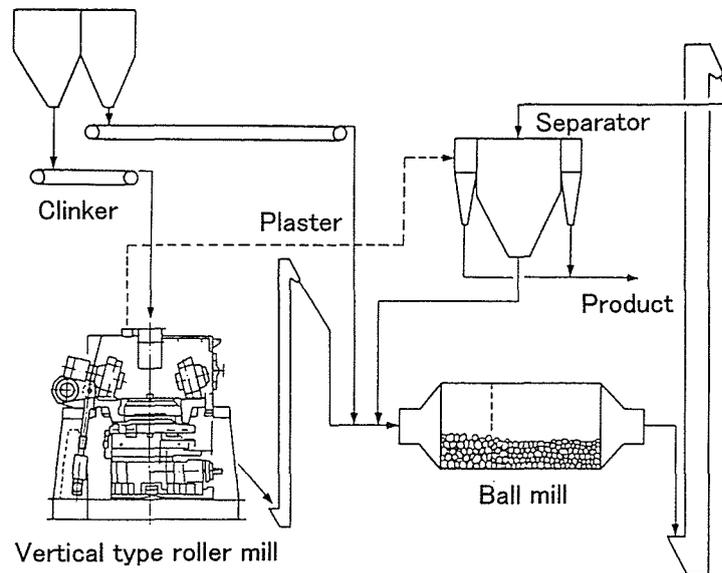


Fig. 2.3 Cement mill system

## (2) ボールミル

粉砕媒体（ボール、ロッドなど）を入れた容器を駆動することにより媒体に遠心力を与え、砕料を衝撃力、せん断力、摩擦力により粉砕するものである。

粉体微細化のニーズに対応するためには、粉砕速度に影響する遠心力を増大させる必要がある。そこで、容器の駆動方式に改良が加えられ、媒体および容器の挙動形態により、転動ボールミル、振動ミル、遊星ミル、遠心流動ミルに分類されるようになった。

伝統的な転動ボールミルとサブミクロンの粉砕実績を有する遠心流動ミルについて、以下に説明する。

### 1) 転動ボールミル

円筒状容器を低速で回転させ、容器内の媒体を持ち上げ落下させることにより、媒体の衝撃力および転動面の摩擦力で砕料を粉砕するもので、ボールミルと言えば転動ボールミルを指す場合が多い。

ボールミルはセメント工業で大量中砕・微粉砕機として、また、鉱山業、窯業で回分式微粉砕機として古くから使用され、用途も多岐にわたっている。図 2.4 にセメント粉砕用ボールミルの構造を示す。

## 2) 遠心流動ミル<sup>(2.6)</sup>

下部回転皿と上部固定壁から構成されるドーナツ状の容器に粉碎媒体（ボール）を入れ，下部回転皿を高速で回転させることにより，遠心力を与えられた媒体は容器下部壁を上昇し，上部固定内壁の摩擦力により失速させられ，連続した3次元の螺旋運動を行う．一方，碎料は容器境界部全周から吹出す高速気流により媒体の螺旋運動に巻き込まれ，媒体間および媒体-容器間の摩擦力により微粉碎される．さらに，気流による碎料の分散効果により超微粉碎が促進されるものである．この粉碎原理を図 2.5 に示す．

乾式主体のミルであり，連続式の場合は粉碎上部にセパレータが設置され乾式のサブミクロン粉碎機として注目されている．

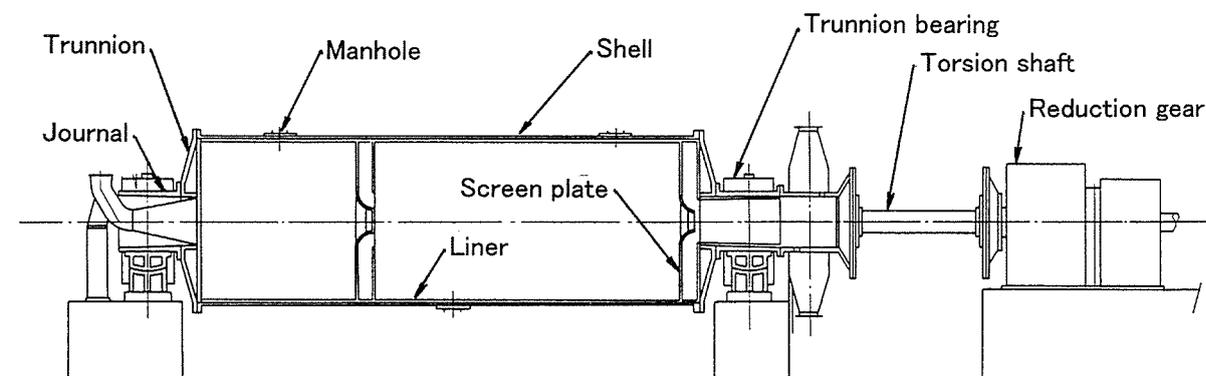


Fig. 2.4 Ball mill

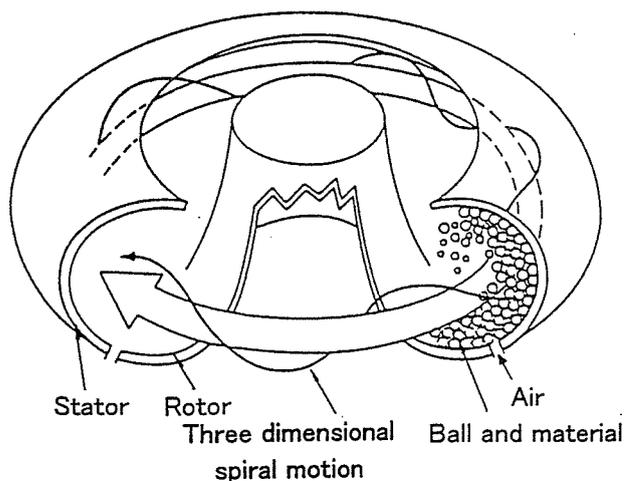


Fig. 2.5 Centrifugal fluidized mill

### (3) 高速回転ミル

高速回転するハンマー、ピン、ディスクなどの衝撃力により、中砕から微粉碎までが可能な種類の多い粉碎機である。中砕域主体の粉碎機がハンマーミル、ケージミルなど、また、微粉碎域主体の粉碎機が軸流ミル、アニューラーミル、せん断ミルなどである。

最近では、ケーシングとロータの隙間を小さくし、この間に発生する渦流に粒子を巻き込み粒子間の摩擦力により粒子の球状化を狙いとしたクリプトンミルや強力なせん断力で微粉碎および粒子の表面改質を狙いとしたオングミルなどの微粉碎機が注目されている。

### (4) 媒体攪拌ミル

固定容器の中に粉碎媒体（ボール、ビーズなど）を入れ、攪拌機構により媒体に力を伝達し、このせん断力と摩擦力により中砕から微粉碎まで行うものである。容器の形状により塔式ミル、攪拌槽ミル、アニューラーミルに分類される。

破砕システム、機種ともに多様であり、乾式では中容量微粉碎機のタワーミルがある。また、湿式では小容量超微粉碎を狙ったアニューラーミルが新分野に展開されつつある。

### (5) ジェットミル

ノズルから噴出する高圧気流に砕料を巻き込み、粒子相互あるいは衝撃板との衝突による衝撃力および摩擦力により微粉碎するものである。

ジェットミルも小容量を主体に多くの機種があり、微細化を目的に超音速ジェット、対向ノズル方式、旋回気流方式と構造も多種にわたっている。さらに、高性能セパレータを内蔵することにより超微粉碎も可能となった。

このミルでは、粒子間の摩擦力を主体とした粉碎機構を採用すると、他機種に比較してコンタミネーションの低い砕成物が得られるので、高純度が要求される粉体分野では、消費動力が大きいにもかかわらず、多く採用されている。

## 2.2 ローラ，ボールミル用減速機の分類，構造と課題<sup>(2.1)(2.7)</sup>

ミルの駆動方式としては，モータ直結方式やミルとモータの間に V ベルト，歯車減速機などの減速装置をおく方式があるが，本研究で対象とした，最も多く使用されているローラミルとボールミル用の減速装置は歯車減速機である．本節ではローラ，ボールミル用歯車減速機の分類，構造について説明するとともに，ミル減速機用歯車の課題についても述べている．

### 2.2.1 ローラ，ボールミル用減速機の分類と構造

#### (1) ローラミル用減速機

堅型ローラミルは，図 2.1 を見てもわかるように，その構造上，下面から駆動しなければならない．このため，従来の減速機はベベルヘリカル減速機が中心で，超大形減速機には堅形モータを使用したヘリカル減速機がほとんどであった．

近年，堅型ローラミルが大形化するにつれて，ローラの周速を一定にするためにテーブルの回転数を低くする必要が出て，高減速比化を図ることが重要になってきた．ベベルヘリカル減速機の場合，平行軸歯車対の段数を増やして，減速比を大きくするため，減速機のサイズが大きくなっていった．伝達容量 750kW までが 2 段減速，3,400kW までが 3 段，3,400kW 以上は 4 段となっている．このような問題を解決する方法の一つとして，ベベル遊星減速機が開発された．これは，平行軸歯車に比べ遊星減速装置の減速比が大きく，伝達容量が 3,400kW を越えても 1 段の遊星減速装置で対応でき，ベベルヘリカル減速機に比べコンパクトにすることが可能なためである．

さらに，もう一つの長所として次の点が挙げられる．ベベル遊星減速機全体の形状が，ほぼ堅型の円筒状になっているため，テーブル上の粉碎スラスト力はケーシングの側壁を経由して，ほぼ垂直に基礎部に伝達でき，構造上無理な力が発生しないようになっている．堅型ローラミルの場合は粉碎時の振動が直接減速機のスラスト軸受を介してケーシングに伝達されるため，ローラミル全体の剛性上も重要な点となる．

#### 1) ベベルヘリカル減速機

ベベルヘリカル減速機は，1 対のかさ歯車と複数のはすば歯車からなっている．図 2.6 に代表

的なベベルヘリカル減速機の構造を示す。かさ歯車には通常まがりばかさ歯車が用いられている。これは、すぐばかさ歯車に比べ曲げ・面圧強度とも高い上、円滑なかみ合いが得られるためである。また、はすば歯車には通常浸炭研削歯車が使用されている。

## 2) ベベル遊星減速機

ベベル遊星減速機は、1対のかさ歯車と1つの遊星歯車装置からなっている。図2.7に代表的なベベル遊星減速機の構造を示す。ベベルヘリカル減速機と同様にまがりばかさ歯車が用いられている。また、遊星歯車装置に使用されている太陽歯車、遊星歯車ならびに内歯車は平歯車が一般的であるが、一部にははすば歯車が用いられたものもある。

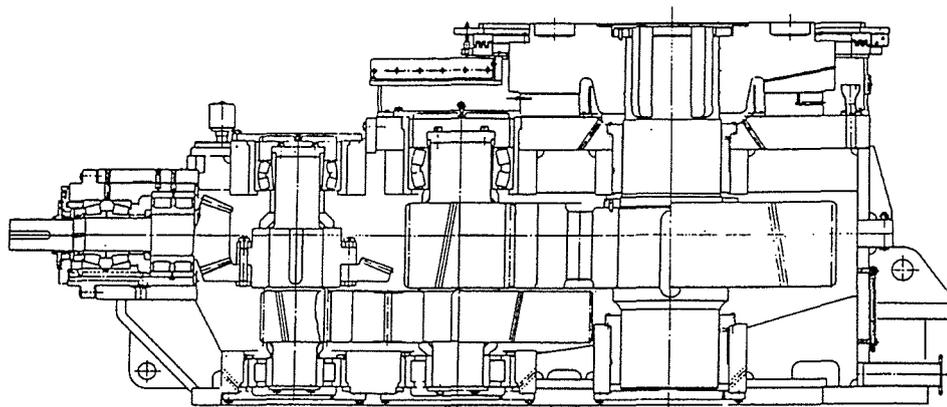


Fig. 2.6 Bevel-helical reduction gear for roller mill

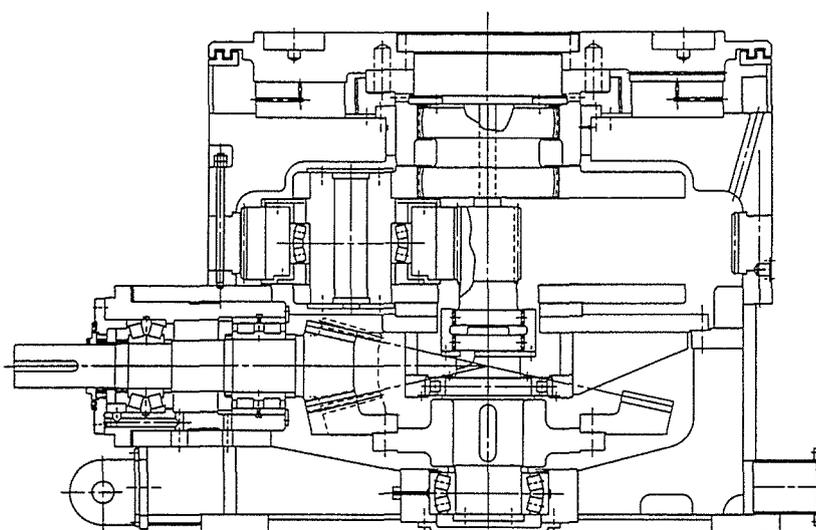


Fig. 2.7 Bevel-planetary reduction gear for roller mill

## (2) ボールミル用減速機

ボールミル用減速機としては、主に、ガースギヤ形サイドドライブ方式、ロックドトレイン形センタードライブ方式および遊星減速機形センタードライブ方式の3種類の形式があるが、最近では効率や省スペースの面から遊星減速機形センタードライブ方式が主流になりつつある。

また、ボールミルの主な利用分野であるセメント製造分野において、製造工程に要するエネルギーの多くが原料ならびにクリンカーの粉碎に消費されるため、そのエネルギー効率を向上させる意味からも、その大容量化が要求されている。このような要求に対して、高効率であるとともに信頼性の高いセンタードライブ方式が多く採用されている。

### 1) ガースギヤ形サイドドライブ方式

サイドドライブ方式は、センタードライブ方式に比べベニシャルコストは安価であるが、大容量のものに対しては信頼性、効率の点で若干劣るため、主に3,000kWまでの小中容量のミルに用いられている。図2.8に代表的なガースギヤ形サイドドライブ方式の構造を示す。ボールミル本体にはガースギヤ（超大形歯車）が取り付けられ、そのガースギヤとかみ合う2つのピニオンがあり、このピニオンはそれぞれ主減速機とトーション軸を介してつながっている。主減速機としては平行軸減速機を用い、ガースギヤならびにピニオンには平歯車、はすば歯車あるいはやまば歯車が用いられている。また、その構造上2つの主電動機、主減速機、トーション軸とピニオンで1つのガースギヤを駆動するため、他の駆動方式と比較して信頼性や効率の低下は避けられない。

### 2) ロックドトレイン形センタードライブ方式

ロックドトレイン形センタードライブ方式は、これまでに大容量のものを中心に多く使用されている。ロックドトレイン形センタードライブ方式は、入力軸から得られた主電動機の動力を2つに分岐させ、ロックドトレイン形の2段平行軸減速機を介して、出力軸へ伝達させる構造である。その荷重等配機構は、1および2段動力伝達部に中空式のたわみ軸を挿入し、そのねじれ変形を利用して不等配荷重を吸収する方式である。しかしながら、平行軸歯車を利用しているため遊星歯車減速機に比べ減速機が大形になり、最近ではあまり用いられない傾向にある。図2.9に代表的なロックドトレイン形センタードライブ方式の構造を示す。なお、使用されている歯車すべてははすば歯車である。

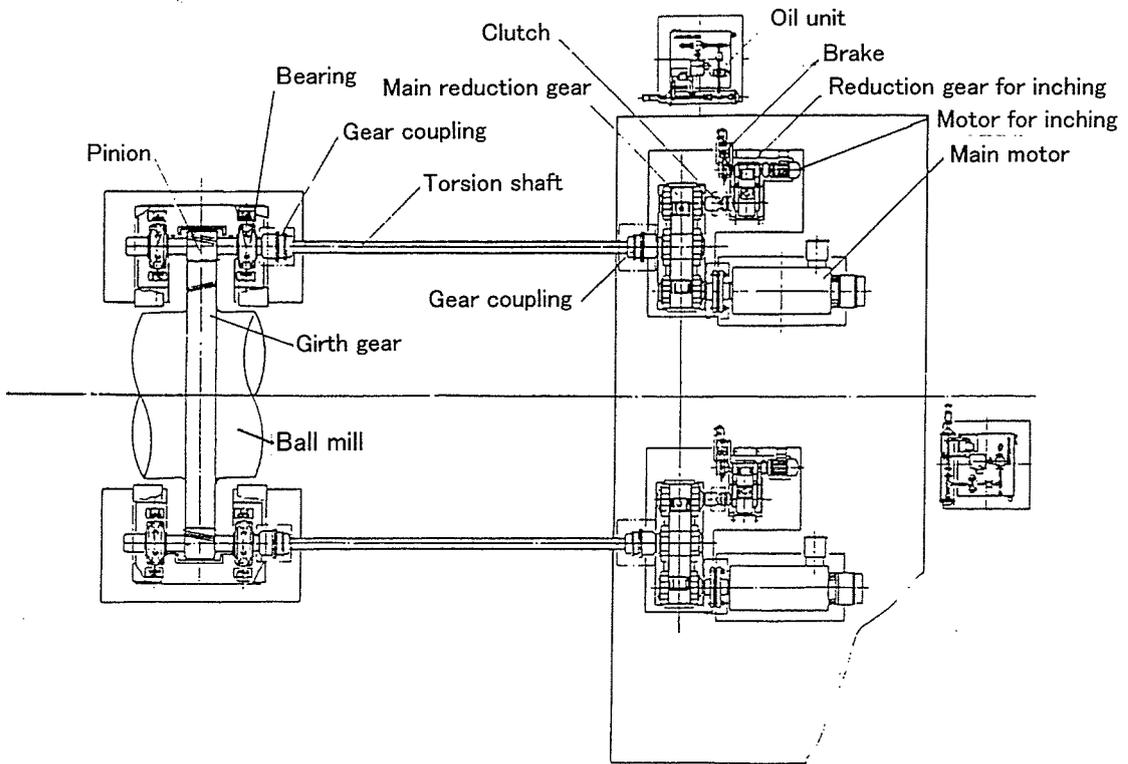


Fig. 2.8 Side drive type for ball mill

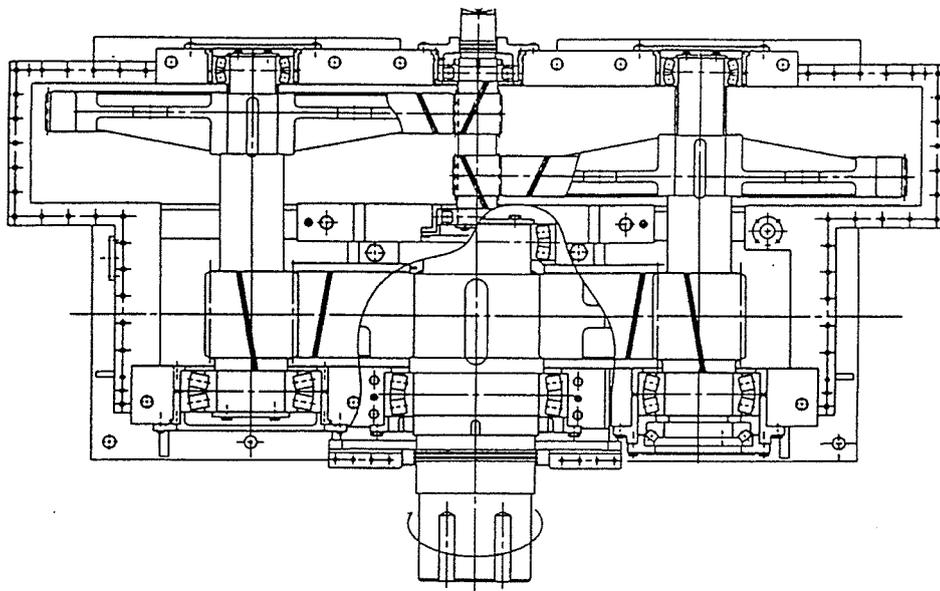


Fig. 2.9 Center drive type for ball mill (Parallel shaft reduction gear)

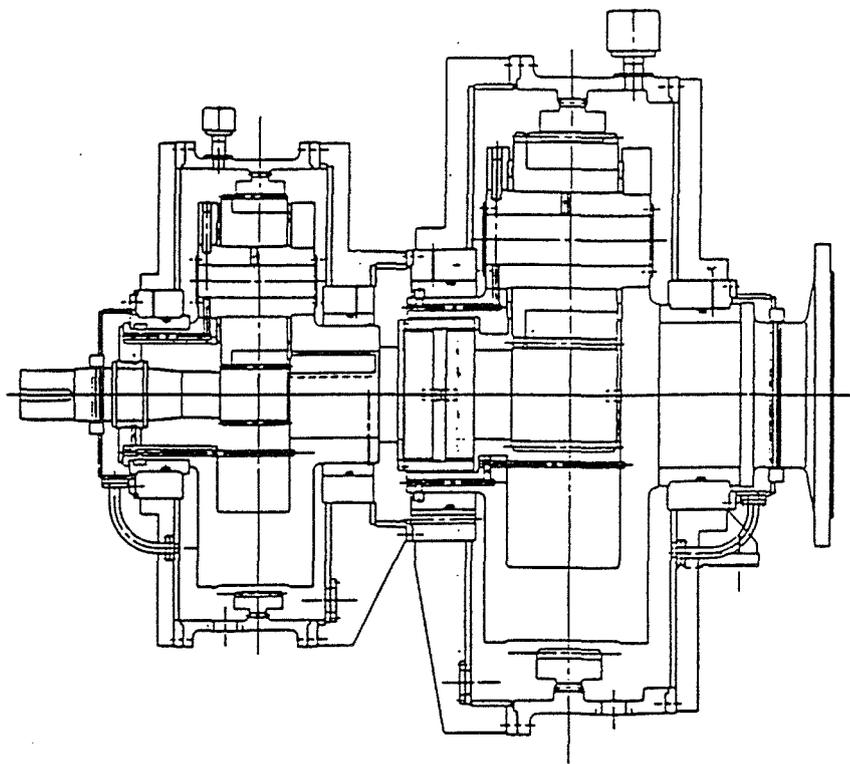


Fig. 2.10 Center drive type for ball mill (Planetary reduction gear)

### 3) 遊星減速機形センタードライブ方式

近年、大容量の分野ではロックドトレイン形センタードライブ方式から遊星減速機形センタードライブ方式に変わりつつある。図 2.10 に代表的な遊星減速機形センタードライブ方式の構造を示す。図では、2 段のプラネタリ形遊星歯車装置からなっている。なお、遊星歯車装置に使用されている太陽歯車、遊星歯車ならびに内歯車は平歯車が一般的であるが、一部にははすば歯車が用いられたものもある。前にも述べたとおり、ロックドトレイン形に比べ減速機をコンパクトにできる。

さらに、最近では低速側の遊星歯車装置の歯車の曲げ・面圧強度を増大させるため、高圧力角歯車（基準圧力角  $\alpha_0 > 20^\circ$  の歯車）が用いられる傾向にある。

## 2.2.2 ローラ，ボールミル用減速機用歯車の課題

近年，生産性の向上を図るため，ミル本体の大容量化にともない，ミル減速機にも大容量化が求められている．しかし，一方では省エネルギーの観点から，歯車装置に対して，高減速比化，小形・軽量化，高効率化の要求も高まっている．さらに，環境面からも，低振動・低騒音化への要望も強くなってきている．

このような状況の中，ミル減速機においても平行軸歯車から小形で大きな減速比が得られる遊星歯車装置の採用へと大きく移行している．さらに，ミルの大容量化にともなって遊星歯車装置に対しても大容量化の要求が高まっている．

ミルの種類とそれに使用されている減速機は，図 2.11 のようである．ミル減速機には，まがりばかさ歯車，はすば歯車および遊星歯車装置が使用され，さらに遊星歯車装置は太陽歯車，遊星歯車ならびに内歯車の 3 種類の歯車から構成される．

この中で，まがりばかさ歯車については，第 1 章でも述べたように，インボリュート円筒歯車と異なり，基準となる歯面形状が加工する歯切盤や歯切盤上での諸セッティング量によって大きく変わるため，歯元・接触応力，振動・騒音に大きい影響を及ぼす歯当たりや回転伝達誤差に関する系統的な研究はきわめて少なく，強度，運転性能に対する予測精度はまだ十分ではない．このような状況のため，まがりばかさ歯車は不必要に高い歯車強度，歯車精度で設計，製作されており，強度，運転性能の予測精度を向上させることが強く望まれている．また，製造段階では設計の仕様を満足するために歯形修整や組立調整などを作業者の経験・勘や試行錯誤で行っており，多大な労力を要しているのが現状である．これは，減速機のコストアップにも結びつく上，製造上での生産性向上の大きな障害要因にもなっている．組立誤差が歯当たりや伝達誤差に及ぼす影響が明らかになれば，設計段階でこれらを考慮することができ，組立調整も容易に行えるようになる．これらの問題を解決するためには，歯車諸元の一つであるねじれ角や製作上必然的に生じる組立誤差が歯当たり，伝達誤差および各種応力に及ぼす影響や歯当たりが運転性能に及ぼす影響について明らかにする必要がある．

また，外歯車は，古くから研究されており，設計・製作上必要な資料も豊富にある．遊星歯車機構は古くから考案されていたが，荷重の等配機構に難点があり，歯車精度もよくなかったため，実用化されたのは近年である．したがって，従来から利用されている太陽歯車や遊星歯車のような外歯車に比べ，内歯車については研究データも少なく，設計・製作上必要な資料も少ない．第

1 章でも述べたように，内歯車は，歯切盤や研削盤の構造の制約から表面硬化処理後の歯面仕上げが難しく，現状では，太陽歯車や遊星歯車のような表面硬化処理による強度増強はほとんど行われていないため，内歯車の強度が遊星減速機の小形・軽量化のネックとなっている．内歯車の強度増強法の一つとして基準圧力角の高圧力化が注目されており，高圧力角内歯車の強度設計法の確立が急務である．

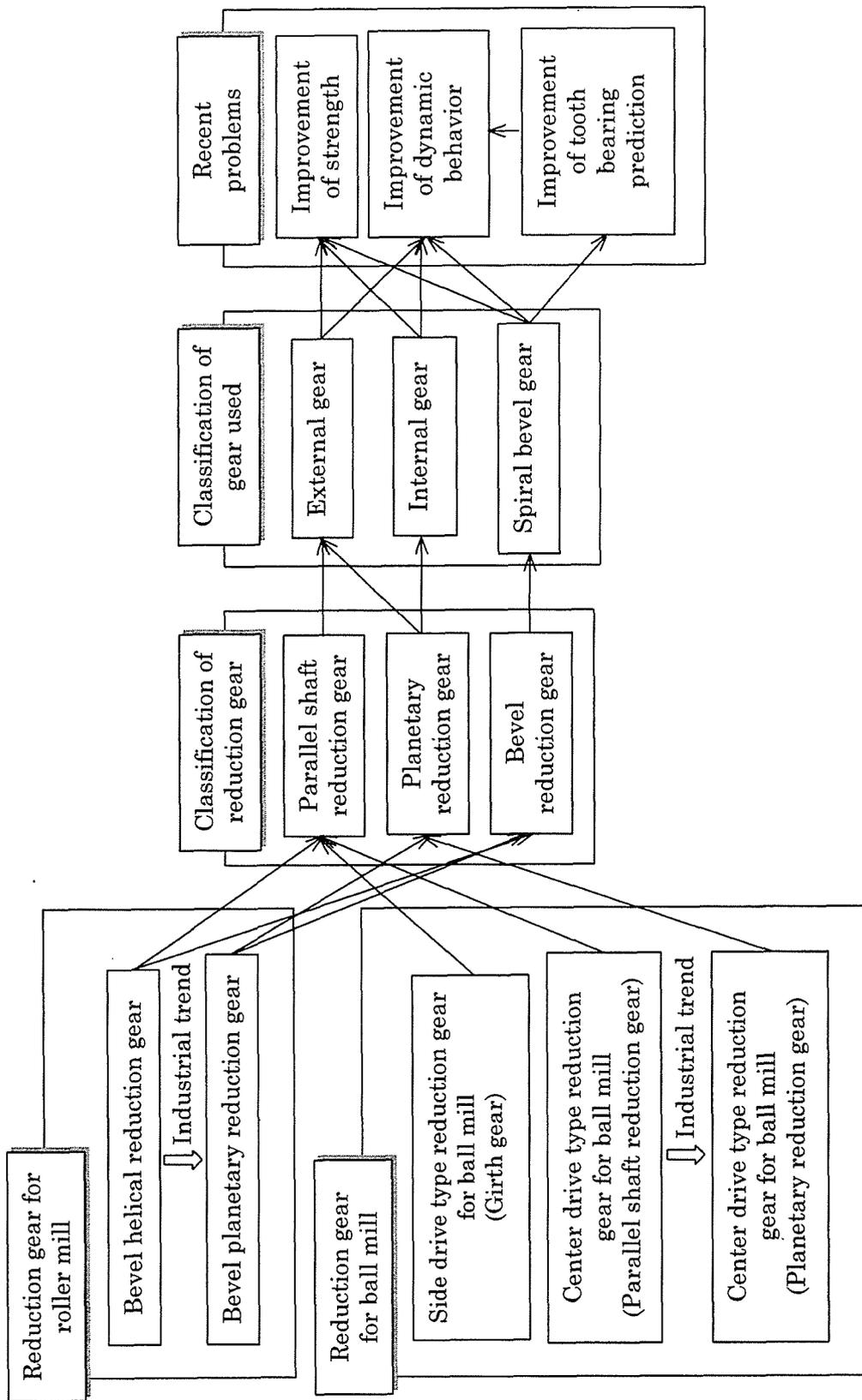


Fig 2.11 Components of reduction gear for mill



## 第3章 まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差 と歯元・接触応力の計算方法

### 3.1 緒言

まがりばかさ歯車は，使用する歯切盤の種類によって，得られる歯形が大きく異なる．現在ある歯切盤は，代表的なものだけでも，グリーンソン式，クリンゲルンベルグ式，エリコン式，ファイアット式などがあるが，最近では，グリーンソン式が世界的な標準になりつつある<sup>(3.1)</sup>．本研究では，最も多く使用されているグリーンソン式まがりばかさ歯車を対象とし，小歯車はフィックスドセッティング法で，大歯車はスープレッドブレード法で歯切りされた歯車について検討を行った．フィックスドセッティング法は，荒歯切専用カッタと仕上用カッタの2種類を使用するが，仕上用カッタは片歯面ごとに仕上切削を行うので，両歯面を同一カッタで仕上げるカッタの場合に比べ高精度のものが得られる上，カッタの寿命も長い．主として小歯車を歯切りするのに用いられる．スープレッドブレード法は刃先の幅の広いカッタで両歯面を同時に創成する方法で，主として大歯車を歯切りするのに用いられる<sup>(3.2)</sup>．なお，歯切盤の作動原理はいずれも同じで，機械に取り付けたカッタが歯車素材とともに回転しつつ歯面の切削を行うと同時に，歯車素材側のスライド部が一定量の前進または後退を行うことにより，螺旋運動を与え，両歯面の歯すじ方向

と歯たけ方向の形状を創成するものである<sup>(3.3)</sup>。

本章では、本研究に用いたまがりばかさ歯車の歯形計算式ならびに歯当たり、伝達誤差および歯元・接触応力の計算方法について述べている。

歯当たりと接触応力については、ヘルツの弾性接触理論に基づいて求め、伝達誤差については、歯のたわみと組立誤差を考慮して求めた。また、まがりばかさ歯車の強度計算には、現在 AGMA 式<sup>(3.4)</sup>が最もよく使用されているので、AGMA の歯元・接触応力計算式についても簡単に述べている。

### 3.2 歯形の計算<sup>(3.5)~(3.7)</sup>

2つの面  $S_p$  と  $S_g$  が接触している場合 (図 3.1), 接触点においては, 法線ベクトル  $\mathbf{N}$  と相対速度ベクトル  $\mathbf{V}_r$  が互いに直角関係にあることから, 次式が成立する。

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}_r = 0 \quad (3.1)$$

ここで,

- $\mathbf{N}$  : 接触面の法線ベクトル
- $\mathbf{V}_r$  : 接触面での相対速度ベクトル

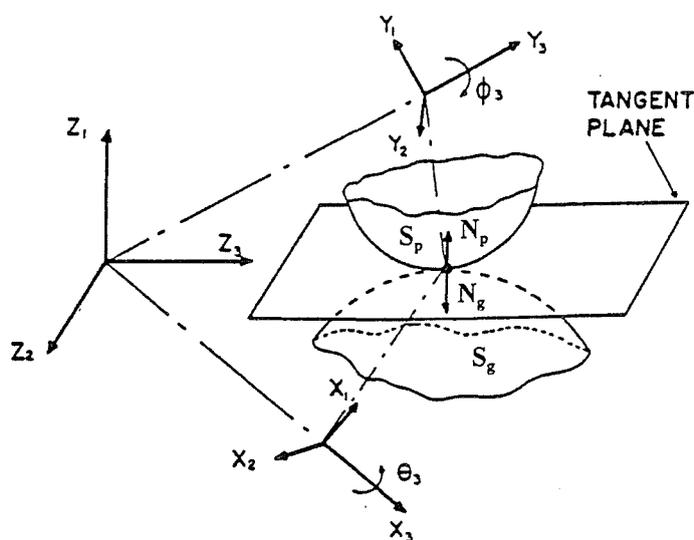


Fig. 3.1 Conditions for conjugate contact

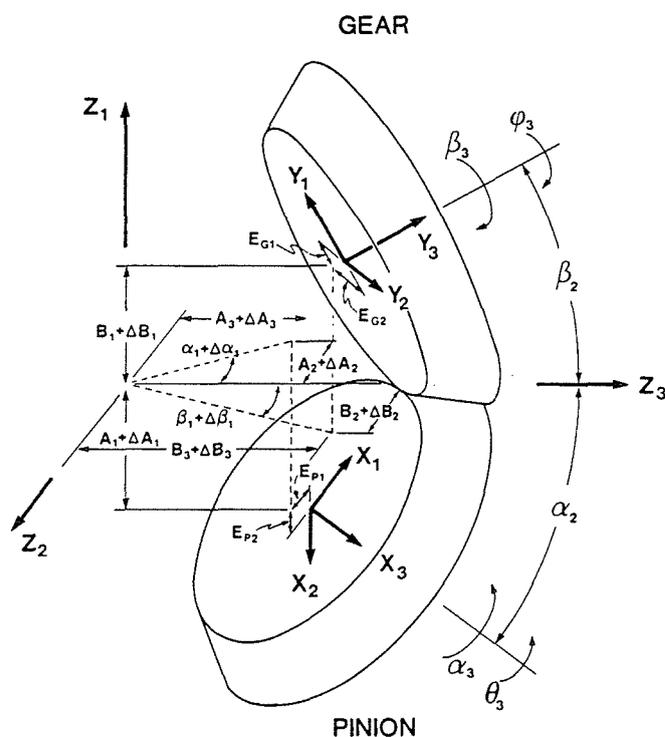


Fig. 3.2 Simulation model reference frames

図 3.2 は計算に用いたモデルの座標系を示す。

ここで、

- $X_{1-2-3}$  : 小歯車の座標
- $Y_{1-2-3}$  : 大歯車の座標
- $Z_{1-2-3}$  : 基準座標
- $A_{1-2-3}$  : 基準座標に対する小歯車の位置座標
- $B_{1-2-3}$  : 基準座標に対する大歯車の位置座標
- $\alpha_1$  : 小歯車のアライメント角度
- $\alpha_2$  : 小歯車のピッチ円すい角
- $\alpha_3$  : 小歯車のころがり角度
- $\theta_3$  : 小歯車の  $X_3$  軸まわりの回転角度
- $\beta_1$  : 大歯車のアライメント角度
- $\beta_2$  : 大歯車のピッチ円すい角度
- $\beta_3$  : 大歯車のころがり角度

$\varphi_3$	:	大歯車の $Y_3$ 軸まわりの回転角度
$\Delta A_i$	:	小歯車の位置誤差
$\Delta B_i$	:	大歯車の位置誤差
$\Delta \alpha_i$	:	小歯車のアライメント誤差
$\Delta \beta_i$	:	大歯車のアライメント誤差
$i$	:	対象となる軸
$E_{p1}$	:	小歯車の $Z_1$ 軸方向の偏芯量
$E_{p2}$	:	小歯車の $Z_2$ 軸方向の偏芯量
$E_{g1}$	:	大歯車の $Z_1$ 軸方向の偏芯量
$E_{g2}$	:	大歯車の $Z_2$ 軸方向の偏芯量

図 3.2 より、各軸に対する座標変換行列は以下ようになる。

1 軸まわりの座標変換行列

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_1 & \sin \delta_1 \\ 0 & -\sin \delta_1 & \cos \delta_1 \end{bmatrix} \equiv [\delta_1]_1^n \quad (3.2)$$

2 軸まわりの座標変換行列

$$\begin{bmatrix} \cos \delta_2 & 0 & \sin \delta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \delta_2 & 0 & \cos \delta_2 \end{bmatrix} \equiv [\delta_2]_2^n \quad (3.3)$$

3 軸まわりの座標変換行列

$$\begin{bmatrix} \cos \delta_3 & \sin \delta_3 & 0 \\ -\sin \delta_3 & \cos \delta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \equiv [\delta_3]_3^n \quad (3.4)$$

任意の軸に対する座標変換行列

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & E \\ 0 & 1 & 0 & F \\ 0 & 0 & 1 & G \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} E \\ F \\ G \end{bmatrix}^n \quad (3.5)$$

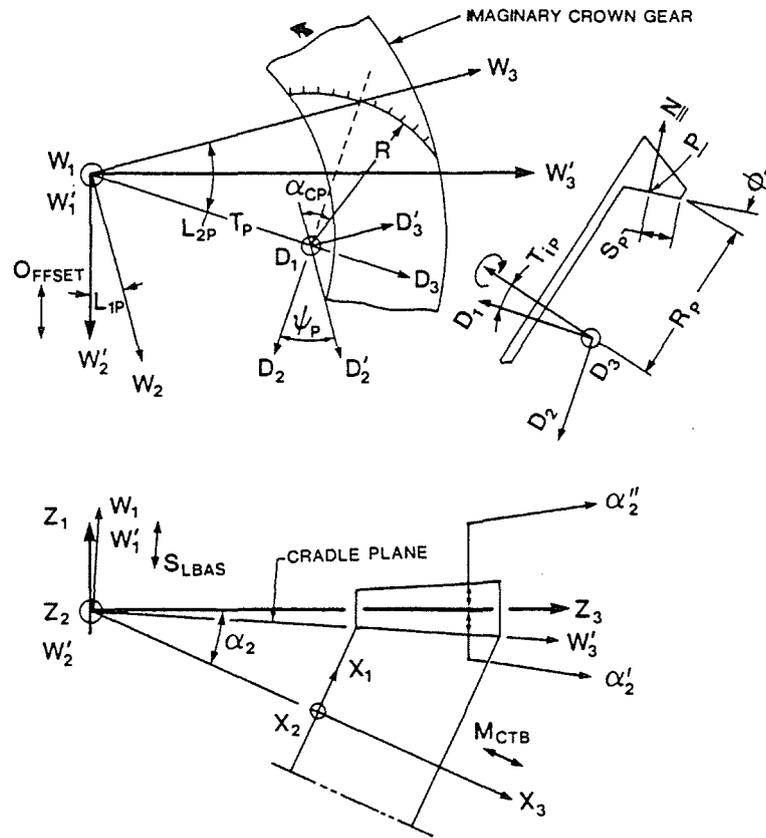


Fig. 3.3 Pinion cutter definitions

ここで、

- $\delta_i$  : 変換する回転角度
- $i$  : 回転の座標変換の対象となる軸
- $n$  : 座標変換をする順番

図 3.3 はグリーンソン式まがりばかさ歯車のカッタおよび歯切りプロセスを示す。

ここで、

- $R_p$  : カッタの半径
- $S_p$  : カッタの切れ刃長さ
- $\alpha_{cp}$  : カッタの角度位置
- $L_{1p}$  : チルト角 (カッタ軸とクレードル軸のなす角度)
- $L_{2p}$  : クレードル角

- $\alpha_2'$  : 小歯車の歯元角  
 $\phi_p$  : 小歯車の工具圧力角  
 $\psi_p$  : 小歯車のねじれ角

図 3.3 より, カッタの位置ベクトル  $\mathbf{Z}_c$  を基準座標系で表すと次式のようになる.

$$\mathbf{Z}_c = [\alpha_2']_2^3 [-L_{1p}]_1^4 \begin{bmatrix} -R_p \sin T_{1p} \\ T_p \sin L_{2p} \\ T_p \cos L_{2p} \end{bmatrix}^3 [\psi_p]_1^2 [T_{1p}]_3^1 \begin{bmatrix} S_p \cos \phi_p \\ -a_p \cos(\alpha_{cp} - \psi_p) \\ a_p \sin(\alpha_{cp} - \psi_p) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

ここで,

$$a_p = R_p - S_p \sin \phi_p \quad (3.7)$$

$$L_{1p} = \alpha_3 / R_{rd} \quad (3.8)$$

さらに, 式(3.1)の相対速度ベクトル  $\mathbf{V}_r$  は, カッタの速度ベクトル  $\mathbf{V}_{cz}$  と小歯車の速度ベクトル  $\mathbf{V}_{pz}$  の差で表され, 次式のようになる.

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{V}_{cz} - \mathbf{V}_{pz} \quad (3.9)$$

ここで,

$$\mathbf{V}_{cz} = \mathbf{Z}_c \times [\alpha_2']_2^1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{V}_{pz} = \mathbf{Z}_c \times [\alpha_1]_1^2 [\alpha_2]_2^1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R_{rd} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

また, 基準座標系でのカッタの法線ベクトル  $\mathbf{N}_{cz}$  は, 式(3.6)と同じ座標変換となるので, 次式のように表される.

$$\mathbf{N}_{cz} = [\alpha_2']_2^4 [-L_{1p}]_1^3 [\psi_p]_1^2 [T_{1p}]_3^1 \begin{bmatrix} -\sin \phi_p \\ -\cos \phi_p \cos(\alpha_{cp} - \psi_p) \\ \cos \phi_p \sin(\alpha_{cp} - \psi_p) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

小歯車の歯面上の任意の点  $\mathbf{P}$  はカッタの角度位置  $\alpha_{cp}$  とロール角度  $\alpha_3$  によって決まる. したがって, カッタの角度位置  $\alpha_{cp}$  と小歯車のころがり角度  $\alpha_3$  が既知の場合, 小歯車の創成歯面  $\mathbf{S}_p$  は  $X$  座標において次式で表される.

$$\mathbf{X} = [\alpha_3]_3^4 [\alpha_2]_2^3 [\alpha_1]_1^2 \begin{bmatrix} A_1 + \Delta Z_{p1} \\ A_2 + \Delta Z_{p2} \\ A_3 + \Delta Z_{p3} \end{bmatrix}^1 \mathbf{Z}_c \quad (3.13)$$

ここで,

$$\Delta Z_{p1} = M_{CTB} \sin \alpha_2 - S_{LBAS} \cos \alpha_2' \quad (3.14)$$

$$\Delta Z_{p2} = O_{FFSET} \quad (3.15)$$

$$\Delta Z_{p3} = M_{CTB} \cos \alpha_2 - S_{LBAS} \sin \alpha_2' \quad (3.16)$$

ここで,

$M_{CTB}$  : 機械中心からワークまでの距離

$S_{LBAS}$  : 機械中心からカッタ中心までの距離

$O_{FFSET}$  : ワークヘッドのオフセット距離

同様に、創成された歯面上の任意の点の法線ベクトル  $\mathbf{N}_x$  は次式で定義される。

$$\mathbf{N}_x = [\alpha_3]_3^3 [\alpha_2]_2^2 [\alpha_1]_1^1 \mathbf{N}_{cz} \quad (3.17)$$

小歯車の歯面位置ベクトル  $\mathbf{Z}_p$  は、次式で表すことができる。

$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} -A_1 - \Delta A_1 \\ -A_2 - \Delta A_1 \\ -A_3 - \Delta A_1 \end{bmatrix}^5 [-\alpha_1 - \Delta \alpha_1]_1^4 [-\alpha_2 - \Delta \alpha_2]_2^3 \begin{bmatrix} E_{p1} \\ E_{p2} \\ 0 \end{bmatrix}^2 [\theta_3]_3^1 \mathbf{X} \quad (3.18)$$

したがって、創成された小歯車の歯面の任意の点  $\mathbf{P}$  は、次式のように表される。

$$\mathbf{Z}_p = f(\alpha_{cp}, \alpha_3, \theta_3) \quad (3.19)$$

大歯車の歯面についても、同様な方法で次式を導くことができる。

$$\mathbf{Z}_g = f(\alpha_{cg}, \beta_3, \varphi_3) \quad (3.20)$$

ここで,

$\alpha_{cg}$  : カッタの角度位置

### 3.3 歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算

#### 3.3.1 接触点の計算方法<sup>(3.8)(3.9)</sup>

小，大歯車がそれぞれある回転角度位置 $\phi_1$ ， $\phi_2$ にある場合の計算歯面をそれぞれ $S_p=S_p(\phi_1)$ ， $S_g=S_g(\phi_2)$ とし，その小，大歯車の歯面上にある任意の点の位置ベクトル，単位法線ベクトルをそれぞれ $Z_p$ ， $Z_g$ と $N_p$ ， $N_g$ とする。

もし各々の歯面上の点が接触すれば，下記の条件を満足しなくてはならない。

$$Z_p(\mu_1, \theta_1, \phi_1) = Z_g(\mu_2, \theta_2, \phi_2) \quad (3.21)$$

$$N_p(\mu_1, \theta_1, \phi_1) = -N_g(\mu_2, \theta_2, \phi_2) \quad (3.22)$$

ここで，

$\mu_1$  : 小歯車（駆動歯車）歯面上にある一点が歯切りされる場合のピニオンのワーク軸まわりの回転角度位置

$\theta_1$  : 同上点を切削する場合の工具の工具軸まわりの回転角度位置

$\mu_2$  : 大歯車（被動歯車）歯面上のある一点が歯切りされる場合に、同点を切る工具の切れ刃上の点を定める量（工具半径が定義されている面と切れ刃の交点から該当点までの、切れ刃に沿う距離）

$\theta_2$  : 同上点を切削する場合の工具の工具軸まわりの回転角度位置

これらの式から5つの独立した条件が得られる。すなわち，小，大歯車の歯面上の接触点の座標を表す位置ベクトルの3成分が一致するという3つの条件，およびその点での単位法線ベクトルの方向が逆であるという2つの条件である。したがって，これらの方程式を解くと，

$$\mu_1 = \mu_1(\phi_1) \quad (3.23)$$

$$\mu_2 = \mu_2(\phi_1) \quad (3.24)$$

$$\theta_1 = \theta_1(\phi_1) \quad (3.25)$$

$$\theta_2 = \theta_2(\phi_1) \quad (3.26)$$

$$\phi_2 = \phi_2(\phi_1) \quad (3.27)$$

を得る。上の結果から， $\phi_1$ を決めれば接触点が求まり， $\phi_1$ を順次変化させることにより接触点の軌跡を求められる。

### 3.3.2 荷重分担率の計算方法

負荷かみあい時の歯当たり，伝達誤差，各種応力を計算するためには，同時にかみ合っている各歯対に作用する分担荷重を求める必要がある． $n$  対の歯が同時にかみ合っている場合の各歯対の荷重分担率 $f_{LSi}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) は次式によって求めることができる<sup>(3.10)</sup>．

$$f_{LS1} = \frac{k_1}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \quad (3.28)$$

$$f_{LS2} = \frac{k_2}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \quad (3.29)$$

$$f_{LSn} = \frac{k_n}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \quad (3.30)$$

ここで，

$k_i$  :  $i$  番目の歯対のばねこわさ ( $i=1, 2, \dots, n$ )

歯のばねこわさについては，歯形ならびに荷重作用点がわかれば，歯のたわみの式<sup>(3.11)</sup>を用いて計算することができる．

### 3.3.3 歯当たりの計算方法

#### (1) 無負荷時の歯当たりの計算方法

無負荷時の歯当たりは，接触点のまわりで歯面間の隙間の光明丹などの塗料の厚さ以下の領域が，かみ合いの進行につれて歯面上に描く範囲として求めることができる．本研究では塗料厚さを $6\mu\text{m}$ として無負荷時の歯当たりを求めている．

#### (2) 負荷時の歯当たりの計算方法

歯面が荷重を伝達する場合には，接触歯面は弾性変形をして，接触点まわりの領域が接触する．この領域がかみ合いの進行につれて歯面上に描く範囲が負荷時の歯当たりとなる．

本研究では，各かみ合い位置における負荷荷重値と接触点の歯面曲率半径より，ヘルツの弾性接触理論に従い，接触だ円の長軸と短軸の長さを算出し，これらを用いて負荷時の歯当たりを求めている．

### 3.3.4 伝達誤差の計算方法<sup>(3.12) (3.13)</sup>

大, 小歯車の両歯面が互いに共役な (誤差なくかみ合う) 歯面を持ち, かつそれらが誤差なく組み立てられ, しかも動力伝達負荷が零の場合には角度伝達誤差は零となる. しかし, これは現実にはあり得ず, 一般には共役な歯面から意図的にずらした歯面 (修整歯面) が何らかの誤差を持って組み立てられ, 動力伝達にともなう歯面の弾性変形をともない回転が進んでいく. このとき, 入出力軸の回転角度比は歯数比とは厳密には一致しておらず, 微少な回転角度の変動, すなわち角度伝達誤差が生ずることになる. 小歯車と大歯車の回転角度をそれぞれ時間  $t$  の関数として,  $\phi_1 = \phi_1(t)$ ,  $\phi_2 = \phi_2(t)$  とすると, 伝達誤差  $\delta(t)$  は,

$$\delta(t) = \phi_2(t) - i \phi_1(t) \quad (3.31)$$

ここで,

$$i = z_1 / z_2 \quad (3.32)$$

ここで,

$z_1$  : 小歯車の歯数

$z_2$  : 大歯車の歯数

で与えられる.

### 3.3.5 接触応力の計算方法

3.3.2 項で説明した荷重分担率の計算方法に従い, 各歯の接触点に作用する負荷荷重値を算出し, 得られた負荷荷重値と歯形計算式より算出した接触点の歯面曲率半径より, ヘルツの弾性接触理論に従い, 接触応力を求めることができる.

## 3.4 AGMA 式による歯元・接触応力の計算<sup>(3.4)</sup>

### 3.4.1 歯元応力計算式

AGMA 規格では, 危険断面位置は放物線内接法によって決定している.

歯元応力  $s_f$  は, 次式で計算できる.

$$s_t = \frac{2000 T_p K_a}{K_v} \frac{1}{F d m} \frac{K_s K_m}{K_x J} \quad (3.33)$$

ここで,

$T_p$	:	作用トルク
$K_a$	:	外的動荷重係数
$K_v$	:	内的動荷重係数
$F$	:	歯幅
$d$	:	外端ピッチ円直径
$m$	:	(外端)モジュール
$K_s$	:	寸法効果係数
$K_m$	:	歯すじ荷重分布係数
$K_x$	:	歯すじ歯形係数
$J$	:	幾何係数

幾何係数  $J$  は、次式のように表される.

$$J = \frac{Y_K}{m_N K_i} \frac{R_t}{R} \frac{F_e}{F} \frac{m_m}{m} \quad (3.34)$$

ここで,

$Y_K$	:	歯形係数
$m_N$	:	荷重分担率
$K_i$	:	慣性係数
$R_t$	:	正面荷重作用点半径
$R$	:	大歯車の平均正面ピッチ円半径
$F_e$	:	有効歯幅
$m_m$	:	平均正面モジュール

### 3.4.2 接触応力計算式

AGMA 規格では、接触応力をヘルツの弾性接触理論に基づいて求めている.

接触応力  $s_c$  は、次式で計算できる。

$$s_c = C_p C_b \sqrt{\frac{2000 T_D C_a \left(\frac{T_p}{T_D}\right)^z}{C_v} \frac{1}{F d^2} \frac{C_s C_m C_{xc} C_f}{I}} \quad (3.35)$$

ここで、

- $C_p$  : 材料係数
- $C_b$  : 応力修正係数
- $T_D$  : 設計トルク
- $z$  : 荷重指数
- $C_a$  : 外的動荷重係数
- $C_v$  : 内的動荷重係数
- $C_s$  : 寸法効果係数
- $C_m$  : 歯すじ荷重分布係数
- $C_{xc}$  : クラウニング係数
- $C_f$  : 表面状態係数
- $I$  : 幾何係数

幾何係数  $I$  は、次式のように表される。

$$I = \frac{s \rho_o \cos \psi \cos \phi}{F d C_i m_N} \frac{m_m}{m} \quad (3.36)$$

ここで、

- $s$  : 着目歯の接触線長さ
- $\rho_o$  : 接触点における歯面相對曲率半径
- $\phi$  : 歯直角圧力角
- $\psi$  : 中央ねじれ角
- $C_i$  : 慣性係数

### 3.5 計算プログラム

本研究で用いたまがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力の計算プログラムのフローチャートを図 3.4 に示す．本計算プログラムでは，まず計算の対象となるまがりばかさ歯車の歯車諸元，標準マシンセッティング，負荷トルク，組立誤差などを入力し，歯形計算式に基づいて大，小歯車の歯形を計算する．次に，歯面の接触条件に基づき，各回転角度ごとに接触点位置を計算し，かみ合い接触点の軌跡を求める．無負荷の場合には，接触点のまわりで，大，小歯車の歯面間の隙間を計算し，光明丹などの塗料の厚さより隙間が小さい領域を歯当たり領域として求める．また，負荷がある場合には，歯のばねこわさを計算し，各接触点での荷重分担率を算出し，各歯に作用する分担荷重を計算する．歯当たりと接触応力は，分担荷重と接触点における歯面曲率半径よりヘルツの弾性接触理論に基づいて求めることができる．伝達誤差は，組立誤差と歯のたわみを考慮して求める．最後に，AGMA 式を用いて歯元・接触応力の計算する．本研究ではこれらの計算は豊精密工業（株）のシミュレーションソフト「HyGEARS」を用いて行った．本計算方法の妥当性については，測定結果との比較により確認されている<sup>(3.14)</sup>．

### 3.6 結 言

本章では，まがりばかさ歯車として多く用いられているグリーンソン式まがりばかさ歯車を対象として，歯形計算式を示すとともに，歯当たり，伝達誤差および歯元・接触応力の計算方法について述べた．

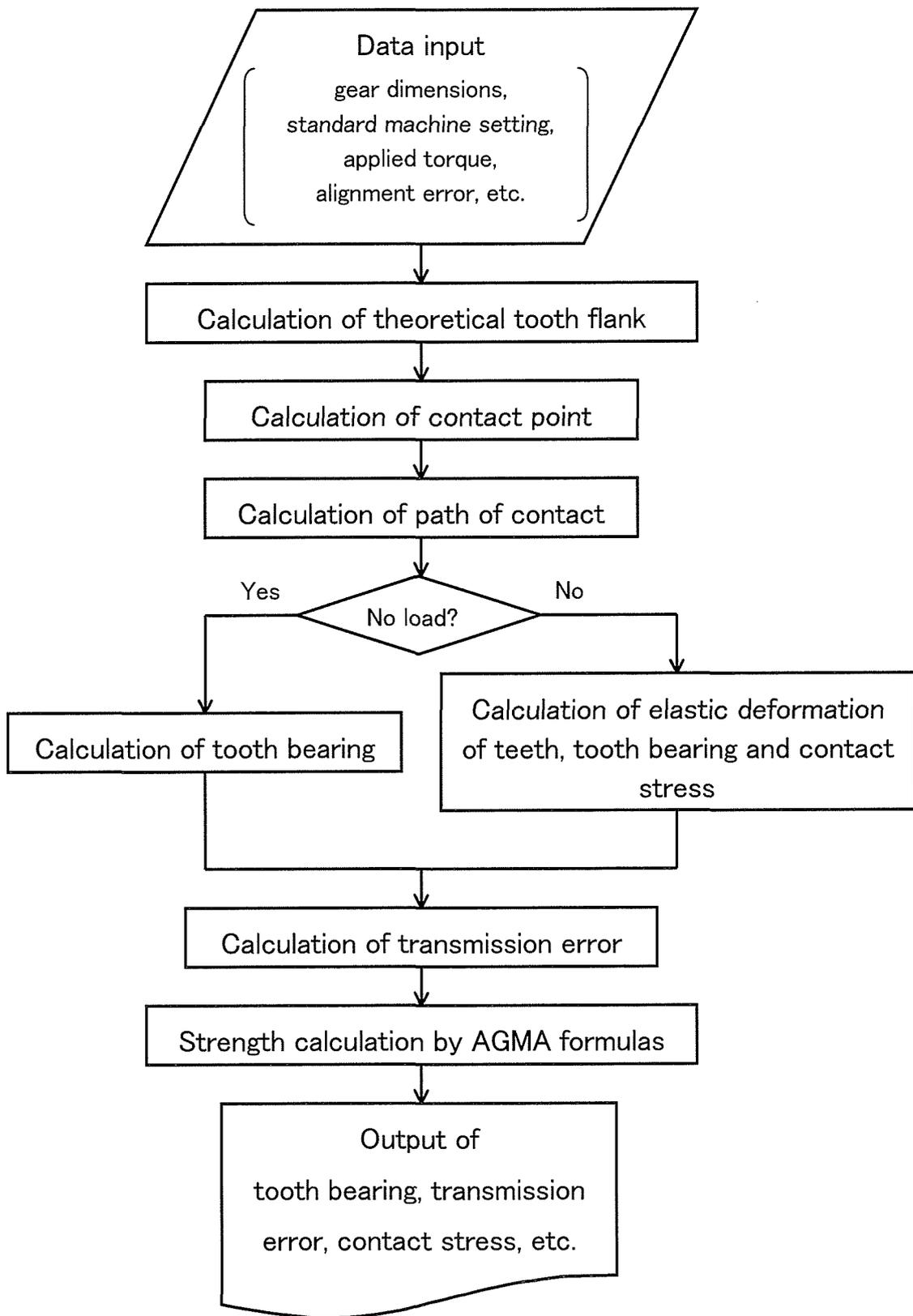


Fig. 3.4 Calculation flowchart

## 第4章 まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響

### 4.1 緒言

近年，歯車装置に対して低振動・低騒音化の要求が高まってきている．ミルの代表的な機種である顎型ローラミルに用いられているまがりばかさ歯車においても，これらの要求に応える必要がある．まがりばかさ歯車の歯元・接触応力，振動・騒音には，歯当たりや伝達誤差が大きく影響するものと考えられる<sup>(4.1)~(4.4)</sup>．歯当たり，伝達誤差や歯元・接触応力は，ねじれ角や負荷トルクによって大きく変わると考えられるが，これらに関する研究はほとんど行われておらず，強度，運転性能の予測精度はまだ十分ではない．これらの予測精度を向上させるためには，ねじれ角や負荷トルクが歯当たり，伝達誤差と各種応力に及ぼす影響について明らかにする必要がある．

本章では，まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響について検討を加えている．第3章で述べた計算方法を用いて，種々のねじれ角のまがりばかさ歯車に対して，組立誤差のない正規の組立状態の下で，各種負荷トルクで運転した場合の歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力を求め，これらに及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響について明らかにしている<sup>(4.5)</sup>．

## 4.2 歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力の計算方法

### 4.2.1 歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算

まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力の計算方法は第3章で述べたとおりで，これらの計算はHyGEARSを用いて行った．HyGEARSによる歯当たり（かみ合い始めからかみ合い終わりまでの接触領域）の計算結果の一例を，図4.1に示す．歯当たりの大きさは，図4.1に示すように歯すじ方向長さ $a$ と歯たけ方向長さ $b$ で表すこととした．なお，図中のパーセント値は，歯すじ長さを $l$ として， $a/l \times 100$ で表される値を，両端の数字は内端あるいは外端より歯当たり領域までの歯すじ方向長さを示す．

### 4.2.2 AGMA式による歯元・接触応力の計算

まがりばかさ歯車の強度計算には，AGMA式<sup>(4,6)</sup>がよく用いられているので，AGMA式を用いて歯元・接触応力を計算し，これらに及ぼすねじれ角の影響について検討するとともに，接触応力についてはHyGEARSによる結果との比較検討も行った．

### 4.2.3 計算に用いた歯車諸元と計算条件

計算に用いたまがりばかさ歯車の諸元を表4.1に示す．歯車対は，ねじれ角 $\beta=15, 25, 35^\circ$ の3種類とし，いずれも豊精密工業(株)の歯切盤G45を用いて標準セッティングし，小歯車はフィックスドセッティング法で，大歯車はスープレッドブレード法で歯切りされているものとした．計算は，組立誤差を零として，小歯車の凹歯面および凸歯面が駆動する場合の両方について，負荷トルク $T=0, 40, 80\text{Nm}$ に対して行った．

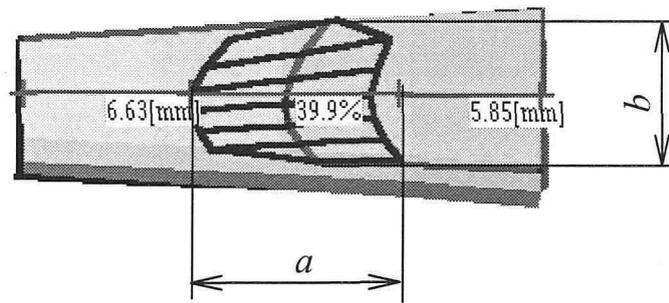


Fig. 4.1 Example of tooth bearing

Table 4.1 Gear dimensions used for calculation

Gear sign	G15		G25		G35	
	Pinion	Gear	Pinion	Gear	Pinion	Gear
Number of teeth $z$	18	36	18	36	18	36
Module $m$	4					
Pressure angle $\alpha_n$	20°					
Face width $b$	20 mm					
Shaft angle $\Sigma$	90°					
Spiral angle $\beta$	15°		25°		35°	
Pitch angle $\gamma_0$	26° 34'	63° 26'	26° 34'	63° 26'	26° 34'	63° 26'
Outer cone distance $R$	80.5 mm					

### 4.3 計算結果および考察

#### 4.3.1 歯当りに及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響

図 4.2 は、ねじれ角  $\beta=25^\circ$ 、負荷トルク  $T=0, 40, 80\text{Nm}$  の場合の大歯車の歯当たりの計算例を示す。図中の G.concave, G.convex はそれぞれ大歯車の凹歯面, 凸歯面を示す。なお,  $T=0\text{Nm}$  における歯当りは、塗料（光明丹）の厚さを  $6\mu\text{m}$  と仮定した場合の歯当たりである。図 4.2 より、 $T$ が増加するにつれて、凹、凸歯面のいずれにおいても、歯当たりが増大することがわかる。さらに、 $T=0\text{Nm}$  における光明丹による歯当たりが  $T=40\text{Nm}$  の歯当たりとほぼ同じである

ことから、光明丹による歯当たりが実際に負荷した場合の歯当たりをよく再現していることがわかる。

図 4.3 は、各歯車対に対する歯当たりの歯すじ方向長さ  $a$  と  $\beta$  の関係を、 $T$  をパラメータにとって示す。 $a$  は歯すじ長さで基準化して示している。図中の P.concave, P.convex は、それぞれ小歯車の凹歯面、凸歯面が駆動する場合（以降、凹、凸面駆動とする）を示す。図 4.3 より、 $a$  は、 $\beta$  の増加につれて、凹、凸面駆動のいずれにおいても  $T$  にかかわらず減少する傾向を示すが、その程度は小さいこと、 $T$  の増加につれて増大する傾向を示すことおよび凹面駆動の場合のほうが凸面駆動の場合よりも大きいことがわかる。

また、歯たけ方向長さ  $b$  は、図には示していないが、組立誤差がない場合、 $\beta$ 、 $T$  にかかわらず、凹、凸面駆動のいずれにおいても歯たけ方向全域にわたるので、歯面上の歯たけ長さで基準化した場合は常に 100%となる。

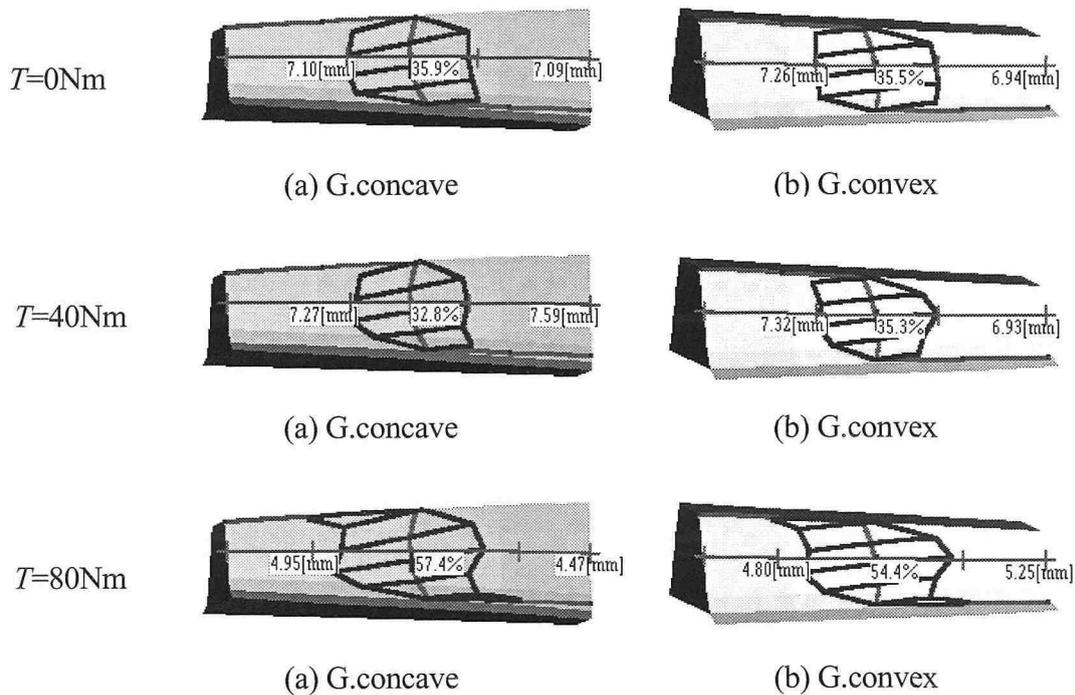


Fig. 4.2 Example of tooth bearing ( $\beta=25^\circ$ )

### 4.3.2 伝達誤差に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響

図4.4は、ねじれ角 $\beta=35^\circ$ 、凸面駆動の場合の伝達誤差 $\delta$ の計算例を、負荷トルク $T$ をパラメータにとって示す。図4.4より、 $T$ が増加するにつれて、 $\delta$ も増大する傾向にあることがわかる。

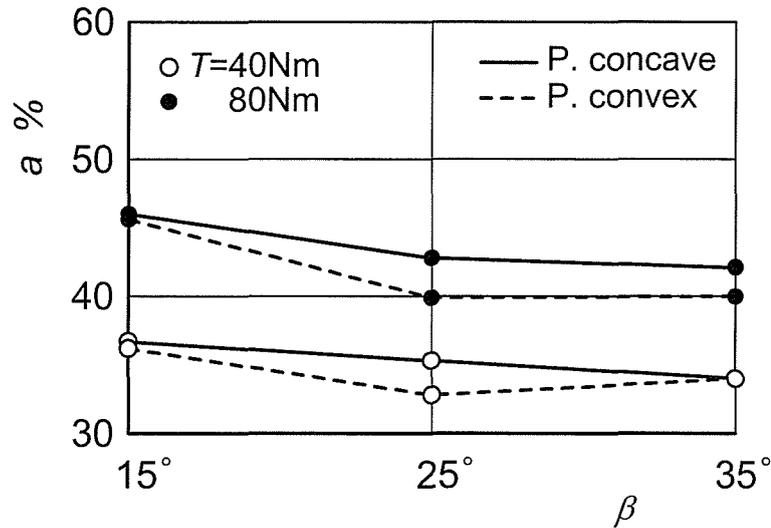


Fig. 4.3 Relation between  $a$  and  $\beta$

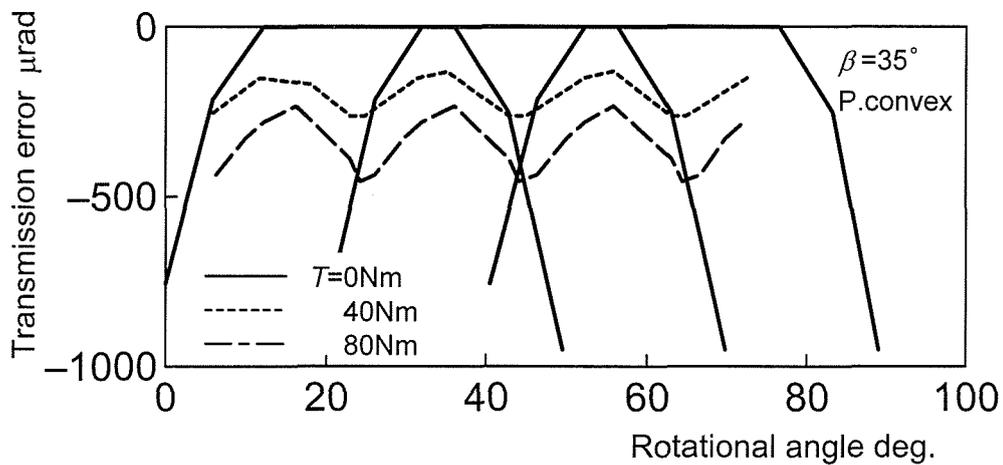


Fig. 4.4 Example of transmission errors

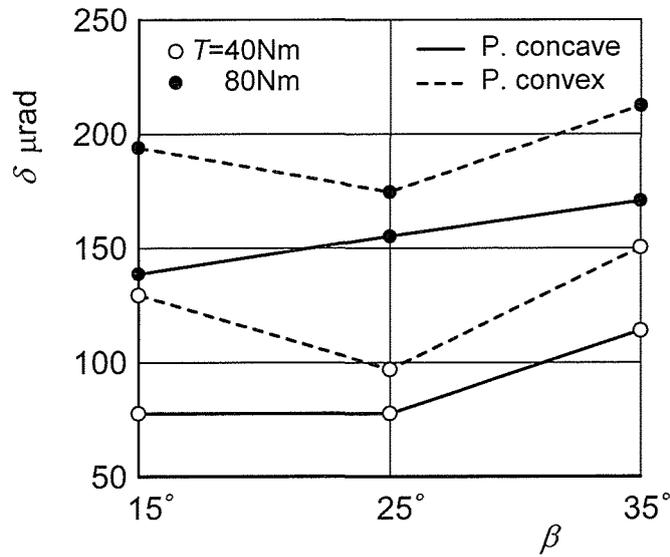


Fig. 4.5 Relation between  $\delta$  and  $\beta$

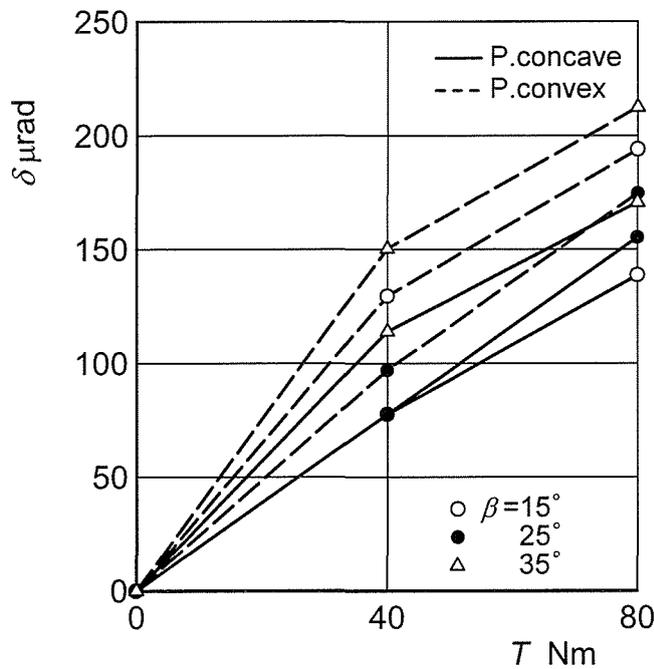


Fig. 4.6 Relation between  $\delta$  and  $T$

図 4.5 は、 $T=40, 80\text{Nm}$ 、凹、凸面駆動の場合の、各歯車に対する  $\delta$  と  $\beta$  の関係を示す。なお、 $T=0\text{Nm}$  の場合は、駆動歯面の凹、凸や  $\beta$  にかかわらず  $\delta$  は零である。図 4.5 より、 $\delta$  は、凹面駆動の場合には  $\beta$  の増加につれて増大する傾向を示すが、凸面駆動の場合には  $\beta=15\sim 35^\circ$  の間で極小値をとることがわかる。また、 $\delta$  は、 $\beta$  にかかわらず、 $T$  の増加につれて増大する傾向を示すことおよび凹面駆動の場合のほうが小さいことがわかる。

図 4.6 は、 $\beta=15, 25, 35^\circ$ ，凹，凸面駆動の場合の各歯車に対する  $\delta$  と  $T$  の関係を示す。図 4.6 より、 $\delta$  は、 $T$  の増加につれて増大する傾向を示すが、その程度は凸面駆動のほうが大きいこと、また、増大の割合は  $T$  の増加につれて小さくなるのがわかる。

### 4.3.3 歯元応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響

図 4.7 は、AGMA 式によって求めた、負荷トルク  $T=40, 80\text{Nm}$ ，凹，凸面駆動の場合の各歯車に対する負荷かみ合い時の最大歯元応力  $\sigma_t$  とねじれ角  $\beta$  の関係を示す。図 4.7 より、大、小歯車の  $\sigma_t$  は、いずれも  $\beta$  の増加につれて減少する傾向を示すが、その程度はきわめて小さいことおよび大、小歯車の  $\sigma_t$  はほぼ等しいことがわかる。また、 $\sigma_t$  は  $T$  の増加に比例して増大する。

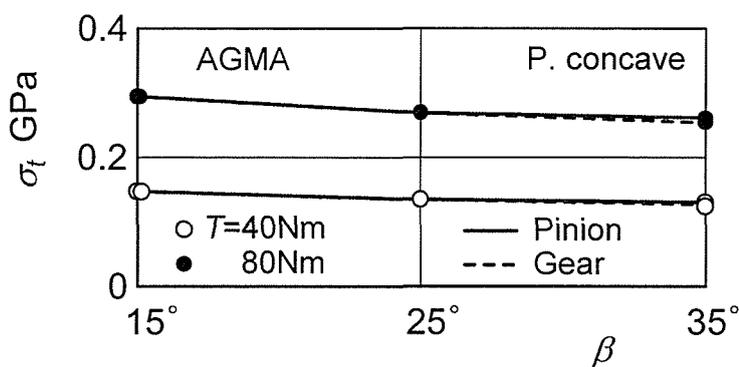


Fig. 4.7 Relation between  $\sigma_t$  and  $\beta$

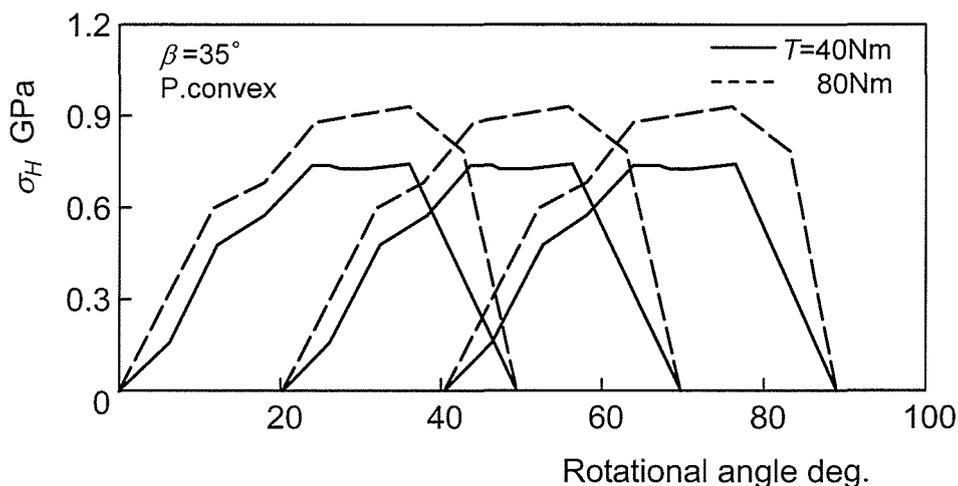


Fig. 4.8 Example of contact stresses

#### 4.3.4 接触応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響

図 4.8 は、ねじれ角  $\beta=35^\circ$  , 凸面駆動の場合の HyGEARS による接触応力  $\sigma_H$  の計算例を、負荷トルク  $T$  をパラメータにとって示す。図 4.8 より、最大接触応力は  $T$  の増加につれて増大することがわかる。

図 4.9 は、HyGEARS と AGMA 式によって求めた、 $T=40, 80\text{Nm}$  , 凹、凸面駆動の場合の、各歯車に対する負荷かみ合い時の最大接触応力  $\sigma_H$  と  $\beta$  の関係を示す。なお、AGMA 式による接触応力の計算では、凹面駆動と凸面駆動を区別していない。また、まがりばかさ歯車の接触は点接触であるが、AGMA 式では線接触としており、点接触として計算する HyGEARS のほうがより正確な応力を与えるものと考えられる。図 4.9 より、AGMA 式による最大接触応力は、HyGEARS による結果よりもかなり小さいが、HyGEARS の場合と同様に  $\beta$  の増加につれて減少する傾向を示し、AGMA 式は最大接触応力に及ぼす  $\beta$  の影響をかなり正確に評価しているものと考えられる。また、最大接触応力は、いずれの  $\beta$  においても、凸面駆動の場合のほうが凹面駆動の場合よりも 5~20%程度小さいことがわかる。

図 4.10 は、HyGEARS と AGMA 式によって求めた、 $\beta=15, 25, 35^\circ$  , 凹、凸面駆動の場合の、 $\sigma_H$  と  $T$  の関係を示す。図 4.10 より、HyGEARS による最大接触応力は、AGMA 式の場合と同様に  $T$  の増加につれて増大する傾向を示すが、その程度は小さいことがわかる。これは、AGMA 式による最大接触応力の計算では、まがりばかさ歯車の接触を線接触としているため、接触応力は荷重の平方根に比例するが、HyGEARS では点接触としているため、接触応力が荷重の立方根に比例することによる。

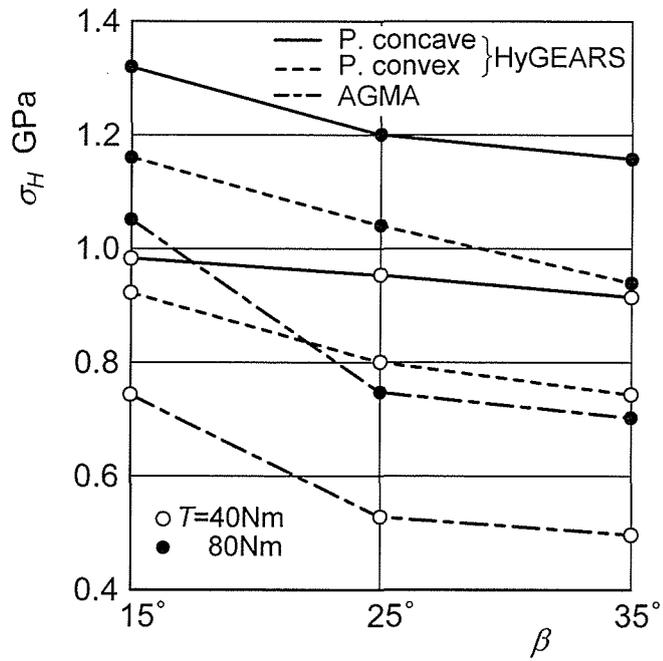


Fig. 4.9 Relation between  $\sigma_H$  and  $\beta$

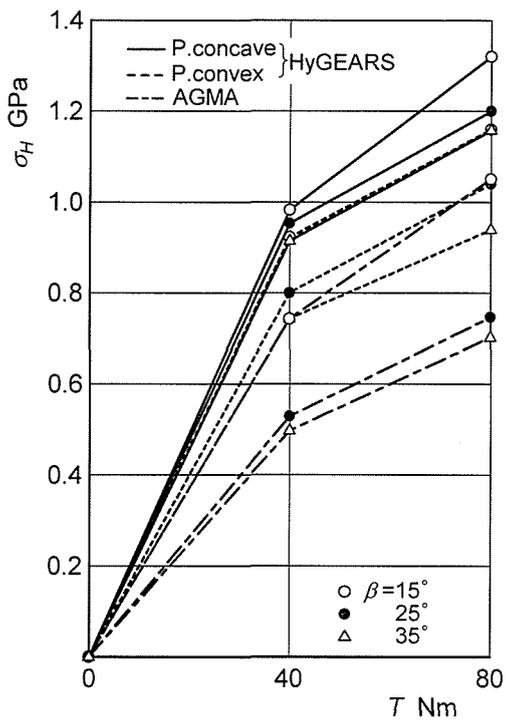


Fig. 4.10 Relation between  $\sigma_H$  and  $T$

## 4.4 結 言

本章では、まがりばかさ歯車の強度と運転性能について明らかにすることを目的として、グリーンソン式まがりばかさ歯車の歯当たり、伝達誤差と歯元・接触応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響について検討を加えた。本章で得られた諸点を要約すると次のとおりである。

(1) まがりばかさ歯車の光明丹による歯当りは、実際に負荷した場合の歯当たりをよく再現している。

(2) まがりばかさ歯車の歯当たりの大きさは、凹面駆動（小歯車の凹歯面が駆動）の場合のほうが凸面駆動の場合よりも大きく、また、いずれの場合もねじれ角の増加につれて減少、負荷トルクの増加につれて増大する傾向を示す。

(3) まがりばかさ歯車の伝達誤差に及ぼすねじれ角の影響は、小歯車の凹、凸歯面のいずれが駆動するかによって異なり、伝達誤差は凹面駆動の場合にはねじれ角  $\beta$  の増加につれて増大する傾向を示すが、凸面駆動の場合には  $\beta=15\sim35^\circ$  の間で極小値をとる。伝達誤差は負荷トルクの増加につれて増大するが、その程度は負荷トルクの増加につれて小さくなる傾向にある。また、凹面駆動の場合のほうが凸面駆動の場合よりも小さい。

(4) まがりばかさ歯車の最大歯元応力は、ねじれ角の増加につれて減少する傾向を示すが、その程度はきわめて小さい。

(5) まがりばかさ歯車の最大接触応力は、凹面駆動の場合のほうが凸面駆動の場合よりも大きく、また、いずれの場合もねじれ角の増加につれて減少する傾向を示す。

## 第5章 まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と接触応力 に及ぼす組立誤差の影響

### 5.1 緒言

第4章では，組立誤差のないまがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差および歯元・接触応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響について明らかにした。これらは組立誤差によって大きく変わるものと考えられるが，これらに及ぼす組立誤差の影響についての研究はほとんど行われていない<sup>(5.1)</sup>。このため，製造段階では，設計の仕様を満足するために歯形修正や組立調整などを作業者の経験・勘や試行錯誤で行っており，多大な労力を要している。組立誤差が歯当たり，伝達誤差や各種応力に及ぼす影響が明らかになれば，設計段階でこれを考慮することができ，組立調整も容易に行うことができる。

本章では，まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と接触応力に及ぼす組立誤差の影響について検討を加えている。第3章で説明したまがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算方法を用いて，種々のねじれ角のまがりばかさ歯車に対して，種々の負荷トルクの下で各種組立誤差がある場合の，歯当たり，伝達誤差と接触応力を計算し，これらに及ぼす組立誤差の影響について明らかにしている<sup>(5.2)</sup>。

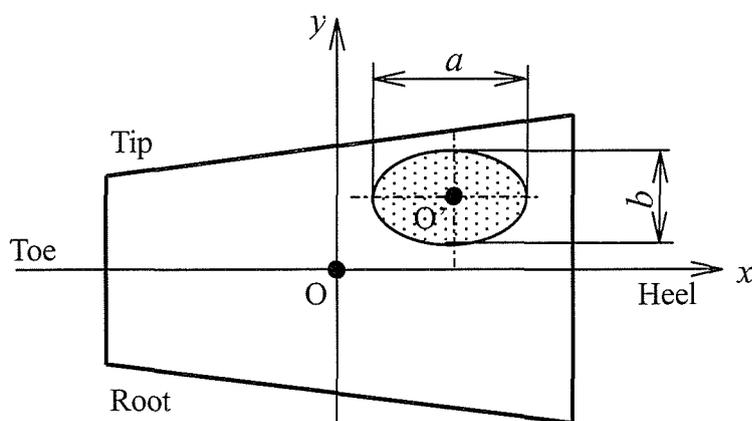
## 5.2 歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算方法

### 5.2.1 歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算

まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と接触応力の計算方法は第3章で述べたとおりで，これらの計算はHyGEARSを用いて行った．歯当たりの中心位置 $O'$ は，図5.1に示すように，組立誤差がない場合の中心位置を原点 $O$ とする $x, y$ 座標（それぞれ大歯車の外端側，歯先側を正とする）で表し，大きさは歯すじ方向長さ $a$ と歯たけ方向長さ $b$ で表すこととした．

### 5.2.2 計算に用いた歯車諸元と計算条件

計算に用いたまがりばかさ歯車の諸元を表5.1に示す．歯車はすべて豊精密工業(株)の歯切盤G45を用いて標準セッティングし，小歯車はフィックスドセッティング法で，大歯車はスープレッドブレード法で歯切りされているものとした．また，組立誤差としては，図5.2に示すように，オフセット方向誤差を $E$ ，小歯車の軸方向誤差を $P$ ，大歯車の軸方向誤差を $G$ とした．計算は表5.2に示すような条件で行った．



$O$  : Center of tooth bearing with no alignment error

$O'$  : Center of tooth bearing with alignment error

Fig. 5.1 Center of tooth bearing (Gear)

Table 5.1 Gear dimensions used for calculation

Gear sign	G15		G25		G35		
	Pinion	Gear	Pinion	Gear	Pinion	Gear	
Number of teeth	$z$	18	36	18	36	18	36
Module	$m$	4					
Pressure angle	$\alpha_n$	20°					
Face width	$b$	20 mm					
Shaft angle	$\Sigma$	90°					
Spiral angle	$\beta$	15°		25°		35°	
Pitch angle	$\gamma_0$	26° 34'	63° 26'	26° 34'	63° 26'	26° 34'	63° 26'
Outer cone distance	$R$	80.5 mm					

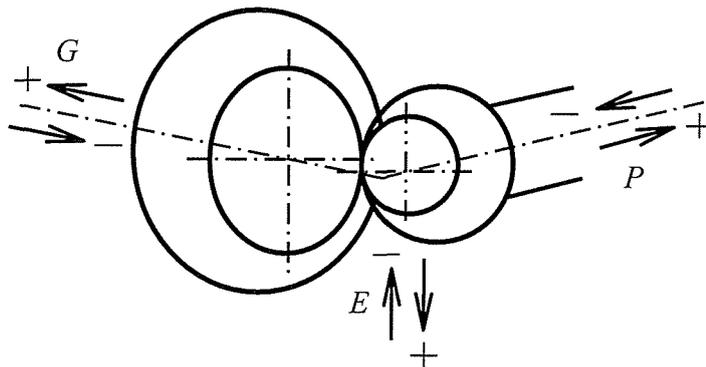


Fig. 5.2 Alignment error of spiral bevel gear

Table 5.2 Alignment error and applied torque

Offset alignment error	$E$	-0.2, 0, 0.2 mm
Pinion alignment error	$P$	-0.2, 0, 0.2 mm
Gear alignment error	$G$	-0.2, 0, 0.2 mm
Applied torque	$T$	0, 40, 80 Nm

## 5.3 計算結果および考察

### 5.3.1 歯当たりに及ぼす組立誤差の影響

図 5.3 は、負荷トルク  $T=40\text{Nm}$  の場合に対して、小歯車の凹歯面が駆動する場合と凸歯面が駆動する場合の、大歯車歯面上における歯当たり中心位置  $x$ ,  $y$  と組立誤差  $E$ ,  $P$ ,  $G$  の関係を、ねじれ角  $\beta$  をパラメータにとって示す。図中の P.concave, P.convex は、それぞれ小歯車の凹歯面、凸歯面が駆動する場合（以降、凹、凸面駆動とする）を示す。 $x$ ,  $y$  は、それぞれ歯すじ長さ、歯たけ長さで基準化して示す。図 5.3 より、歯当たり中心位置は、歯すじ方向では、オフセット方向誤差  $E$ 、小歯車の軸方向誤差  $P$  の増加、大歯車の軸方向誤差  $G$  の減少につれて、凹面駆動の場合には  $\beta$  にかかわらず内端側 ( $x < 0$ ) に、凸面駆動の場合には逆に外端側 ( $x > 0$ ) に移動する傾向があること、 $\beta$  が歯すじ方向の歯当たり中心位置  $x$  に及ぼす影響は全体的に小さいことが認められる。また、 $E$  による  $x$  の変化は、 $P$ ,  $G$  による変化よりも大きい。歯たけ方向では、歯当たり中心位置  $y$  は、 $E$ ,  $P$  の増加、 $G$  の減少につれて、凹、凸面駆動の場合ともに、 $\beta$  にかかわらず大歯車の歯先側 ( $y > 0$ ) に移動する傾向を示し、 $\beta$  の影響は  $x$  の場合よりも大きいことが認められる。また、 $E$  による歯当たり中心位置の変化は、歯すじ方向と歯たけ方向でほとんど変わらないが、 $P$ ,  $G$  による変化は歯たけ方向のほうが大きい。

図 5.4 は、 $T=40\text{Nm}$ ,  $\beta=35^\circ$  の場合に対して、凹面駆動の場合の、各種  $E$  に対する  $x$ ,  $y$  と  $G$  の関係を、 $P$  をパラメータにとって示す。図 5.4 より、 $G$  の増加に対する歯当たり中心位置の増減傾向は、 $E$ ,  $P$  が変化してもあまり変わらないが、定量的には大きく変わることがわかる。なお、図には示していないが、凸面駆動の場合および各種  $P$ ,  $G$  に対して  $E$  を増加させた場合、各種  $E$ ,  $G$  に対して  $P$  を増加させた場合も同様の結果が得られた。このことより、各種組立誤差による歯当たり中心位置の変化は、着目している組立誤差以外の誤差が同時に存在する場合でも、定性的には変わらないことがわかる。

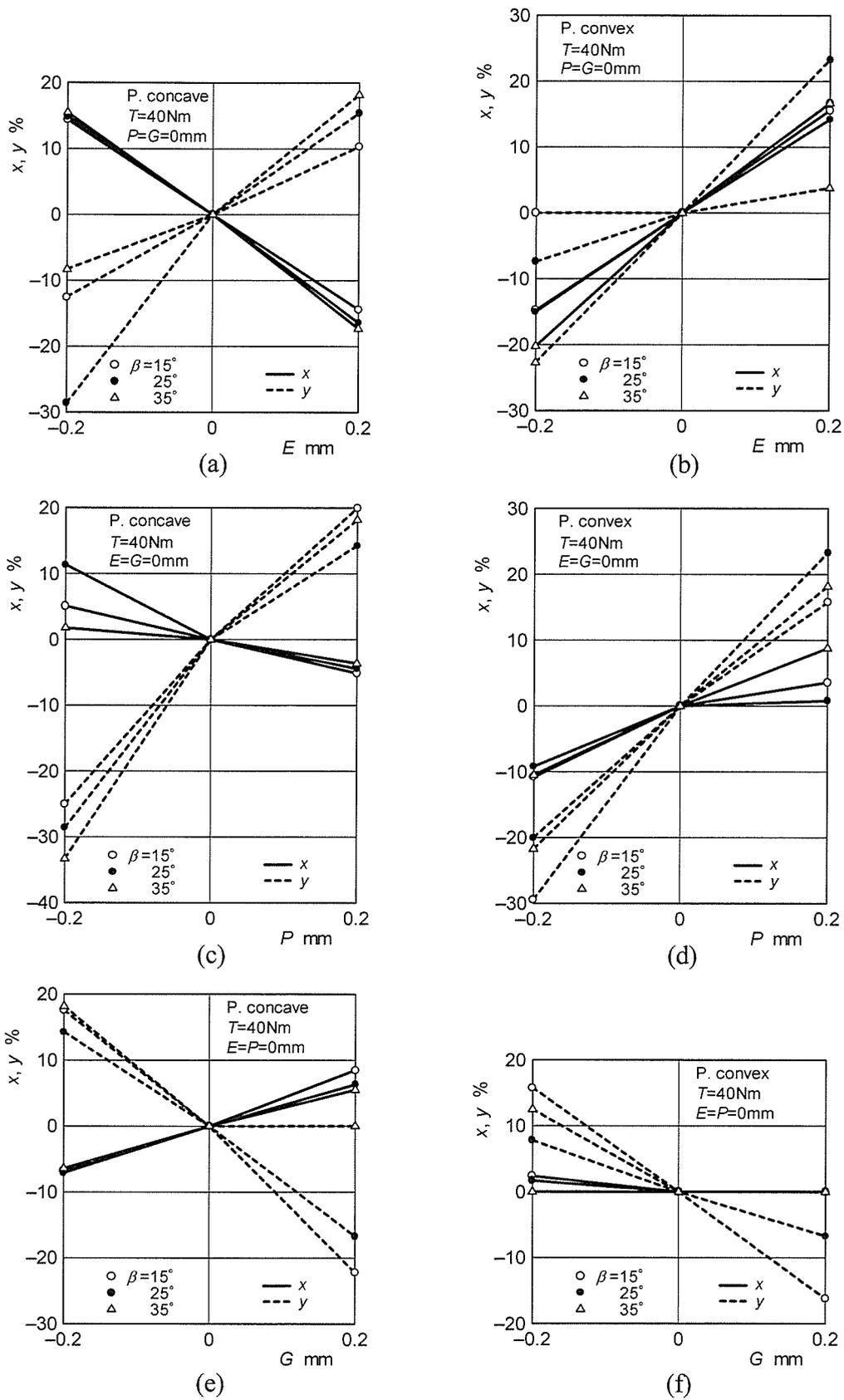


Fig. 5.3 Relation between  $x$ ,  $y$  and  $E$ ,  $P$ ,  $G$

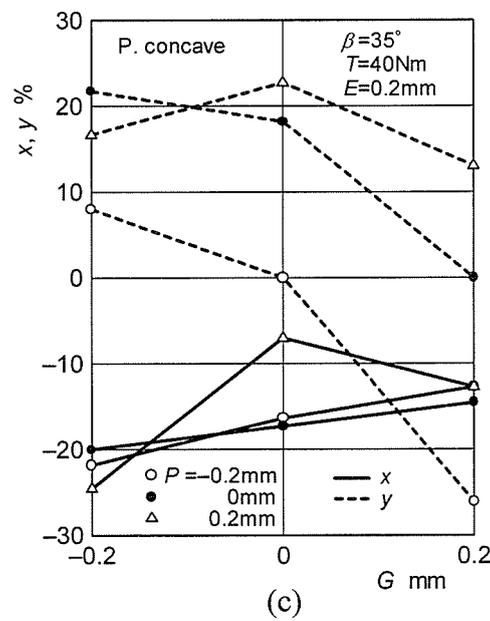
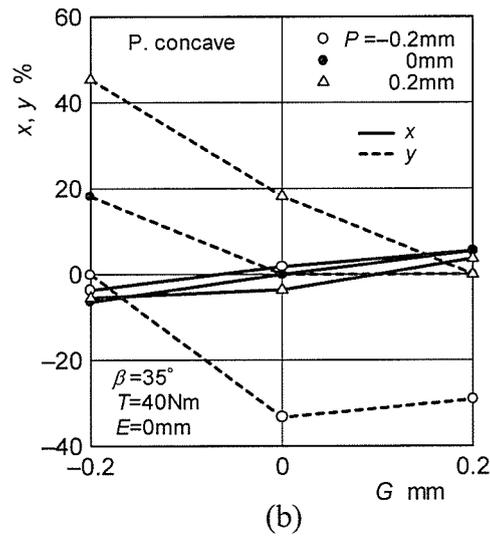
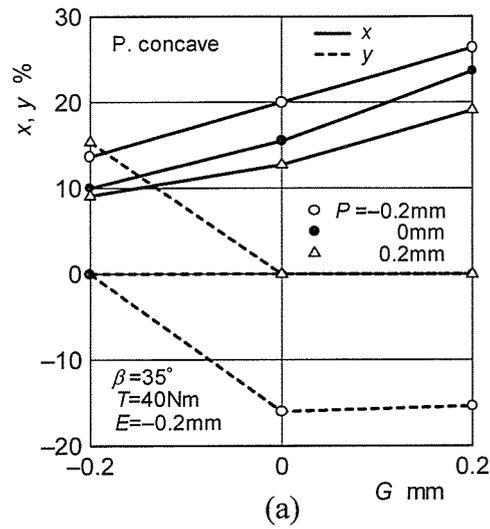
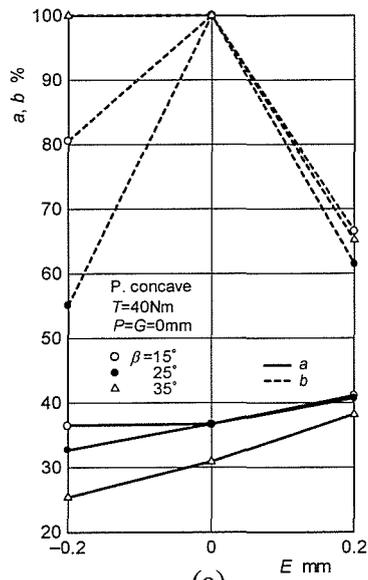


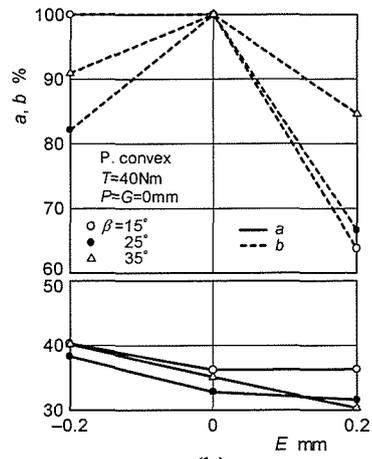
Fig. 5.4 Relation between  $x$ ,  $y$  and  $G$

図 5.5 は、 $T=40\text{Nm}$  の場合に対して、凹、凸面駆動の場合の、大歯車歯面上における歯当たりの歯すじ方向長さ  $a$ 、歯たけ方向長さ  $b$  と組立誤差  $E$ 、 $P$ 、 $G$  の関係を、 $\beta$  をパラメータとして示す。 $a$ 、 $b$  は、それぞれ歯すじ長さ、歯たけ長さで基準化して示す。図 5.5 より、歯当たりの大きさは、歯すじ方向( $a$ )では、凹面駆動の場合、 $E$ 、 $P$  の増加につれて増大、 $G$  の増加につれて減少する傾向を示すことが、凸面駆動の場合は  $E$ 、 $P$  の増加につれて減少する傾向を示すが、 $G$  が変化してもほとんど変わらないこと、 $\beta$  による  $a$  の変化は小さいことがわかる。歯たけ方向( $b$ )では、凹、凸面駆動の場合ともに、いずれの組立誤差に対してもその絶対値の増加につれて減少するが、その程度は  $\beta$  の大きさによって変わることがわかる。

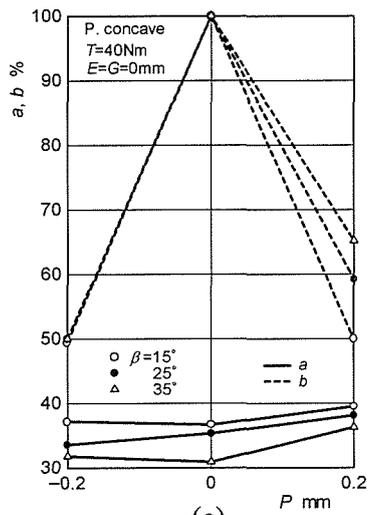
図 5.6 は、 $T=40\text{Nm}$ 、 $\beta=35^\circ$ 、凹面駆動の場合の、各種  $E$  に対する  $a$ 、 $b$  と  $G$  の関係を、 $P$  をパラメータとして示す。図 5.6 より、 $a$  は、 $G$  が変化しても、 $E$ 、 $P$  にかかわらずほとんど変わらないことおよび  $G$  の増加に対する  $b$  の増減傾向は、 $E$ 、 $P$  によって大きく変わることがわかる。なお、図には示していないが、凸面駆動の場合および各種  $P$ 、 $G$  に対して  $E$  を増加させた場合、各種  $E$ 、 $G$  に対して  $P$  を増加させた場合も同様の結果が得られた。このことより、各種組立誤差による歯当たりの歯すじ方向長さ と 歯たけ方向長さ の変化は、着目している組立誤差以外の誤差が同時に存在する場合でも、定性的には変わらないことがわかる。



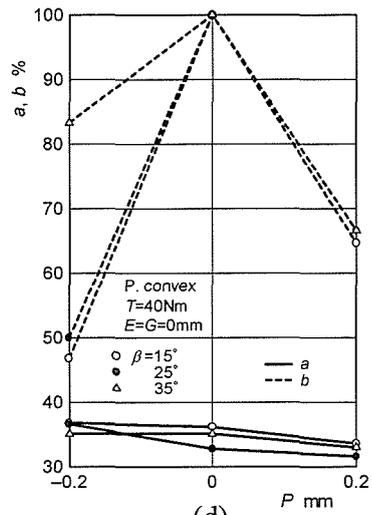
(a)



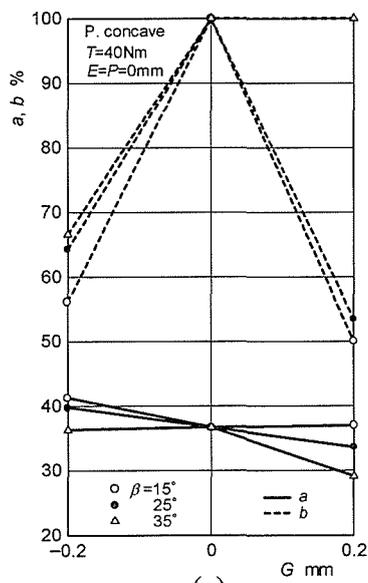
(b)



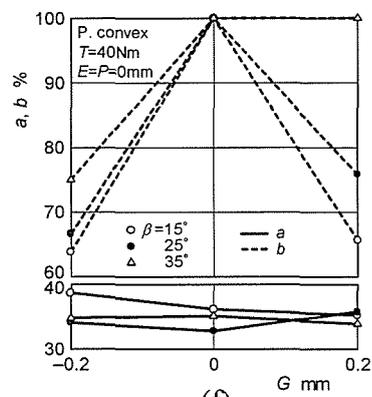
(c)



(d)

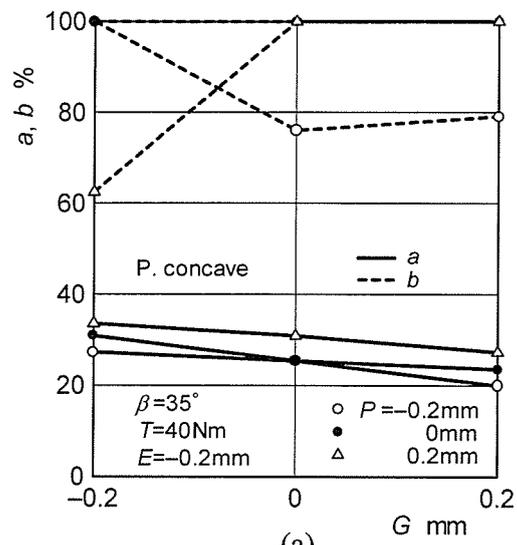


(e)

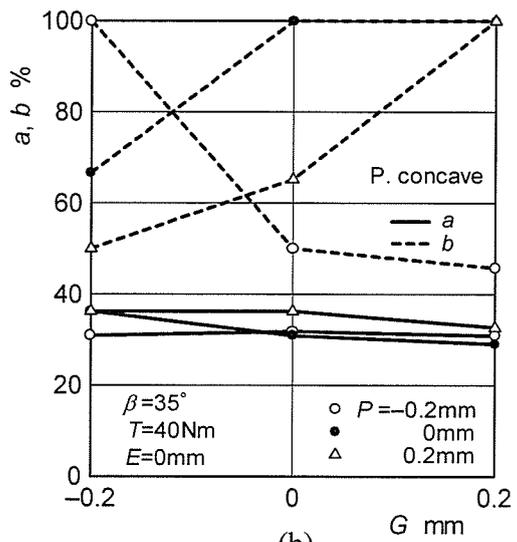


(f)

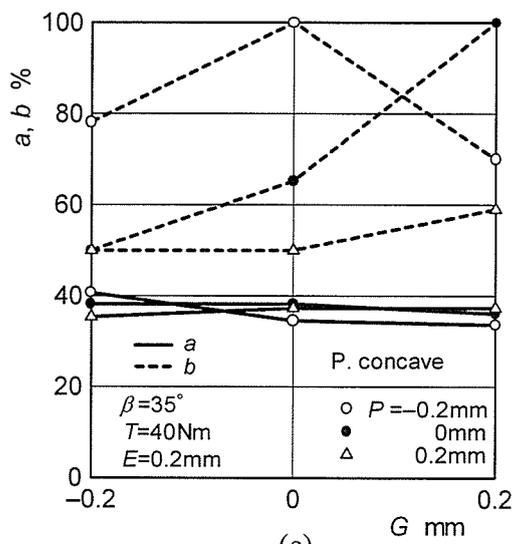
Fig. 5.5 Relation between  $a$ ,  $b$  and  $E$ ,  $P$ ,  $G$



(a)



(b)



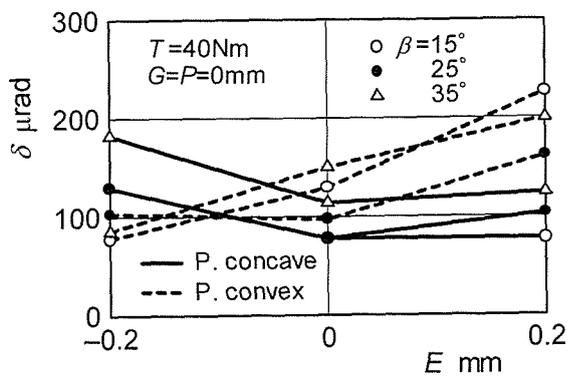
(c)

Fig. 5.6 Relation between  $a$ ,  $b$  and  $G$

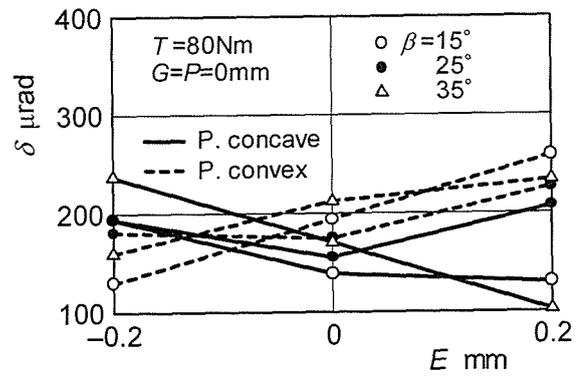
### 5.3.2 伝達誤差に及ぼす組立誤差の影響

図 5.7 は、負荷トルク  $T=40, 80\text{Nm}$ 、凹、凸面駆動の場合の、各歯車の伝達誤差  $\delta$  と組立誤差  $E, P, G$  の関係を、ねじれ角  $\beta$  をパラメータにとって示す。図 5.7 より、 $\delta$  は、凹面駆動の場合には、オフセット方向誤差  $E$  の絶対値の増加につれて  $\beta$  にかかわらず増大し、凸面駆動の場合には、 $E$  の増加につれて増大する傾向を示す。また、小歯車の軸方向誤差  $P$  の変化に対しては、 $\delta$  は、 $\beta$  が小さい場合には駆動歯面の凹、凸にかかわらず  $P$  の絶対値が増加するにつれて増大するが、その程度は  $\beta$  の増加につれて小さくなる傾向を示し、 $\beta=35^\circ$  の場合には逆に減少する場合がある。大歯車の軸方向誤差  $G$  の変化に対しては、 $\delta$  は、 $P$  が変化する場合と同様に、 $\beta$  が小さい場合には駆動歯面の凹、凸にかかわらず  $G$  の絶対値が増加するにつれて増大するが、その程度は  $\beta$  の増加につれて小さくなる傾向を示し、 $\beta=35^\circ$  の場合には逆に減少する。 $T$  の増加につれて  $\delta$  は増大することがわかる。また、いずれの場合も  $\delta$  は、 $T$  の増加につれて増大する傾向を示す。

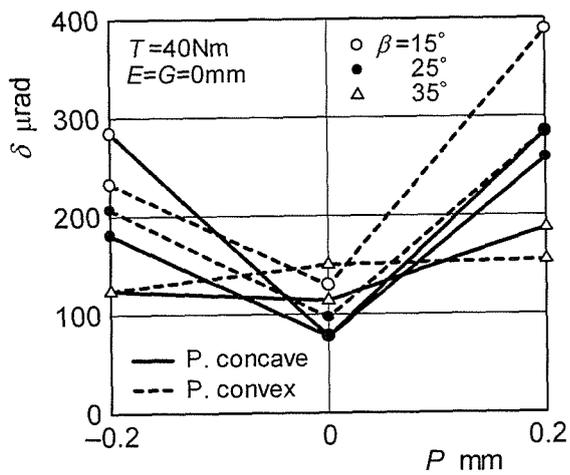
図 5.8 は、 $T=40\text{Nm}$ 、凹、凸面駆動の場合の、各種  $E$  に対する  $\delta$  と  $G$  の関係を、 $P$  をパラメータにとって示す。図 5.8 より、 $G$  の増加に対する  $\delta$  の変化は、定性的には  $E, P$  が変化してもあまり変わらないが、定量的には  $E, P$  の組合せによって大きく変化する場合があることがわかる。特に、凹面駆動で、 $E<0, P<0, G>0$  の組合せの場合には  $\delta$  が極めて大きくなるので注意を要する。なお、図には示していないが、各種  $P, G$  に対して  $E$  を増加させた場合、各種  $E, G$  に対して  $P$  を増加させた場合も同様の結果が得られた。このことより、各種組立誤差による伝達誤差の変化は、着目している組立誤差以外の誤差が同時に存在する場合でも、定性的には変わらないことがわかる。



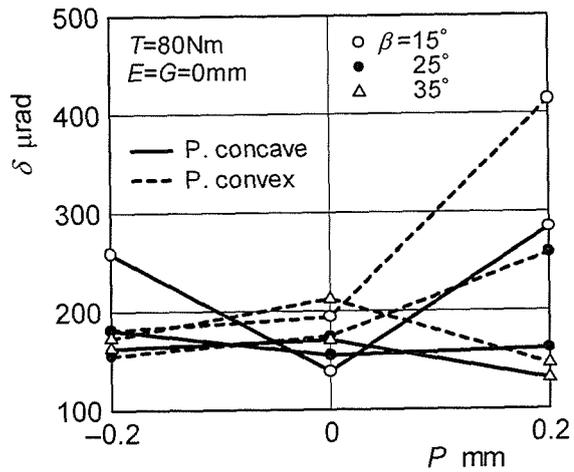
(a)



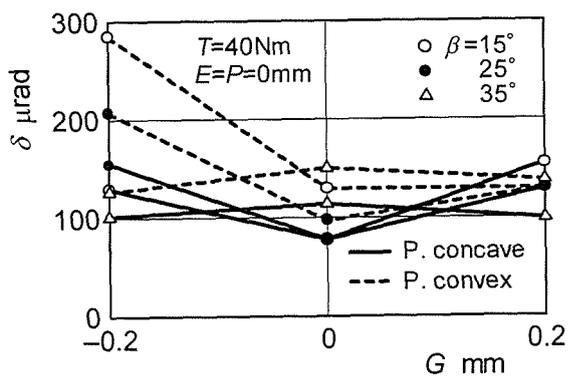
(b)



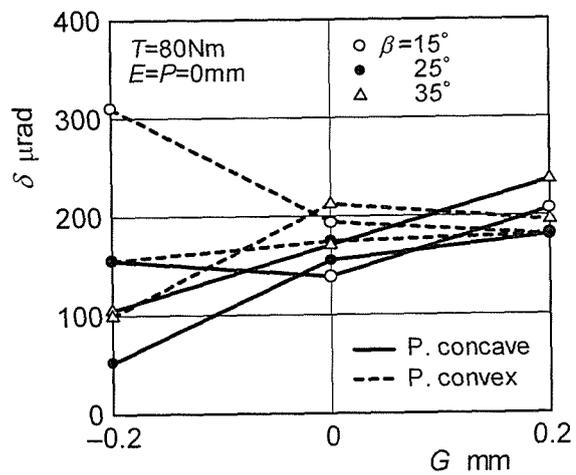
(c)



(d)

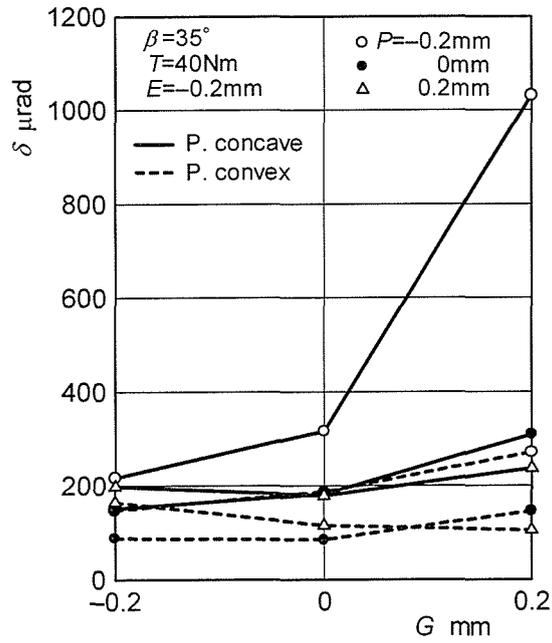


(e)

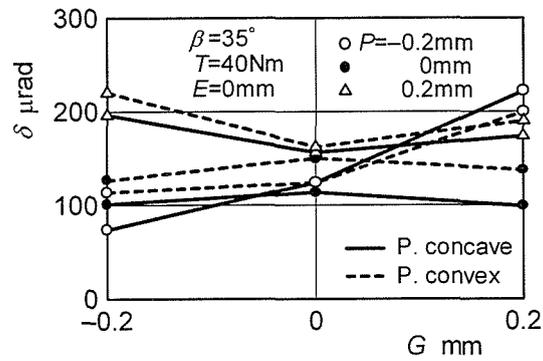


(f)

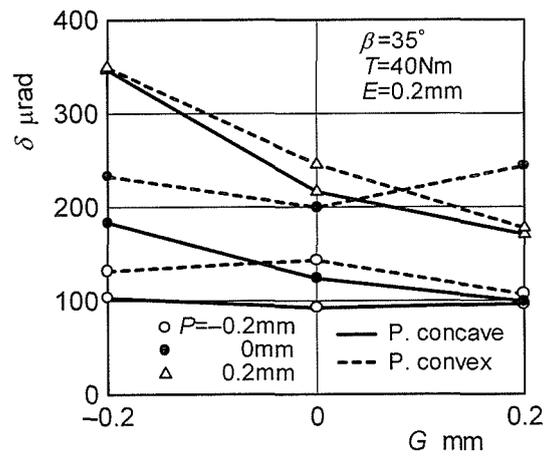
Fig. 5.7 Relation between  $\delta$  and  $E$ ,  $P$ ,  $G$



(a)



(b)



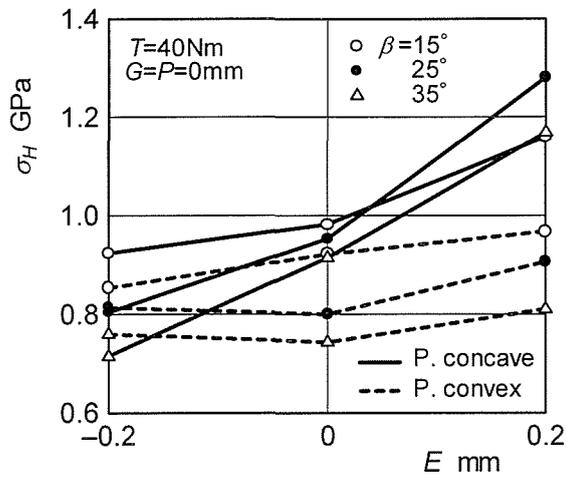
(c)

Fig. 5.8 Relation between  $\delta$  and  $G$

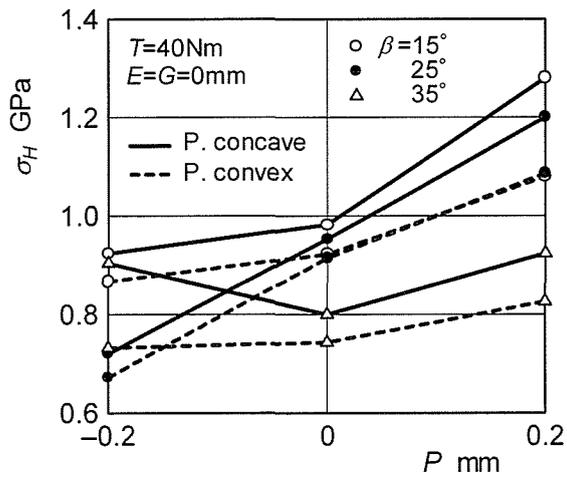
### 5.3.3 接触応力に及ぼす組立誤差の影響

図 5.9 は、負荷トルク  $T=40\text{Nm}$ 、凹、凸面駆動の場合の、各歯車の負荷かみ合い時の最大接触応力  $\sigma_H$  と組立誤差  $E$ 、 $P$ 、 $G$  の関係を、ねじれ角  $\beta$  をパラメータにとって示す。図 5.9 より、 $\sigma_H$  は、駆動歯面の凹、凸および  $\beta$  にかかわらずオフセット方向誤差  $E$  および小歯車の軸方向誤差  $P$  の増加につれて増大、大歯車の軸方向誤差  $G$  が増加するにつれて減少する傾向を示すが、その程度はいずれも凹面駆動の場合のほうが大きいこと、 $\beta$  の増加につれて減少する傾向を示すが、その程度は凹面駆動の場合のほうが大きいことがわかる。

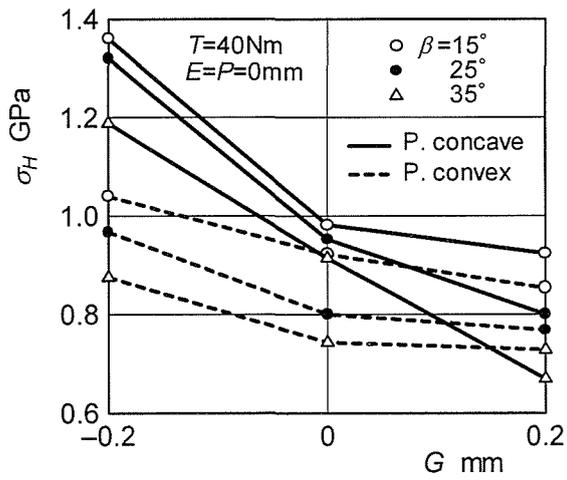
図 5.10 は、 $T=40\text{Nm}$ 、 $\beta=35^\circ$ 、凹、凸面駆動の場合の、各種  $E$  に対する  $\sigma_H$  と  $G$  の関係を、 $P$  をパラメータにとって示す。図 5.10 より、凹面、凸面駆動にかかわらず、 $G$  の増加に対する  $\sigma_H$  の減少傾向は  $E$ 、 $P$  が変化しても変わらないが、その程度は  $E$ 、 $P$  によって大きく変わることがわかる。なお、図には示していないが、各種  $P$ 、 $G$  に対して  $E$  を変えた場合、各種  $E$ 、 $G$  に対して  $P$  を変えた場合も同様の結果が得られた。このことより、各種組立誤差による接触応力の変化は、着目している組立誤差以外の誤差が同時に存在する場合でも、定性的には変わらないことがわかる。



(a)

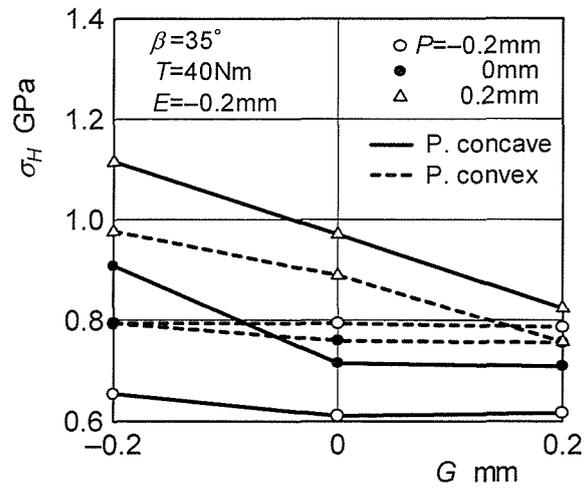


(b)

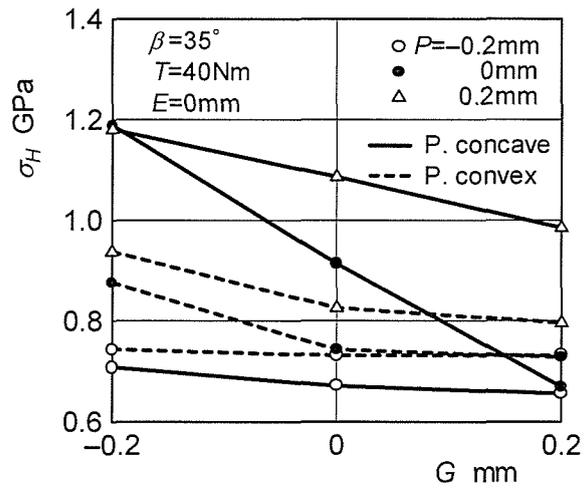


(c)

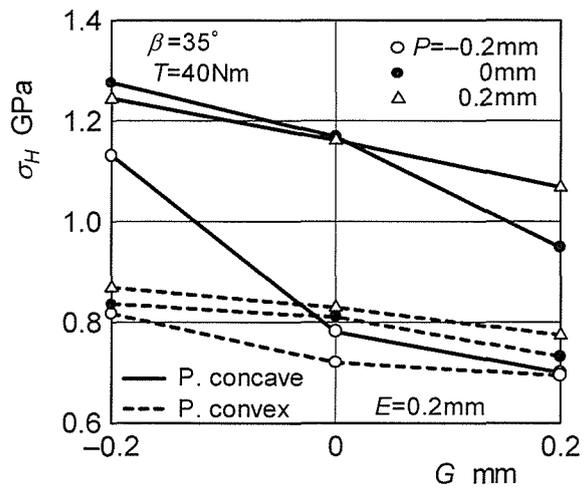
Fig. 5.9 Relation between  $\sigma_H$  and  $E$ ,  $P$ ,  $G$



(a)



(b)



(c)

Fig. 5.10 Relation between  $\sigma_H$  and  $G$

## 5.4 結 言

本章では、まがりばかさ歯車の強度と運転性能を明らかにすることを目的として、グリーンソン式まがりばかさ歯車の歯当たり、伝達誤差と接触応力に及ぼす組立誤差の影響について検討を加えた。検討した組立誤差は、オフセット方向誤差  $E$ 、小歯車の軸方向誤差  $P$ 、大歯車の軸方向誤差  $G$  の 3 種類である。本章で得られた諸点を要約すると次のとおりである。

- (1) まがりばかさ歯車の歯当たりの中心位置は、各種組立誤差によって変化する。
- (2) まがりばかさ歯車の歯当たりの歯すじ方向の大きさは、各種組立誤差によってあまり変わらないが、歯たけ方向の大きさは大きく変化する。
- (3) まがりばかさ歯車の伝達誤差は、各種組立誤差によって大きく変化するが、その程度はねじれ角の増大につれて小さくなる傾向にある。
- (4) まがりばかさ歯車の最大接触応力は、ねじれ角にかかわらず、オフセット方向誤差、小歯車の軸方向誤差の増加につれて増大、大歯車の軸方向誤差の増加につれて減少の傾向を示し、その程度はいずれも凹面駆動の場合のほうが大きい。
- (5) 各種組立誤差による歯当たり、伝達誤差および最大接触応力の変化は、着目している組立誤差以外の誤差が同時に存在する場合でも、定性的には変わらない。

## 第6章 まがりばかさ歯車の運転性能に及ぼす 歯当たり，歯面粗さと歯車精度の影響

### 6.1 緒言

第4, 5章では，まがりばかさ歯車の歯当たり，伝達誤差と歯元・接触応力に及ぼすねじれ角，負荷トルクと組立誤差の影響について明らかにした．従来，すぐばかさ歯車の強度，運転性能についてはかなり研究が行われ<sup>(6.1)~(6.10)</sup>，かなり明らかにされているが，まがりばかさ歯車の運転性能についての研究は少なく<sup>(6.11)~(6.15)</sup>，強度，運転性能の予測精度はまだ十分ではない．強度，運転性能の予測精度を向上させるためには，運転性能に及ぼす歯当たり，歯面粗さや歯車精度の影響について明らかにする必要がある．

本章では，まがりばかさ歯車の歯当たり，歯面粗さと歯車精度が運転性能に及ぼす影響について検討を加えている．歯形，歯面粗さ，歯車精度および仕上げ方法の異なる3種類のまがりばかさ歯車に対して動力吸収式かさ歯車運転試験機を用いて種々の運転条件下で運転試験を行い，歯車本体の円周，半径および軸方向振動加速度，音圧と歯元応力を測定し，これらの歯車の動的挙動に及ぼす歯当たり，歯面粗さ，回転方向の影響などについて検討を加えている<sup>(6.16)</sup>．

## 6.2 実験方法および実験装置

### 6.2.1 試験歯車

本実験では歯形および仕上方法の異なる3種類のまがりばかさ歯車を用いた。表6.1に試験歯車の諸元を示す。歯車の材料はSCM415である。試験歯車A, Bはクリンゲルンベルク社の歯切盤で歯切りを行い、浸炭焼入れ後、CBN仕上げ歯切りを行った歯車で、歯車Aは標準的な歯切りを行った歯車、BはAよりも歯当たりを歯たけ、歯すじ方向ともに広げた歯車である。歯車Cは豊精密工業(株)の歯切盤で歯切り(歯形はグリーンソン式と同じ)を行い、浸炭焼入れ後、ラッピング仕上げを行った歯車である。歯車精度は、歯車A, BがJIS 0級、CがJIS 2級である。試験歯車の歯面粗さ曲線を図6.1に示す。最大粗さは、歯車Aが $R_{\max}=3\mu\text{m}$ 、Bが $R_{\max}=1\mu\text{m}$ 、Cが $R_{\max}=10\mu\text{m}$ 程度である。

### 6.2.2 動力吸収式かさ歯車運転試験機

本実験に使用した動力吸収式かさ歯車運転試験機<sup>(6,3)</sup>を図6.2に示す。試験歯車と支持部のみが測定室(無音響室)内に設置されて、原動部と動力吸収部とからは音響的に遮断されている。原動機としては出力15kWのVSモータを、動力吸収機としては電気動力計(最大負荷トルク

Table 6.1 Gear dimensions

Module	$m$	5.65
Cutter pressure angle	$\alpha_c$	20°
Number of teeth	$z$	27
Face width	$b$	33.5 mm
Shaft angle	$\Sigma$	90°
Helix angle	$\beta_0$	35°
Pitch diameter	$d_0$	152.55 mm
Pitch angle	$\gamma_0$	90°
Outer cone distance	$R$	107.6 mm
Addendum	$h_k$	3.90 mm
Dedendum	$h_f$	4.78 mm

$T=98\text{Nm}$ ) を用いた. 試験歯車の潤滑には油ポンプによる強制潤滑方式を用い, 試験歯車のかみ込み側に給油して潤滑を行った.

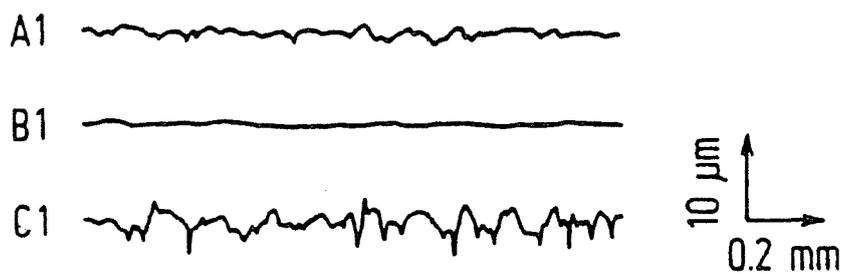


Fig. 6.1 Surface roughness of test gears

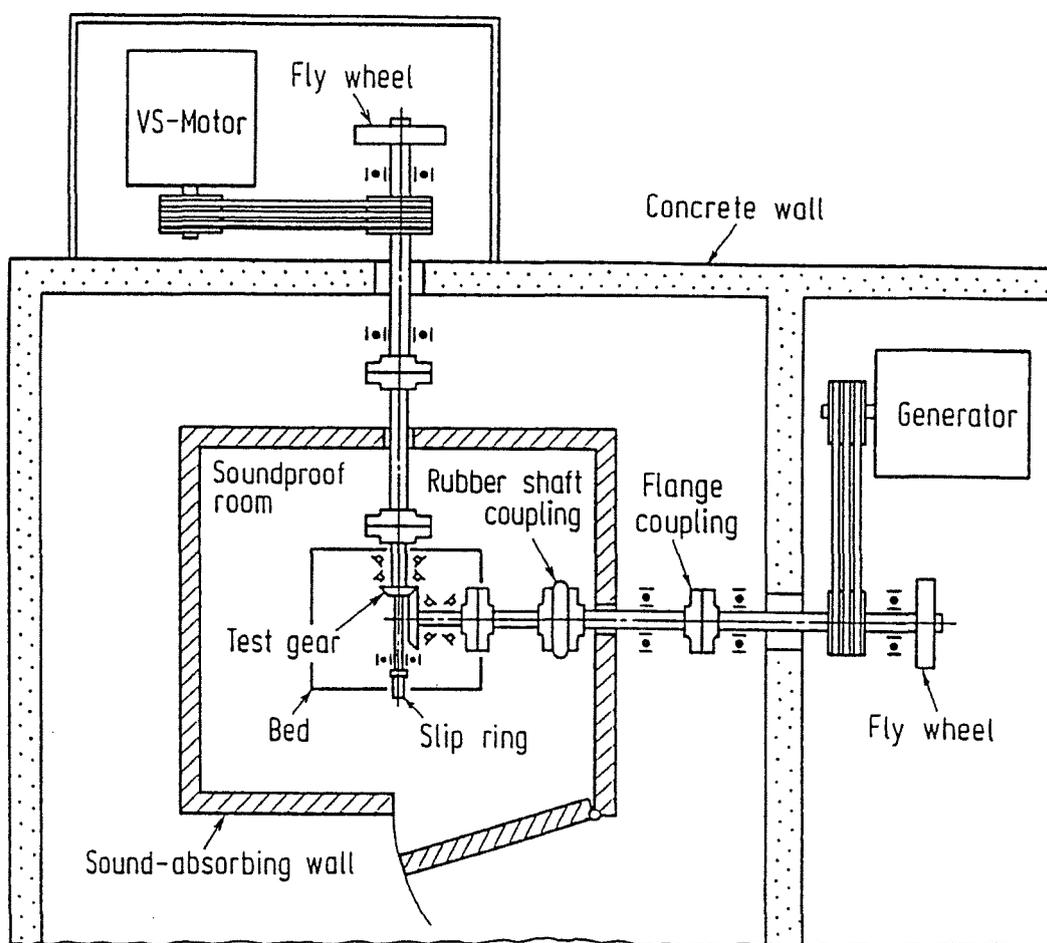


Fig. 6.2 Bevel gear testing machine of power absorbing type

### 6.2.3 実験方法

駆動歯車の歯車側面の歯車中心から半径 62mm の位置に振動ピックアップを取付けて、種々の運転条件下で運転試験を行い、歯車の円周、半径、軸方向の振動加速度を測定した。また、振動加速度とともに、駆動歯車の圧縮側歯元にひずみゲージを接着して、歯元応力も同時に測定している。歯元応力の測定は、圧縮側歯元すみ肉部の歯直角断面において Hofer の 30° 接線法で決定される危険断面位置に、ゲージ長さ 0.3mm のひずみゲージを、歯幅中央と両歯幅端（歯幅端より 5mm 中央寄り）の 3 箇所と前後 2 枚の歯の歯幅中央、歯たけ方向に接着して行った。音圧の測定方向は、歯車騒音の無音響室内の音圧分布の調査結果に基づいて、音圧が最大となる方向にとり、測定位置は、図 6.3 に示す P 点に定めた。なお、無音響室の暗騒音は、リニアスケールで 60dB、A スケールで 50dB 以下である。

振動ピックアップおよびひずみゲージからの出力信号は、スリップリングを通して取出し、振動加速度に対しては増幅器からの出力を、歯元応力に対してはブリッジ回路、動ひずみ計を経て得られる出力を同期回路を用いていったんトランジェントレコーダに記憶させた後、シンクロスコープ上に掃引させて観測した。振動加速度（rms 値）は増幅器付属のメータで、歯元応力はシンクロスコープ上で測定した。音圧レベル（A スケール）の測定および周波数分析はコンデンサマイクロホン、マイクロホン増幅器と FFT を用いて行った。図 6.4 にこれらの測定方法のブロック線図を示す。

振動加速度、音圧および歯元応力の測定は、負荷トルク  $T=98\text{Nm}$  に対しては回転速度を  $n=400\sim 1400\text{rpm}$  の範囲で 50rpm ごとに変化させて行い、 $T=39.2, 68.6\text{Nm}$  に対しては  $n=500, 700, 1000, 1400\text{rpm}$  の場合に対して行った。

また、まがりばかさ歯車では、凸歯面が駆動する場合と、凹歯面が駆動する場合とではスラスト方向荷重と半径方向荷重の向きが逆になるため、動特性が変わることも考えられるので、実験は、凸面駆動の場合（添字 1）と凹面駆動の場合（添字 2）に対してそれぞれ行った。凹面駆動の実験は、凸面駆動の場合での駆動歯車、被動歯車を組替えて行い、その際歯当たりが変わらないように配慮した。以下、本章では歯車 A において凸歯面および凹歯面が駆動する場合をそれぞれ A1, A2、歯車 B ではそれぞれ B1, B2、歯車 C ではそれぞれ C1, C2 と表すこととした。

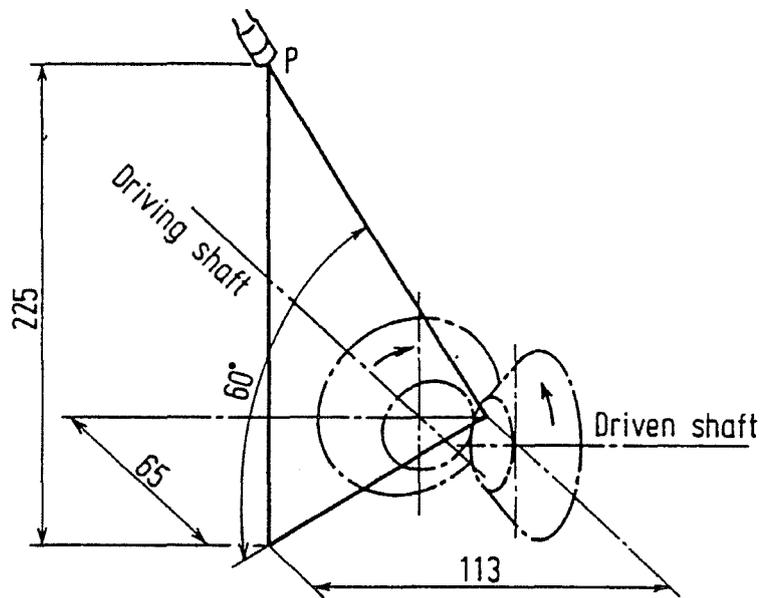


Fig. 6.3 Measurement of noise

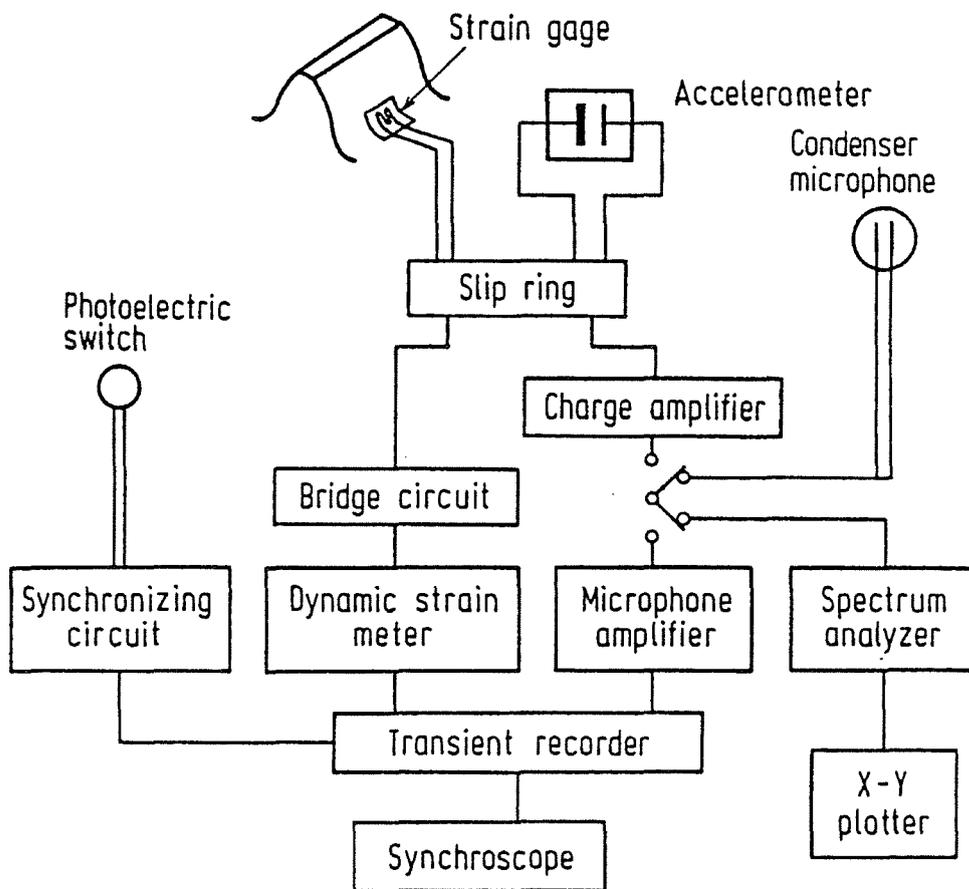


Fig. 6.4 Block diagram for experiment

## 6.3 実験結果および考察

### 6.3.1 かみ合い率の測定結果

図 6.5 は、負荷トルク  $T=98\text{Nm}$ 、回転速度  $n=500\text{rpm}$  における凸面駆動の場合の歯車 A～C (A1～C1) の歯元応力 (ひずみ値に縦弾性係数を乗じた値) 波形を示す。中段の三つの波形は着目歯の外端、歯幅中央、内端における波形をそれぞれ示し、最上、下段の波形は隣接歯の歯幅中央における波形を示す。着目歯とその隣接歯の歯幅中央の応力波形の長さを測定することによって、実際のかみ合い率を求めることができる。これらの結果から、各歯車のかみ合い率を求めると、A では 1.19、B では 1.88、C では 1.78 となり、A のかみ合い率は B、C の場合に比べてかなり小さい。

### 6.3.2 歯当たりの測定結果

各歯車対の歯当たりを図 6.6 に示す。歯当たりの測定は、駆動歯車歯面に光明丹を塗布し、両歯車を軽負荷でかみ合わせることによって被動歯車歯面に転写し、その転写塗料を透明粘着テープに移しとって行った。図 6.6 より、歯当たりは、歯車 A では歯だけ、歯すじ方向ともにかなり小さいが、B、C では歯面全体にわたりかなり大きくほぼ等しいことがわかる。また、いずれの歯車においても凸面駆動と凹面駆動の場合ではほとんど歯当たりが変わっていないことから、駆動歯面の組替えも問題ないことがわかる。6.3.1 節で述べたように歯車 A のかみ合い率が B、C よりもかなり小さいのは、A の歯当たり面積が図 6.6 に示すようにかなり小さいことによると考えられる。

### 6.3.3 振動加速度と音圧に及ぼす歯当たり、歯面粗さと歯車精度の影響

図 6.7 は、歯車 A1, B1 を負荷トルク  $T=98\text{Nm}$  で運転した場合の円周、半径および軸方向振動加速度レベル  $VAL$ 、音圧レベル  $SPL$  と回転速度  $n$  の関係を示す。加速度レベル  $VAL$  は  $20\log(a_i/a_0)$  ( $a_i$ : 各方向の振動加速度  $\text{mm/s}^2$ , 基準加速度  $a_0=10^2\text{mm/s}^2$ ) で表される dB 値をとっている。図より、3 方向  $VAL$  と  $SPL$  はいずれも、 $n$  の増加につれて増大する傾向を示すが、ピークが発生する  $n$  が  $VAL$  と  $SPL$  で異なる場合があることがわかる。これは、主として測定音

圧には歯車から放射される音圧のみでなく試験機の軸受、軸受支持台およびベッドなどからの放射音も含まれていることによるものと思われる。また、VAL はすぐばかさ歯車の場合<sup>(6.3)</sup>と同様に円周方向がもっとも大きく、ついで半径方向、軸方向の順に小さくなる。他の歯車においても同様の結果が得られた。

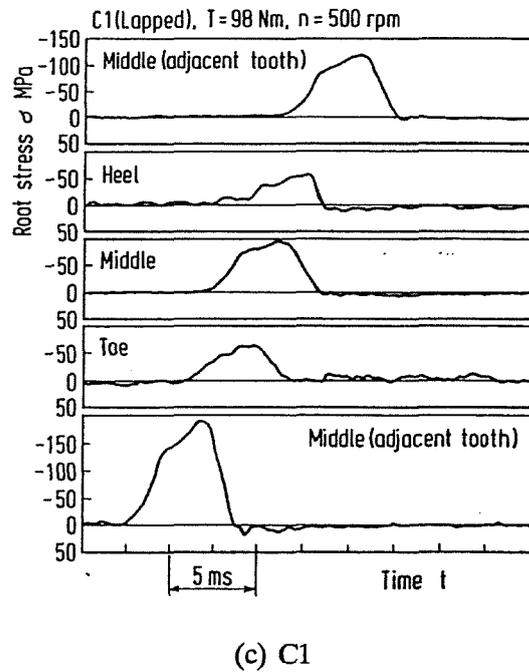
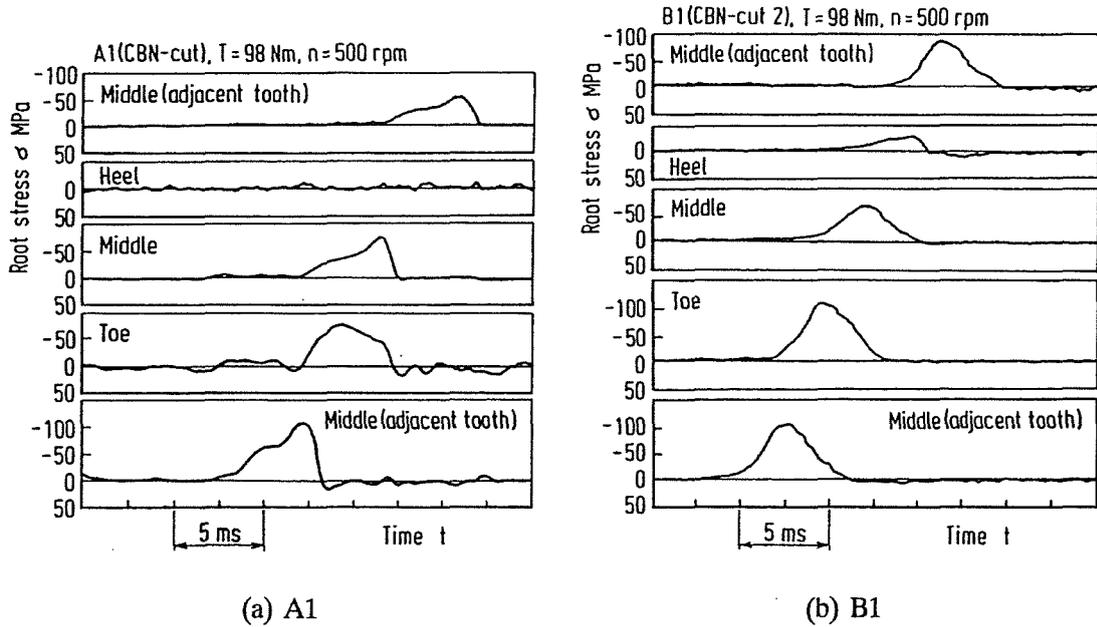


Fig. 6.5 Root stress waveforms

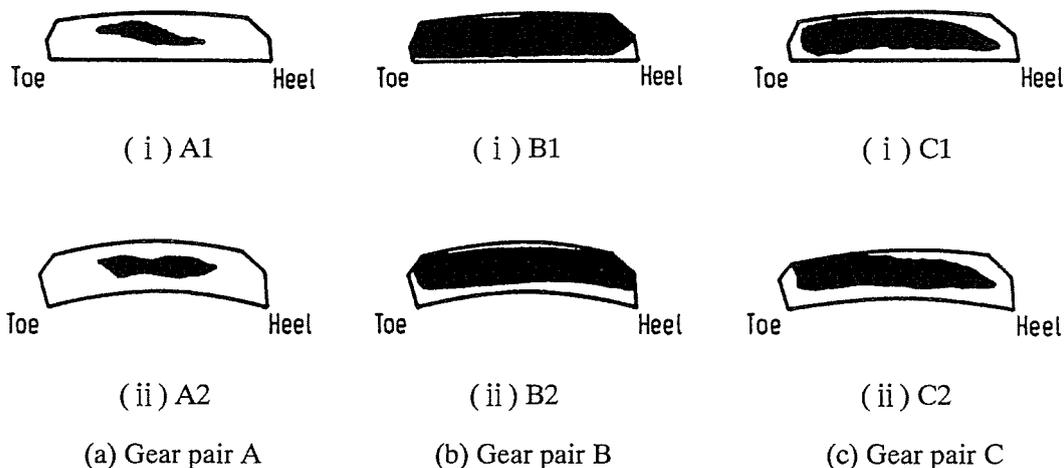
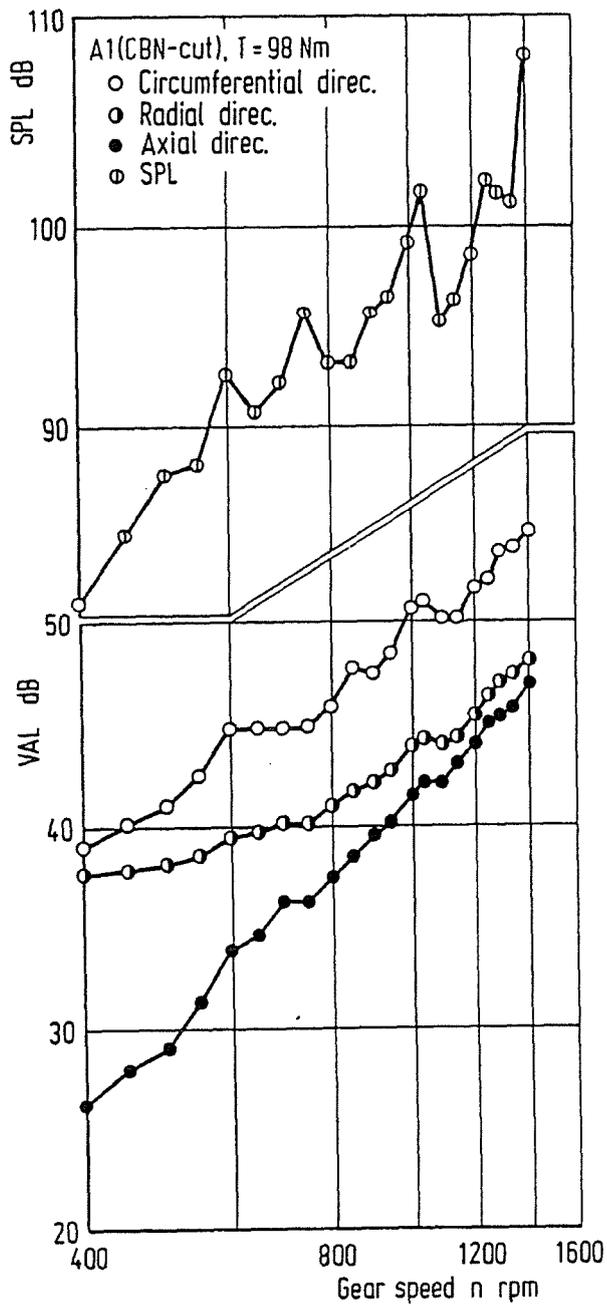


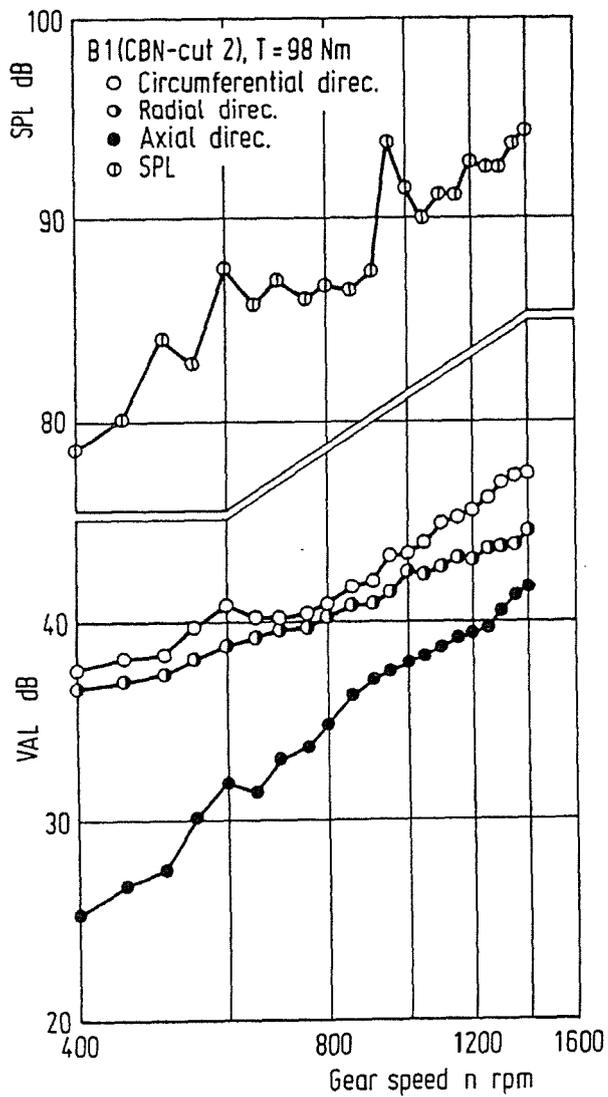
Fig. 6.6 Tooth bearings

図 6.8 は、歯車 A1, C1 に対する  $T=98\text{Nm}$ ,  $n=700\text{rpm}$  における 3 方向振動加速度と音圧の周波数分析結果を示す。図の最下段には歯車に衝撃を加えた場合の軸方向振動加速度の周波数分析結果（軸方向固有振動数測定結果）も示している。これらの図より、3 方向振動加速度と音圧のピーク周波数は、かみ合い周波数  $f_g$  とその整数倍および軸方向の固有振動数に一致していることがわかる。また、これらの周波数分布がよく似ていることから 3 方向の振動が互いに連成していると考えられる。なお、負荷トルクを変えてもこれらの周波数分布はほとんど変わらなかった。

図 6.9 および 6.10 は、 $T=98\text{Nm}$  が作用する場合の各歯車の円周、軸方向の  $VAL$ ,  $SPL$  と  $n$  の関係を比較して示す。凸面駆動（添字 1）と凹面駆動（添字 2）の場合で、スラスト方向と半径方向荷重の方向が逆になるが、本実験の負荷トルクの範囲では、両者の  $VAL$  と  $SPL$  はいずれの歯車においてもあまり変わらないことがわかる。歯車 A（CBN 仕上げ）の  $VAL$  と  $SPL$  は、いずれも仕上げ方法が同じ歯車 B よりもかなり大きい。これは、6.3.2 節で述べたように、歯車 A の歯当たりが歯たけ、歯すじ方向ともに B の場合よりもかなり小さいため、歯のばねこわさの変動が大きくかなり起振力が増大する<sup>(6.17)</sup> ことによるものと考えられる。また、歯車 B（CBN 仕上げ）の歯車精度、歯面粗さは歯車 C（ラッピング仕上げ）よりよいにもかかわらず、 $VAL$  と  $SPL$  は凸面駆動、凹面駆動いずれの場合も同程度である。これは、これらの歯車の歯当たり面積がほぼ等しいことによるものと考えられる。これらの結果より、まがりばかさ歯車の振動加速度と音圧は、歯車精度、歯面粗さよりも歯当たり面積によって大きく影響されるものと考えられる。

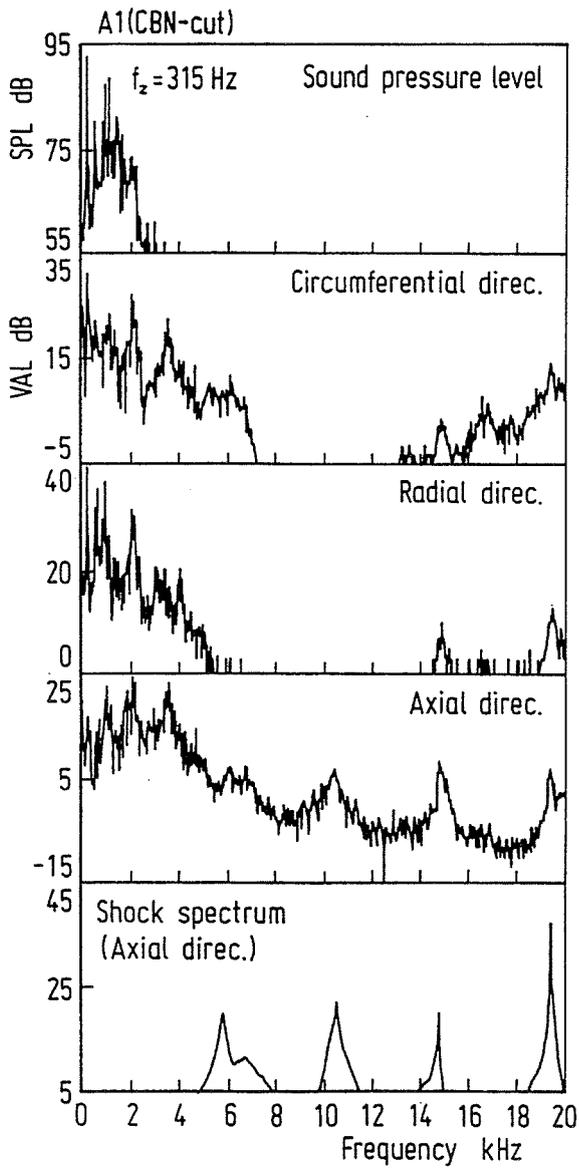


(a) A1

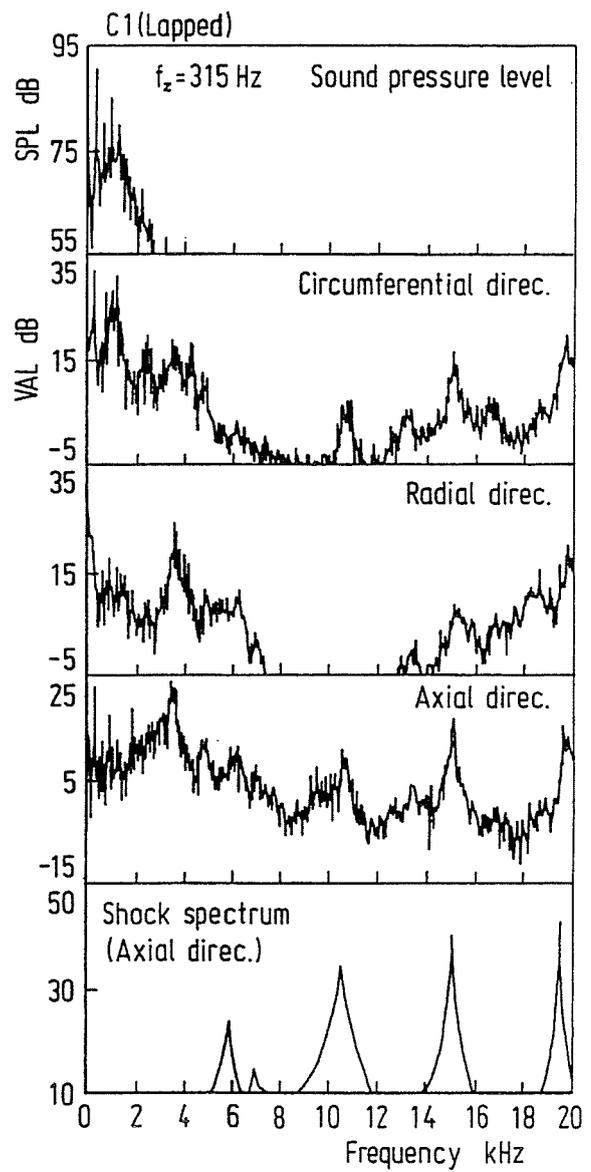


(b) B1

Fig. 6.7 Effects of gear speed on vibration acceleration and sound pressure

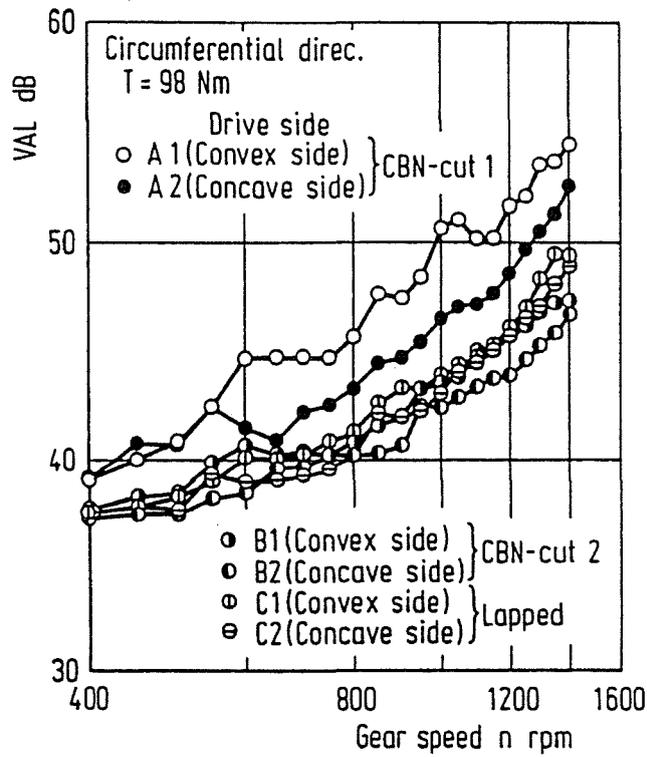


(a) A1

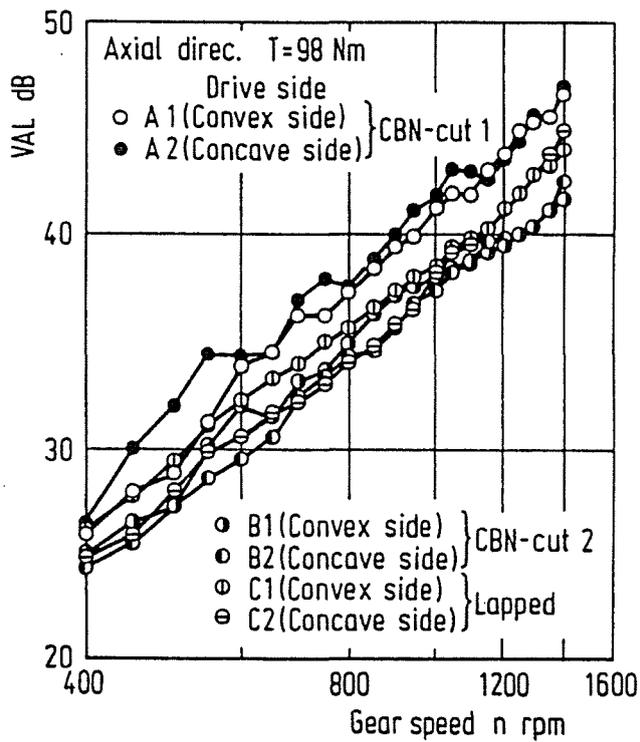


(b) C1

Fig.6.8 Frequency spectra



(a) Circumferential direction



(b) Axial direction

Fig. 6.9 Effects of tooth bearing on vibration acceleration

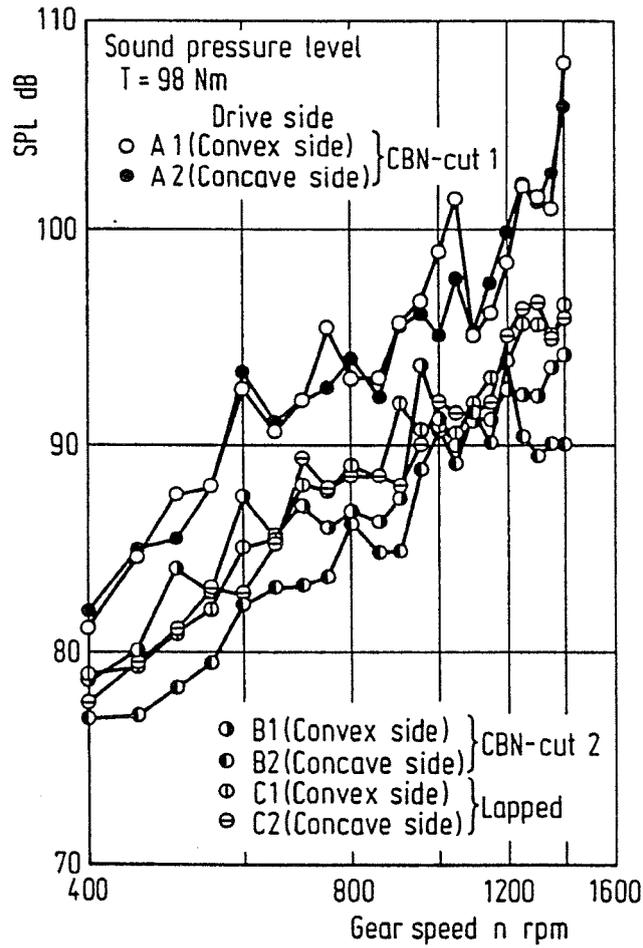
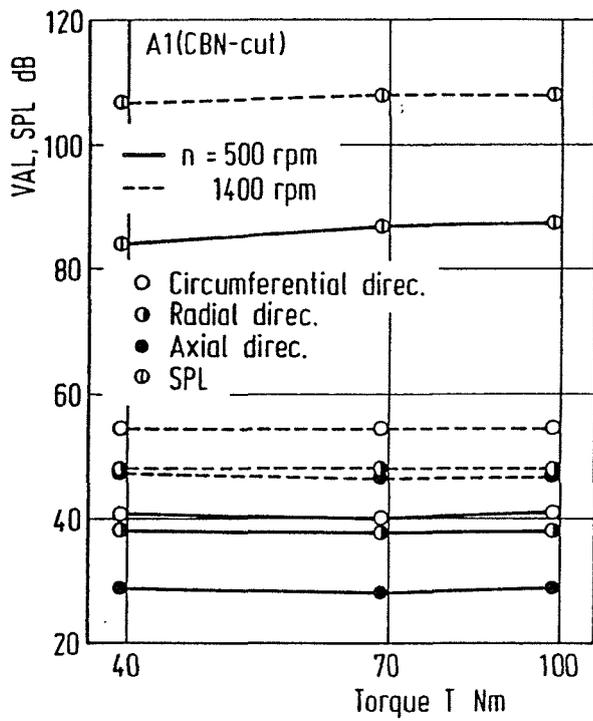
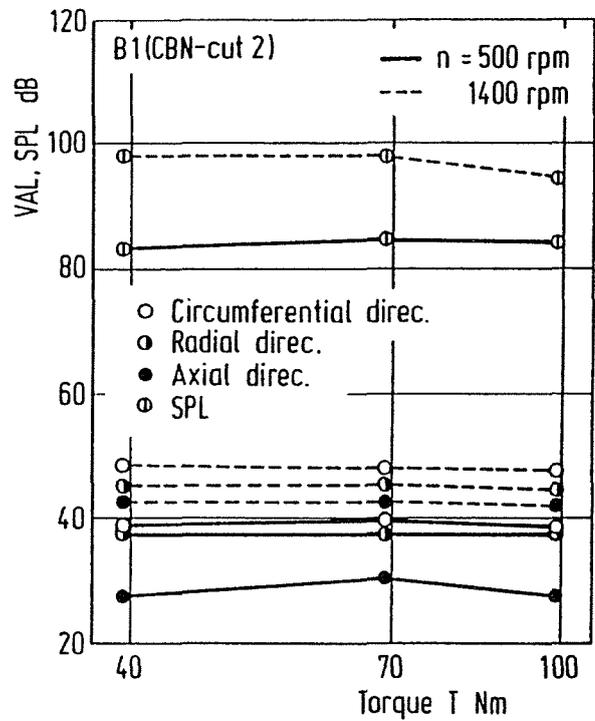


Fig. 6.10 Effects of tooth bearing on sound pressure

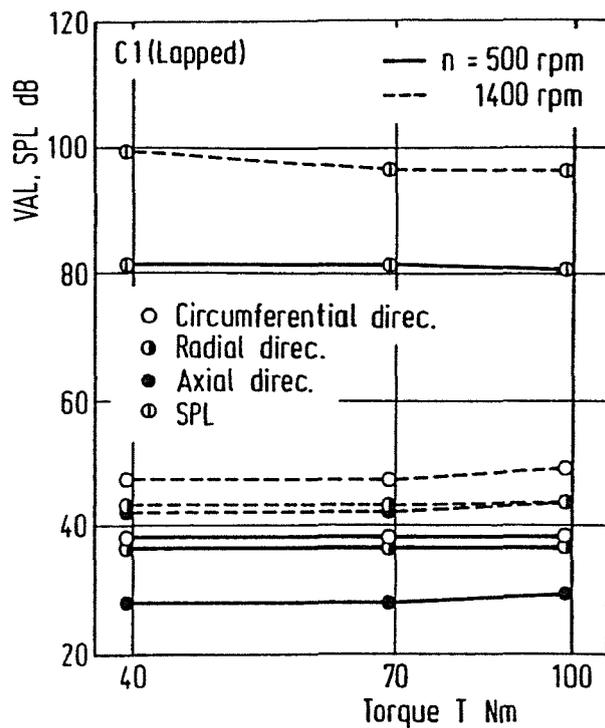
図 6.11 は、 $n=500, 1400\text{rpm}$  における各歯車の 3 方向  $VAL$ ,  $SPL$  と  $T$  の関係を示す。図 6.11 より、いずれの歯車においても 3 方向  $VAL$  と  $SPL$  は、いずれの  $n$  においても  $T$  の増加につれて増大する傾向を示すが、その程度はかなり小さいことがわかる。



(a) A1



(b) B1



(c) C1

Fig. 6.11 Effects of applied torque on vibration acceleration and sound pressure

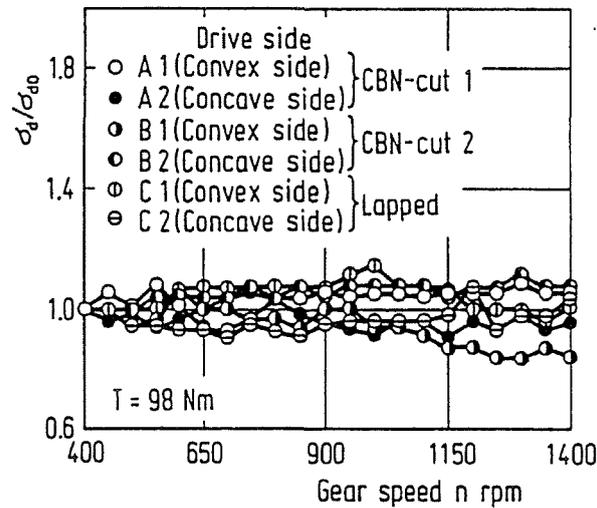


Fig. 6.12 Relation between root stress and gear speed ( $T=98\text{ Nm}$ )

#### 6.3.4 歯元応力に及ぼす回転速度の影響

図 6.12 は、負荷トルク  $T=98\text{ Nm}$  が作用する場合の、各試験歯車の最大歯元応力  $\sigma_d$  と回転速度  $n$  の関係を、 $n=400\text{ rpm}$  における最大歯元応力  $\sigma_{40}$  を基準にして示す。最大歯元応力は、実験の  $n$  の範囲 ( $400 \leq n \leq 1400\text{ rpm}$ ) では、いずれの歯車においてもあまり変化しないことがわかる。また、 $T$  を変えても、最大歯元応力の  $n$  による変化は小さい。

## 6.4 結 言

本章では、まがりばかさ歯車の歯当たり、歯面粗さと歯車精度が、運転性能に及ぼす影響について検討を加えた。本章で得られた諸点を要約すると次のとおりである。

- (1) まがりばかさ歯車の振動加速度は、すぐばかさ歯車の場合と同様に円周方向が最も大きく、ついで半径方向、軸方向の順に小さくなる。
- (2) まがりばかさ歯車のかみ合い率は、歯たけ、歯すじ方向の歯当たりの増加につれて増大する。
- (3) まがりばかさ歯車の 3 方向振動加速度と音圧は、歯車精度、歯面粗さによってほとんど変わらないが、歯たけ、歯すじ方向の歯当たりの増加につれて減少する。

(4) まがりばかさ歯車の 3 方向振動加速度と音圧は，凸側歯面が駆動する場合と凹側歯面が駆動する場合にはほとんど変わらず，回転速度の増加につれて増大する傾向を示す．また，本実験の負荷トルクの範囲ではほとんど変化しない．

(5) まがりばかさ歯車の 3 方向振動加速度は互いに連成している．

(6) まがりばかさ歯車の最大歯元応力は，本実験で回転速度の範囲 ( $400 \leq n \leq 1400$ rpm) ではほとんど変わらない．



## 第7章 種々の基準圧力角の平内歯車の実用歯元実応力計算式

### 7.1 緒言

ミルと同様に、ミル減速機に対しても、大容量化、高減速比化、小形・軽量化の要求が高まってきており、小形で高減速比が得られる遊星歯車装置が広く使用されるようになってきた。遊星歯車装置を構成する内歯車は、加工機の構造上の制約から表面硬化処理後の歯面仕上げが困難なため、外歯車のような表面硬化処理による強度増強はほとんど行われていない。このため、遊星歯車装置の容量や大きさは内歯車の強度によって決定される。そこで、内歯車の強度増強を図るために、基準圧力角 $\alpha_0$ が $20^\circ$ より高い高圧力角歯車の採用が注目されている。これまでに、基準圧力角 $\alpha_0=20^\circ$ の平内歯車については、二次元弾性論と写像関数による応力計算法<sup>(7.1)(7.2)</sup>を用いて種々の諸元の平内歯車の歯元応力計算が行われ、歯の引張側、圧縮側の実用歯元応力計算式が導かれている<sup>(7.3)(7.4)</sup>が、基準圧力角が平内歯車の歯元応力に及ぼす影響について論じているものは少なく、平内歯車の歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響について明らかにする必要がある。

本章では、まず基準圧力角 $\alpha_0$ が $20^\circ$ と異なる平内歯車に対して、有限要素法（FEM）による歯元応力計算を行い、歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響を明らかにし、歯の引張側および圧縮

側の危険断面位置を決定するとともに、この危険断面位置における種々の負荷条件に対する応力集中係数を求めている。さらに、これらの結果に基づいて、種々の圧力角の平内歯車の実用歯元実応力計算式を導くとともに、これらの実用式の有効性を確かめている<sup>(7.5)</sup>。

## 7.2 有限要素法による応力解析

### 7.2.1 計算方法

本有限要素解析では、三角形一次要素を用いて歯車の要素分割を行い、二次元弾性問題として平面応力下で応力計算を行った。また計算方法としては、モデル形状が歯車のような同じ形状の繰返しによって構成される構造物の応力・たわみ解析に適したユニット消去法<sup>(7.6)(7.7)</sup>（付録参照）を用いた。図 7.1 に本有限要素解析のプログラムのフローチャートを示す。

### 7.2.2 歯車モデルの要素分割法と周辺拘束条件

有限要素法による歯元応力計算に用いた歯車モデルは、リム上に負荷を受ける歯とその両側に隣接歯を 2 枚ずつもつ 5 枚歯モデルで、リム厚さは一体歯車とみなせるリム厚さ  $l_w=8m$ <sup>(7.8)</sup> である。拘束条件はリム両端の節点変位固定とした。応力解析の対象とした平内歯車は、表 7.1 に示す諸元のピニオンカッタで創成歯切りされる歯数  $z_f=45, 60, 90, 180$  の標準平内歯車で、それらの歯車諸元を表 7.2 に示す。図 7.2 に平内歯車の 1/2 歯分の要素分割パターンを示す。また図 7.3 に基準圧力角  $\alpha_0=27^\circ$  の平内歯車の歯車モデルとその周辺拘束条件を示す。図中の左右両端の三角形群はリム端に位置する節点が拘束されていることを示している。拘束されているリムの左右両端の歯車中心に対して張る角度は、歯 5 枚分に相当する中心角である。表 7.3 に分割要素、節点総数を示す。なお、これらの歯元応力計算において周辺拘束条件は、各拘束節点の変位を零とすることによって与えられている。このような要素分割を用いた有限要素解析による歯元応力計算値が測定値とよく一致することを文献(7.8)で確かめている。

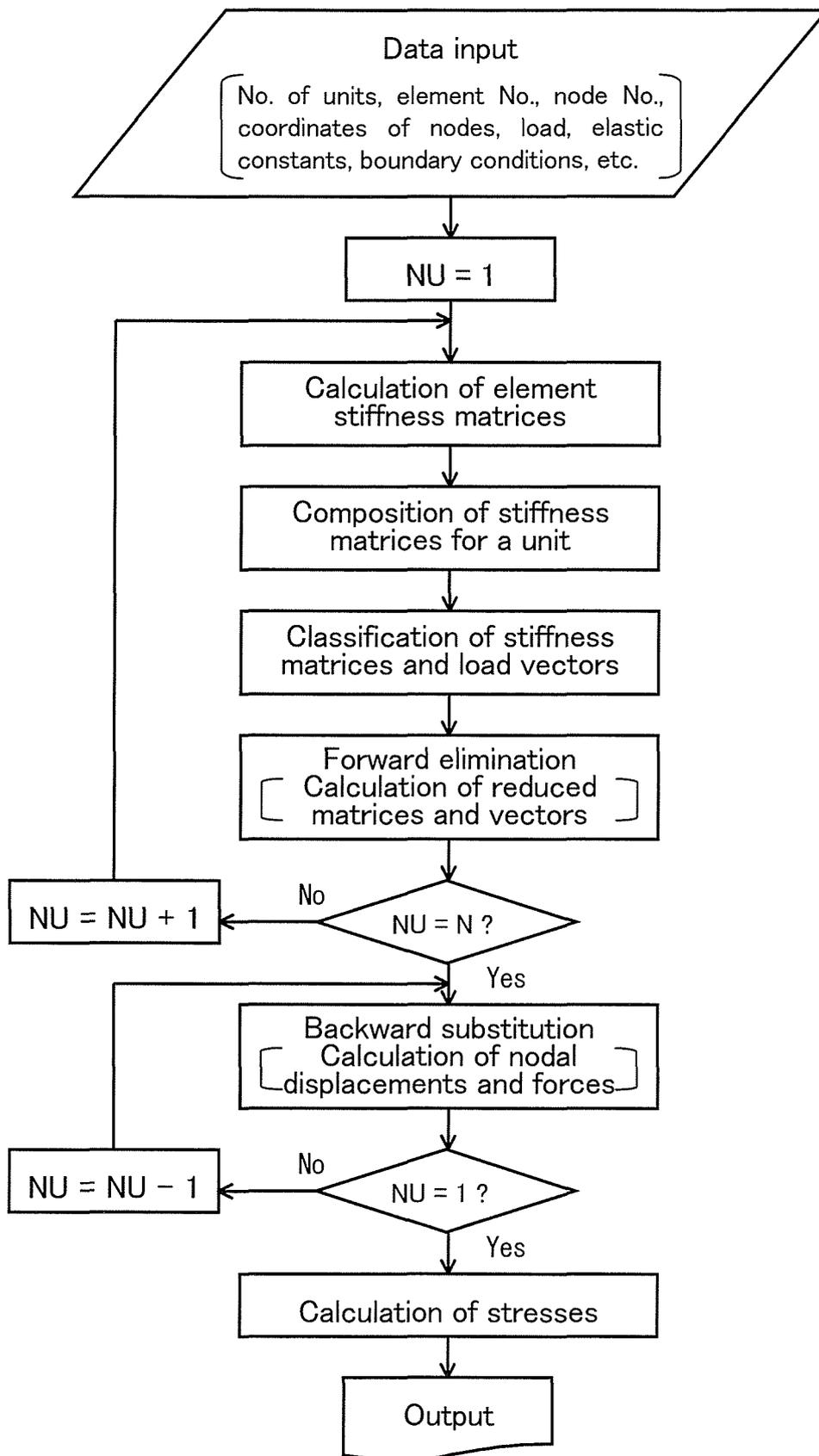


Fig. 7.1 Flowchart

Table 7.1 Dimensions of pinion cutter

Module	$m$	4				
Pressure angle	$\alpha_0$	14.5°	17.5°	20°	25°	27°
Number of teeth	$z_c$	25				
Edge radius	$r_0$	0.15 $m^*$				0.1 $m$

\*  $m$  : module

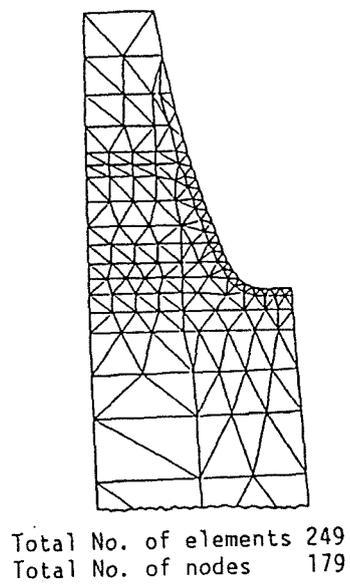
Table 7.2 Dimensions of spur internal gears

Module	$m$	4				
Pressure angle	$\alpha_0$	14.5°	17.5°	20°	25°	27°
Number of teeth	$z_i$	290				45, 60, 90, 180
Rim thickness	$l_w$	8 $m^*$				

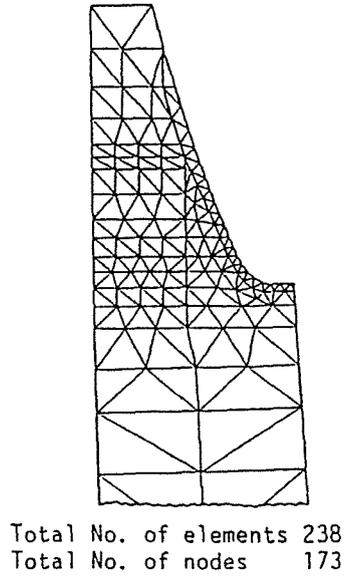
\*  $m$  : module

Table 7.3 Numbers of elements and nodes

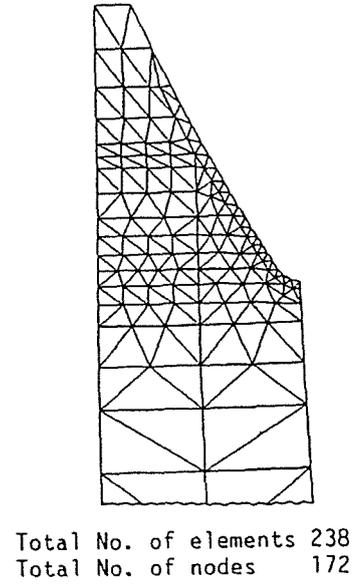
Pressure angle	$\alpha_0$	14.5°	17.5°	20°	25°	27°
Total number of elements		2490	2380	2380	2380	2380
Total number of nodes		1618	1558	1548	1548	1548



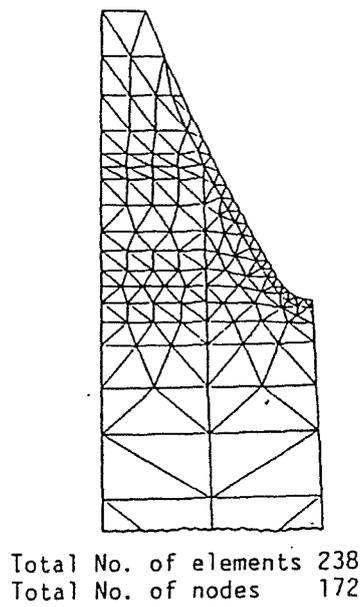
(a)  $\alpha_0 = 14.5^\circ$



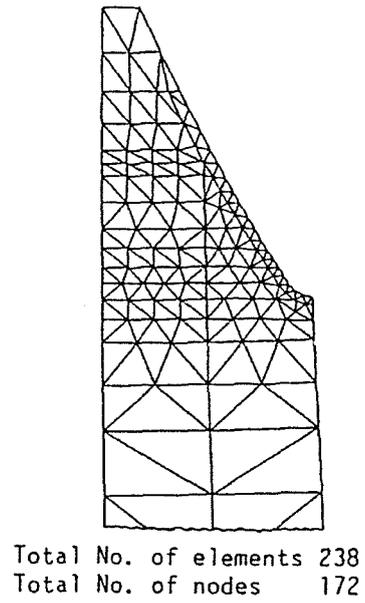
(b)  $\alpha_0 = 17.5^\circ$



(c)  $\alpha_0 = 20^\circ$



(d)  $\alpha_0 = 25^\circ$



(e)  $\alpha_0 = 27^\circ$

Fig. 7.2 Mesh patterns

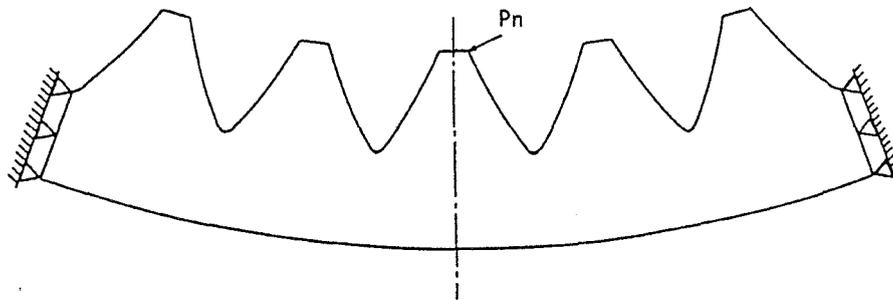


Fig. 7.3 Gear model and boundary condition

### 7.3 平内歯車の歯元応力と歯の危険断面位置

図 7.4 は、モジュール  $m=4$ 、歯数  $z_f=90$ 、基準圧力角  $\alpha_0=14.5\sim 27^\circ$  の平内歯車の歯先に荷重  $P_f/b=9.8\text{N/mm}$  が作用する場合の歯元応力分布の計算結果を示す。図 7.4 より、最大引張および最大圧縮歯元応力は、 $\alpha_0$  の増加につれて減少すること、また、最大歯元応力発生位置は、 $\alpha_0$  によって異なることがわかる。

種々の  $\alpha_0$  の平内歯車の最大歯元応力発生位置を明らかにするために求めた、歯元すみ肉位置を表す接線角度  $\theta$  [ $\theta$ : 図 7.5(b)に示す歯形中心線と歯元すみ肉部曲線とのなす角度] と歯元応力 (負荷位置: 歯先) の関係を図 7.5 に示す。図 7.5 より、最大引張および最大圧縮歯元応力は  $\alpha_0$  の増加につれて減少すること、その減少の程度は引張および圧縮応力のいずれの場合も同程度であること、また最大歯元応力発生位置は、 $14.5\leq\alpha_0\leq 25^\circ$  の範囲では、引張側、圧縮側いずれも  $\theta=45^\circ$  付近に、 $\alpha_0=27^\circ$  の場合には、 $\theta=60^\circ$  付近になることがわかる。

$\alpha_0=27^\circ$  の場合の最大歯元応力発生位置についてさらに検討を加えるために、負荷位置  $l_f$  [ $l_f$ : 歯先から荷重作用点までの距離] を変えた場合の歯元応力と  $\theta$  の関係を図 7.6 に示す。図 7.6 より引張側、圧縮側の最大歯元応力発生位置は、いずれの負荷位置の場合も  $\theta=60^\circ$  付近になることがわかる。

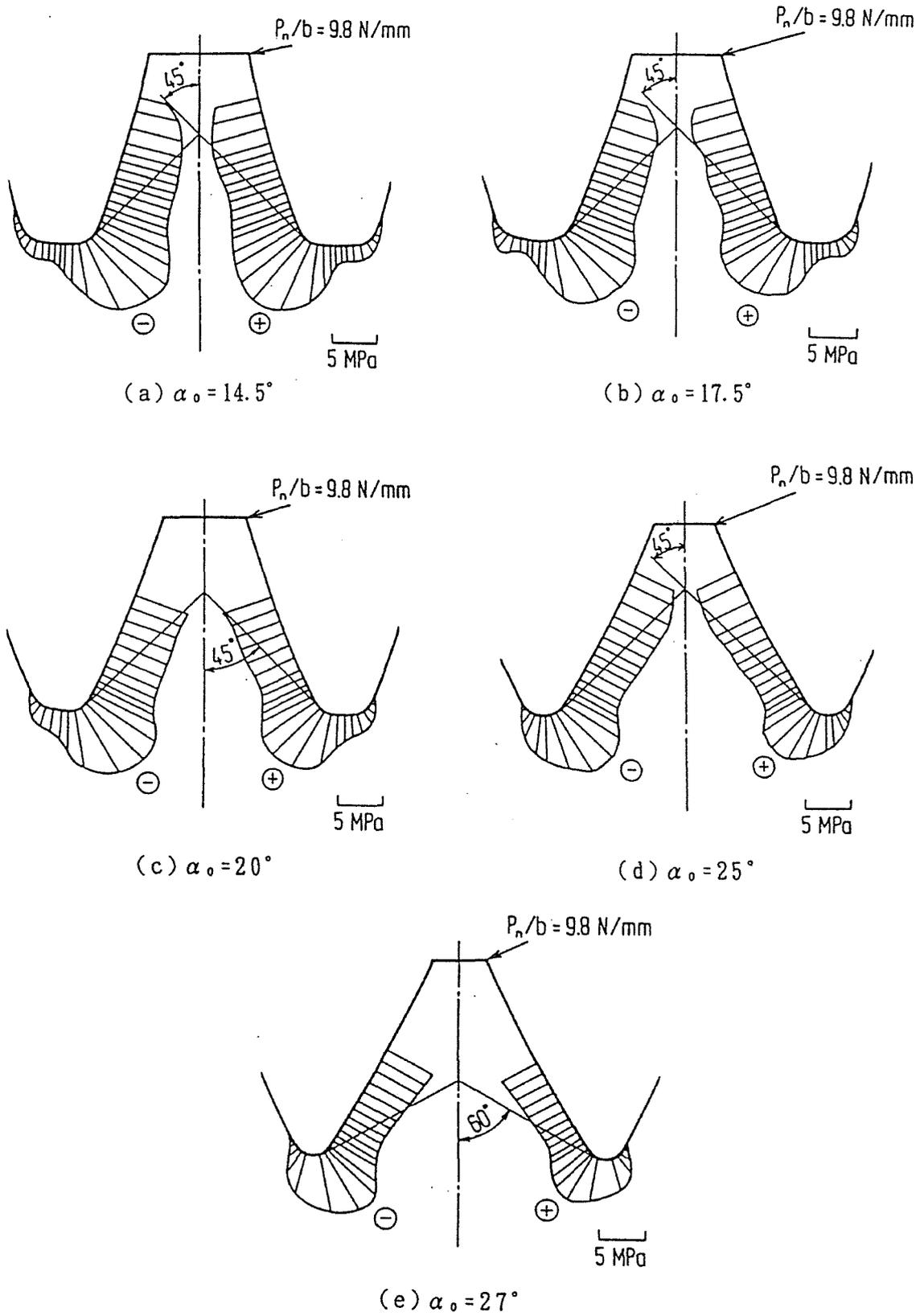
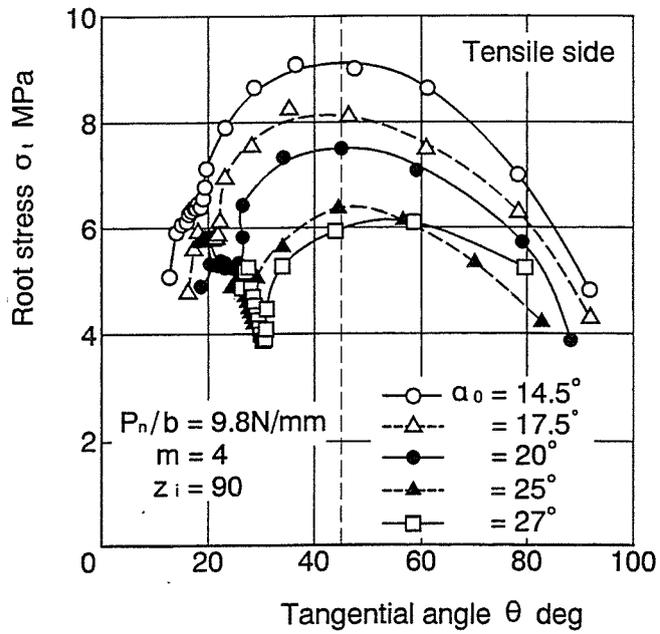
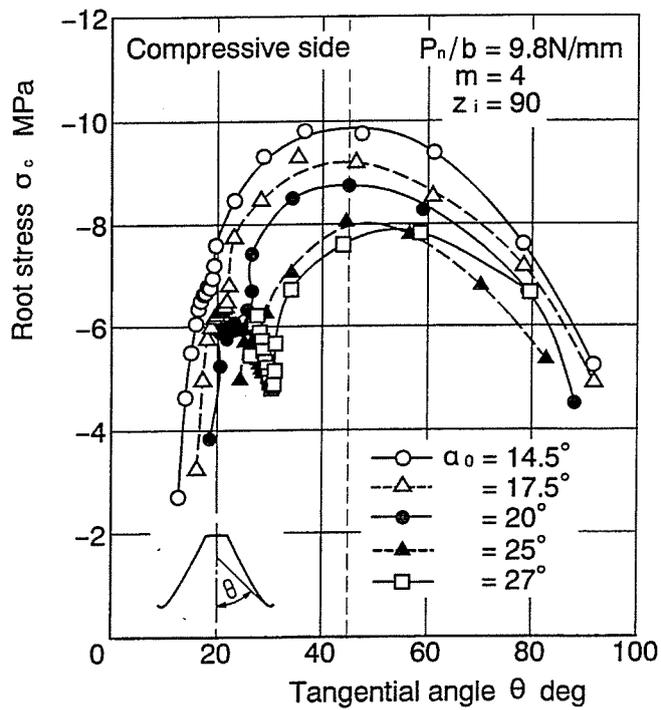


Fig. 7.4 Root stress distributions ( $z_i=90$ )

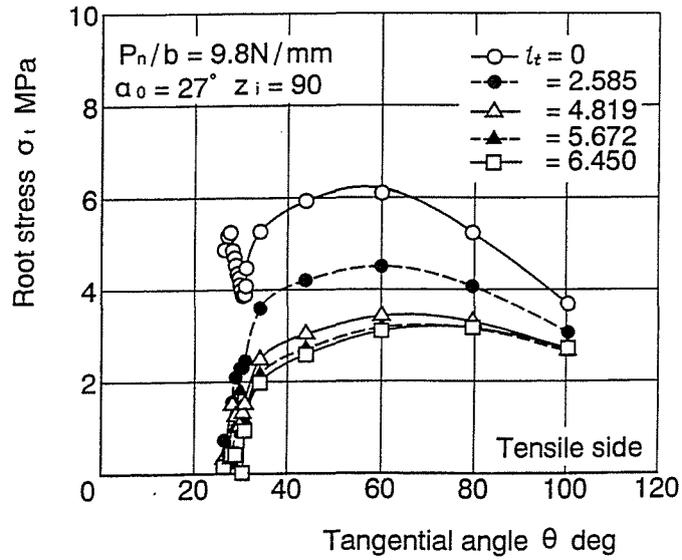


(a) Tensile side

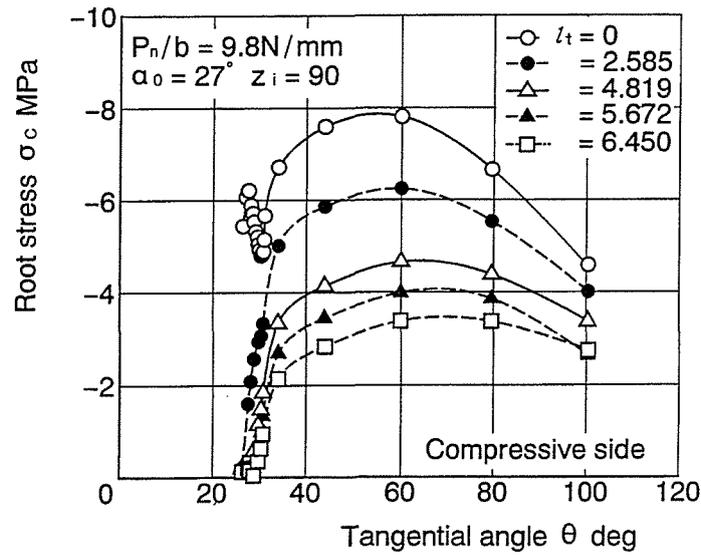


(b) Compressive side

Fig. 7.5 Relation between root stress and tangential angle for various  $\alpha_0$



(a) Tensile side



(b) Compressive side

Fig. 7.6 Relation between root stress and tangential angle for various loading positions ( $\alpha_0=27^\circ$ )

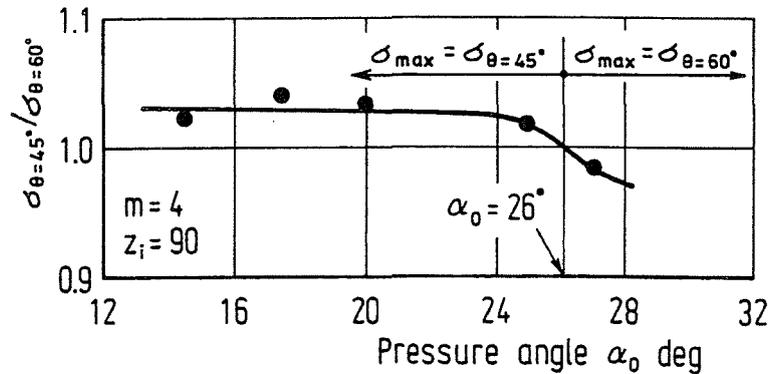


Fig. 7.7 Relation between  $\sigma_{\theta=45^\circ} / \sigma_{\theta=60^\circ}$  and  $\alpha_0$

図 7.7 は、 $m=4$ 、 $z_i=90$  の場合の引張側の、 $\sigma_{\theta=45^\circ} / \sigma_{\theta=60^\circ}$  ( $\sigma_{\theta=45^\circ}$ 、 $\sigma_{\theta=60^\circ}$  :  $\theta=45^\circ$ 、 $60^\circ$  の位置の歯元応力) と  $\alpha_0$  の関係を示す。図 7.7 より  $\alpha_0 \leq 26^\circ$  では、 $\sigma_{\theta=45^\circ} / \sigma_{\theta=60^\circ} \geq 1$ 、 $\alpha_0 > 26^\circ$  では、 $\sigma_{\theta=45^\circ} / \sigma_{\theta=60^\circ} < 1$  になることがわかる。圧縮側の場合も図 7.7 の結果とほとんど同じである。

図 7.4~7.7 の結果より、平内歯車の歯の危険断面位置は、 $\alpha_0$  が  $14.5 \leq \alpha_0 \leq 26^\circ$  の場合には  $\theta=45^\circ$  の位置、 $\alpha_0 > 26^\circ$  の場合には  $\theta=60^\circ$  の位置とみなせる。

## 7.4 実用歯元実応力計算式

### 7.4.1 公称応力<sup>(7.3)</sup>

平内歯車の歯に作用する荷重は、図 7.8 に示すように歯の中心線に垂直な曲げ荷重と、これに平行な圧縮荷重に分けることができる。各分力による危険断面の引張側周縁部の公称応力を  $\sigma_{tNb}$ 、 $\sigma_{tNc}$ 、 $\tau_N$ 、圧縮側周縁部の公称応力を  $\sigma_{cNb}$ 、 $\sigma_{cNc}$ 、 $\tau_N$  とし、歯幅を  $b$  とし、図 7.8 に示す記号を用いると、各公称応力は次式で与えられる。

$$\sigma_{tNb} = \sigma_{tNb1} = \frac{6P_n l \sin \Theta}{s^2 b} \quad (7.1)$$

$$\sigma_{tNc} = \sigma_{tNc1} + \sigma_{tNb2} = -\frac{P_n \cos \Theta}{sb} - \frac{6P_n y \cos \Theta}{s^2 b} = -\left(1 + \frac{6y}{s}\right) \frac{P_n \cos \Theta}{sb} \quad (7.2)$$

$$\sigma_{cNb} = \sigma_{cNb1} = -\frac{6P_n l \sin \Theta}{s^2 b} \quad (7.3)$$

$$\sigma_{cNc} = \sigma_{cNc1} + \sigma_{cNb2} = -\frac{P_n \cos \Theta}{sb} + \frac{6P_n y \cos \Theta}{s^2 b} = \left(\frac{6y}{s} - 1\right) \frac{P_n \cos \Theta}{sb} \quad (7.4)$$

$$\tau_N = \frac{P_n \sin \Theta}{sb} \quad (7.5)$$

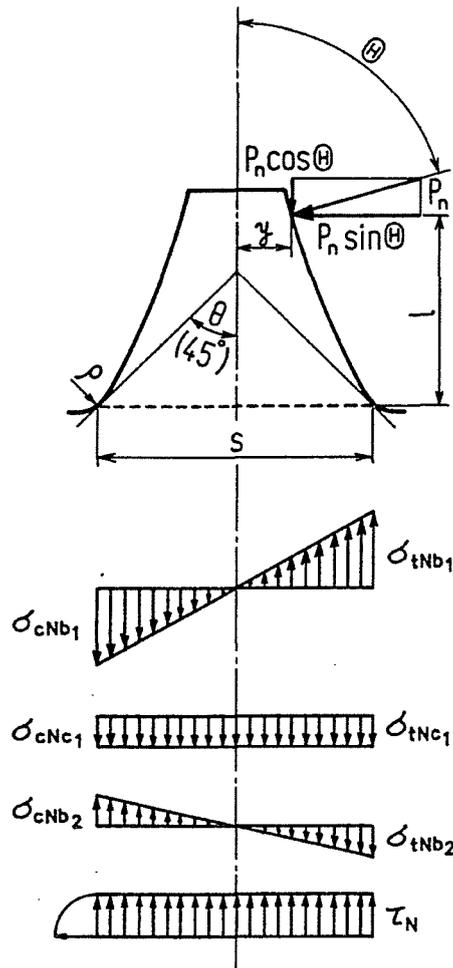


Fig. 7.8 Nominal stresses

## 7.4.2 基準圧力角 $\alpha_0 > 26^\circ$ の場合の実用歯元実応力計算式

### (1) 応力集中係数

#### 1) 純粋曲げモーメントによる曲げ

純粋曲げモーメント  $M$  が作用する場合の、危険断面引張側および圧縮側の応力をそれぞれ  $\sigma_{IM}$ ,  $\sigma_{cM}$  とし、これらに対応する公称応力をそれぞれ  $\sigma_{INM}$ ,  $\sigma_{cNM}$  とすると、応力集中係数  $\alpha_{IM}$  ( $=\sigma_{IM}/\sigma_{INM}$ ),  $\alpha_{cM}$  ( $=\sigma_{cM}/\sigma_{cNM}$ ) は次式で表される。

$$\alpha_M = \alpha_{IM} = \alpha_{cM} = -\frac{s^2 b}{6M} \sigma_{cM} \quad (7.6)$$

図 7.9 は、種々の内歯歯形に対して有限要素解析による応力  $\sigma_{IM}$ ,  $\sigma_{cM}$  から求められた  $\alpha_M$  と  $s/\rho$  の関係を示す。  $\alpha_M$  と  $s/\rho$  の関係を  $s/\rho=0$  で、  $\alpha_M=1$  を通る直線で近似すると次式が得られる。

$$\alpha_M = 1 + 0.015 s / \rho \quad (7.7)$$

#### 2) 集中荷重による曲げ

歯の中心線に垂直な曲げ荷重が作用する場合の、危険断面引張側および圧縮側の応力をそれぞれ  $\sigma_{ib}$ ,  $\sigma_{cb}$  とすると、曲げに対する応力集中係数  $\alpha_{ib}$ ,  $\alpha_{cb}$  は次式で表される。

$$\alpha_{ib} = \sigma_{ib} / \sigma_{iNb} \quad (7.8)$$

$$\alpha_{cb} = \sigma_{cb} / \sigma_{cNb} \quad (7.9)$$

図 7.10 は、種々の内歯歯形に対して、有限要素解析による応力  $\sigma_{ib}$  から求められた  $\alpha_{ib}/\alpha_M$  と  $\sqrt{1+(s/l)^2}$  の関係を示す。  $\alpha_{ib}/\alpha_M$  と  $\sqrt{1+(s/l)^2}$  の関係を直線で近似すると次式が得られる。

$$\alpha_{ib} / \alpha_M = 0.35 + 0.86 \sqrt{1+(s/l)^2} \quad (7.10)$$

種々の内歯歯形に対して有限要素解析により、求めた  $\sigma_{ib}$ ,  $-\sigma_{cb}$  と  $l/s$  の関係を図 7.11 に、  $\alpha_{cb}/\alpha_M$  と  $\sqrt{1+(s/l)^2}$  の関係を図 7.12 に示す。図 7.11 より、  $\sigma_{ib}$  と  $-\sigma_{cb}$  は、  $l/s \geq 0.5$  の範囲ではほとんど等しいことより、この範囲では  $\alpha_{cb}/\alpha_M$  と  $\sqrt{1+(s/l)^2}$  の関係は、引張側 (図 7.10) の場合と同じとみなせるので、

$$\alpha_{cb} / \alpha_M = 0.35 + 0.86 \sqrt{1+(s/l)^2} \quad (7.11)$$

また、  $0.2 \leq l/s < 0.5$  の範囲では、図 7.12 に示すように、次式で近似することができる。

$$\alpha_{cb} / \alpha_M = 1.11 + 0.47 \sqrt{1+(s/l)^2} \quad (7.12)$$

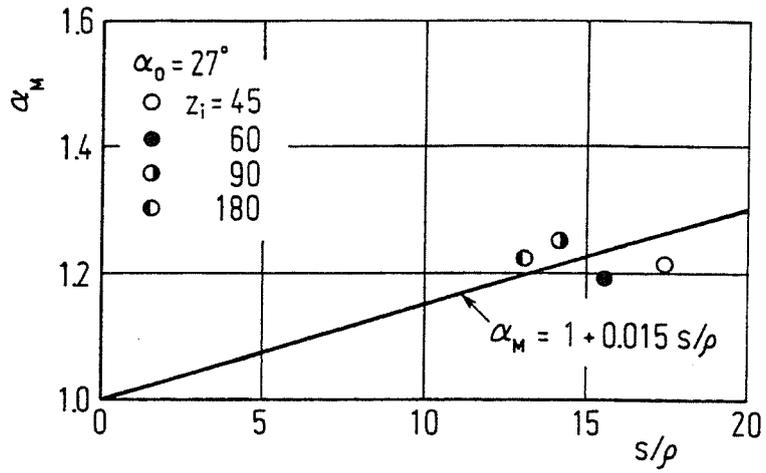


Fig. 7.9 Relation between  $\alpha_M$  and  $s/\rho$

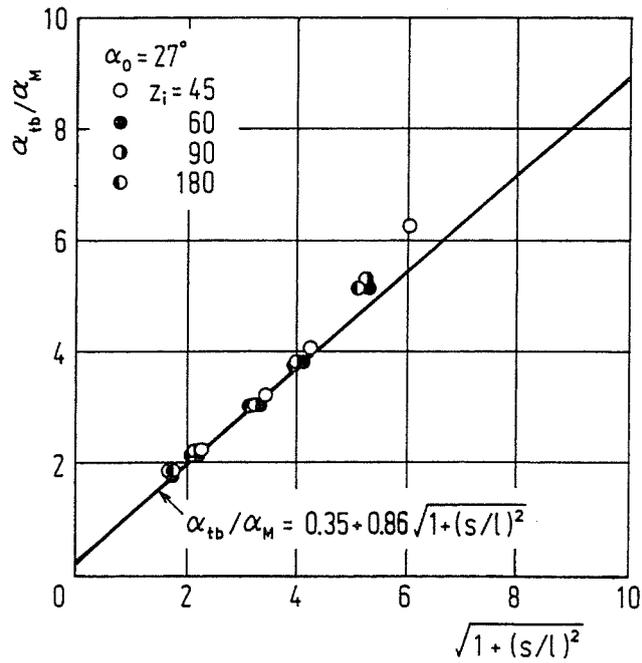


Fig. 7.10 Relation between  $\alpha_{tb}/\alpha_M$  and  $\sqrt{1+(s/l)^2}$  ( $\alpha_0=27^\circ$ )

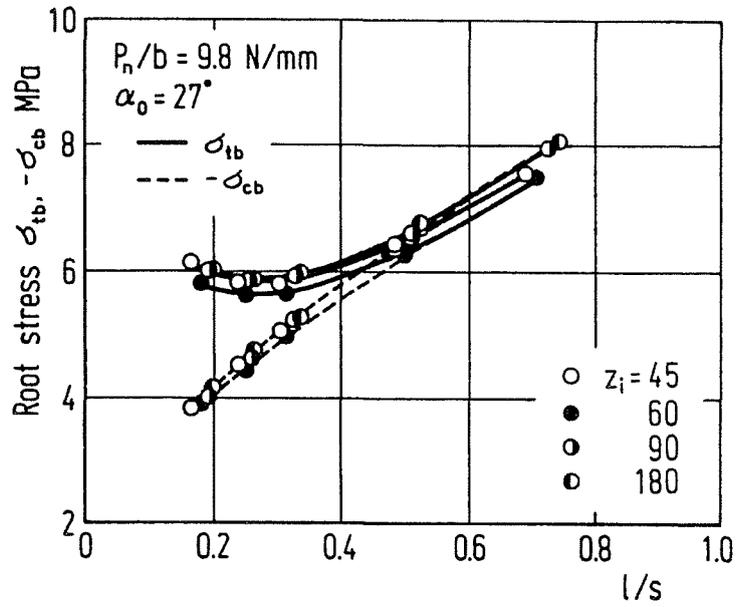


Fig. 7.11 Relation between  $\sigma_{tb}$ ,  $-\sigma_{cb}$  and  $l/s$  ( $\alpha_0=27^\circ$ )

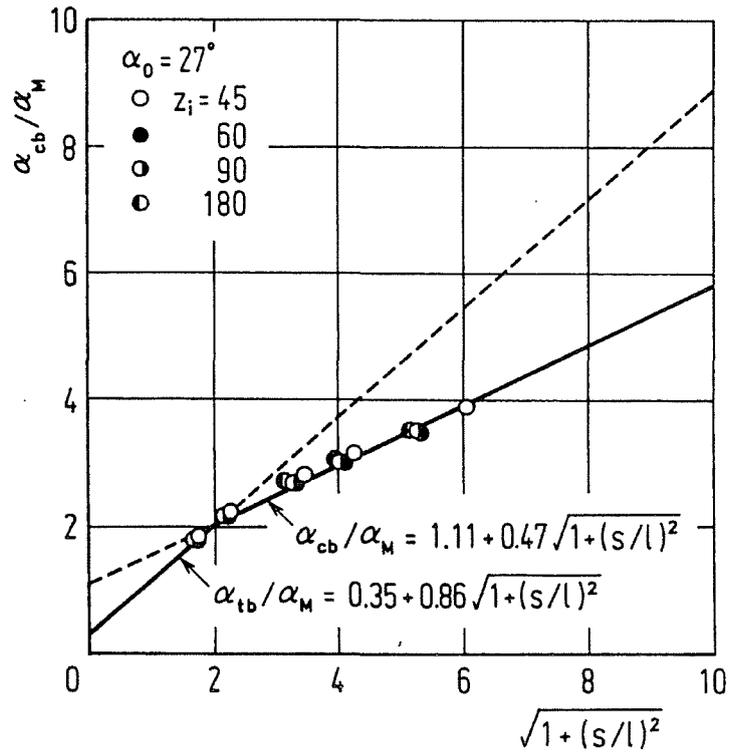


Fig. 7.12 Relation between  $\alpha_{cb}/\alpha_M$  and  $\sqrt{1+(s/l)^2}$  ( $\alpha_0=27^\circ$ )

### 3) 集中荷重による圧縮

歯の中心線に平行な圧縮荷重が作用する場合の、危険断面引張側の圧縮応力を $\sigma_{ic}$ とすると、圧縮に対する応力集中係数 $\alpha_{ic}$ は次式で表される。

$$\alpha_{ic} = \sigma_{ic} / \sigma_{tNe} \quad (7.13)$$

種々の内歯歯形に対して有限要素解析による圧縮応力 $\sigma_{ic}$ から応力集中係数 $\alpha_{ic}$ を求め、 $\alpha_{ic}/\alpha_M$ と $l/s$ の関係を求めると図 7.13 のようになる。 $\alpha_{ic}/\alpha_M$ と $l/s$ の関係を図 7.13 中の直線で近似すると次式が得られる。

$$\alpha_{ic} / \alpha_M = 1 + 0.88l/s \quad (7.14)$$

また、歯の中心線に平行な圧縮荷重が作用する場合の、危険断面圧縮側の応力を $\sigma_{cc}$ とし、これと同じ負荷位置に $P_y$ なる純粋曲げモーメントが作用する場合の曲げ応力 $\sigma_{cb2}$ を求め、

$$\sigma_{cc1} = \sigma_{cc} - \sigma_{cb2} \quad (7.15)$$

となる応力 $\sigma_{cc1}$ を考える。これを $\sigma_{cNc1}$ で除して応力集中係数 $\alpha_{cc1}$ を求める。

$$\alpha_{cc1} = \sigma_{cc1} / \sigma_{cNc1} \quad (7.16)$$

種々の内歯歯形に対して有限要素解析による圧縮応力 $\sigma_{cc1}$ から求めた $\alpha_{cc1}/\alpha_M$ と $l/s$ の関係を図 7.14 に示す。図 7.14 において、 $l/s$ が小さい範囲は歯元付近に荷重が作用する場合に相当し、このような位置に荷重が作用する場合は、歯車の曲げ強度に対して問題とはならないこと、また $l/s$ が比較的大きな範囲では、 $\alpha_{cc1}/\alpha_M$ はほぼ一定とみなせるので、

$$\alpha_{cc1} / \alpha_M = 2 \quad (7.17)$$

で近似できる。

また、圧縮応力 $\sigma_{cb2}$ については、式(7.7)と同様にして次式を得る。

$$\sigma_{cb2} / \sigma_{cNb2} = \alpha_M \quad (7.18)$$

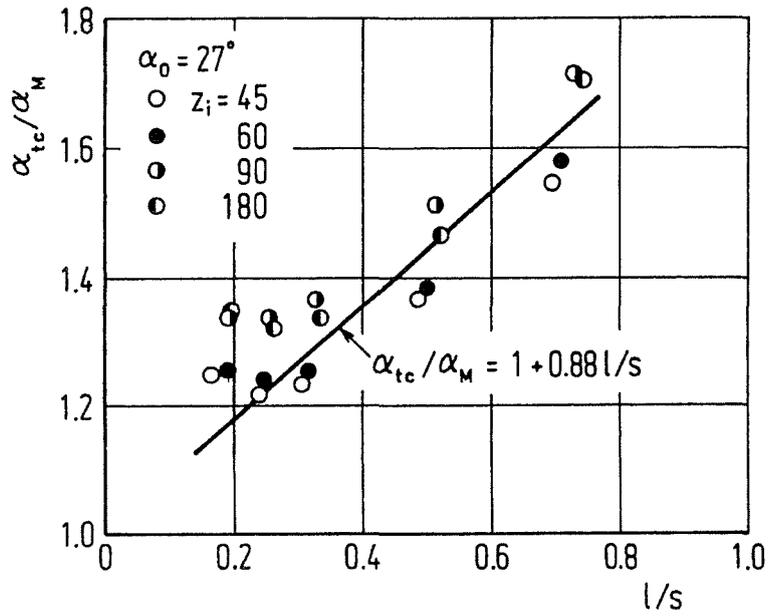


Fig. 7.13 Relation between  $\alpha_{tc}/\alpha_M$  and  $l/s$  ( $\alpha_0=27^\circ$ )

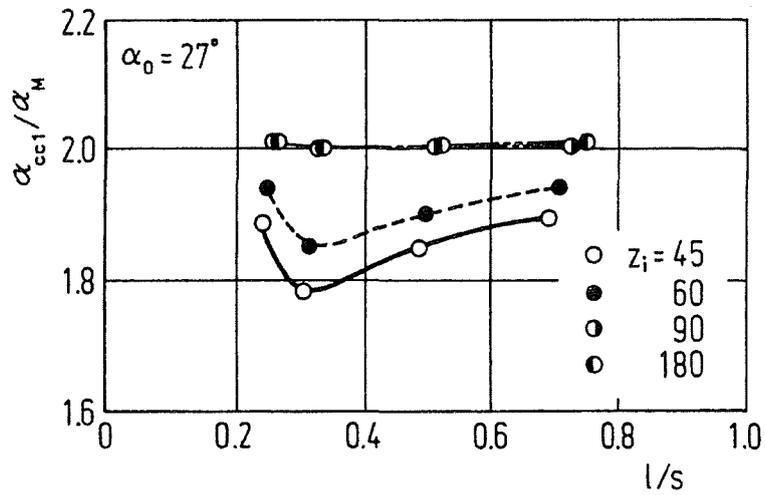


Fig. 7.14 Relation between  $\alpha_{cc1}/\alpha_M$  and  $l/s$  ( $\alpha_0=27^\circ$ )

## (2) 実用式

各応力集中係数が、式(7.7), (7.10), (7.11), (7.12), (7.14), (7.17), (7.18)より求まるので、図 7.8 のように荷重が作用する場合に歯元すみ肉部引張側、圧縮側に生じる実応力 $\sigma_t$ ,  $\sigma_c$ の計算式は、これらを用いて次のように導くことができる。

危険断面引張側について、式(7.1)および(7.5)より、

$$\frac{\tau_N}{\sigma_{INb}} = \frac{s}{6l} \quad (7.19)$$

得ることができる。さらに、式(7.19)と式(7.8)を、式(7.10)に代入すると、

$$\sigma_{tb} = \alpha_M \left( 0.35 \sigma_{INb} + 0.86 \sqrt{\sigma_{INb}^2 + 36 \tau_N^2} \right) \quad (7.20)$$

となる。また、圧縮分力による応力 $\sigma_{tc}$ は、式(7.13), (7.14)より、

$$\sigma_{tc} = \alpha_M \left( 1 + 0.88 \frac{l}{s} \right) \sigma_{INc} \quad (7.21)$$

となる。歯元すみ肉部引張側実応力 $\sigma_t$ は $\sigma_{tb}$ と $\sigma_{tc}$ の和であるから、式(7.7), (7.20), (7.21)より、

$$\sigma_t = \left( 1 + 0.015 \frac{s}{\rho} \right) \left[ 0.35 \sigma_{INb} + 0.86 \sqrt{\sigma_{INb}^2 + 36 \tau_N^2} + \left( 1 + 0.88 \frac{l}{s} \right) \sigma_{INc} \right] \quad (7.22)$$

を得る。

さらに、危険断面圧縮側については、式(7.3), (7.5)より、

$$\frac{\tau_N}{\sigma_{cNb}} = -\frac{s}{6l} \quad (7.23)$$

得ることができる。さらに、式(7.23)と式(7.9)を、式(7.11)または(7.12)に代入すると、

$l/s \geq 0.5$  の場合

$$\sigma_{cb} = \alpha_M \left( 0.35 \sigma_{cNb} - 0.86 \sqrt{\sigma_{cNb}^2 + 36 \tau_N^2} \right) \quad (7.24)$$

$0.2 \leq l/s < 0.5$  の場合

$$\sigma_{cb} = \alpha_M \left( 1.11 \sigma_{cNb} - 0.47 \sqrt{\sigma_{cNb}^2 + 36 \tau_N^2} \right) \quad (7.25)$$

となる。また、圧縮分力による応力 $\sigma_{cc}$ は、式(7.15)～(7.18)より、

$$\sigma_{cc} = \alpha_M (2\sigma_{cNc1} + \sigma_{cNb2}) \quad (7.26)$$

となる。歯元すみ肉部圧縮側実応力 $\sigma_c$ は $\sigma_{cb}$ と $\sigma_{cc}$ の和であるから、式(7.7)、(7.24)または(7.25)、(7.26)より、

$l/s \geq 0.5$  の場合

$$\sigma_c = \left(1 + 0.015 \frac{s}{\rho}\right) \left(0.35\sigma_{cNC} - 0.86\sqrt{\sigma_{cNc}^2 + 36\tau_N^2} + 2\sigma_{cNc1} + \sigma_{cNb2}\right) \quad (7.27)$$

$0.2 \leq l/s < 0.5$  の場合

$$\sigma_c = \left(1 + 0.015 \frac{s}{\rho}\right) \left(1.11\sigma_{cNc} - 0.47\sqrt{\sigma_{cNc}^2 + 36\tau_N^2} + 2\sigma_{cNc1} + \sigma_{cNb2}\right) \quad (7.28)$$

表 7.4 に $\alpha_0=27^\circ$  の場合の、実用式(7.22)および(7.27)または(7.28)と有限要素解析による歯元応力計算値を比較して示す。表 7.4 より両者はよく一致することがわかる。

#### 7.4.3 $14.5 \leq \alpha_0 \leq 26^\circ$ の場合の実用歯元実応力計算式

基準圧力角 $\alpha_0=20^\circ$  の場合の実用計算式はすでに導かれている。これらの式[(7.29)～(7.31)]が、危険断面位置を表す接線角度が $\alpha_0=20^\circ$  の場合と等しい  $14.5 \leq \alpha_0 < 20^\circ$  ,  $20 < \alpha_0 \leq 26^\circ$  の場合に対しても適用できるかどうか検討を加える。

$$\sigma_t = \left(1 + 0.046 \frac{s}{\rho}\right) \left[0.67\sigma_{tNb} + 0.48\sqrt{\sigma_{tNb}^2 + 36\tau_N^2} + 1.14\sigma_{tNc}\right] \quad (7.29)$$

$l/s \geq 0.6$  の場合

$$\sigma_c = \left(1 + 0.046 \frac{s}{\rho}\right) \left(0.67\sigma_{cNC} - 0.48\sqrt{\sigma_{cNc}^2 + 36\tau_N^2} + 1.45\sigma_{cNc1} + \sigma_{cNb2}\right) \quad (7.30)$$

$0.2 \leq l/s < 0.6$  の場合

$$\sigma_c = \left(1 + 0.046 \frac{s}{\rho}\right) \left(1.05\sigma_{cNC} - 0.29\sqrt{\sigma_{cNc}^2 + 36\tau_N^2} + 1.45\sigma_{cNc1} + \sigma_{cNb2}\right) \quad (7.31)$$

表 7.5 に $\alpha_0=14.5, 17.5, 20, 25^\circ$  の場合の、実用式(7.29)～(7.31)と有限要素法による歯元応力計算値を比較して示す。表 7.5 より両者は、いずれの $\alpha_0$ においてもよく一致することがわかる。したがって、 $\alpha_0=20^\circ$  の場合の実用式は  $14.5 \leq \alpha_0 \leq 26^\circ$  の場合に対しても適用できることが

わかる。

式(7.22), (7.27)および(7.28), (7.29)～(7.31)の実用式を用いて歯元実応力を計算するのに必要な歯元すみ肉部諸寸法 (図 7.8 の  $\rho, l, s, y, \Theta$ ) は, 文献(7.3)の平内歯車の歯元すみ肉部諸寸法の計算式を用いて求めることができる。また, 実際の平内歯車の歯形の拡大投影図からもこれらの寸法を求めることができる。

Table 7.4 Comparison of root stresses calculated by practical formula with those by FEM ( $\alpha_0=27^\circ$ )

$\alpha_0$	$z_i$	$l_i^*$	$\sigma_t$ MPa	$\sigma_c$ MPa	$\sigma_{tFEM}$ MPa	$\sigma_{cFEM}$ MPa	$\sigma_t / \sigma_{tFEM}$	$\sigma_c / \sigma_{cFEM}$
$27^\circ$	45	0	6.243	-7.740	6.237	-7.673	1.001	1.009
		5.683	3.054	-3.862	3.156	-3.886	0.968	0.994
	60	0	6.149	-7.745	5.992	-7.544	1.026	1.025
	90	0	6.093	-7.768	6.223	-7.893	0.979	0.984
		5.672	3.305	-4.022	3.228	-4.065	1.024	0.990
	180	0	6.063	-7.827	6.220	-8.087	0.975	0.968

\* $l_i$  : distance from tooth tip to loading position

Table 7.5 Comparison of root stresses calculated by practical formula with those by FEM ( $\alpha_0=14.5, 17.5, 20, 25, 27^\circ$ )

$\alpha_0$	$z_i$	$l_i^*$	$\sigma_t$ MPa	$\sigma_c$ MPa	$\sigma_{tFEM}$ MPa	$\sigma_{cFEM}$ MPa	$\sigma_t / \sigma_{tFEM}$	$\sigma_c / \sigma_{cFEM}$
$14.5^\circ$	90	0	9.250	-9.820	9.085	-9.802	1.018	1.002
$17.5^\circ$			8.359	-9.189	8.235	-9.284	1.015	0.990
$20^\circ$			7.698	-8.689	7.505	-8.743	1.026	0.994
$25^\circ$			6.492	-7.725	6.367	-8.046	1.020	0.960
$27^\circ$			6.093	-7.768	6.223	-7.893	0.979	0.984

\* $l_i$  : distance from tooth tip to loading position

## 7.5 結 言

本章では、内平歯車の高強度化を検討することを目的として、種々の基準圧力角の内平歯車の歯元応力解析を行い、歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響について検討を加えるとともに、実用歯元実応力計算式を導いた。本章で得られた諸点を要約すると次のとおりである。

(1) 平内歯車の歯元応力は、基準圧力角の増加につれて減少し、その減少の程度は引張および圧縮応力のいずれの場合においてもほぼ同程度である。

(2) 平内歯車の歯の危険断面位置は、基準圧力角 $\alpha_0$ が $14.5 \leq \alpha_0 \leq 26^\circ$  の場合には、接線角度 $\theta=45^\circ$  ( $\theta$ : 歯形中心線と歯元すみ肉部曲線とのなす角度) の位置、 $\alpha_0 > 26^\circ$  の場合には、 $\theta=60^\circ$  の位置とみなせる。

(3) 基準圧力角 $\alpha_0$ が $\alpha_0 > 26^\circ$  の平内歯車の実用歯元実応力計算式を導くとともに、 $\alpha_0=20^\circ$  の場合の実用式が、 $14.5 \leq \alpha_0 \leq 26^\circ$  の範囲の場合にも適用できることを示した。

(4) 本章で導いた実用式と有限要素解析による歯元応力計算値はよく一致する。

## 第8章 結 論

本論文は、ミル減速機用歯車の強度と運転性能に関する基礎的研究として、まがりばかさ歯車と内歯車に着目し、まがりばかさ歯車に対しては、ねじれ角、負荷トルクと組立誤差が歯当たり、伝達誤差と各種応力に及ぼす影響や歯当たり、歯面粗さと歯車精度が運転性能（振動・騒音など）に及ぼす影響を明らかにし、内歯車に対しては、平内歯車の歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響を明らかにするとともに、種々の基準圧力角、歯数の平内歯車に対する実用歯元実応力計算式を導いた。本論文で得られた成果を総括すれば次のとおりである。

第1章では、本研究の目的を述べるとともに従来行われた主な研究を紹介し、本研究の位置付け、意義ならびに研究の概要を述べた。

第2章では、ミルの分類と構造について説明するとともに、多く使用されている堅型ローラミルとボールミル用の減速機の分類、構造と、これらの減速機に用いられている歯車に対して求められている課題について述べた。

第3章では、グリーソン式まがりばかさ歯車の歯形計算式、歯当たり、伝達誤差や歯元・接触応力の計算方法について述べた。

第4章では、まがりばかさ歯車の歯当たり、伝達誤差と歯元・接触応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響について検討を加えた。第3章で述べた計算方法を用いて、種々のねじれ角のまがりばかさ歯車に対して、組立誤差のない正規の組立状態の下で、各種負荷トルクで運転した場合の歯当たり、伝達誤差と歯元・接触応力を求め、これらに及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響について明らかにした。

第5章では、まがりばかさ歯車の歯当たり、伝達誤差と接触応力に及ぼす組立誤差の影響について検討を加えた。第3章で述べたまがりばかさ歯車の歯当たり、伝達誤差と接触応力の計算方法を用いて、種々のねじれ角のまがりばかさ歯車に対して、種々の負荷トルクの下で各種組立誤差がある場合の、歯当たり、伝達誤差と接触応力を計算し、これらに及ぼす組立誤差の影響について明らかにした。

第6章では、まがりばかさ歯車の運転性能に及ぼす歯当たり、歯面粗さと歯車精度の影響について検討を加えた。歯形、歯面粗さ、歯車精度と仕上げ方法の異なる3種類のまがりばかさ歯車に対して動力吸収式かさ歯車運転試験機を用いて種々の運転条件下で運転試験を行い、歯車本体の円周、半径および軸方向振動加速度、音圧と歯元応力を測定し、これらの歯車の動的挙動に及ぼす歯当たり、歯面粗さ、歯車精度の影響などについて明らかにした。

第7章では、種々の基準圧力角 $\alpha_0$ の平内歯車の歯元応力について検討を加えた。まず $\alpha_0$ が $20^\circ$ と異なる平内歯車に対して、有限要素法(FEM)による歯元応力計算を行い、歯元応力に及ぼす $\alpha_0$ の影響を明らかにした。次に、歯の引張側および圧縮側の危険断面位置を決定し、この危険断面位置における種々の負荷条件に対する応力集中係数を求めた。さらに、これらの結果に基づいて種々の $\alpha_0$ の平内歯車の実用歯元実応力計算式を導くとともに、これらの実用式の有効性を確かめた。

以上、種々のねじれ角、組立誤差など有するまがりばかさ歯車の歯当たり、伝達誤差、各種応力の計算結果や各種歯当たりに対する運転性能(振動・騒音など)の実験結果、ならびに種々の基準圧力角、歯数の内歯車の歯元応力に関する計算結果より、ミル減速機用歯車であるまがりばかさ歯車の強度設計、低振動・低騒音設計および内歯車の高強度化を図るための有用な指針を提示することができた。

## 謝 辞

本論文を終わるに臨み、本研究を進めるに際して終始懇切な御指導と御鞭撻を賜った鳥取大学教授 小田 哲博士に衷心より感謝いたします。

本研究に対して種々の御教示、御助言をいただきました鳥取大学助教授 小出隆夫博士ならびに宮近幸逸博士に深く感謝いたします。

さらに、鳥取大学教授 北岡征一郎博士ならびに高野泰齊博士には、貴重な御助言をいただき、ここに厚くお礼申し上げます。

また、本研究を遂行するにあたり、鳥取大学大学院生産情報工学専攻への入学ならびに研究のための派遣に関して多大なる配慮をいただきました宇部興産株式会社の関係部門の方々、特に、専務取締役 川口東白氏ならびに取締役 若林敏夫氏をはじめ重機事業部製造部の方々に感謝いたします。

本研究に対して種々の御教示、御助言をいただきました株式会社 浅野歯車工作所 加藤昭悟博士に深く感謝いたします。

本研究を進めるにあたって、実験および資料整理などに御協力いただいた鳥取大学文部技官

難波千秋氏，鳥取大学工学部 機械設計学研究室の各位，同研究室卒業生各位に厚くお礼申し上げます。

本研究の期間中，夫婦の責任である育児・子育てを妻 聖子一人に任せっきりになったことに対し深くお詫びすると同時に，その心遣いに深く感謝いたします。

最後に，このような父親の研究する姿を通して，子供たちである浩幸，昂己と理沙が，未知なものへ挑戦する気持ち，新しいことを発見する喜び，勉強の楽しさや難しさを学んでくれたことは望外の喜びでありました。

## 付録 ユニット消去法による応力・たわみ解析

ユニット消去法では、大きな構造物をいくつかのブロックに分割し、そのブロックごとに剛性マトリックスを作成し、計算を行う方法であり、このブロックをユニットと呼んでいる。今、構造をいくつかのユニットに分割し、各々のユニットについてそれに含まれる節点を次の規則に従って3つのクラスに分類する。

クラス 1：他のいずれのユニットにも接続していない節点。

クラス 2：前の（番号の若い）ユニットには接続しているが、後のユニットには接続していない節点。

クラス 3：後のユニットには接続しているが、前のユニットには接続していない節点。

閉ループ構造の場合には、さらにクラスが1つ（クラス4）増える。

クラス 4：最後のユニットまで引き継がれる節点。

このように分類された各ユニットについて、まずユニット1の剛性方程式

$$[K_1]\{\delta_1\} = \{F_1\} \quad (\text{付1})$$

をクラス1, 2, 3, 4の順に節点を配列する。ここで、 $[K_1]$ は剛性マトリックスを、 $\{\delta_1\}$ は節点

変位ベクトルを,  $\{F_1\}$  は節点力ベクトルを表す.

$$\begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} & K_1^{13} & K_1^{14} \\ K_1^{21} & K_1^{22} & K_1^{23} & K_1^{24} \\ K_1^{31} & K_1^{32} & K_1^{33} & K_1^{34} \\ K_1^{41} & K_1^{42} & K_1^{43} & K_1^{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \\ \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_1^2 \\ F_1^3 \\ F_1^4 \end{Bmatrix} \quad (\text{付 2})$$

ここで, 下添字はユニット番号, 上添字はクラス番号を表す. 式(付 2)を展開して次式を得る.

$$\begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1^{13} & K_1^{14} \\ K_1^{34} & K_1^{24} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_1^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{付 3})$$

$$\begin{bmatrix} K_1^{31} & K_1^{32} \\ K_1^{41} & K_1^{42} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1^{33} & K_1^{34} \\ K_1^{43} & K_1^{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^3 \\ F_1^4 \end{Bmatrix} \quad (\text{付 4})$$

式(付 3)より

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_1^2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_1^{13} & K_1^{14} \\ K_1^{23} & K_1^{24} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} \quad (\text{付 5})$$

式(付 5)を式(付 4)に代入して,

$$\begin{bmatrix} K_1^{33} & K_1^{34} \\ K_1^{43} & K_1^{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^3 \\ F_1^4 \end{Bmatrix} \quad (\text{付 6})$$

を得る. ここで,

$$\begin{bmatrix} K_1^{33} & K_1^{34} \\ K_1^{43} & K_1^{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1^{33} & K_1^{34} \\ K_1^{43} & K_1^{44} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1^{31} & K_1^{32} \\ K_1^{41} & K_1^{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_1^{13} & K_1^{14} \\ K_1^{23} & K_1^{24} \end{bmatrix} \quad (\text{付 7})$$

$$\begin{Bmatrix} F_1^3 \\ F_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^3 \\ F_1^4 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1^{31} & K_1^{32} \\ K_1^{41} & K_1^{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_1^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{付 8})$$

で, それぞれ縮小マトリックス, 縮小ベクトルと呼ぶ.

このようにしてできたユニット 1 の剛性方程式(付 6)はユニット 2 に次のように加える. ユニット 2 の剛性方程式は,

$$\begin{bmatrix} K_2^{11} & K_2^{12} & K_2^{13} \\ K_2^{21} & K_2^{22} & K_2^{23} \\ K_2^{31} & K_2^{32} & K_2^{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_2^1 \\ \delta_2^2 \\ \delta_2^3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2^1 \\ F_2^2 \\ F_2^3 \end{Bmatrix} \quad (\text{付 9})$$

で表される. ユニット 1 のクラス 3 は, ユニット 2 のクラス 2 の節点に対応しているので,

$$\{\delta_1^3\} = \{\delta_2^2\} \quad (\text{付 10})$$

であり、式(付 10)を利用して式(付 9)に式(付 6)を加えると、

$$\begin{bmatrix} K_2^{11} & K_2^{12} & K_2^{13} & 0 \\ K_2^{21} & K_2^{22} + K_1^{33} & K_2^{23} & K_1^{34} \\ K_2^{31} & K_2^{32} & K_2^{33} & 0 \\ 0 & K_1^{43} & 0 & K_1^{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_2^1 \\ \delta_2^2 \\ \delta_2^3 \\ \delta_2^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2^1 \\ F_2^2 + F_1^{3'} \\ F_2^3 \\ F_1^{4'} \end{Bmatrix} \quad (\text{付 11})$$

を得る。

ユニット 1 から 2 への引き継ぎ（前進消去）と同様の手順を最終ユニットまで繰返すと、最後のユニット  $N$  ではその中に含まれる節点はすべてクラス 1, 2 のみであり、その剛性方程式は、

$$\begin{bmatrix} K_N^{11} & K_N^{12} \\ K_N^{21} & K_N^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_N^1 \\ \delta_N^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_N^1 \\ F_N^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{付 12})$$

これからこのユニットの節点変位が求まる。

ここで、

$$\{\delta_{N-1}^3\} = \{\delta_N^2\} \quad (\text{付 13})$$

であるので、

$$\begin{Bmatrix} \delta_{N-1}^1 \\ \delta_{N-1}^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{N-1}^{11} & K_{N-1}^{12} \\ K_{N-1}^{21} & K_{N-1}^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_{N-1}^1 \\ F_{N-1}^2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{N-1}^{11} & K_{N-1}^{12} \\ K_{N-1}^{21} & K_{N-1}^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{N-1}^{13} \\ K_{N-1}^{23} \end{bmatrix} \{\delta_{N-1}^3\} \quad (\text{付 14})$$

より、 $N-1$  ユニットの残りの節点変位が求められる。このような計算をユニット 1 まで繰返して（後代入）、すべての未知節点変位を求めることができる。



## 参考文献

### 第1章

- (1.1) 減速機カタログ, 宇部興産株式会社.
- (1.2) 東崎康嘉・松本將・古川豊秋・金丸雅俊・小室隆義・有浦泰常, 高周速まがり歯かさ歯車の動荷重評価, 日本機械学会論文集, 65-629, C(1999), 283-290.
- (1.3) 東崎康嘉・松本將・小室隆義・有浦泰常, 大容量高周速まがり歯かさ歯車の動的挙動に関する研究 (第1報, 運転時の歯元曲げ応力および温度測定結果), 日本機械学会論文集, 65-630, C(1999), 714-719.
- (1.4) 東崎康嘉・古川豊秋・松本將・小室隆義・有浦泰常, 大容量高周速まがり歯かさ歯車の動的挙動に関する研究 (第2報, 動特性の理論的研究), 日本機械学会論文集, 65-630, C(1999), 720-724.
- (1.5) 新井典久・河本滋・広垣俊樹, 曲がり歯傘歯車の動特性に関する基礎的研究, 日本機械学会論文集, 56-527, C(1990), 1900-1905.
- (1.6) 新井典久・河本滋・広垣俊樹・水本克典, 曲がり歯傘歯車の動特性に関する基礎的研究

- (こう配歯の場合), 日本機械学会論文集, 56-530, C(1990), 2727-2731.
- (1.7) 新井典久・河本滋・広垣俊樹・水本克典・上西康弘, 曲がり歯傘歯車のかみあい特性について(グリーンソン式こう配歯曲がり歯傘歯車とエリコン式等高歯曲がり歯傘歯車の比較), 日本機械学会論文集, 57-540, C(1991), 2703-2708.
- (1.8) 新井典久・河本滋・広垣俊樹・水本克典・上西康弘・荒川伸夫, エリコン式等高歯曲がり歯傘歯車のかみあい特性について, 日本機械学会論文集, 58-551, C(1992), 2238-2242.
- (1.9) 新井典久・河本滋・米田春明・広垣俊樹・水本克典, エリコン式まがりばかさ歯車に関する研究(モジュールの異なった場合のかみ合い特性について), 日本機械学会論文集, 59-558, C(1993), 563-568.
- (1.10) Landvogt, A., Optimising the Running Characteristic and Noise Behaviour of Bevel Gears, Proceedings of 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, (1999), 1921-1933.
- (1.11) 久保愛三・樽谷一郎・Gosselin, C・野中鉄也・青山昇・汪中厚, ハイポイドギヤ・ベベルギヤの運転性能解析法(第1報, 歯面形状定義基準面のとり方と解析法), 日本機械学会論文集, 62-599, C(1996), 2833-2841.
- (1.12) 久保愛三・樽谷一郎・Gosselin, C・野中鉄也・青山昇・汪中厚, ハイポイドギヤ・ベベルギヤの運転性能解析法(第2報, 歯面形状定義基準面のとり方がシミュレーション精度に及ぼす影響), 日本機械学会論文集, 62-599, C(1996), 2842-2850.
- (1.13) 汪中厚・久保愛三・野中鉄也, ハイポイドギヤ運転性能の歯当たりによる推定方法(第1報, 合成誤差曲面推定のアルゴリズム), 日本機械学会論文集, 64-624, C(1998), 3103-3111.
- (1.14) 汪中厚・久保愛三・野中鉄也, ハイポイドギヤ運転性能の歯当たりによる推定方法(第2報, 歯車性能に関する諸量の推定), 日本機械学会論文集, 64-624, C(1998), 3112-3119.
- (1.15) 小田哲・宮近幸逸, 弾性理論による内歯平歯車の歯元応力解析, 日本機械学会論文集, 51-468, C(1985), 2017-2023.
- (1.16) 小田哲・宮近幸逸, ピン支持された薄肉内歯平歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 52-480, C(1986), 2194-2199.
- (1.17) 小田哲・宮近幸逸・小出隆夫・薛衛東, 薄肉内歯平歯車の歯元応力に及ぼす支持条件の

- 影響, 日本機械学会論文集, 58-546, C(1992), 584-589.
- (1. 18) 小田哲・宮近幸逸・薛衛東, 圧入ピンで支持された薄肉内歯平歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 59-557, C(1993), 246-251.
- (1. 19) 小田哲・宮近幸逸・荒木恵司, 内歯車の歯元応力と曲げ疲労強度に及ぼすリム厚さの影響, 日本機械学会論文集, 49-448, C(1983), 2190-2196.
- (1. 20) 小田哲・宮近幸逸・Thanh, C, X・難波千秋, 薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 63-610, C(1997), 2111-2117.
- (1. 21) 小田哲・宮近幸逸, 内歯平歯車の実用歯元実応力計算式, 日本機械学会論文集, 51-470, C(1985), 2720-2725.
- (1. 22) 小田哲・宮近幸逸・清水久夫, 内歯平歯車の実用圧縮歯元実応力計算式, 日本機械学会論文集, 53-496, C(1987), 2629-2634.
- (1. 23) 小田哲・宮近幸逸・清水久夫, 内歯平歯車の歯の実用たわみ計算式, 日本機械学会論文集, 52-475, C(1986), 936-940.
- (1. 24) 小田哲・宮近幸逸・竹本浩一, 内歯平歯車の歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響, 日本機械学会論文集, 57-540, C(1991), 2716-2722.
- (1. 25) 鄭泰亨・鈴木敏之・会田俊夫・藤尾博重, 内歯平歯車の曲げ応力, 日本機械学会論文集, 47-420, C(1981), 1073-1081.
- (1. 26) 鄭泰亨・片山尚人・久保愛三・矢部寛, 薄肉リム歯車の歯元応力に関する研究(第4報, 内歯車の歯元, 歯底応力の近似式), 日本機械学会論文集, 49-442, C(1983), 1038-1047.
- (1. 27) 鄭泰亨・片山尚人・久保愛三・矢部寛, 薄肉リム歯車の歯元応力に関する研究(第5報, 内歯車をピンカップリング支持する場合の歯元歯底応力), 日本機械学会論文集, 49-444, C(1983), 1398-1406.
- (1. 28) 日高照晃・石田武・稲男健, 薄肉内歯平歯車の曲げ応力解析, 精密機械, 49-5, (1983), 617-623.
- (1. 29) 日高照晃・石田武・内田文明, 内歯平歯車の曲げ応力に及ぼす内歯車の円環部の厚さと歯数の影響, 日本機械学会論文集, 49-441, C(1983), 803-810.

## 第2章

- (2.1) ミルカタログ, 宇部興産株式会社.
- (2.2) 石川辰郎, 化学装置, 3月, (1994), 28-33.
- (2.3) 中村定司, 化学装置, 7月, (1989), 128-132.
- (2.4) Watanabe, T., ZEMENT-KALK-GIPS, 2, (1982), 75-81.
- (2.5) 小林雄之, セメント製造技術シンポジウム報告集, 50(1983), 100-105.
- (2.6) 石川辰郎, 産業機械, 7月, (1982), 10-13.
- (2.7) 文献(1.1)に同じ.

## 第3章

- (3.1) 近畿歯車懇話会編, 会田俊夫監修, かさ歯車とウォームギヤ(歯車の設計・製作3), (1981), 90-118, 大河出版.
- (3.2) 仙波正荘, 歯車, 第7巻, (1963), 2533-2936, 日刊工業新聞社.
- (3.3) 新荘謹一, 傘歯車歯切盤, (1957), 49-194, 小峰工業出版.
- (3.4) AGMA, 2003-A86, Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, ZEROL Bevel, and Spiral Bevel Gear Teeth, (1988).
- (3.5) Gosselin, C. J., Cloutier, L. and Brousseau, J., Tooth Contact Analysis of Conformity Spiral Bevel Gears, Proceedings of MPT'91 JSME International Conference on Motion and Powertransmissions, (1991), 725-730.
- (3.6) Gosselin, C. J. and Cloutier, L., The Generating Space for Parabolic Motion Error Spiral Bevel Cut by the Gleason Method, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 115, (1993), 483-489.
- (3.7) Litvin, F. L., Gear Geometry and Applied Theory, (1994), Prentice-Hall.
- (3.8) Szente, J., A Method to Determine the Tooth Contact Pattern of Spiral Bevel Gears, Proceedings of MPT'91 JSME International Conference on Motion and Powertransmissions, (1991), 731-736.
- (3.9) 文献(1.11)に同じ.

- (3.10) 内山弘, 歯車概論, (1977), 69-72, 啓学出版.
- (3.11) 石川二郎, 歯車の歯のたわみについて, 日本機械学会論文集, 17-59, (1951), 103-106.
- (3.12) Litvin, F. L., Chen, J. -S., Lu, J. and Handschuh, R. F., Application of Finite Element Analysis for Determination of Load Share, Real Contact Ratio, Precision of Motion, and Stress Analysis, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 118, (1996), 561-567.
- (3.13) Litvin, F. L., Chen, J. -S., Sep, T. M. and Wang, J. -C., Computerized Simulation of Transmission Errors and Shift of Bearing Contact for Face-Milled Hypoid Gear Drive, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 117, (1995), 262-268.
- (3.14) Gosselin, C. J., Computation and Measurement the Kinematical Motion Error of Actual Hypoid Gears under Load, Proceedings of 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, (1999), 1935-1947.

#### 第4章

- (4.1) 文献(1.7)に同じ.
- (4.2) 文献(1.8)に同じ.
- (4.3) 文献(1.9)に同じ.
- (4.4) 文献(1.10)に同じ.
- (4.5) 長田幸晴・小田哲・小出隆夫・加藤昭悟, まがりばかさ歯車の歯当たり, 伝達誤差と歯元・接触応力に及ぼすねじれ角と負荷トルクの影響, 日本機械学会講演会論文集, No. 993-3, (1999), 115-116.
- (4.6) 文献(3.4)に同じ.

#### 第5章

- (5.1) 文献(1.10)に同じ.
- (5.2) 小出隆夫・小田哲・長田幸晴・加藤昭悟, まがりばかさ歯車の歯当たり, 伝達誤差と接触応力に及ぼす組立誤差の影響, 日本機械学会講演会論文集, No. 993-3, (1999), 117-118.

## 第6章

- (6.1) 小田哲・小出隆夫・岡村芳郎, かさ歯車の曲げ疲労強度に関する研究 (第1報, グリーソン式すぐばかさ歯車の歯形特性と歯元応力), 日本機械学会論文集, 47-423, C(1981), 1540-1546.
- (6.2) 小田哲・小出隆夫・樋口勝比古, かさ歯車の曲げ疲労強度に関する研究 (第2報, グリーソン式すぐばかさ歯車の曲げ疲労強度), 日本機械学会論文集, 48-429, C(1982), 709-714.
- (6.3) 小田哲・小出隆夫・岡村芳郎, かさ歯車の曲げ疲労強度に関する研究 (第3報, グリーソン式すぐばかさ歯車の動特性), 日本機械学会論文集, 48-434, C(1982), 1579-1587.
- (6.4) 寺内喜男・宮尾義治・藤井亮・佐川浩二, すぐばかさ歯車の動特性に関する研究 (第1報, 動荷重, トルク変動と軸の曲げ振動について), 日本機械学会論文集, 45-393, C(1979), 566-574.
- (6.5) 寺内喜男・藤井亮・穂藤尚男, すぐばかさ歯車の動特性に関する研究 (第2報, かさ歯車の直交3方向の振動について), 日本機械学会論文集, 46-406, C(1980), 675-684.
- (6.6) 寺内喜男・藤井亮・大島陽二郎, すぐばかさ歯車の動特性に関する研究 (第3報, 軸受予圧の影響について), 日本機械学会論文集, 47-424, C(1981), 1663-1671.
- (6.7) 専徳博文・山口真史, かさ歯車の荷重分布および歯元応力 (歯車軸のたわみによる影響), 設計工学, 33-2, (1998), 60-66.
- (6.8) 専徳博文・児玉剛, かさ歯車の歯のたわみ影響係数およびその近似式, 日本機械学会論文集, 60-569, C(1994), 268-273.
- (6.9) 専徳博文・児玉剛, かさ歯車の曲げモーメント影響係数およびその近似式, 日本機械学会論文集, 60-572, C(1994), 1404-1408.
- (6.10) 専徳博文・山口屋教道, かさ歯車の荷重分布および歯元応力, 日本機械学会論文集, 60-580, C(1994), 4325-4329.
- (6.11) 文献(1.6)に同じ.
- (6.12) 文献(1.7)に同じ.
- (6.13) 文献(1.8)に同じ.
- (6.14) 文献(1.9)に同じ.

- (6.15) 文献(1.10)に同じ.
- (6.16) Oda, S., Koide, T. and Nagata, Y., Effects of Tooth Bearing on Dynamic of Spiral Bevel Gears, Proceedings of Asia-Pacific Vibration Conference '97, (1997), 448-453.
- (6.17) 佐藤進・福間洋・清野慧・会田俊夫・藤村雅範, 歯車の振動・騒音の防止に関する研究 (第2報, 最適歯形修正量について), 日本機械学会論文集, 41-345(1975), 1607-1615.

## 第7章

- (7.1) 会田俊夫・寺内喜男, 平歯車の曲げ応力について (第1報, すみ肉部の応力と内部応力について), 日本機械学会論文集, 27-178(1961), 853-862.
- (7.2) 文献(1.15)に同じ.
- (7.3) 文献(1.21)に同じ.
- (7.4) 文献(1.22)に同じ.
- (7.5) 宮近幸逸・小田哲・長田幸晴・難波千秋, 種々の基準圧力角の平内歯車の実用歯元実応力計算式, 日本設計工学誌 (設計工学), 34-1, (1999), 28-33.
- (7.6) 田中道彦・北郷薫, 有限要素法によるねじ締結対の解析, 日本機械学会論文集, 46-412, C(1980), 1491-1503.
- (7.7) 文献(1.16)に同じ.
- (7.8) 文献(1.19)に同じ.

**END**