

薄肉非対称ウェブ構造内歯車の
歯元応力に関する基礎的研究

2001年1月

任 宏 光

目 次

主な記号	iv
第 1 章 緒 論	1
第 2 章 種々の基準圧力角のはすば内歯車の歯のたわみと歯元応力	4
2.1 緒 言	4
2.2 歯の曲げ・せん断たわみと曲げモーメントの影響関数の近似式の誘導	4
2.2.1 集中荷重による歯のたわみと歯元応力の計算法	4
2.2.2 歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式	5
2.2.3 各たわみ関数	7
(1) U	7
(2) $v(\bar{x}, \bar{y})$	7
(3) $G(\bar{x}, \bar{y})$	7
(4) $F(\bar{x})$	10
2.2.4 近似式と FEM による K_b の比較	10
2.2.5 曲げモーメントの影響関数の近似式	13
2.2.6 近似式と FEM による歯元応力の比較	13
2.3 はすば内歯車の歯元応力	13
2.3.1 歯元応力の計算法	13
2.3.2 歯元応力の測定	16
(1) 試験歯車	16
(2) 実験方法	16
2.3.3 歯元応力計算値と測定値の比較	20
2.3.4 荷重分担率に及ぼす歯車諸元の影響	20
2.3.5 接触線上の荷重分布に及ぼす歯車諸元の影響	20
2.3.6 歯元応力に及ぼす歯車諸元の影響	25
2.4 結 言	26

第 3 章	薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の歯元応力	27
3.1	緒 言	27
3.2	薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の歯元応力の計算法	28
3.2.1	FEM による応力・たわみ解析	28
3.2.2	歯車モデルと周辺拘束条件	28
3.2.3	荷重分担率，接触線上の荷重分布，歯元応力の計算法	33
3.3	計算結果および考察	37
3.3.1	歯のたわみに及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響	37
3.3.2	歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式	37
3.3.3	歯対のばねこわさに及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響	41
3.3.4	荷重分担率に及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響	41
3.3.5	接触線上の荷重分布に及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響	44
3.3.6	歯元応力分布に及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響	44
3.3.7	最大歯元応力，最大歯元応力発生位置に及ぼす基準圧力角， ウェブ構造の影響	51
3.4	結 言	52
第 4 章	薄肉非対称構造ウェブ構造はすば内歯車の歯元応力	53
4.1	緒 言	53
4.2	薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車の歯元応力の計算法	53
4.2.1	歯車モデルと周辺拘束条件	53
4.2.2	荷重分担率，接触線上の荷重分布および歯元応力の計算法	55
4.3	計算結果および考察	55
4.3.1	歯のたわみに及ぼすねじれ角，ウェブ構造の影響	55
4.3.2	歯の曲げ・せん断たわみの影響関数	56
4.3.3	荷重分担率に及ぼすねじれ角，ウェブ構造の影響	56
4.3.4	接触線上の荷重分布に及ぼすねじれ角，ウェブ構造の影響	63
4.3.5	歯元応力分布に及ぼすねじれ角，ウェブ構造の影響	67
4.3.6	最大歯元応力に及ぼすねじれ角，ウェブ構造の影響	67
4.4	結 言	71

第 5 章 結 論	72
謝 辭	74
付 錄	75
參考文獻	78

主な記号表

b	: 歯幅(Face width)
c_0	: バックラッシ(Backlash)
f_{LS}	: 荷重分担率(Load sharing factor)
h	: 歯たけ(Whole tooth depth)
K_b	: 曲げ・せん断たわみの影響関数 (Influence function for bending and shearing deflection)
K_c	: 近寄りの影響関数 (Influence function for contact approach between contacting surfaces)
m	: モジュール(Module)
M	: 曲げモーメント(Bending moment)
m_n	: 歯直角モジュール(Normal module)
N_j	: 内挿関数(Interpolation function)
P_n	: 集中荷重(Concentrated load)
p_{bt}	: 正面法線ピッチ(Transverse base pitch)
p	: 分布荷重(Distributed load)
r_0	: 工具歯先丸み半径(Tip radius of cutter)
w_b	: 中央面のたわみ(Deflection of middle plane)
x	: 座標軸(Coordinate axis)
x_c	: ピニオンカッタの転位係数(Addendum modification coefficient)
y	: 座標軸(Coordinate axis)
z_c	: ピニオンカッタの歯数(Number of teeth of pinion cutter)
z_i	: 内歯車の歯数(Number of teeth of internal gear)
z_p	: 相手外歯車の歯数(Number of teeth of mating pinion)
α_0	: 基準圧力角(Standard pressure angle)
α_n	: 歯直角基準圧力角(Standard normal pressure angle)
σ_α	: 圧力角係数(Pressure angle factor)
β	: ねじれ角(Helix angle)
β_0	: ピッチ円筒上のねじれ角(Helix angle on pitch cylinder)
β_b	: 基礎円筒上のねじれ角(Helix angle on base cylinder)
ε_α	: 正面かみ合い率(Transverse contact ratio)

- ε_{β} : かさなりかみ合い率(Overlap ratio)
 ε_{γ} : 全かみ合い率(Total contact ratio)
 ξ : 座標軸(Coordinate axis)
 η : 座標軸(Coordinate axis)
 θ : 接線角度(Tangential angle)
 σ : 歯元応力(Root stress)
 σ_c : 圧縮歯元応力(Compressive root stress)
 σ_t : 引張歯元応力(Tensile root stress)

第1章 緒 論

内歯車は、自動車のオートマチックトランスミッション（AT）用遊星歯車装置をはじめ、航空機、船舶などの減速機、建設機械のキャタピラドライブ用遊星歯車装置にいたるまで広く用いられている。これらの遊星歯車装置では、内歯車の円環部の弾性変形を利用して各遊星歯車への荷重配分の均一化をはかるために、内歯車のリム厚さを薄くすることがしばしば行われる^(1.1)。また遊星歯車装置の小形・軽量化をはかるために薄肉非対称ウェブ構造内歯車がしばしば用いられる。このような内歯車では、リムの変形量がリム厚さの厚い場合に比べて大きくなるため、歯元応力状態はリム厚さの厚い場合とは大きく異なる^{(1.2)~(1.4)}。厚肉平内歯車に対しては、歯の危険断面位置が明らかにされ、その位置に対する実用歯元実応力計算式が導かれており^{(1.5)~(1.7)}、また厚肉はすば内歯車に対しては、かみ合い時の歯元応力計算式が明らかにされ、基準圧力角が $\alpha_0=20^\circ$ の場合についてのみ、実用曲げ応力計算式が導かれている^{(1.8)~(1.10)}。しかし、薄肉内歯車については、種々の支持条件の場合について研究が行われているが、歯元応力状態が歯車構造や支持方法などによって大きく異なるため、歯元実応力の評価法はまだ十分には明らかにされておらず、設計基準の確立が強く望まれている。

薄肉内歯車の曲げ強度に関する研究としては、鄭・鈴木・会田・久保・藤尾らの研究^{(1.2)(1.11)~(1.14)}、日高・石田らの研究^{(1.3)(1.15)}、小田・宮近・佐山・荒木らの研究^{(1.4)(1.16)~(1.22)}などがある。しかし、鄭・鈴木・会田・久保・藤尾らの研究では、種々の諸元のウェブのない薄肉平内歯車に対する二次元有限要素法（2D-FEM）による歯元応力計算結果に基づいて、歯元実応力計算のための近似式が提案されているが、近似式に用いる歯車の支持条件を考慮した呼び応力の計算式の誘導が複雑であり、また近似式に用いる係数が非常に多いため、その近似式が実用的でなく、また実際に用いられる薄肉ウェブ構造内歯車に適用するには極めて困難であると思われる。日高・石田らの研究では、シュテキヒト遊星歯車装置^(1.1)に用いられる種々の歯数のウェブのない薄肉平内歯車に対して、光弾性法による応力解析、材料力学による曲がりはり理論を用いた内歯車円環部のたわみ解析、曲げ疲労破壊試験および2D-FEMによる応力解析を行って、これらの内歯車の歯元応力状態を明らかにしているが、これらは特定の形状の内歯車に対してのみ適用できるものであり、また用いられた計算式もかなりの近似に基づいているので、薄肉ウェブ構造内歯車のよう

な場合には適用できないものと思われる。小田・宮近・佐山・荒木らの研究では、ウェブのない扇形穴付き薄肉平内歯車に対して、2D-FEM による歯元応力解析と曲げ疲労試験を行って、歯元応力と曲げ疲労強度に及ぼすリム厚さの影響を明らかにしているが、これらは薄肉ウェブ構造内歯車には適用できない。また薄肉対称ウェブ構造平内歯車の歯元応力と曲げ疲労強度に及ぼすリム・ウェブ厚さの影響についても明らかにしているが、非対称ウェブ構造の場合については検討していない。さらに薄肉非対称ウェブ構造平・はすば内歯車対に対して、三次元 FEM (3D-FEM) と久保・梅澤の方法^(1,23)を用いて歯元応力状態を明らかにしているが、これらは $\alpha_0=20^\circ$ の場合についてのみ検討したものと自動車の AT に用いられる特定の形状についてのみ検討を加えたもので、他の基準圧力角およびウェブ構造については検討していない。薄肉ウェブ構造内歯車の曲げ強度設計基準を確立するためには、種々の歯車諸元およびウェブ構造の場合について歯元応力および曲げ疲労強度を明らかにする必要があるものと考えられる。

本論文では、このような情勢を考慮して、種々の諸元、良く使われている非対称ウェブ構造の薄肉非対称ウェブ構造平・はすば内歯車対の歯元応力状態を明らかにすることにより、薄肉非対称ウェブ構造内歯車の曲げ強度設計のための基礎資料を得ることを目的としている。まず種々の諸元の薄肉平・はすば内歯車の曲げ強度設計を行うための基礎となる厚肉はすば内歯車対に対して、任意の諸元のはすば内歯車に適用できる歯の曲げ・せん断たわみと曲げモーメントの影響関数を導き、これらの影響関数と久保・梅澤の方法を用いて、種々の諸元のはすば内歯車対のかみ合いの進行に伴う荷重分担率の変化、接触線上の荷重分布、歯元応力を求め、これらに及ぼすねじれ角、歯幅、歯数、基準圧力角の影響および最悪かみ合い位置（最大歯元応力が発生するかみ合い位置）などについて明らかにする。

次に、 $\alpha_0=20, 27^\circ$ の二種類のウェブ構造の薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数を導き、これらの影響関数と久保・梅澤の方法を用いて薄肉非対称ウェブ構造平内歯車対のかみ合いの進行に伴う荷重分担率の変化、接触線上の荷重分布を求めるとともに、分布荷重作用時の歯元応力を 3D-FEM により求め、荷重分担率、接触線上の荷重分布、歯元応力分布、最大歯元応力に及ぼす基準圧力角およびウェブ構造の影響などについて明らかにする。

さらに、歯直角基準圧力角 $\alpha_n=20, 27^\circ$ ねじれ角 $\beta_0=10, 20, 30^\circ$ の二種類のウェブ構造の薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対に対してもかみ合いの進行に伴う荷重

分担率の変化，接触線上の荷重分布，歯元応力分布，最大歯元応力を求め，これらに及ぼすねじれ角，基準圧力角およびウェブ構造の影響などについて明らかにする．

以上の結果に基づいて，薄肉非対称ウェブ構造平・はすば内歯車の曲げ強度設計を行うための指針を提示する．

第2章 種々の基準圧力角のはすば内歯車の 歯のたわみと歯元応力

2.1 緒言

内歯車装置，内歯車を構成要素とする遊星歯車装置などでは，強度および運転性能の改善を目的として，基準圧力角 α_n が 20° とは異なる内歯車がしばしば用いられる．外歯車の場合については，種々の α_n の平外歯車対に適用できる歯の引張側，圧縮側の实用歯元実応力計算式^{(2.1) (2.2)}が導かれている．またはすば外歯車対については，歯の曲げ・せん断たわみおよび接触による近寄りの影響関数，歯の危険断面位置における曲げモーメントの影響関数を求め，これらを用いた歯元応力計算法(久保・梅澤の方法)が導かれ^{(2.3) ~ (2.5)}，多くの研究結果が報告されている^{(2.6) ~ (2.9)}．しかし，内歯車の場合については，平内歯車の歯の引張側，圧縮側の实用歯元実応力計算式が導かれている^{(2.10) ~ (2.12)}が，はすば内歯車対に対しては $\alpha_n=20^\circ$ の場合に対してのみ歯の曲げ・せん断たわみおよび曲げモーメントの影響関数を求め，これらの影響関数と久保・梅澤の方法などを用いたかみ合い時の歯元応力計算法が導かれ，いくつかの研究結果が報告されている^{(2.13) ~ (2.14)}が， $\alpha_n = 20^\circ$ 以外の場合については，まだほとんど明らかにされていない．

本章では，まず種々の α_n の内歯車の歯の三次元有限要素モデルの歯面上の各節点に集中荷重が作用する場合の歯のたわみと歯元応力を求め，これらの計算結果に基づいて，内歯車の歯の曲げ・せん断たわみと曲げモーメントの影響関数を求めるための近似式を導いた．次に得られた影響関数の近似式などを用いて種々の α_n のはすば内歯車対の負荷かみ合い時の歯元応力計算を行って，荷重分担率，接触線上の荷重分布および歯元応力に及ぼす歯車諸元の影響，最大歯元応力が発生するかみ合い位置について明らかにした．さらにはすば内歯車の曲げ強度設計における適切な α_n の選定法についても明らかにしている^(2.15)．

2.2 歯の曲げ・せん断たわみと曲げモーメントの影響関数の近似式の誘導

2.2.1 集中荷重による歯のたわみと歯元応力の計算法

はすば内歯車の歯の曲げ・せん断たわみおよび曲げモーメントの影響関数の近似式を導くために，はすば内歯車の歯に集中荷重が作用する場合の歯のたわみおよび

歯元応力を三次元有限要素法 (3D-FEM) を用いて計算した。本計算に用いた歯車モデルは、表 2.1 に示す諸元のピニオンカッタで創成歯切りされる歯形をもつ、歯直角モジュール $m_n = 4$ 、基準歯直角圧力角 $\alpha_n = 17.5, 20, 25, 27^\circ$ 、ねじれ角 $\beta_0 = 0^\circ$ 、歯数 $z_i = 45, \infty$ (ラック)、歯幅 $b/h = 1, 2, 3, 4, 5$ [h : 歯たけ ($= 2.25 m_n$)] である。図 2.1 に $b/h = 5$ 、 $z_i = \infty$ の場合の FEM モデルの要素分割パターンを示す。FEM モデルの要素分割は文献 (2.16) の結果 (測定値と計算値がよく一致する) に基づいて、可変 20 節点固体要素^(2.17) を用いて行った。これらの歯車モデルの要素、節点総数はそれぞれ 672, 3040 である。また、基礎部寸法は歯たけ方向に 20 mm ($= 5 m_n$)、歯直角方向に 32 mm ($= 8 m_n$) をとっている。拘束条件は、図 2.1 に示す歯車モデルの上面、底面および背面の節点変位固定である。たわみおよび歯元応力の計算は、歯面上の各節点に、歯の中央面垂直方向の集中荷重 $P_n = 5$ kN が作用する場合に対して行っている。

2.2.2 歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式

図 2.2 に示すように、ラック形片持ちばり中央面上において、自由端上歯幅中央を原点にとり、歯幅方向を x, ξ 軸、歯たけ方向を y, η 軸とし、歯の中央面に垂直方向の集中荷重 P_n の作用点の座標を $(\bar{\xi}, \bar{\eta})$ 、中央面垂直方向のたわみ w_b の測定点座標を (\bar{x}, \bar{y}) とおくと、 w_b は、 m_n で基準化すれば次式で表される (バーは歯たけ h で基準化した値を示す)。

$$w_b(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta}) = K_b(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta}) \frac{P_n}{m_n} \quad (2.1)$$

ここで、 K_b は曲げ・せん断たわみの影響関数である。

また、 K_b の近似式は、次のように表すことができる^(2.3)。

$$K_b(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta}) = U \cdot v(|\bar{x} - \bar{\xi}|, |\bar{y} - \bar{\eta}|) \times \frac{f(\bar{x})f(\bar{\xi})g(\bar{x}, \bar{y})g(\bar{\xi}, \bar{\eta})}{f(|\bar{x} - \bar{\xi}|)g(|\bar{x} - \bar{\xi}|, |\bar{y} - \bar{\eta}|)} \quad (2.2)$$

ここで、 $f(\bar{x}) = \sqrt{F(\bar{x})}$ 、 $g(\bar{x}, \bar{y}) = \sqrt{G(\bar{x}, \bar{y})}$ 。 $U, v(\bar{x}, \bar{y}), G(\bar{x}, \bar{y})$ および $F(\bar{x})$ は、図 2.3 に示すたわみ関数で次のように定義される。 U は原点に集中荷重が作用する場合の荷重点直下のたわみの影響関数 K_b の値、 $v(\bar{x}, \bar{y})$ は (\bar{x}, \bar{y}) 点の K_b を U で基準化したものである。 $G(\bar{x}, \bar{y})$ は断面 $\bar{x} = \bar{\xi}$ 上で、集中荷重を歯たけ方向に移動させた場合の、歯先における荷重点直下の K_b で基準化した各位置における荷重点直下の K_b 、 $F(\bar{x})$ は集中荷重を x 軸に沿って移動させた場合の、 U で基準化した荷重点直下の K_b である。本章ではこれらのたわみ関数の近似式を、FEM によるたわみの計算結果から導いている。

Table 2.1 Dimensions of pinion cutter

Number module m_n	4			
Pressure angle α_n	17.5°	20°	25°	27°
Number of teeth z_c	25			
Helix angle β_0	0°, 10°, 20°, 30°			
Edge radius r_c	0.15 m_n^*		0.1 m_n	

m_n^* : Normal module

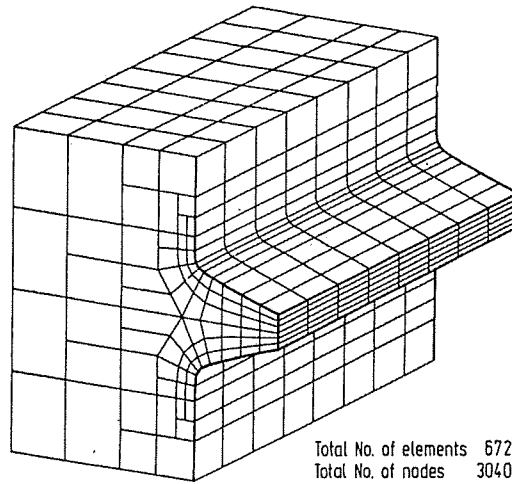


Fig. 2.1 Mesh pattern of FEM model

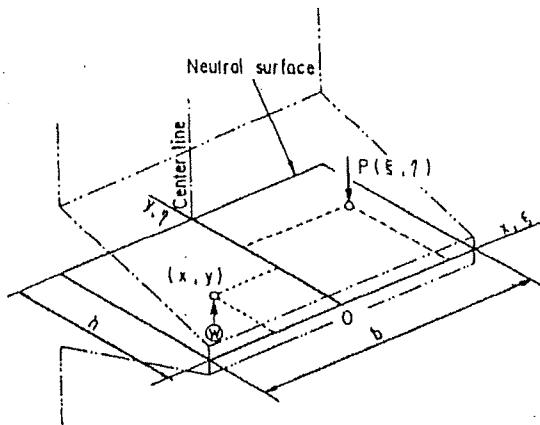


Fig. 2.2 Coordinate system for rack-shaped cantilever plate

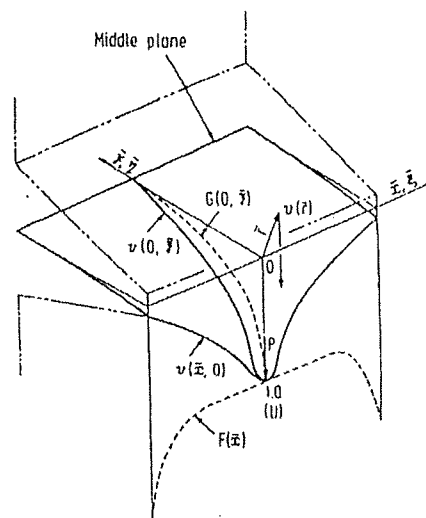


Fig. 2.3 Deflection function

2.2.3 各たわみ関数

(1) U たわみの絶対値 U は次式で与えられる.

$$U = K_b(0, 0, 0, 0) \quad (2.3)$$

FEM による種々の α_n の内歯車の歯のたわみの計算結果から求めた U と b/h の関係を図 2.4 に, U と z_i の関係を図 2.5 に示す. 図 2.4 より, $z_i = 45$, ∞ ともに α_n の増加とともに, U は増大する傾向を示すことがわかる. また, 図 2.5 より, U は, 歯数の減少とともに減少する傾向を示す.

(2) $v(\bar{x}, \bar{y})$ $v(\bar{x}, \bar{y})$ は, (\bar{x}, \bar{y}) 点の K_b を U で基準化したものである. 図 2.6 は FEM によるたわみ計算結果から求めた $v(\bar{x}, \bar{y})$ の等しい点を結んだ等たわみ曲線を表す. x 軸を次式で座標変換する.

$$\bar{x}' = \lambda \bar{x} \quad (2.4)$$

ここで, λ は座標変換係数である. λ を適当に選ぶことによって $v(\bar{x}, \bar{y})$ は円になるので, ここでは

$$\begin{aligned} v(\bar{x}, \bar{y}) &= v(\bar{r}) \\ \bar{r} &= \sqrt{\bar{x}'^2 + \bar{y}'^2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

として, $v(\bar{r})$ の近似式を導いている.

図 2.7 は, λ と b/h の関係を, 図 2.8 は, λ と z_i の関係を示す. 種々の b/h , z_i に対するたわみの計算結果から $v(\bar{r})$ の近似式を求めると, 次式のようなになる

$$v(\bar{r}) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 e^{-a_i \bar{r}^2} \quad (2.6)$$

式 (2.6) の各係数 a_i ($i = 1 \sim 3$) の値を図 2.9 に示す. 図 2.10 は, $v(\bar{r})$ の FEM の計算結果と近似式の計算結果を比較して示す. 図 2.10 より, いずれの歯数, 歯幅に対しても $v(\bar{r})$ の FEM による計算結果と近似式による結果はよく一致しており, 式 (2.6) が $v(\bar{r})$ の近似式として有効であると考えられる.

(3) $G(\bar{x}, \bar{y})$ 種々の α_n , b/h , z_i に対する FEM によるたわみの計算結果より $G(\bar{x}, \bar{y})$ の近似式を求めると次のようになる.

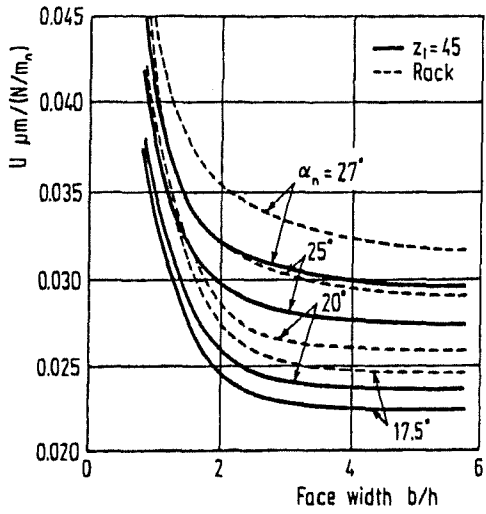


Fig. 2.4 Relation between U and b/h

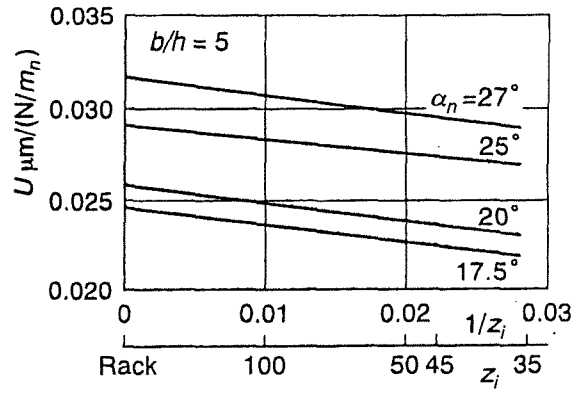


Fig. 2.5 Relation between U and z_i

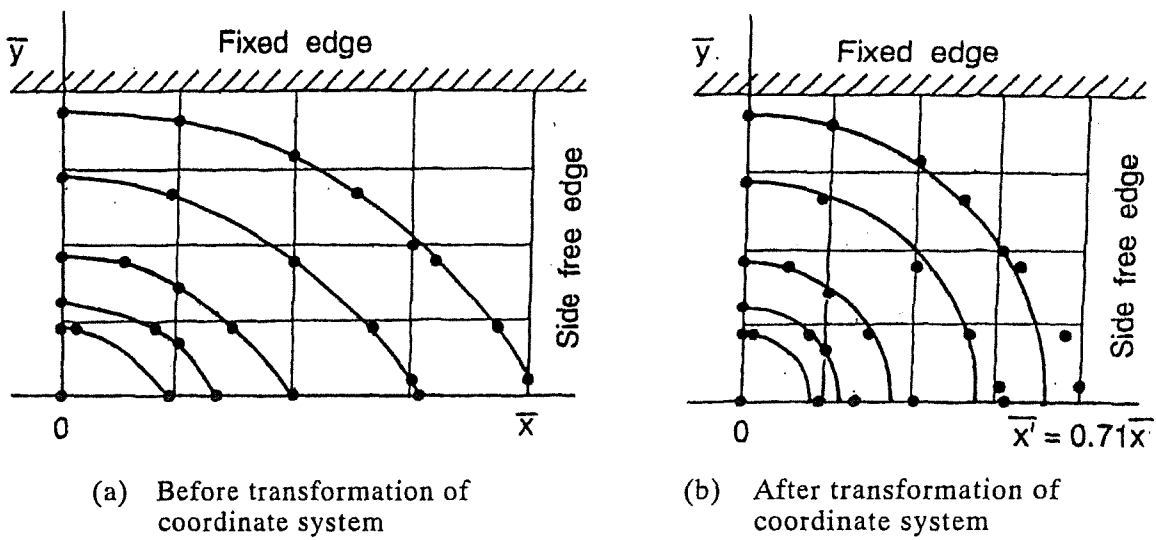


Fig. 2.6 Contour lines of tooth deflection

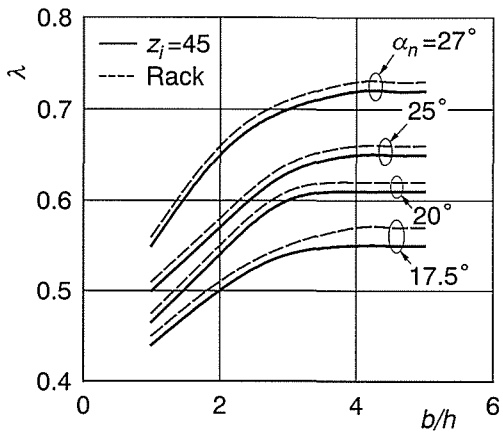


Fig. 2.7 Relation between λ and b/h

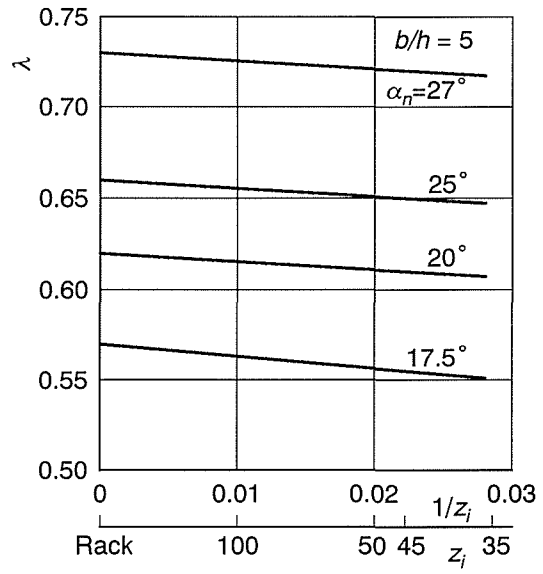


Fig. 2.8 Relation between λ and z_i

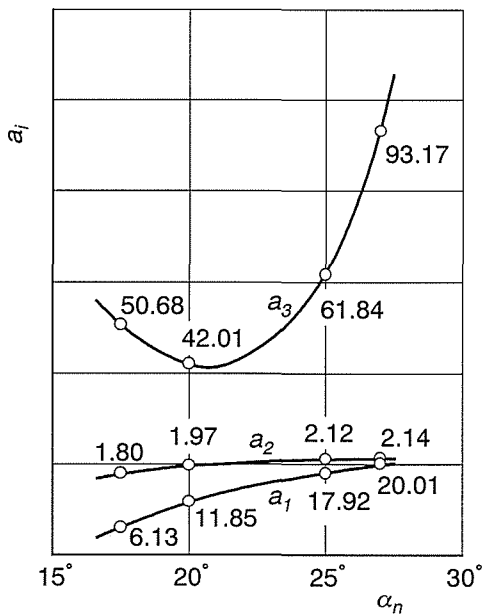


Fig. 2.9 Coefficients a_i of $v(\bar{r})$

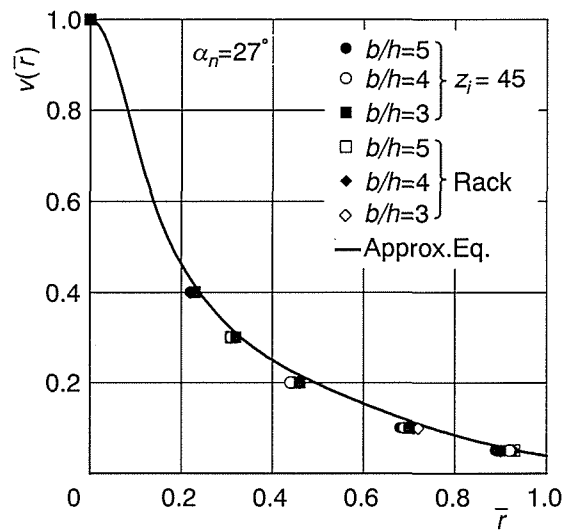


Fig. 2.10 $v(\bar{r})$

$$\begin{aligned}
G(\bar{x}, \bar{y}) &= G_0(\bar{x}, \bar{y}) + G'(\bar{x}, \bar{y}) \\
G_0(\bar{x}, \bar{y}) &= b_1 \bar{y}^5 + b_2 \bar{y}^4 + b_3 \bar{y}^3 + b_4 \bar{y}^2 + b_5 \bar{y} + 1 \\
G'(\bar{x}, \bar{y}) &= 0 && [b/(2h) - |\bar{x}| \geq 0.9] \\
G'(\bar{x}, \bar{y}) &= (|\bar{x}| - b/2h + 0.9) \times (b_1' \bar{y}^4 + b_2' \bar{y}^3 + b_3' \bar{y}^2 + b_4' \bar{y}) && [b/(2h) - |\bar{x}| < 0.9]
\end{aligned} \tag{2.7}$$

式 (2.7) の各係数 b_i ($i = 1 \sim 5$) の値を図 2.11 に、各係数 b_i' ($i = 1 \sim 4$) の値を図 2.12 に示す。図 2.13 は $G(\bar{x}, \bar{y})$ の近似式による計算結果と FEM による計算結果を比較して示している。図 2.13 より、近似式と FEM による $G(\bar{x}, \bar{y})$ の計算結果はよく一致しているの、導いた近似式を有効であると考えられる。

(4) $F(\hat{x})$ 種々の $\alpha_n, b/h, z_i$ に対する FEM によるたわみの計算結果より、 \bar{x} 軸上の荷重点直下の K_b を、 $b/h = 5$ に対する $U_{b/h=5}$ で基準化した $F(\hat{x})$ (ハット ^ は、歯幅端を原点とした値を示す) を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned}
F(\hat{x}) &= c_1 e^{-d_1 \hat{x}} + 1 && (0 \leq \hat{x} < 0.2) \\
F(\hat{x}) &= c_2 e^{-d_2 \hat{x}} + 1 && (0.2 \leq \hat{x} < 2.5) \\
F(\hat{x}) &= 1 && (2.5 \leq \hat{x})
\end{aligned} \tag{2.8}$$

式 (2.8) 各係数 c_i, d_i ($i=1,2$) の値を図 2.14 に示す。任意の b/h に対する $F(\hat{x})_{b/h}$ は、式 (2.8) の $F(\hat{x})$ を用いて、次式で求めることができる。

$$F(\hat{x})_{b/h} = F(\hat{x}) / F\{b/(2h)\} \tag{2.9}$$

図 2.15 に近似式と FEM による $F(\hat{x})$ の計算結果を比較して示している。図 2.15 より、近似式と FEM による $F(\hat{x})$ の計算結果はよく一致しているの、導いた近似式を有効であると考えられる。

2.2.4 近似式と FEM による K_b の比較

図 2.16 は、近似式 (2.2) により求めた種々のたわみ関数を代入して得られた K_b を FEM による計算結果と比較して示す。図 2.16 より、FEM により計算結果と近似式により計算結果はよく一致しているの、導いた近似式は、種々のはずば内歯車の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式として有効であると考えられる。

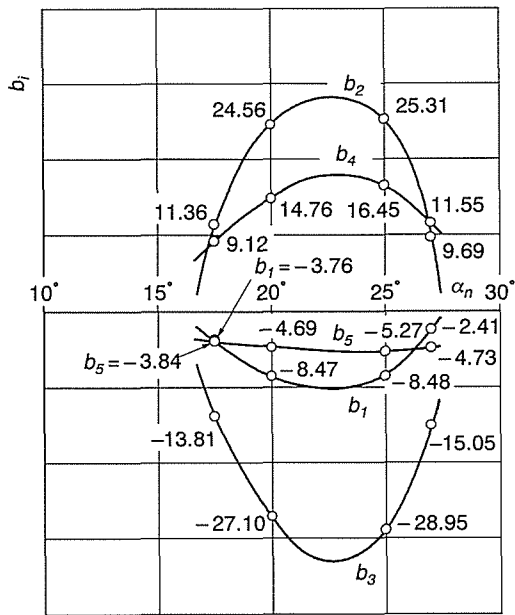


Fig. 2.11 Coefficients b_i of $G(\bar{y})$

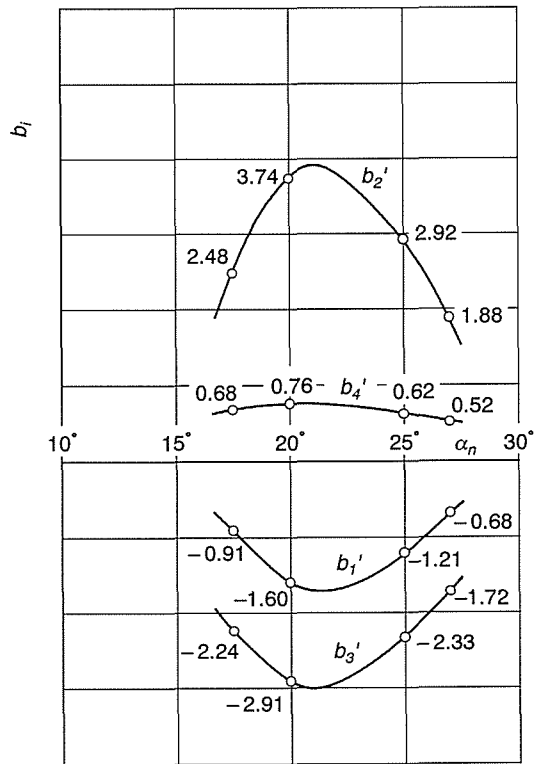


Fig. 2.12 Coefficients b'_i of $G'(\bar{x}, \bar{y})$

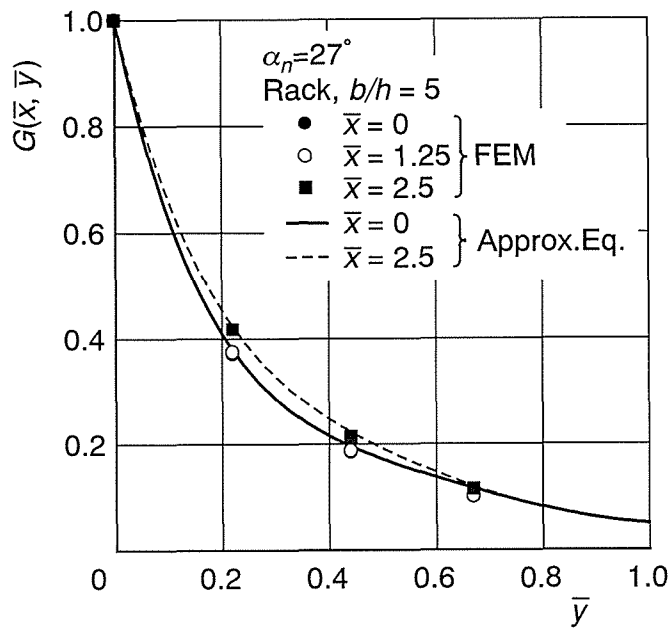


Fig. 2.13 $G(\bar{x}, \bar{y})$

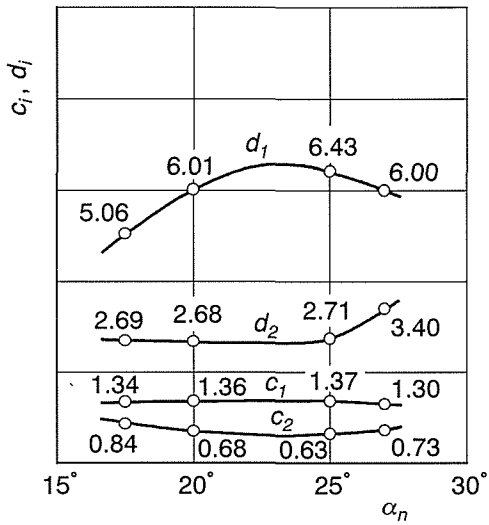


Fig. 2.14 Coefficients c_i, d_i of $F(\hat{x})$

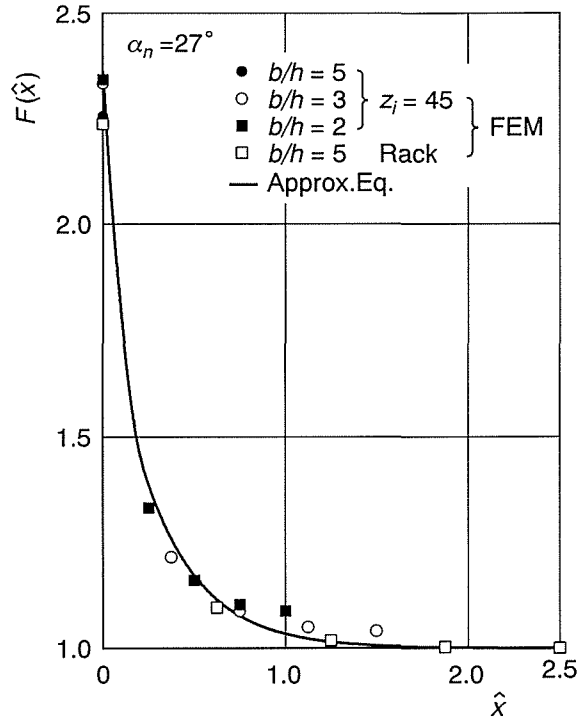


Fig. 2.15 $F(\hat{x})$

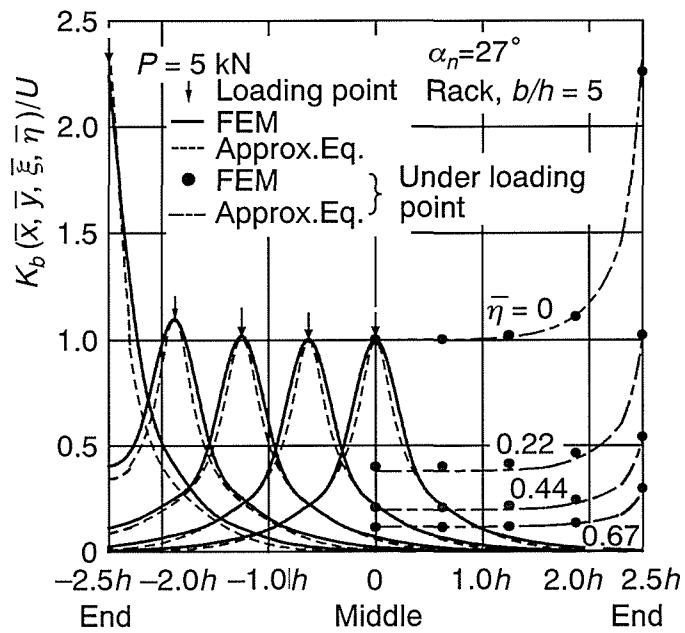


Fig. 2.16 Comparison of K_b by approximate equations with those by FEM

2.2.5 曲げモーメント影響関数の近似式

歯面上の点 $(\bar{\xi}, \bar{\eta})$ に、歯の中央面に垂直方向の集中荷重 P_n が作用する場合の接線角度（歯形中心線と歯元すみ肉曲線の接線のなす角） $\theta = 45$ （ $17.5 \leq \alpha_n < 26^\circ$ の場合）、 60° （ $\alpha_n \geq 26^\circ$ の場合）の位置（危険断面位置^{(2.11) ~ (2.13)}）の任意の点 \bar{x} における曲げモーメント影響関数 $\beta(\bar{x}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$ は次式で表される。

$$\beta(\bar{x}, \bar{\xi}, \bar{\eta}) = M(\bar{x}, \bar{\xi}, \bar{\eta})/P \quad (2.10)$$

ここで、 $M(\bar{x}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$ ：危険断面位置における曲げモーメント。 $M(\bar{x}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$ は、FEMによる歯元応力計算結果から応力集中係数^{(2.11) ~ (2.13)}を用いて求めた。

歯幅中央に集中荷重が作用する場合の種々の α_n 、 b/h 、 z_i に対するFEMによる歯元応力計算結果から $\beta(\bar{x}, 0, \bar{\eta})$ を求めると次のようになる。

$$\beta(\bar{x}, 0, \bar{\eta}) = (1 - \bar{\eta}/h_c) [\exp\{-\bar{x}^2/(2\sigma_\alpha^2)\}] / (\sqrt{2\sigma_\alpha}) \quad (2.11)$$

ここで、 h_c ：歯先から危険断面までの長さを h で基準化した値、 σ_α ：圧力角係数。図2.17に圧力角係数 σ_α を示す。図2.17より、基準圧力角が増加するにつれて圧力角係数も増大することがわかる。集中荷重が歯面上の任意の点に作用する場合の $\beta(\bar{x}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$ は式(2.11)にモーメント・イメージ法^(2.18)を適用することにより求めることができる。式(2.11)に各圧力角の圧力角係数を代入することにより、はすば内歯車の曲げモーメント影響関数の近似式が得られる。

図2.18は、 $\beta(\bar{x}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$ のFEMと近似式による計算結果を示す。図2.18よりFEMによる計算結果と近似式による計算結果をよく一致することがわかる。

2.2.6 近似式とFEMによる歯元応力の比較

図2.19は、2.2.5節で導いた曲げモーメント影響関数の近似式と応力集中係数を用いて得られる歯元応力をFEMによる計算結果と比較して示す。図2.19より近似式とFEMによる計算結果とはよく一致しているので導いた曲げモーメント影響関数は種々の諸元のはすば内歯車に対して有効であると考えられる。

2.3 はすば内歯車の歯元応力

2.3.1 歯元応力の計算法

はすば内歯車対の負荷かみ合い時の歯元応力の計算は、2.2節で導いた歯の曲げ・せん断たわみの影響関数と小田・宮近による平内歯車に対する歯元実応力計算

式 (2.10) ~ (2.12) を久保・梅澤の方法 (2.5) に適用することにより行った。まず導いた歯の曲げ・せん断たわみの影響関数を用いて式 (2.12) ~ (2.14) により接触線上の分布荷重 $p(\xi)$ を求め、次に求めた接触線上の分布荷重 $p(\xi)$ と曲げモーメントの影響関数の近似式を用いて、式 (2.15) により負荷かみあい時の歯元応力を求めることができる。危険断面位置としては、内歯車については接線角度 $\theta=45^\circ$ ($17.5^\circ \leq \alpha_n < 26^\circ$)、 60° ($26^\circ \leq \alpha_n$) の位置 (2.10) ~ (2.12) を、外歯車については $\theta=30^\circ$ の位置をとっている。

$$\sum_{i=1}^{m_j} \int_{a_{ji}}^{b_{ji}} K_{bj}(x_j, \xi_j) p_j(\xi_j) d\xi_j + K_{cj}(x_j) p_j(x_j) = \{\Delta - e_j(x_j)\} \cos \beta_b \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2.12)$$

$$W_j = \sum_{i=1}^{m_j} \int_{a_{ji}}^{b_{ji}} p_j(\xi_j) d\xi_j \quad (2.13)$$

$$W = \sum_{j=1}^n W_j \cos \beta_b \quad (2.14)$$

$$\sigma(Y_i) = \frac{\sigma^*}{\sigma_{Nb1}} \cdot \frac{6}{s_F^2} M(Y_i) \quad (2.15)$$

ここで、

x_j : j 番目の接触線上のたわみの測定座標

ξ_j : j 番目の接触線上の荷重作用点の座標

$K_{bj}(x_j, \xi_j)$: かみ合う一对の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数

$K_{cj}(x_j)$: かみ合う一对の歯の接触による近寄りの影響関数

$p_j(\xi_j)$: 分布荷重

W : 正面法線伝達荷重

W_j : j 番目の歯対の歯面法線伝達荷重

n : 同時にかみ合う歯対の数

β_b : 基礎円筒上ねじれ角

s_F : 歯の危険断面位置における歯厚

Δ : 被動歯車の駆動歯車に対するおくれ角を作用面上の距離に換算した値 (正面)

$e_j(x_j)$: かみ合う一对の歯の合成誤差 (正面)

Y_i : 危険断面上の i 番目の歯幅方向位置の座標

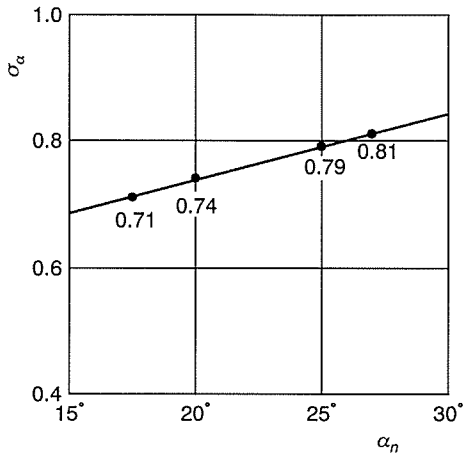


Fig. 2.17 Pressure angle factor σ_α

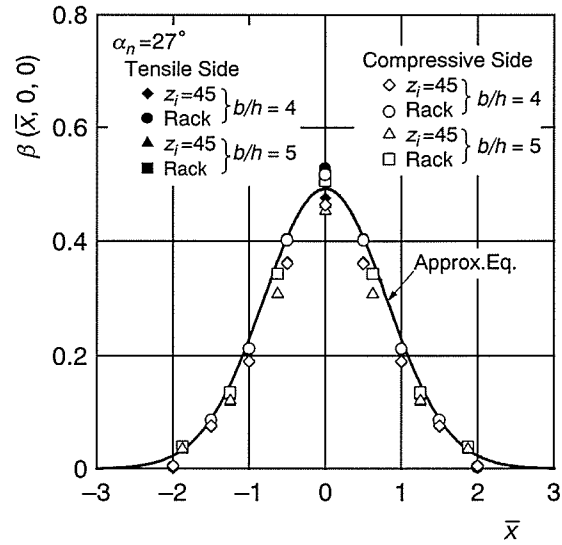


Fig. 2.18 Bending moment factor $\beta(\bar{x}, 0, 0)$

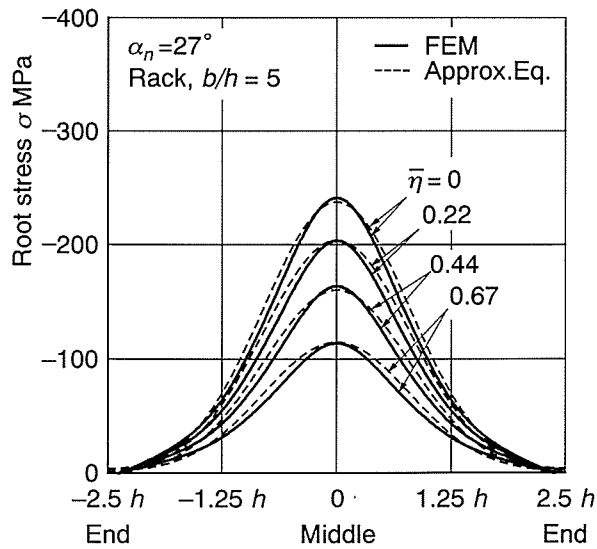


Fig. 2.19 Comparison of root stresses by approximate equations with those by FEM

$M(Y_i)$: 歯元の座標 Y_i における曲げモーメント

σ^* : 歯元の座標 Y_i に対応する接触線上の位置に荷重が作用する場合の
小田・宮近式^{(2.11) ~ (2.13)}により求まる相当平歯車の歯元実応力

σ_{Nb1} : σ^* の計算式中における公称曲げ応力

m_j : j 番目の接触線上で実際に接触している部分の数

a_{ji}, b_{ji} : j 番目の接触線上の一つの接触部分の接触始めおよび接触終わりの位置

種々の α_n のはすば内歯車対の歯元応力に及ぼすねじれ角，歯幅および歯数の影響について検討を加えるために，表 2.2 に示すはすば内歯車対に円周力 $P_t/b = 196 \text{ N/mm}$ が作用する場合に対して，荷重分担率，接触線上の荷重分布および歯元応力の計算を行った．これらの内歯車の歯形は，表 2.1 に示す諸元のピニオンカッタで創成歯切りされるものである．これらの計算において，バックラッシは JIS に規定される平均値 $c_0 = 460 \mu\text{m}$ ，歯車誤差は零としている．

2.3.2 歯元応力の測定

(1) 試験歯車 2.3.1 節で述べた歯元応力計算法による計算値と実際のはすば内歯車対に荷重が作用した時に生じる歯元応力を比較するために，静的負荷試験を行ってひずみゲージを用いて歯元応力を測定した．歯元応力測定に用いた試験歯車対の諸元を表 2.3 に示す．はすば内歯車の形状・寸法を図 2.20 に示す．試験歯車（内歯車）は，S45C 調質鋼をピニオンカッタで創成歯切り，相手歯車（外歯車）は，ホブ切りしたもので，それらの精度はいずれも JIS4 級程度である．

(2) 実験方法 図 2.21 に示す内歯車用油圧式静的負荷，曲げ疲労試験機^(2.19)を用いて，静的負荷試験を行い歯元応力を測定した．試験歯車（内歯車）は，内歯車支持台に 8 本のボルトで固定され，脈動油圧発生部を手動式油圧ポンプに切り換え，この油圧ポンプにより送り出された油は負荷装置のシリンダ内に導かれ，この油圧によって押し下げられたピストンで負荷歯車を駆動して，試験歯車の歯に荷重が加えられる．荷重値は軸に接着したトルク検出用のひずみゲージにより知ることができる．試験歯車の歯元応力の測定は，図 2.22 に示すようにゲージ長さ 0.3 mm のひずみゲージを接線角度 $\theta = 45^\circ$ の危険断面上の圧縮側の歯幅中央と両歯幅端（歯幅より 3 mm 中央より）に計 3 枚接着して，円周力 $P_t/b = 196 \text{ N/mm}$ が作用する場合の歯元応力を測定した．

Table. 2.2 Dimension of helical internal gear

Number module		4																										
Pressure angle		17.5°, 20°, 25°, 27°																										
Helix angle		0°			10°			20°			30°			0°			10°			20°			30°			20°		
Number of teeth		90/25																										
Face width		30																										
		10			20			30			50			30			45/25			180/25								
Transverse contact ratio ϵ_α	$\alpha_n=17.5^\circ$	1.92	1.87	1.73	1.51	-	-	1.94	1.61	1.66	1.51	-	-	1.94	1.61	1.66	1.51	-	-	1.94	1.61	1.66	1.51	-	-	1.94	1.61	1.66
	$\alpha_n=20^\circ$	1.74	1.69	1.57	1.38	1.91	1.85	1.68	1.44	1.53	1.38	1.91	1.85	1.68	1.44	1.53	1.38	1.91	1.85	1.68	1.44	1.53	1.38	1.91	1.85	1.68	1.44	1.53
	$\alpha_n=25^\circ$	1.50	1.46	1.37	1.21	1.56	1.52	1.41	1.24	1.35	1.21	1.56	1.52	1.41	1.24	1.35	1.21	1.56	1.52	1.41	1.24	1.35	1.21	1.56	1.52	1.41	1.24	1.35
	$\alpha_n=27^\circ$	1.43	1.40	1.31	1.17	1.48	1.44	1.34	1.19	1.30	1.17	1.48	1.44	1.34	1.19	1.30	1.17	1.48	1.44	1.34	1.19	1.30	1.17	1.48	1.44	1.34	1.19	1.30
Overlap ratio ϵ_β	$\alpha_n=17.5^\circ$																											
	$\alpha_n=20^\circ$	0	0.41	0.27	0.54	0.82	1.36	1.19	0.41	0.82	0	0.41	0.27	0.54	0.82	1.19	0	0.41	0.27	0.54	0.82	1.19	0	0.41	0.27	0.54	0.82	1.19
	$\alpha_n=25^\circ$																											
	$\alpha_n=27^\circ$																											

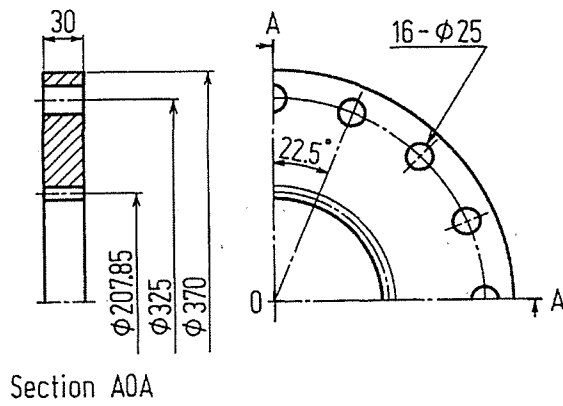


Fig. 2.20 Geometry of test helical internal gear

Table 2.3 Dimensions of test helical internal gear

Number module	m_n	4
Pressure angle	α_n	20°
Helix angle	β_0	$30^\circ 14''$
Number of teeth	z_i/z_p	45/25
Face width	b	30 mm
Transverse contact ratio	ε_α	1.45
Overlap ratio	ε_β	1.19

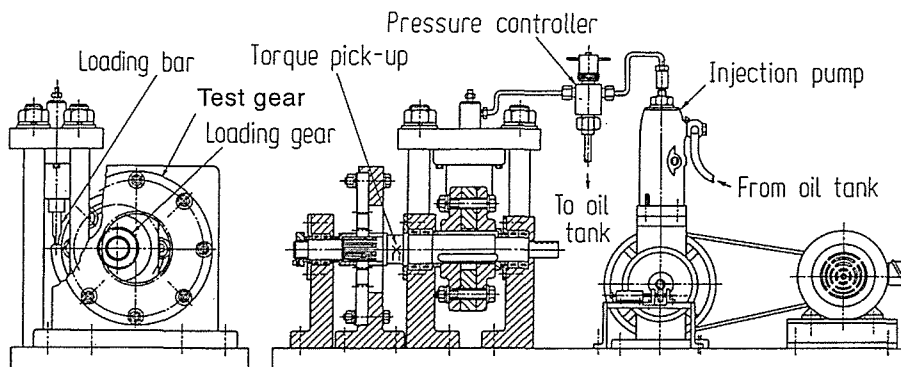


Fig. 2.21 Static loading and bending fatigue testing machine for internal gear

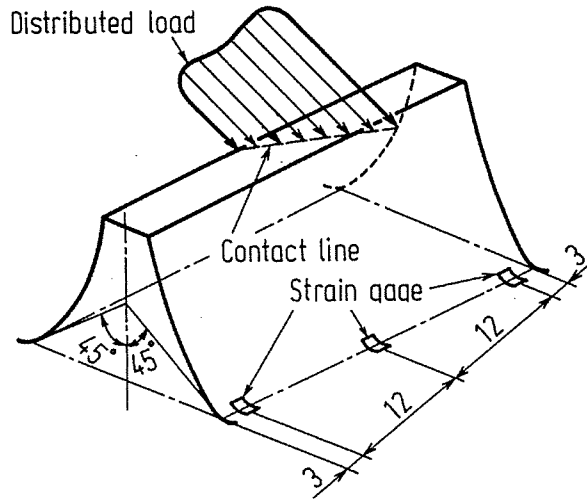


Fig. 2.22 Positions of strain gauges

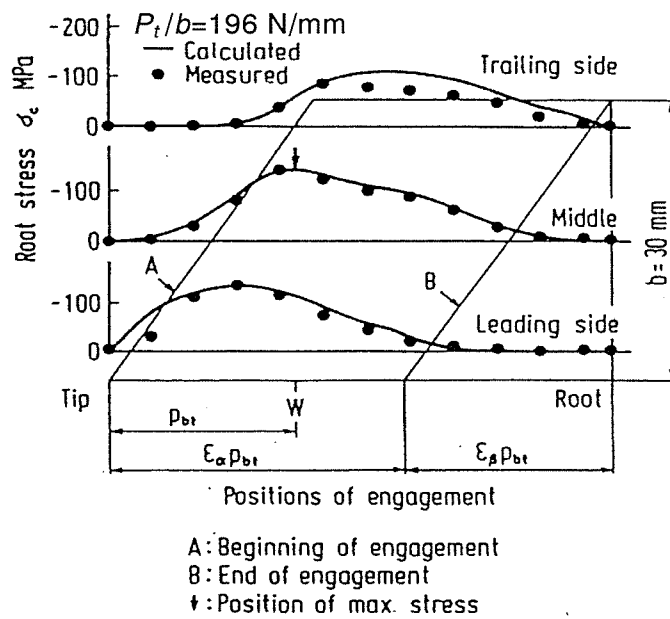


Fig. 2.23 Comparison between calculated root stresses and measured ones

2.3.3 歯元応力計算値と測定値の比較

図 2.23 は、表 2.3 のはすば内歯車対に円周力 $P_i/b = 196 \text{ N/mm}$ が作用する場合の歯元応力の計算値と測定値を比較して示す。図 2.23 中の ↓ は計算による最大歯元応力発生位置を、W は作用平面上で内歯車の歯先のかみ合い限界点から一正面法線ピッチだけ歯元に寄った位置（厚肉外歯車の最悪かみ合い位置）を表す。図 2.23 より歯元応力計算値と測定値は、かみ合い範囲全域にわたってほぼ一致することより、本計算法は、はすば内歯車のかみ合い時の歯元応力計算に有効であると考えられる。また最大歯元応力の発生するかみ合い位置は W の位置になることがわかる。

2.3.4 荷重分担率に及ぼす歯車諸元の影響

図 2.24 は、歯数 $z_i/z_p = 90/25$ (z_i, z_p : 内, 外歯車の歯数), ねじれ角 $\beta_0 = 20^\circ$, 歯幅 $b = 30 \text{ mm}$ で、種々の α_n のはすば内歯車対に円周力 $P_i/b = 196 \text{ N/mm}$ が作用する場合のかみ合い進行に伴う 1 対の着目する歯対の荷重分担率 f_{LS} の変化を示す。図 2.24 において、内歯車を被動歯車、外歯車を駆動歯車とし、横軸にかみ合い位置 (A:かみ合い始め, B:かみ合い終わり) とかみ合う歯対の数を、縦軸に f_{LS} をとっている。図 2.24 より、 f_{LS} のかみ合い進行に伴う変化は、 α_n の減少とともになめらかになること、 f_{LS} の最大値 f_{LSmax} は α_n の減少とともに減少することがわかる。これは α_n の減少とともに f_{LSmax} が生じるかみ合い位置の同時接触線長さが増大することによる。

図 2.25 は、 $z_i/z_p = 90/25$, $b = 30 \text{ mm}$, 種々の α_n に対する f_{LSmax} と β_0 の関係を示す。図 2.25 より f_{LSmax} は、いずれの α_n の場合も、 β_0 の増加とともに減少することがわかる。

図 2.26 は、 $z_i/z_p = 90/25$, $\beta_0 = 20^\circ$, 種々の α_n に対する f_{LSmax} と b の関係を示す。図 2.26 より f_{LSmax} は、いずれの α_n の場合も、 b の増加とともに減少することがわかる。

図 2.27 は、 $z_i/z_p = 45/25, 90/25, 180/25$, $\alpha_n = 17.5^\circ$, $\beta_0 = 20^\circ$, $b = 30 \text{ mm}$ のはすば内歯車対に円周力 $P_i/b = 196 \text{ N/mm}$ が作用する場合の f_{LS} を示す。図 2.27 よりかみ合いの進行に伴う f_{LS} の変化は、 $\alpha_n = 20^\circ$ の場合^(2.14)と同様に z_i の増加とともに増大する。

2.3.5 接触線上の荷重分布に及ぼす歯車諸元の影響

図 2.28 は、図 2.24 の場合と同じ負荷条件に対する最大歯元応力発生するかみ合い位置における接触線上の分布荷重 p を示す。図 2.28 より p の最大値は、 α_n の増加とともに増大することがわかる。これは α_n の増加とともに最大歯元応力が発生するかみ合い位置の同時接触線長さが減少するため、 f_{LS} が増加することによると考えら

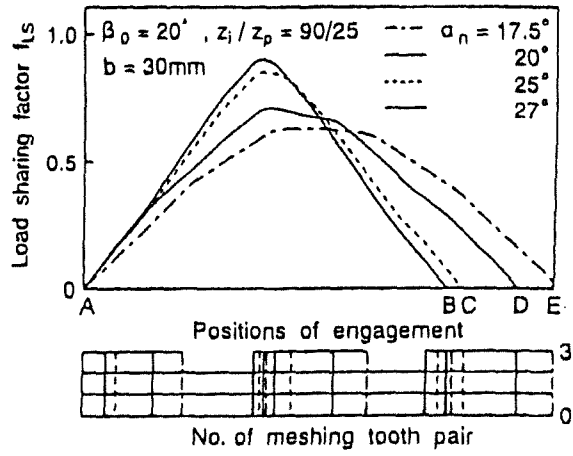


Fig. 2.24 Load sharing factor f_{LS}

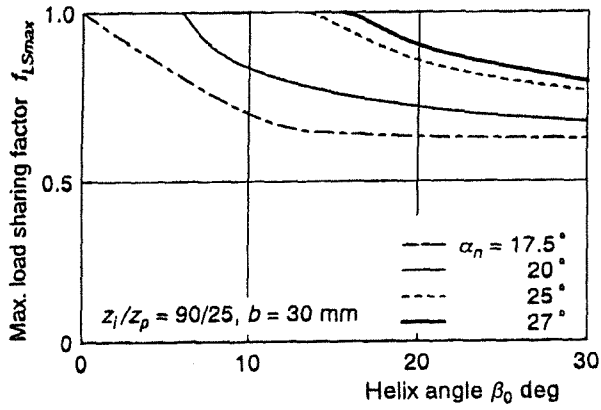


Fig. 2.25 Relation between f_{LSmax} and β_0

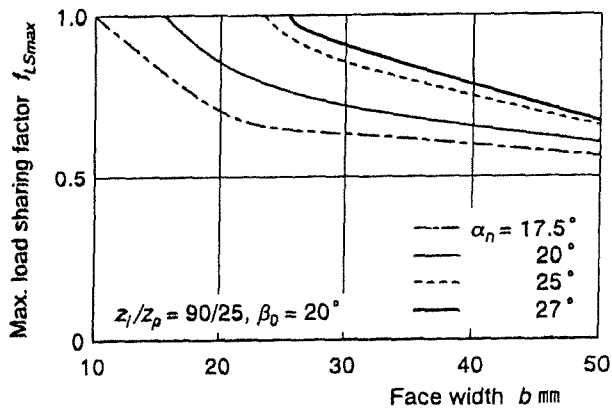


Fig. 2.26 Relation between f_{LSmax} and b

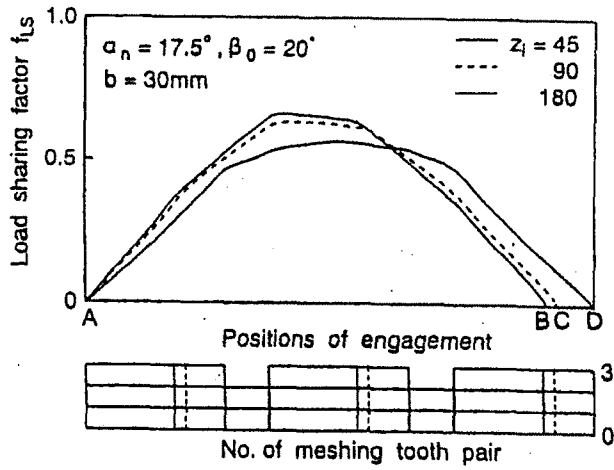


Fig. 2.27 f_{LS} for various z_i

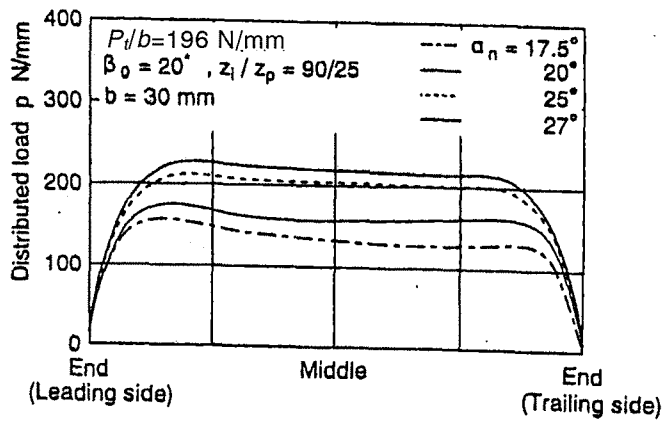


Fig. 2.28 Load distributions on contact line

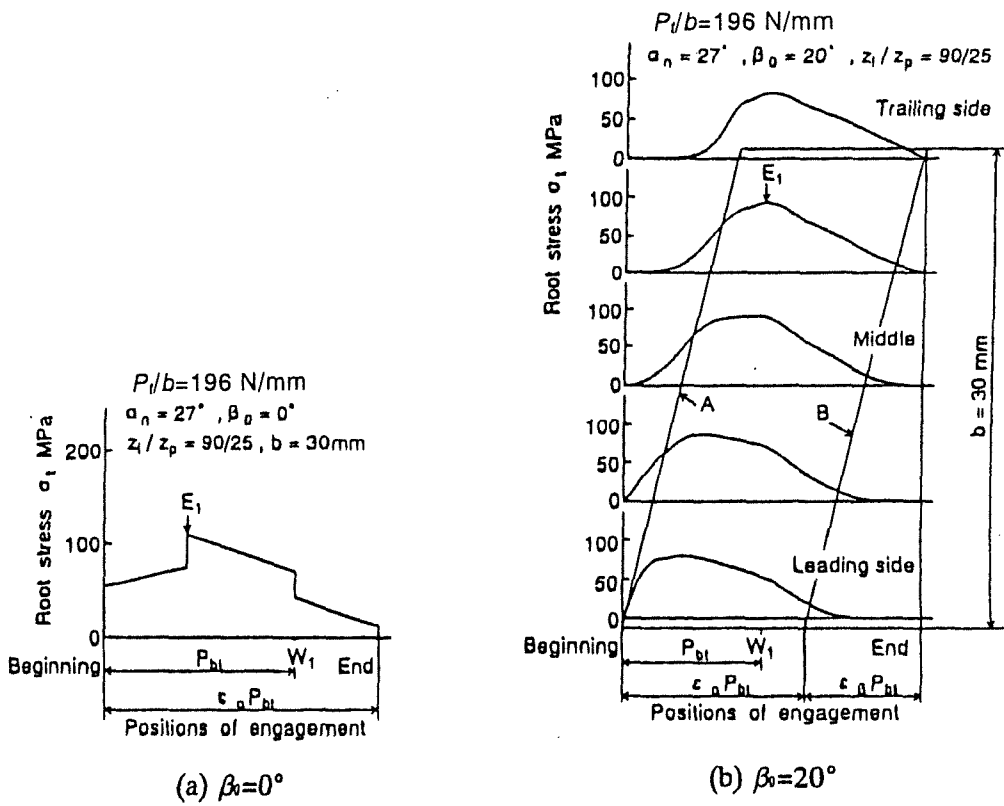


Fig. 2.29 Root stress waveforms (Tensile side)

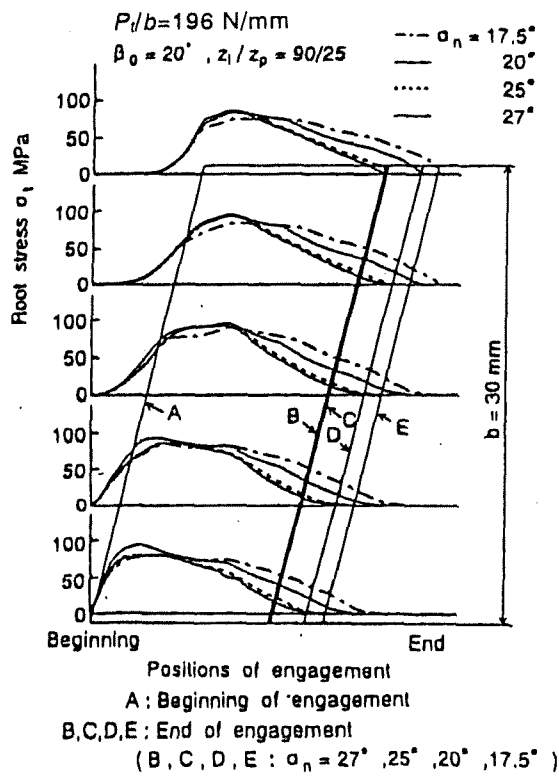
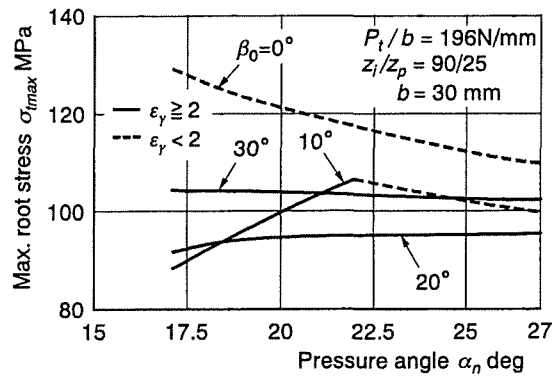
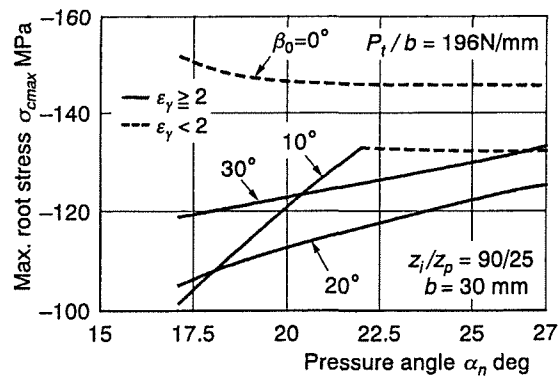


Fig. 2.30 Root stress waveforms (Tensile side)



(a) Tensile side



(b) Compressive side

Fig.2.31 Relation between σ_{max} and α_n for various β_0

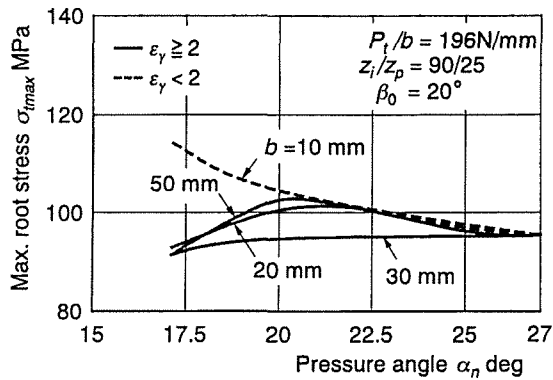


Fig. 2.32 Relation between σ_{tmax} and α_n for various b

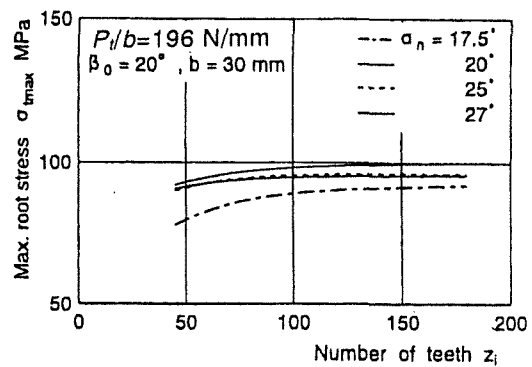


Fig. 2.33 Relation between σ_{tmax} and z_i ($z_p=25$)

れる．なお $\alpha_n = 17.5, 25, 27^\circ$ の場合の p の最大値 p_{max} の β_0, b および z_i による変化は， $\alpha_n = 20^\circ$ の場合^(2.14)と同様の傾向を示した．

2.3.6 歯元応力に及ぼす歯車諸元の影響

図 2.29 は， $z_i/z_p = 90/25, \alpha_n = 27^\circ, \beta_0 = 0, 20^\circ, b = 30 \text{ mm}$ の歯車対に対して円周力 $P_t/b = 196 \text{ N/mm}$ が作用する場合の内歯車の引張側の歯元応力波形を示す．図 2.29 中の横軸はかみ合い位置を，縦軸は歯元応力値を示す．また E_1 は最大歯元応力が発生するかみ合い位置を， W_1 は作用平面上での歯先のかみ合い限界点から一正面法線ピッチ(p_{bt})だけ歯元に寄ったかみ合い位置を表す．図 2.29 より歯元応力は，かみ合い進行に伴って $\beta_0 = 0^\circ$ の場合は，かみ合う歯対の数が増加すると階段状に急激に変化するのに対し， $\beta_0 = 20^\circ$ の場合には，なめらかに変化することがわかる．また最大歯元応力が発生するかみ合い位置（最悪かみ合い位置）は， $\alpha_n = 20^\circ$ の場合^(2.14)と同様に， $\beta_0 = 0^\circ$ の場合には外の一組かみ合い点に， $\beta_0 = 20^\circ$ の場合には W_1 点になる．圧縮側における歯元応力の変化や最悪かみ合い位置は，引張側の場合と同様であった．

図 2.30 は，図 2.24 の場合と同じ負荷条件に対するかみ合いの進行に伴う歯の引張側歯元応力の変化を示す．図 2.30 より歯元応力のかみ合いの進行に伴う変化は， α_n の減少とともにかみ合い長さが長くなるため，緩やかになることがわかる．

表 2.2 に示す種々の諸元のはすば内歯車対に対する歯元応力計算結果より，最悪かみ合い位置は， $\alpha_n = 20^\circ$ の場合^(2.14)と同様に全かみ合い率が $\varepsilon_\gamma \geq 2$ の場合には，作用平面上で内歯車の歯先のかみ合い限界点から一正面法線ピッチだけ歯元に寄った位置に， $\varepsilon_\gamma < 2$ の場合には外の一組かみ合い点になった．

図 2.31 は， $z_i/z_p = 90/25, b = 30 \text{ mm}$ ，種々の β_0 に対する最大引張，圧縮歯元応力 $\sigma_{tmax}, \sigma_{cmax}$ と α_n の関係を示す．図 2.31 中の破線は $\varepsilon_\gamma < 2$ の部分を，実線は $\varepsilon_\gamma \geq 2$ の部分を示す．図 2.31 より $\sigma_{tmax}, \sigma_{cmax}$ は，いずれも $\varepsilon_\gamma < 2$ では α_n の増加とともに減少するが， $\varepsilon_\gamma \geq 2$ では逆に増大することがわかる．これは， $\varepsilon_\gamma < 2$ では α_n の増加に伴う歯元の危険断面歯厚の増大による（最悪かみ合い位置において着目歯が全荷重を負担している）．また， $\varepsilon_\gamma \geq 2$ では α_n の増加に伴う最悪かみ合い位置における同時接触線長さの減少と着目歯の分担荷重の増大（図 2.24, 2.25）による．

図 2.32 は， $z_i/z_p = 90/25, \beta_0 = 20^\circ$ ，種々の b に対する σ_{tmax} と α_n の関係を示す．図 2.32 中の実線および破線による表示は図 2.31 の場合と同様である．図 2.32 より σ_{tmax}

は、歯幅が狭い $b \leq 30$ mm の場合には、 $\varepsilon_\gamma < 2$ では α_n の増加とともに減少するが、 $\varepsilon_\gamma \geq 2$ では逆に増大することがわかる。また歯幅が広い $b = 50$ mm の場合には、 $\alpha_n = 20^\circ$ 付近で極大値を持つことがわかる。これは α_n の増加に伴う着目歯の最悪かみ合い位置における接触線長さの減少による歯元応力の増大と歯元の危険断面歯厚の増加による歯元応力の減少の相対関係によると考えられる。また σ_{cmax} の場合も図 2.32 の場合と同様な傾向を示した。

図 2.31, 2.32 の結果より、はすば内歯車対において $\varepsilon_\gamma < 2$ では高圧力角の採用によって、 $\varepsilon_\gamma \geq 2$ では低圧力角の採用によって、曲げ強度の向上が期待できる。

図 2.33 は、 $\beta_0 = 20^\circ$ 、 $b = 30$ mm、種々の α_n に対する σ_{tmax} と z_i の関係を示す。図 2.33 より σ_{tmax} は、 z_i の減少とともに減少することがわかる。また σ_{cmax} の場合も図 2.33 の場合と同様な傾向を示した。

2.4 結 言

本章において得られた主な点を要約すると次のとおりである。

(1) 基準圧力角 $\alpha_n = 17.5 \sim 27^\circ$ の平・はすば内歯車に適用できる歯の曲げ・せん断たわみと曲げモーメントの影響関数の近似式を導いた。

(2) 本研究で導いた歯の曲げ・せん断たわみの影響関数と曲げモーメント影響関数の近似式によるたわみと歯元応力の計算値は、いずれも FEM による計算値とよく一致する。

(3) はすば内歯車対の 1 対の着目する歯対の荷重分担率 f_{LS} のかみ合い進行に伴う変化は、基準圧力角 α_n の減少とともに小さくなる。

(4) はすば内歯車の荷重分担率の最大値 f_{LSmax} は、ねじれ角 β_0 、歯幅 b の増加、内歯車の歯数 z_i 、基準圧力角 α_n の減少とともに減少する。

(5) はすば内歯車の最大歯元応力が発生するかみ合い位置の接触線上の分布荷重の最大値は、 α_n の増加とともに増大する。

(6) 種々の基準圧力角 α_n のはすば内歯車対のかみ合い時の最大引張、圧縮歯元応力 σ_{tmax} 、 σ_{cmax} が発生するかみ合い位置は、全かみ合い率が $\varepsilon_\gamma \geq 2$ の場合には、作用平面上で内歯車の歯先のかみ合い限界点から一正面法線ピッチだけ歯元に寄った位置に、 $\varepsilon_\gamma < 2$ の場合には外の一組かみ合い点になる。

(7) はすば内歯車対では、 $\varepsilon_\gamma < 2$ 場合には高圧力角の採用によって、 $\varepsilon_\gamma \geq 2$ の場合には、逆に低圧力角の作用によって曲げ強度の向上が期待できる。

(8) はすば内歯車対の σ_{tmax} 、 σ_{cmax} は、 z_i の増加とともに増大する。

第3章 薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の歯元応力

3.1 緒言

薄肉非対称ウェブ構造平内歯車は、自動車のオートマチックトランスミッション(AT)用遊星歯車装置をはじめ、航空機、船舶などの減速機用遊星歯車装置、建設機械のキャタピラドライブ用遊星歯車装置に至るまで広く用いられるが、それらの歯元実応力の評価法については、まだ十分には明らかにされていない。従来、内歯車装置の強度向上を目的として、基準圧力角 α_0 が 20° より高い内歯車がしばしば用いられる。厚肉平内歯車の場合については、歯の引張側、圧縮側の实用歯元実応力計算式が導かれている^{(3.1)~(3.3)}。外歯車の場合には高い α_0 の採用によって強度向上が有効になるがウェブのない扇形穴付き薄肉平内歯車の場合には、逆に強度低下になることが明らかにされている^(3.4)。また、薄肉非対称ウェブ構造平内歯車については、三次元有限要素法(3D-FEM)と歯の曲げ・せん断たわみの影響関数を用いた歯元応力計算法が導かれ、 $\alpha_0=20^\circ$ に対してのみ負荷かみ合い時の荷重分担率、接触線上の荷重分布、歯元応力などが明らかにされている^(3.5)が、他の α_0 や異なるウェブ構造の場合についてはまた明らかにされていない。

本章では、自動車のAT用遊星歯車装置や建設機械のキャタピラドライブ用遊星歯車装置などによく用いられている $\alpha_0=20^\circ, 27^\circ$ の2種類のウェブ構造の薄肉非対称ウェブ構造平内歯車に対して、まず3D-FEMを用いて歯車モデルの歯面上の各節点に歯面垂直方向の集中荷重が作用する場合の歯のたわみ計算を行い、これらのたわみの結果から、歯の曲げ・せん断たわみ(基礎部の変形を含む)の影響関数の近似式を導いた。次にこれらの近似式と久保・梅澤の方法^(3.6)を用いて、負荷かみ合い時の荷重分担率 f_{LS} 、接触線上の荷重分布 p を求め、 $\alpha_0=20^\circ$ の場合および $\alpha_0=27^\circ$ の一体歯車の場合と比較することにより、 f_{LS} 、 P に及ぼす α_0 およびウェブ構造の影響について明らかにした。さらに、分布荷重が作用する場合の歯元応力を3D-FEMにより求め、 $\alpha_0=20^\circ$ の場合および $\alpha_0=27^\circ$ の一体歯車の場合と比較することにより、歯元応力、最大歯元応力の発生位置に及ぼす α_0 および歯車構造の影響などについて明らかにしている^(3.7)。

3.2 薄肉非対称構造平内歯車の歯元応力の計算法

3.2.1 FEM による応力・たわみ解析

本 3D-FEM 解析では、図 3.1 に示す 20 節点アイソパラメトリック固体要素を用いて、薄肉非対称構造平内歯車の要素分割を行い、応力・たわみの計算を行った。アイソパラメトリック固体要素の特徴としては、①計算式が複雑、②プログラムが複雑、③1 要素あたりの計算時間が長い、④粗い分割でも高い精度が得られる、などが挙げられる。

計算法としては、モデル形状が歯車の歯のような同じ形状の繰り返しによって構成される構造物の応力解析に適したユニット消去法^(3.8)^(3.9)を用いた。ユニット消去法は、解析対象とする構造物をいくつかの部分（ユニット）に分割して、式 (3.1) の剛性方程式を組み立て、全体の計算を小規模な逆行列の積重ねに変換する方法である。なお、本解析に用いたユニット消去法の詳細については、付録に述べている。

$$[K]\{\delta\} = \{F\} \quad (3.1)$$

ここで、マトリックス $[K]$ は剛性マトリックス、ベクトル $\{\delta\}$ は節点変位ベクトル、ベクトル $\{F\}$ は節点力ベクトルである。

3.2.2 歯車モデルと周辺拘束条件

本計算では、図 3.2 に示す 3 個の遊星歯車をもつ遊星歯車装置に用いられる薄肉非対称構造平内歯車を対象として、3D-FEM による応力・たわみの計算を行った。この内歯車は、図 3.3 に示す構造・寸法のウェブが歯幅の外側にあるモデル A およびウェブが歯幅内にあるモデル B の 2 種類で、それらの諸元を表 3.1 に示す。これらの内歯車の歯形は、表 3.2 に示す歯数 $z_c=25$ 、工具歯先丸み半径 $r_0=0.15m$ (m : モジュール)、転位係数 $x_c=0$ のピニオンカッタで創成歯切りされる標準平内歯車である。内歯車の歯数が 3 (遊星歯車の個数) の倍数なので、負荷条件および支持条件の対称性を考慮して、本解析は図 3.4 に示す 1/3 内歯車モデルを用いた。相手遊星歯車は、歯数 $z_p=21$ 、内歯車と同じ歯幅の標準一体歯車とする。この内歯車モデルのリム端 AA' と BB' 上の節点の円周および半径方向変位はそれぞれ等しい。

1/3 内歯車モデルの要素分割は、文献 (3.10) の結果 (たわみ、歯元応力の計算値が測定値とよく一致する) に基づいて、20 節点アイソパラメトリック固体要素を用いて行った。図 3.5 は、モデル A、モデル B の負荷歯と負荷歯以外の歯の予想分割パターンを示す (負荷歯の分割は、負荷歯以外の歯より細かく分割している)。

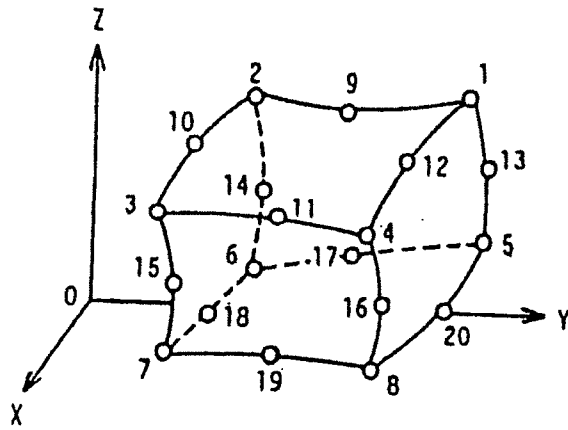


Fig. 3.1 Isoparametric element with 20 nodes

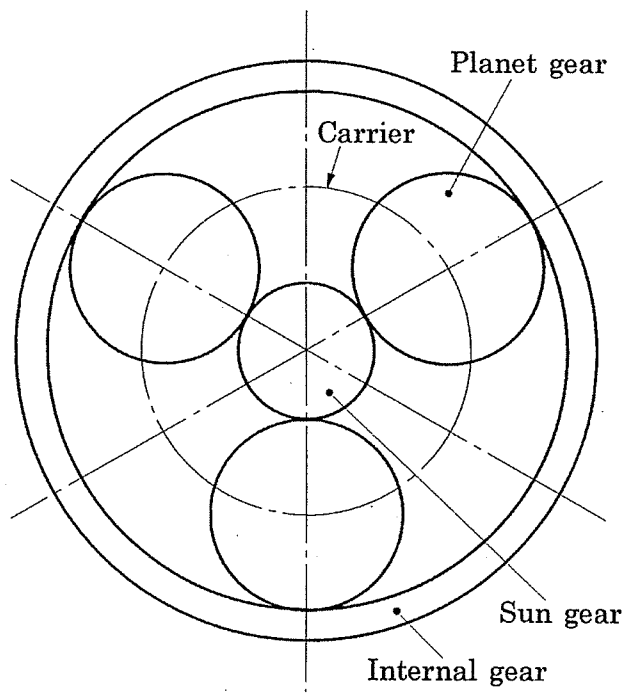


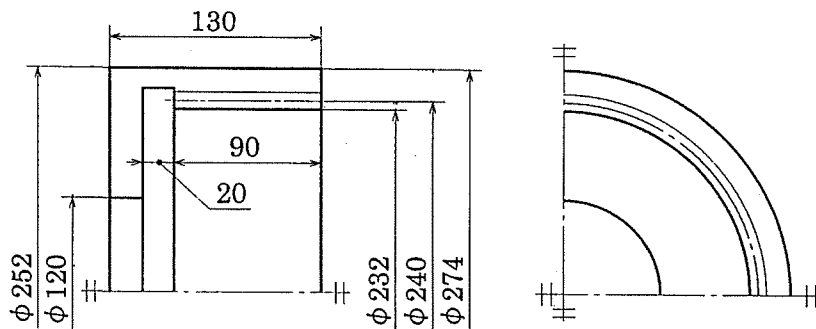
Fig. 3.2 Schematic illustration of planetary gear unit

Table 3.1 Dimensions of spur internal gears

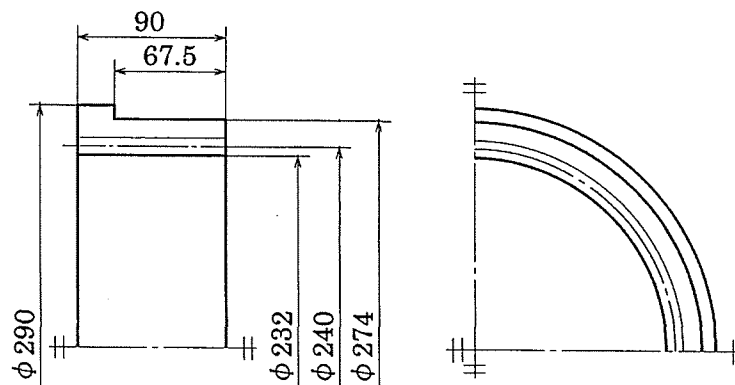
	Model A20	Model A27	Model B20	Model B27
Module m	4			
Pressure angle α_n	20°	27°	20°	27°
Number of teeth z_i	60			
Face width b	90 mm			
Rim thickness l_w/m	3			
Web thickness b_w/b	0.22		0.25	

Table 3.2 Dimensions of pinion cutters

	Model A20	Model A27	Model B20	Model B27
Model m	4			
Pressure angle α_c	20°	27°	20°	27°
Number of teeth z_c	25			
Edge radius r_0/m	0.15	0.1	0.15	0.1

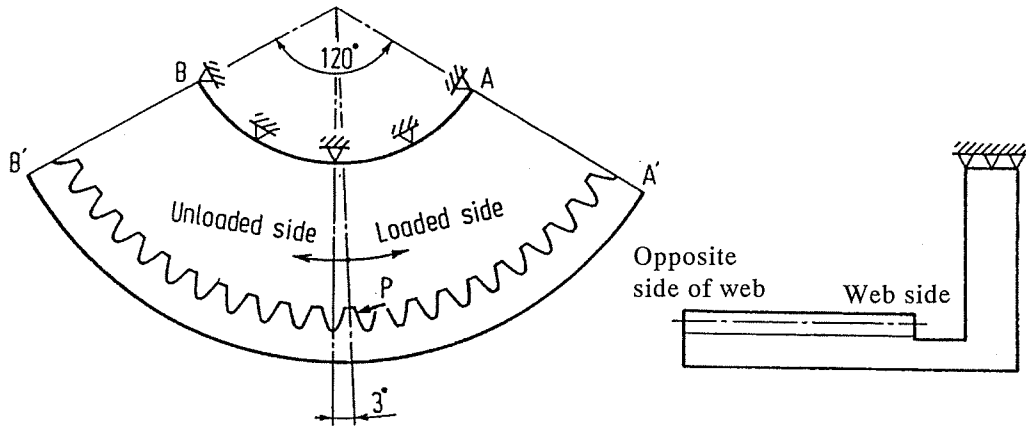


(a) Model A

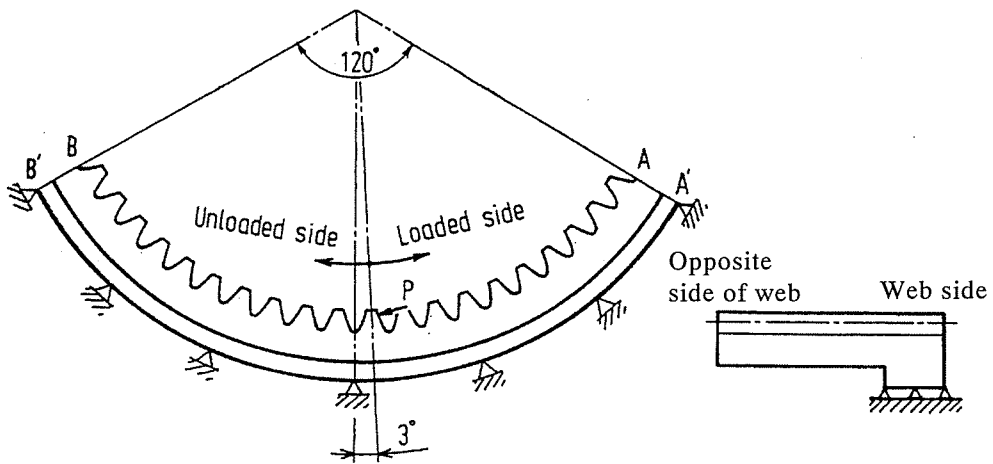


(b) Model B

Fig. 3.3 Dimensions and structures of thin-rimmed spur internal gear with asymmetric web arrangement

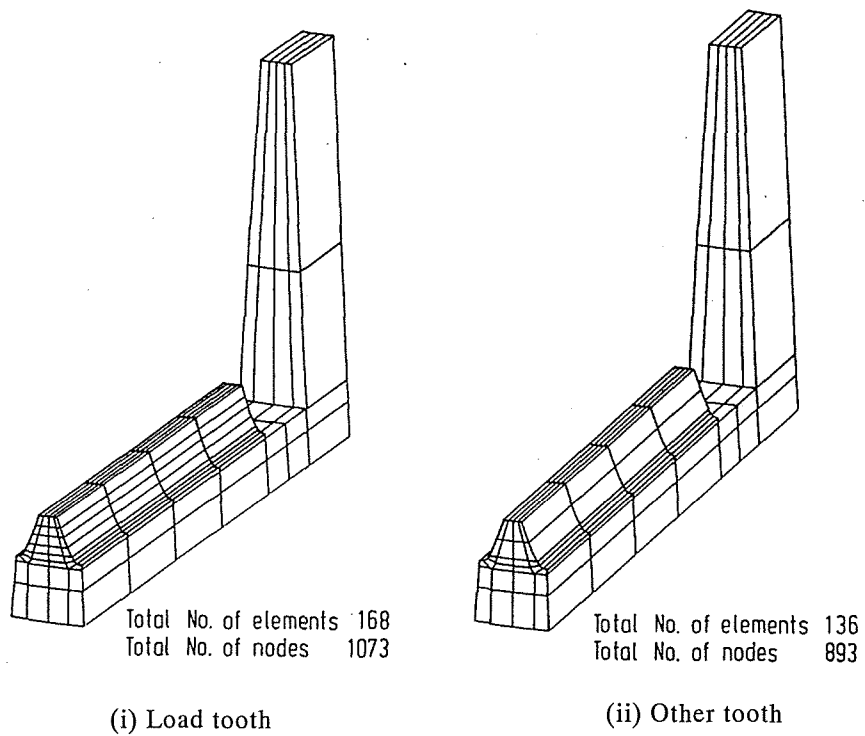


(a) Model A

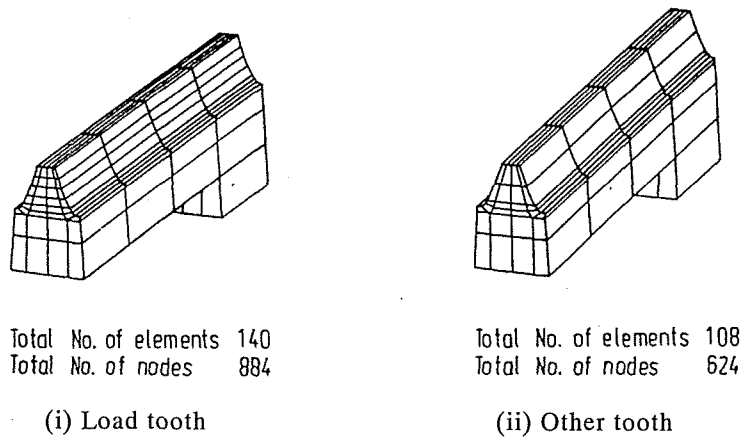


(b) Model B

Fig. 3.4 1/3 internal gear models



(a) Model A



(b) Model B

Fig. 3.5 Mesh pattern of loaded tooth and other tooth

負荷歯および負荷歯以外の歯の要素数，節点数はモデル A の場合では，それぞれ 168，1073 および 136，893，モデル B の場合では，それぞれ 140，884 および 108，624 である．図 3.6 は，モデル A およびモデル B の 1/3 内歯車モデルの要素分割パターンを示す．モデル A およびモデル B の総要素数，総節点数はそれぞれ 2752，16539，および 2192，11676 である．本 FEM 解析では，縦弾性係数 $E=206\text{GPa}$ ，ポアソン比 $\nu=0.3$ を用いて応力，たわみの計算を行っている．

3.2.3 荷重分担率，接触線上の荷重分布，歯元応力の計算法

本計算では，図 3.4 に示す 1/3 内歯車モデルに対して歯面上の各節点に歯面法線方向の集中荷重 $P_n=1\text{kN}$ が作用する場合の歯のたわみを 3D-FEM により計算した．3D-FEM による歯の中央面のたわみ（歯先を原点とし，歯たけ $h=2.25\text{m}$ で基準化した中央面垂直方向のたわみ）の計算結果から中央面のたわみ曲面の近似式を導いた．近似式は，図 3.7 に示す座標軸を用いて式 (3.2) で表され．係数 $a_{i1}\sim a_{i8}$ は最小二乗法 SALS^(3.11) により決定した，

$$w_{ei}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}) = 1/\{a_{i1}(\bar{x}-\bar{\xi})^2 + a_{i2}\bar{y}^2 + a_{i3}(\bar{x}-\bar{\xi}) + a_{i4}\bar{y} + a_{i5}\} + a_{i6}(\bar{x}-\bar{\xi}) + a_{i7}\bar{y} + a_{i8} \quad (3.2)$$

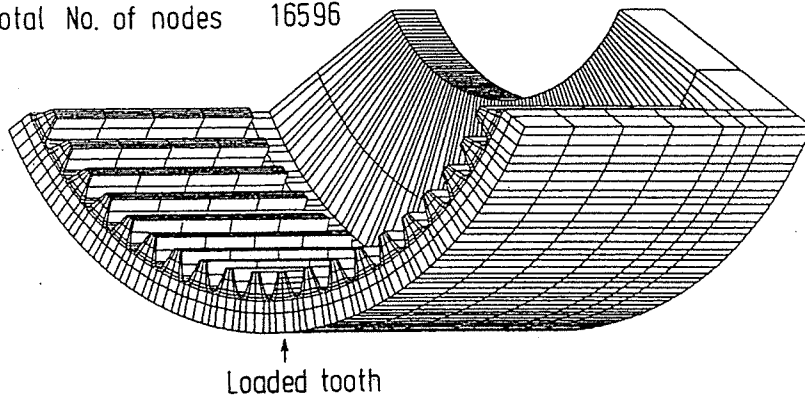
ここで， (\bar{x}, \bar{y}) ：たわみの測定点座標（バーは，はたけ h で基準化した値を示す）， $(\bar{\xi}, \bar{\eta})$ ：負荷点位置， i ：FEM モデルの負荷点の節点番号， $w_{ei}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi})$ ： i 点に集中荷重が作用する場合の中央面のたわみ．歯面上の任意の点に集中荷重が作用する場合の中央面のたわみ $w_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$ は， $w_{ei}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi})$ と内挿関数^(3.12) N_j を用いて式 (3.3) により得られる．

$$w_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta}) = \sum_{j=1}^4 N_j w_{ej}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}) \quad (3.3)$$

ここで， e ：図 3.8 に示す中央面上の FEM モデルの負荷点直下の要素番号． j ：図 3.8 に示す要素 e の節点番号 ($j=1\sim 4$)， $N_1\sim N_4$ は，図 3.8 に示す記号を用いて次式で表される．

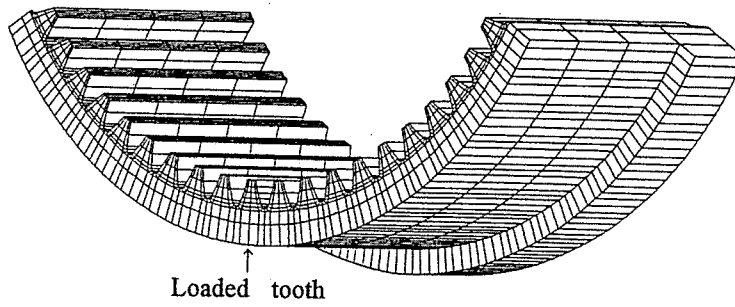
$$\left. \begin{aligned} N_1 &= ab - bu - av + uv \\ N_2 &= bu - uv \\ N_3 &= uv \\ N_4 &= av - uv \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Total No. of elements 2752
Total No. of nodes 16596



(a) Model A

Total No. of elements 2192
Total No. of nodes 11676



(b) Model B

Fig. 3.6 Mesh pattern of 1/3 internal gear model

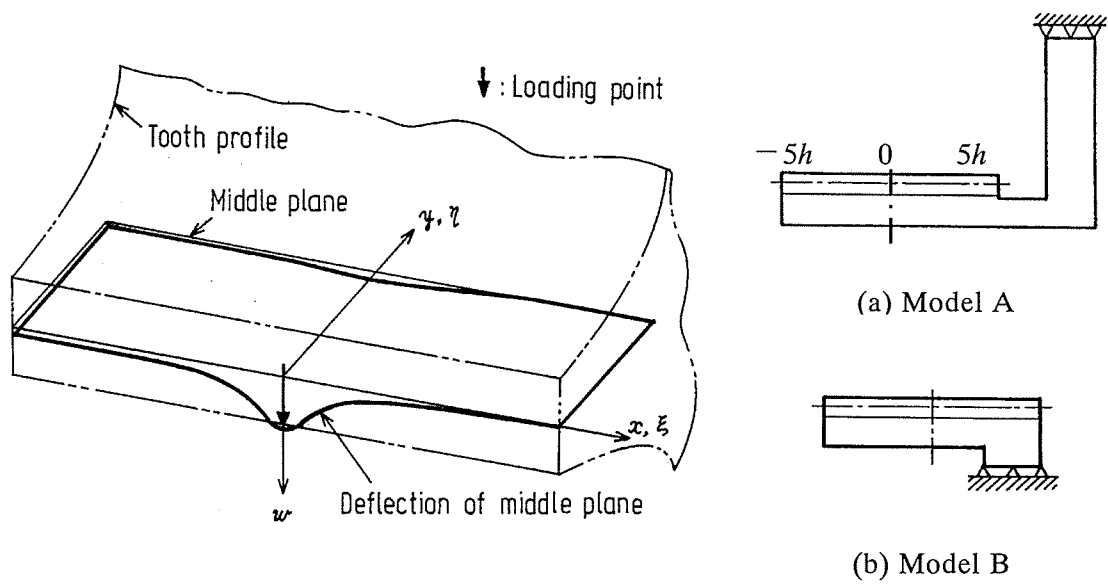


Fig. 3.7 Deflection function

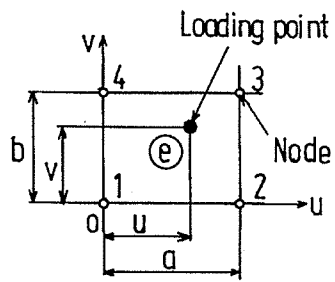


Fig. 3.8 Element coordinates on middle plane

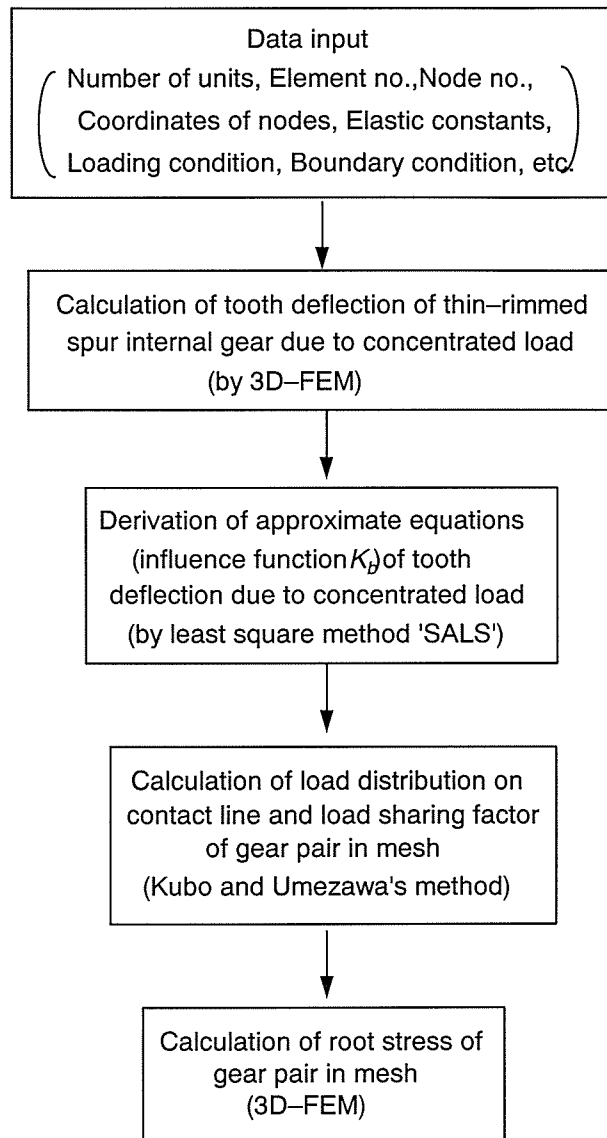


Fig. 3.9 Flow chart for calculation of root stress in mesh

$w_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$ より式(3.5)で表される曲げ・せん断たわみ(基礎部の変形を含む)の影響関数 $K_b(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta})$ を求めた.

$$K_b(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta}) = w_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}, \bar{\eta}) / (P_n / m) \quad (3.5)$$

次に, この影響関数と久保・梅澤の方法^(3.6)を用いて, 円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合の荷重分担率, 接触線上の荷重分布を求めた. さらに分布荷重が作用する場合の歯元応力を3D-FEMにより求めた. 本計算では, 円周方向バックラッシュは $c_0=180\mu\text{m}$, 歯車誤差は零としている. 図3.9に歯元応力計算のフローチャートを示す. 本計算法は, 薄肉平歯車の場合のみならず, 接触線が斜めのはずば歯車の場合にもできるものである.

3.3 計算結果および考察

3.3.1 歯のたわみに及ぼす基準圧力角, ウェブ構造の影響

図3.10は, 図3.4に示す1/3内歯車モデルA, B(モデルA20: $\alpha_0=20^\circ$ のモデルA, モデルA27: $\alpha_0=27^\circ$ のモデルA, モデルB20: $\alpha_0=20^\circ$ のモデルB, モデルB27: $\alpha_0=27^\circ$ のモデルB)に対して, 歯幅中央の歯先の節点に, 歯面垂直方向の集中荷重 $P_n=1\text{kN}$ が作用する場合の歯の中央面歯先のたわみ(中央面垂直方向のたわみ)の計算結果を比較して示す. 図3.10中の横軸は歯幅中央を原点とし, 縦軸はたわみ K_b をとっている. 図3.10より歯のたわみは, モデルAのほうがモデルBの場合より大きいこと, 負荷点のたわみは, モデルA, Bいずれも, $\alpha_0=27^\circ$ のほうが $\alpha_0=20^\circ$ の場合より大きい, 負荷点から離れた位置のたわみは逆に小さくなることわかる.

3.3.2 歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式

図3.11は, それぞれモデルA27, B27に対して, 歯幅中央の歯先, ウェブ側の歯先の節点に歯面垂直方向の集中荷重 $P_n=1\text{kN}$ が作用する場合の歯の中央面のたわみ分布のFEMと近似式による計算結果を比較して示す. 図3.11より中央面のたわみは, いずれも場合もモデルA27のほうがモデルB27の場合より大きいこと, FEMと近似式によるたわみの計算結果はよく一致することがわかる.

表3.3, 3.4にモデルA20, A27の歯面上の各節点に集中荷重が作用する場合のたわみ曲面の近似式の係数を示す. モデルA20, A27の図3.11以外の歯面上の各節点に集中荷重が作用する場合のFEMと近似式によるたわみの計算結果は, 図3.11の

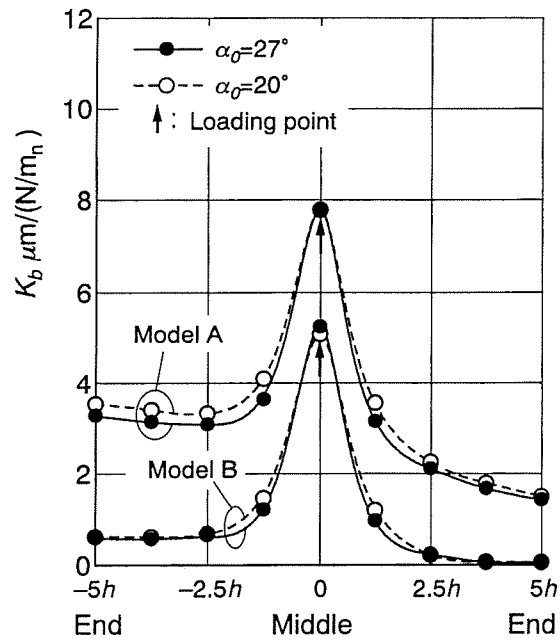
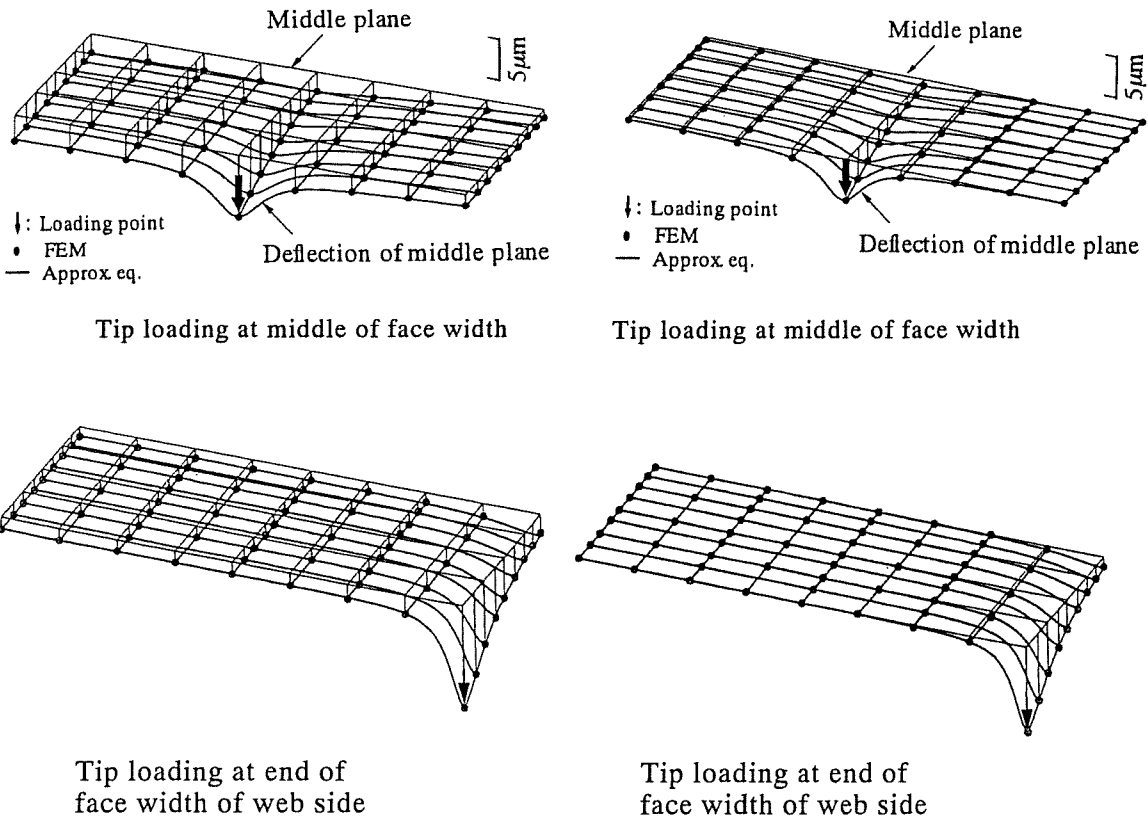


Fig. 3.10 Deflections of middle plane



(a) Model A27

(b) Model B27

Fig. 3.11 Comparisons between deflections of middle plane calculated by FEM and approximate equations

Table 3.3 Coefficients of approximate equations of tooth deflection (Model A20)

i	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}
1	1.67521E+00	-1.14653E-02	1.88226E+00	1.38105E+00	3.58024E+00	-5.25670E-06	-2.53072E-02	8.34576E-02
2	4.22674E+00	1.01588E+00	4.30731E+00	5.42414E+00	2.18353E+01	-8.93728E-03	-2.44799E-02	1.24664E-01
3	4.68309E+00	4.06896E-01	5.62195E+00	8.33020E+00	2.22951E+01	-6.89251E-03	-2.85241E-02	9.15303E-02
4	4.74526E+00	7.73867E-01	6.15452E+00	8.93687E+00	2.10777E+01	-3.99677E-03	-2.29655E-02	6.07064E-02
5	2.38352E+00	1.50152E-01	2.23558E+00	1.94527E+01	1.58848E+01	2.26312E-07	-1.43516E-02	5.63157E-02
6	2.59189E+00	-1.04728E-02	1.01345E-01	1.43097E+00	5.10646E+00	-4.18325E-06	-2.36657E-02	7.39217E-02
7	7.25862E+00	1.79868E+00	-1.52645E+00	6.87532E+00	2.74795E+01	-8.02810E-03	-2.31298E-02	1.13944E-01
8	8.47574E+00	3.18687E-02	-1.75593E+00	1.18920E+01	2.76517E+01	-6.14646E-03	-2.66990E-02	8.45348E-02
9	8.74382E+00	1.71239E+00	-2.19695E+00	1.35359E+01	2.89497E+01	-3.24917E-03	-2.01085E-02	5.78039E-02
10	4.24034E+00	2.62396E-02	-2.39730E+00	3.37177E+01	2.16387E+01	2.38538E-08	-1.24304E-02	5.13516E-02
11	3.95315E+00	-8.75080E-03	-9.15387E-01	1.33703E+00	4.92538E+00	-3.48359E-06	-2.21045E-02	6.40911E-02
12	1.34214E+01	3.46762E+00	-6.59231E+00	1.22169E+01	2.99549E+01	-7.88261E-03	-2.18894E-02	1.09156E-01
13	1.53726E+01	1.67554E-01	-7.97938E+00	1.55933E+01	2.55160E+01	-5.39353E-03	-2.32408E-02	7.68920E-02
14	1.69838E+00	4.37310E+00	-1.11276E+01	2.12572E+01	2.92276E+01	-2.58432E-03	-1.81207E-02	5.52571E-02
15	9.10747E+00	5.18595E-03	-1.04195E+01	5.91647E+01	2.34812E+01	2.25196E-09	-9.95957E-03	4.65925E-02
16	5.87837E+00	-6.22978E-03	-4.98043E-01	1.07496E+00	3.19221E+00	-2.82492E-06	-1.92018E-02	5.18221E-02
17	2.23320E+01	5.08412E+00	-1.66710E-01	1.35104E+01	1.36539E+01	-6.64038E-03	-1.74850E-02	9.48470E-02
18	2.81257E+01	9.89425E-01	-8.38080E+00	1.94403E+01	1.18693E+01	-4.63409E-03	-1.98297E-02	6.84822E-02
19	3.29592E+01	7.76066E+00	-1.53953E+01	2.72068E+01	1.55012E+01	-2.22919E-03	-1.55223E-02	4.98872E-02
20	1.77722E+01	1.70771E-02	-1.08534E+01	9.24063E+01	1.59942E+01	2.66298E-09	-8.10264E-03	4.18203E-02
21	7.75226E+00	-3.66067E-03	6.15315E-01	7.38874E-01	1.77711E+00	-2.27253E-06	-1.55027E-02	3.94853E-02
22	2.77241E+01	4.66893E+00	1.47535E+01	7.21979E+00	-4.54253E+00	-5.15295E-03	-1.46205E-02	7.94768E-02
23	4.82835E+01	1.75947E+00	-8.86017E+00	2.21246E+01	-1.99189E+00	-4.07328E-03	-1.71516E-02	6.21433E-02
24	5.59985E+01	8.40153E+00	-2.19484E+01	2.63760E+01	3.59061E+00	-2.21654E-03	-1.26348E-02	4.39167E-02
25	4.01256E+01	1.89456E-01	-2.28406E+01	1.65965E+02	1.54387E+01	5.14738E-09	-6.85409E-03	3.85806E-02

Table 3.4 Coefficients of approximate equations of tooth deflection (Model A27)

i	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}
1	1.69891E+00	-1.31402E-02	2.71648E+00	1.61563E+00	3.69827E+00	-4.43835E-06	-2.29029E-02	7.88723E-02
2	4.17303E+00	1.10173E+00	5.81301E+00	7.39374E+00	2.64473E+01	-8.40409E-03	-2.29216E-02	1.17927E-01
3	4.54748E+00	5.43691E-01	7.34668E+00	1.08116E+01	2.62586E+01	-6.23134E-03	-2.55865E-02	8.57298E-02
4	4.65237E+00	1.95956E+00	9.07723E+00	1.32350E+01	2.41198E+01	-3.19035E-03	-2.21971E-02	6.09026E-02
5	2.33428E+00	2.82159E-03	2.76344E+00	1.79651E+01	2.07355E+01	6.49441E-09	-1.32732E-02	5.26581E-02
6	2.89102E+00	-1.12156E-02	-5.40898E-02	1.57651E+00	6.06066E+00	-3.62307E-06	-2.08645E-02	6.88357E-02
7	8.07793E+00	1.87424E+00	-3.31206E+00	9.15924E+00	3.46155E+01	-7.55805E-03	-2.15044E-02	1.07734E-01
8	9.24213E+00	1.45389E-01	-3.34384E+00	1.47002E+01	3.36009E+01	-5.55791E-03	-2.39627E-02	7.89812E-02
9	9.67564E+00	3.12585E+00	-4.23693E+00	1.87645E+01	3.65107E+01	-2.69815E-03	-1.87308E-02	5.63859E-02
10	4.75571E+00	5.39002E-04	-3.58182E+00	3.45885E+01	2.50376E+01	7.50962E-11	-1.20037E-02	4.86573E-02
11	4.68038E+00	-8.54663E-03	-1.35494E+00	1.38721E+00	5.9046E+00	-2.97096E-06	-1.95968E-02	5.82266E-02
12	1.67430E+01	3.26811E+00	-1.04707E+01	1.79955E+01	3.71088E+01	-7.43620E-03	-2.13733E-02	1.03252E-01
13	1.82999E+01	4.18106E-01	-1.12112E+01	1.87101E+01	2.93825E+01	-4.82405E-03	-2.05542E-02	7.10111E-02
14	2.06227E+01	6.12891E+00	-1.60454E+01	2.76134E+01	3.54020E+01	-2.20840E-03	-1.63571E-02	5.23365E-02
15	1.15428E+01	-2.19392E-03	-1.50394E+01	6.39673E+01	2.84659E+01	-9.63092E-10	-9.16915E-03	4.38022E-02
16	6.93709E+00	-5.70017E-03	-5.62481E-01	1.08558E+00	3.33332E+00	-2.30743E-06	-1.67646E-02	4.63542E-02
17	2.76909E+01	5.70630E+00	-7.56584E-01	1.86315E+01	1.53398E+01	-6.05075E-03	-1.57099E-02	8.76125E-02
18	3.39889E+01	1.14603E+00	-1.09132E+01	2.30836E+01	1.25365E+01	-4.11585E-03	-1.72322E-02	6.27972E-02
19	4.01036E+01	9.66884E+00	-1.96066E+01	3.30554E+01	1.69357E+01	-1.98922E-03	-1.34911E-02	4.62129E-02
20	2.32732E+01	-1.51145E-02	-1.71934E+01	1.02194E+02	2.02910E+01	-7.61750E-09	-7.41854E-03	3.92493E-02
21	8.54435E+00	-1.04310E-03	3.66693E+00	3.39526E-01	4.14466E-01	-1.35535E-06	-6.73693E-03	1.78609E-02
22	3.36821E+01	5.39610E+00	1.75217E+01	8.96889E+00	-3.86526E+00	-4.62297E-03	-1.27259E-02	7.28587E-02
23	5.84025E+01	1.79050E+00	-1.25984E+01	2.60853E+01	-1.19837E+00	-3.59750E-03	-1.44998E-02	5.66532E-02
24	6.76350E+01	9.95291E+00	-2.19002E+01	3.04660E+01	-1.24081E+00	-1.97291E-03	-1.08417E-02	4.05852E-02
25	5.35443E+01	5.93054E-03	-3.99059E+01	2.17810E+02	2.61343E+01	-3.53394E-09	-6.00310E-03	3.61521E-02

Table 3.5 Coefficients of approximate equations of tooth deflection (Model B20)

i	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄	a ₁₅	a ₁₆	a ₁₇	a ₁₈
1	2.50332E+00	1.43157E-01	2.37061E+00	2.32410E+01	1.53823E+01	1.54960E-07	-4.22268E-04	-4.22408E-04
2	5.33976E+00	-6.07133E-01	5.84232E+00	1.25540E+01	3.06228E+01	1.28449E-03	-2.11830E-03	-5.62611E-03
3	5.26739E+00	-1.30040E+00	5.90224E+00	1.20006E+01	2.78463E+01	1.96969E-03	-8.12135E-03	9.22163E-03
4	4.74934E+00	-1.89208E+00	5.18412E+00	7.77052E+00	2.27612E+01	2.89961E-03	-1.86227E-03	1.69828E-02
5	1.99633E+00	-8.69322E-02	2.04987E+00	2.59646E+00	6.77713E+00	-8.79567E-06	-4.73014E-03	1.61740E-03
6	4.39322E+00	4.53612E-02	-2.33226E+00	3.72612E+01	1.96311E+01	2.57155E-08	-3.66437E-04	-1.74599E-04
7	1.00521E+01	-1.49907E+00	-5.52145E+00	2.03409E+01	4.11793E+01	8.36212E-04	-1.57050E-03	-2.38054E-03
8	9.62398E+00	-3.30732E+00	-4.03701E+00	1.83156E+01	3.51196E+01	1.81081E-03	-5.81923E-03	8.61684E-03
9	8.75216E+00	-3.73333E+00	-2.95330E+00	1.16786E+01	3.17190E+01	3.34934E-03	-6.38931E-03	2.26756E-02
10	3.23053E+00	-8.31068E-02	-8.82291E-01	2.79833E+00	8.98859E+00	-7.35010E-06	-3.87712E-03	1.01015E-03
11	9.18033E+00	7.02424E-03	-1.05387E+01	5.87458E+01	2.12276E+01	2.30732E-09	-1.21627E-04	6.79229E-05
12	2.03293E+01	-5.24181E+00	-1.82356E+01	3.47208E+01	4.14640E+01	4.96313E-04	-1.04165E-03	-9.67581E-05
13	1.81500E+01	-6.98689E+00	-1.38062E+01	2.70939E+01	3.37770E+01	1.61438E-03	-4.00592E-03	8.03292E-03
14	1.59388E+01	-6.13817E+00	-9.60829E+00	1.71359E+01	3.00420E+01	3.20465E-03	-5.88774E-03	2.23299E-02
15	5.31547E+00	-3.24951E-03	-3.29235E+00	2.69768E+00	8.62756E+00	-1.47619E-07	-2.32375E-03	-1.14038E-03
16	1.72704E+01	7.98491E-03	-1.20937E+01	8.09809E+01	1.40594E+01	1.27819E-09	-2.81009E-05	1.72935E-04
17	4.05180E+01	-8.64579E+00	-2.67184E+01	4.42432E+01	2.63585E+01	4.26851E-04	-7.83923E-04	1.36442E-04
18	3.42060E+01	-1.09029E+01	-1.81344E+01	3.39044E+01	1.96128E+01	1.40423E-03	-3.08901E-03	7.06727E-03
19	2.89052E+01	-1.04241E+01	-8.43848E+00	2.43062E+01	1.46021E+01	2.84262E-03	-4.29562E-03	1.98344E-02
20	8.18933E+00	-4.31475E-03	-1.92594E+00	2.96673E+00	4.11932E+00	-1.75151E-07	-1.77940E-03	-1.37038E-03
21	3.65174E+01	8.09142E-03	-2.78228E+01	1.33527E+02	1.59990E+01	5.60554E-10	2.47615E-04	1.98982E-04
22	8.00595E+01	-1.46605E+01	-5.18841E+01	5.83607E+01	2.03966E+01	3.74612E-04	-7.43565E-04	3.78665E-04
23	6.19893E+01	-1.50034E+01	-2.75211E+01	4.17566E+01	8.29830E+00	1.23047E-03	-2.59375E-03	6.32025E-03
24	4.56326E+01	-1.46224E+01	-2.81894E-01	2.27930E+01	-6.60368E+00	2.27763E-03	-3.21065E-03	1.57282E-02
25	1.24012E+01	-4.33084E-03	-1.17393E+00	3.04261E+00	1.24607E+00	-1.72127E-07	-1.71676E-03	-1.59688E-03

Table 3.6 Coefficients of approximate equations of tooth deflection (Model B27)

i	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄	a ₁₅	a ₁₆	a ₁₇	a ₁₈
1	2.46606E+00	1.40534E-03	2.80807E+00	2.20558E+01	2.12608E+01	1.83822E-09	-8.23628E-04	-3.12369E-04
2	5.16784E+00	-2.13397E+00	7.48013E+00	1.86513E+01	3.87357E+01	8.99151E-04	-1.95044E-03	-2.76712E-03
3	5.08055E+00	-2.01316E+00	7.72205E+00	1.59892E+01	3.28144E+01	1.81616E-03	-6.89959E-03	9.19361E-03
4	4.65129E+00	-2.08611E+00	6.97180E+00	1.04756E+01	2.74184E+01	2.93657E-03	-2.02004E-03	1.81620E-02
5	2.00008E+00	-4.76928E-02	2.99846E+00	2.85510E+00	7.48337E+00	-3.86538E-06	-3.43572E-03	1.31220E-03
6	4.95367E+00	3.91153E-03	-4.04766E+00	4.07630E+01	2.39044E+01	3.38616E-09	-8.70236E-04	1.44891E-04
7	1.11053E+01	-3.19652E+00	-8.81025E+00	2.86287E+01	5.19954E+01	5.63647E-04	-1.70803E-03	-4.14788E-04
8	1.04525E+01	-4.20977E+00	-6.37853E+00	2.28201E+01	4.26287E+01	1.67609E-03	-4.78046E-03	8.19724E-03
9	9.64628E+00	-4.47618E+00	-5.21991E+00	1.55267E+01	3.92244E+01	3.25543E-03	-5.77085E-03	2.23434E-02
10	3.54012E+00	-2.13591E-02	-1.04961E+00	2.57101E+00	1.01075E+01	-1.79198E-06	-3.27053E-03	-7.86669E-04
11	1.16297E+01	2.03085E-03	-1.54219E+01	6.66379E+01	2.66997E+01	7.01376E-10	-1.24888E-04	1.94918E-04
12	2.50650E+01	-8.65096E+00	-2.63073E+01	4.70596E+01	5.03719E+01	3.39744E-04	-1.01162E-03	8.90659E-04
13	2.17683E+01	-7.93601E+00	-1.93465E+01	3.25194E+01	3.96796E+01	1.48067E-03	-3.32342E-03	7.48141E-03
14	1.94091E+01	-7.44825E+00	-1.44104E+01	2.29635E+01	3.60946E+01	3.07952E-03	-5.33003E-03	2.16694E-02
15	6.45608E+00	-4.81836E-03	-4.96570E+00	2.84908E+00	1.04317E+01	-1.68576E-07	-1.94124E-03	-1.32661E-03
16	2.24506E+01	2.02514E-03	-1.84572E+01	9.92228E+01	1.78834E+01	4.90992E-10	1.01347E-04	2.30654E-04
17	5.05868E+01	-1.24382E+01	-3.69329E+01	5.58947E+01	3.16739E+01	3.48180E-04	-6.88305E-04	5.59166E-04
18	4.14428E+01	-1.14491E+01	-2.33750E+01	3.87949E+01	2.15400E+01	1.27967E-03	-2.81679E-03	6.55259E-03
19	3.54553E+01	-1.24176E+01	-1.22243E+01	3.04328E+01	1.63340E+01	2.62821E-03	-3.74868E-03	1.84020E-02
20	9.86015E+00	-3.59511E-03	-2.59354E+00	3.16667E+00	4.33133E+00	-1.49233E-07	-1.71889E-03	-1.30682E-03
21	4.78612E+01	5.29205E-03	-4.45244E+01	1.59719E+02	2.62680E+01	5.49735E-10	2.45585E-04	2.77527E-04
22	1.00531E+02	-1.92964E+01	-7.57079E+01	7.12825E+01	3.35486E+01	3.21274E-04	-5.88343E-04	5.86624E-04
23	7.62807E+01	-1.83135E+01	-3.99491E+01	4.96450E+01	1.43017E+01	1.10852E-03	-2.09851E-03	5.73247E-03
24	5.86924E+01	-1.62426E+01	-9.36623E+00	3.32886E+01	-3.59897E-01	2.16025E-03	-2.93578E-03	1.51636E-02
25	1.50327E+01	-4.85640E-03	-2.33725E+00	3.28815E+00	1.75221E+00	-1.73884E-07	-1.54817E-03	-1.50860E-03

場合と同様によく一致したので，導いた歯のたわみの近似式はモデル A20，A27 の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式として有効であると考えられる。

表 3.5，3.6 にモデル B20，B27 の歯面上の各節点に集中荷重が作用する場合のたわみ曲面の近似式の係数を示す。モデル B20，B27 の図 3.11 以外の歯面上の各節点に集中荷重が作用する場合の FEM と近似式によるたわみの計算結果は，図 3.11 の場合と同様によく一致したので，導いた近似式は，モデル B20，B27 の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式として有効であると考えられる。

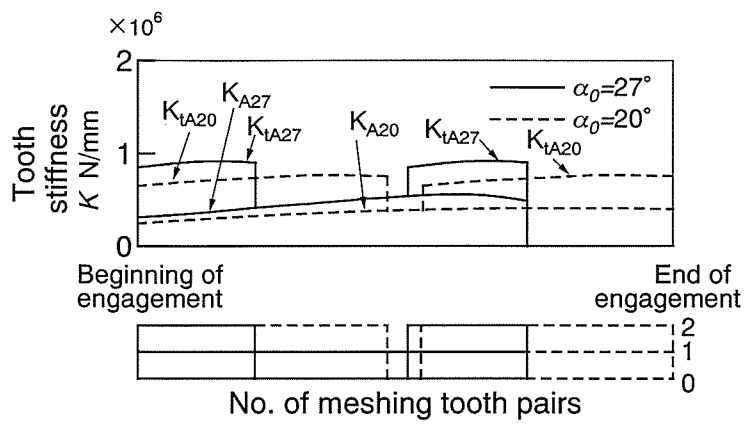
3.3.3 歯対のばねこわさに及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響

図 3.12 は，3.3.2 節で求めたモデル A，モデル B の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式と久保・梅澤の方法^(3.6)を用いて求めた，薄肉非対称平内歯車対（内歯車：被動歯車）に円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合のかみ合いの進行に伴う歯対のばねこわさ K, K_t (K ：一对のばねこわさ， K_t ：かみ合う全歯対のばねこわさ) の変化を示す。図中には横軸にかみ合い位置とかみ合う歯対の数を，縦軸に歯対のばねこわさを取っている。図 3.12 より K, K_t は，モデル A，B いずれも $\alpha_0=20^\circ$ より $\alpha_0=27^\circ$ の場合のほうが大きいことがわかる。またかみ合い進行に伴う K, K_t の変化も $\alpha_0=20^\circ$ より $\alpha_0=27^\circ$ の場合のほうが大きい。なお， K, K_t の $\alpha_0=20^\circ$ と 27° の場合の差は，モデル A，B，一体歯車の順に大きくなることがわかる。

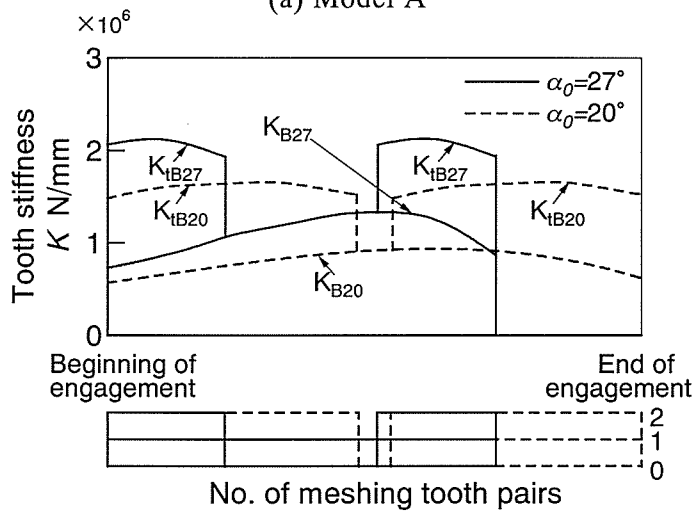
図 3.13 は $\alpha_0=20, 27^\circ$ の薄肉非対称ウェブ構造平内歯車対に円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合のかみ合いの進行に伴う歯対のばねこわさ K, K_t の変化を比較して示す。図 3.13 より K, K_t は，全かみ合い範囲においてモデル A，B，一体歯車対の順に大きくなることがわかる。また K, K_t のかみ合いの進行に伴う変化もモデル A，B，一体歯車対の順に大きくなる。このことは歯のリム部（基礎部）の剛性がモデル A，B，一体歯車対の順に大きくなることと対応している。

3.3.4 荷重分担率に及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響

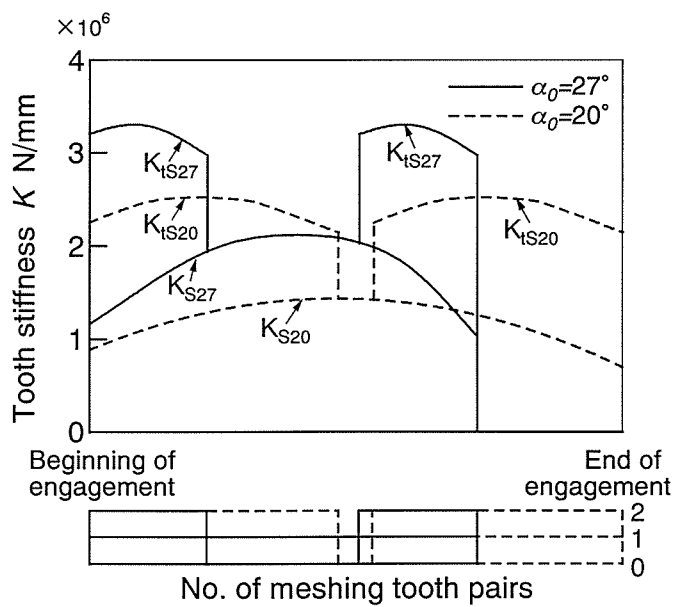
図 3.14 は，求めたモデル A20，A27，B20，B27，の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式と久保・梅澤の方法を用いて求めた。薄肉非対称構造平内歯車対（内歯車：被動歯車）に円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合のかみ合いの進行に伴う荷重分担率 f_{LS} の変化を示す。図 3.14 中の横軸は，かみ合い位置とかみ合う歯対の数を，縦軸は f_{LS} をとっている。図 3.14 中には， $\alpha_0=20, 27^\circ$ の一体歯車対に対す



(a) Model A

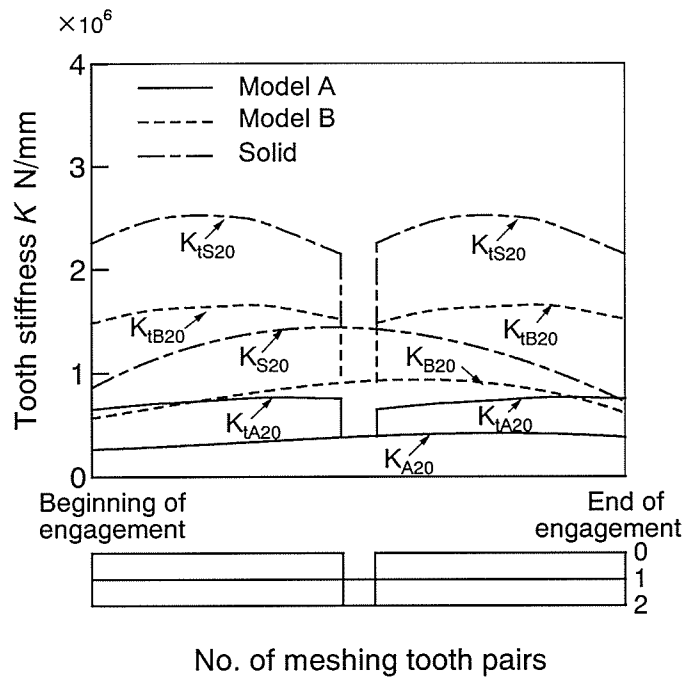


(b) Model B

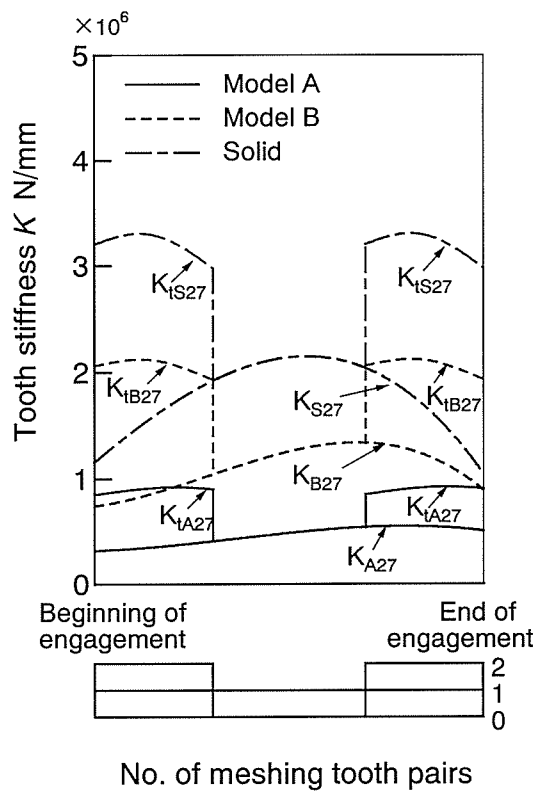


(c) Solid gear

Fig. 3.12 Stiffness of tooth pairs



(a) $\alpha_n = 20^\circ$



(b) $\alpha_n = 27^\circ$

Fig. 3.13 Stiffness of tooth pairs

る f_{Ls} の計算結果もあわせて示す。図 3.14 より f_{Ls} は、内歯車（被動歯車）の外の二組かみ合い領域では、モデル A, B, 一体歯車いずれの場合もかみ合いの進行に伴って増加する傾向を示すが、内歯車の内の二組かみ合い領域では逆に減少する傾向を示し、これらの増減割合は、 $\alpha_0=20, 27^\circ$ いずれもモデル A, B, 一体歯車の順に大きくなることがわかる。これは、図 3.12, 3.13 に示したように、かみ合いの進行に伴う歯対のばねこわさの変化が、モデル A, B, 一体歯車の順に大きくなることによると考えられる。

3.3.5 接触線上の荷重分布に及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響

図 3.15 は、 $\alpha_0=20, 27^\circ$ の薄肉非対称構造平内歯車対および一体歯車対に円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合の外の一組かみ合い点における接触線上の荷重分布の計算結果を示す。図 3.15 中の横軸に歯幅位置を、縦軸に分布荷重 p をとっている。図 3.15 より分布荷重 p は、モデル A, B いずれも、非対称構造ため、反ウェブ側の歯幅端 ($x=-5h$) からウェブ側の歯幅端 ($x=5h$) に近づくにつれて増大することがわかる。また反ウェブ側の歯幅端付近の p の極大値は、 $\alpha_0=20, 27^\circ$ いずれもモデル A のほうがモデル B の場合より小さいが、ウェブ側の歯幅端付近の p の極大値は、逆に大きいこと、モデル A, B いずれも反ウェブ側の歯幅端付近の極大値は、 $\alpha_0=20^\circ$ のほうが $\alpha_0=27^\circ$ の場合より大きい、ウェブ側の歯幅端付近の p の極大値は逆に小さくなることがわかる。一体歯車の p の分布は、 $\alpha_0=20, 27^\circ$ いずれもほぼ平坦であり、その値はモデル A およびモデル B のほぼ平均値になっている。

3.3.6 歯元応力分布に及ぼす基準圧力角，ウェブ構造の影響

図 3.16 は、円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合の外の一組かみ合い点かみ合い時の負荷歯と隣接歯の歯元応力分布の計算結果を示す。図 3.16 中の歯元応力は、各歯幅位置における歯形面に沿って生じる主応力値を歯面垂直方向にとって表したもので、符号 \oplus , \ominus はそれぞれ引張、圧縮応力を表す。図 3.16 よりいずれのモデルの場合も負荷歯の引張側、圧縮側の歯元応力は、反ウェブ側からウェブ側に向かって増加すること、最大引張、圧縮歯元応力は、それぞれウェブ側の歯幅端の負荷歯の引張側、圧縮側の歯元すみ肉部に生じることがわかる。

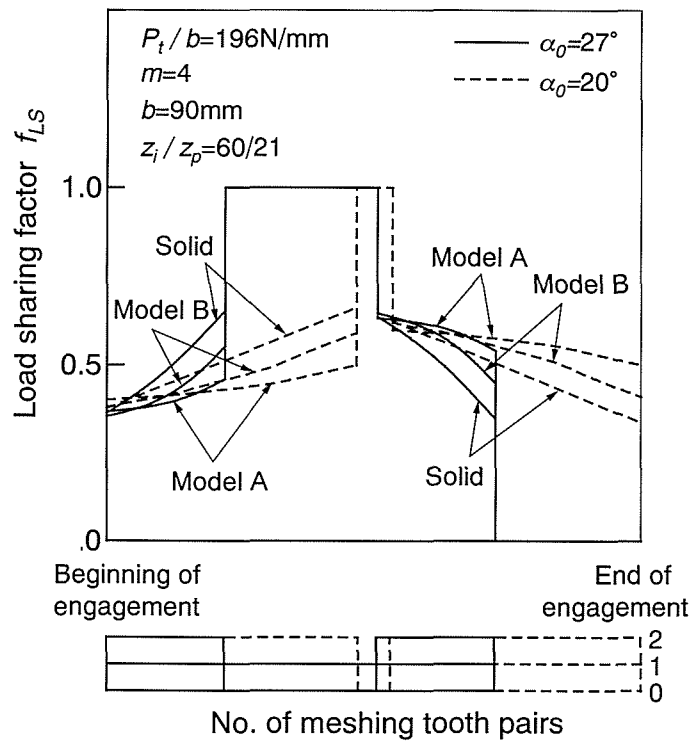


Fig. 3.14 Load sharing factors f_{LS}

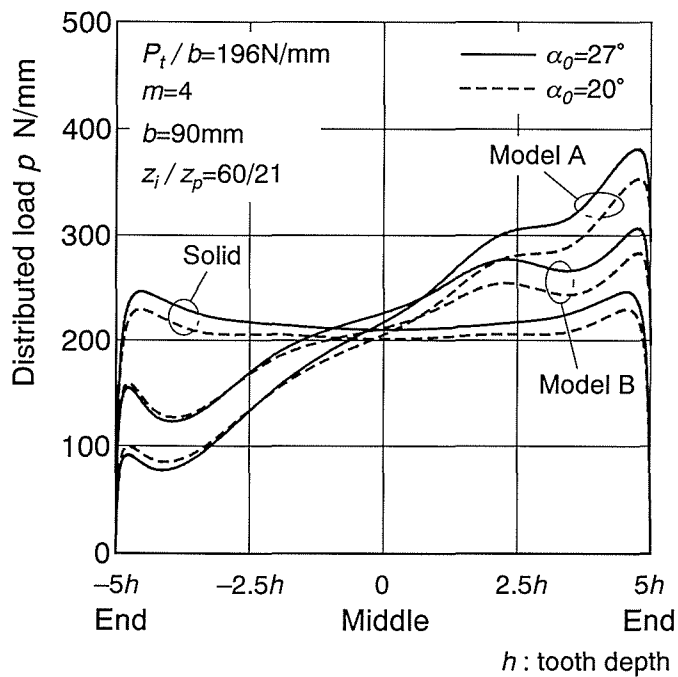
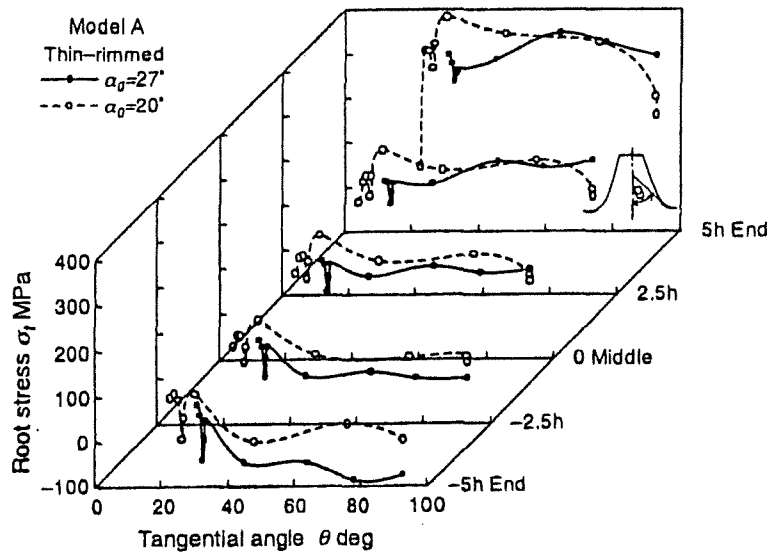
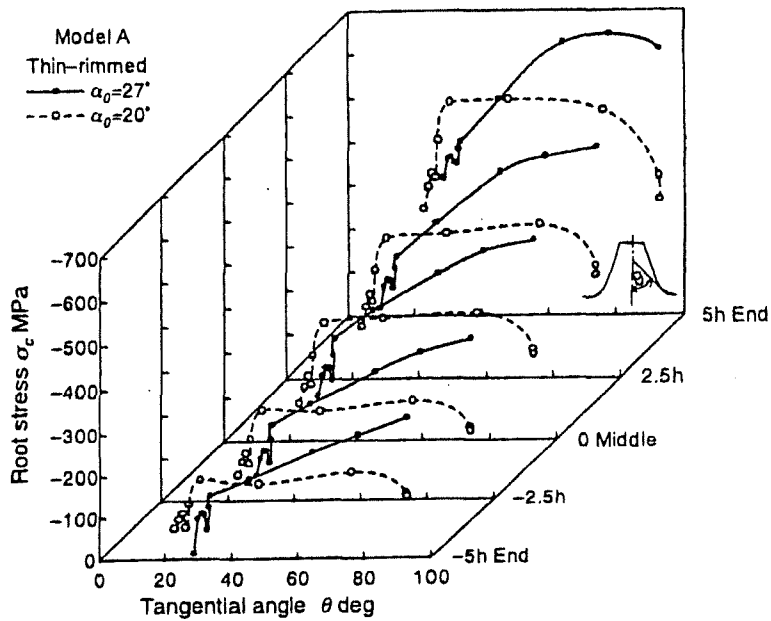


Fig. 3.15 Load distributions on contact line at outer point of single tooth pair contact

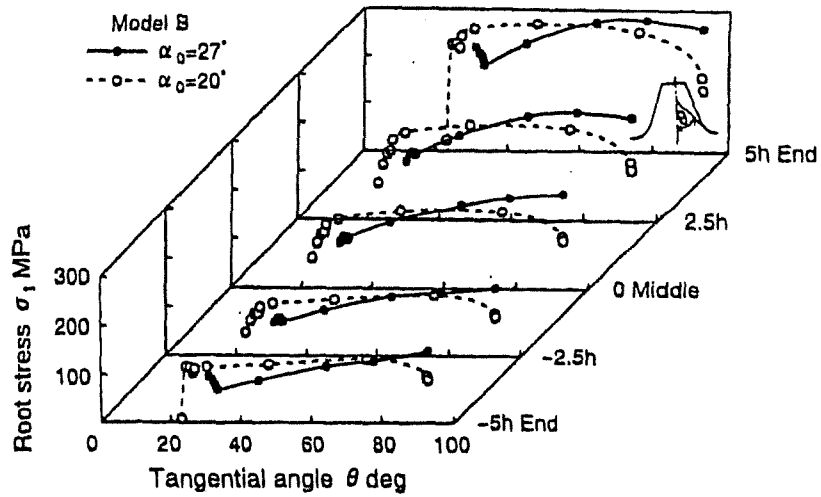


(a) Tensile side

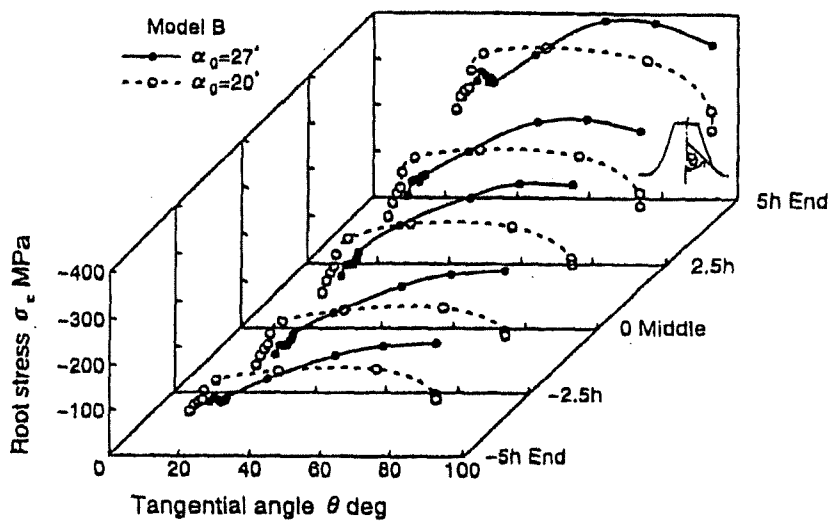


(b) Compressive side

Fig. 3.17 Relationships between root stress and tangential angle (Model A)

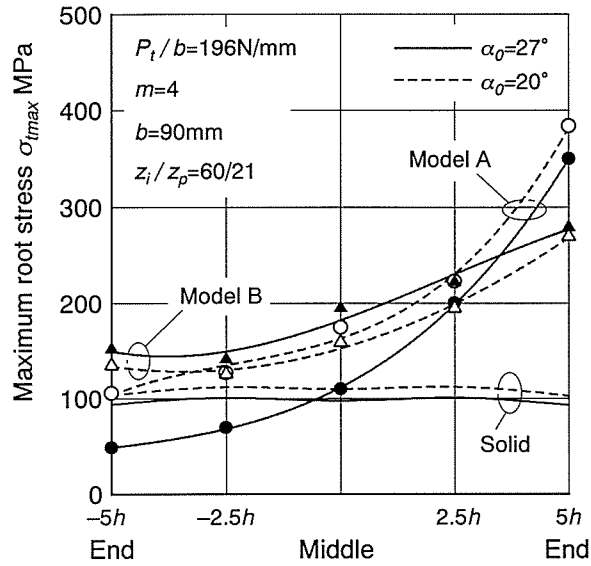


(a) Tensile side

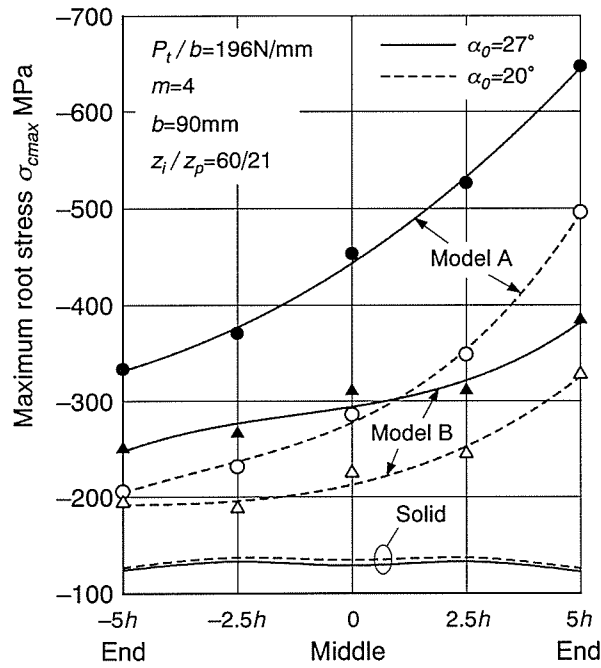


(b) Compressive side

Fig. 3.18 Relationships between root stress and tangential angle (Model B)

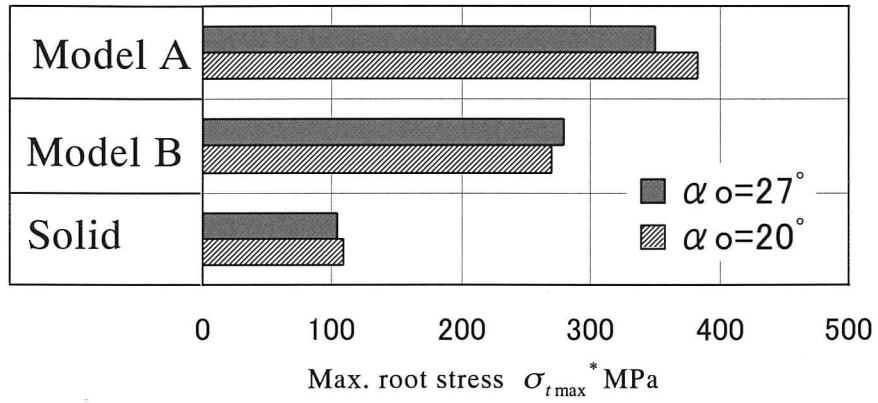


(a) Tensile side

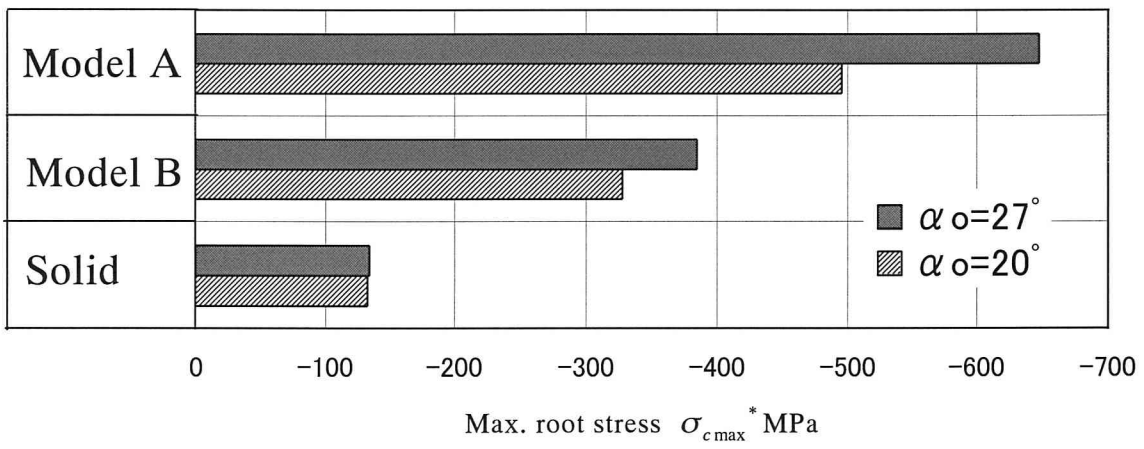


(b) Compressive side

Fig. 3.19 Maximum root stresses at each position in face width direction



(a) Tensile side



(b) Compressive side

Fig. 3.20 Maximum root stresses

3.3.7 最大歯元応力，最大歯元応力発生位置に及ぼす基準圧力角， ウェブ構造の影響

最大歯元応力が発生する歯元すみ肉位置を明らかにするために，歯形中心線と歯元すみ肉曲線の接線のなる角を接線角度 θ で表すことにする．図 3.17, 3.18 は， $\alpha_0=20, 27^\circ$ の薄肉非対称ウェブ構造平内歯車対に円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合の外の一組かみ合い点かみ合い時の負荷歯の歯元応力と接線角度の関係を示す．図 3.17 より最大引張応力発生位置は，モデル A20 の場合には，負荷歯の引張側ウェブ側の歯幅端の $\theta=30^\circ$ 付近の位置に，モデル A27 の場合には，負荷歯の引張側ウェブ側の歯幅端の $\theta=60^\circ$ 付近の位置になること，最大圧縮応力発生位置は，モデル A20 の場合には，負荷歯の圧縮側ウェブ側の歯幅端の $\theta=45^\circ$ 付近の位置に，モデル A27 の場合には，負荷歯の圧縮側ウェブ側の歯幅端 $\theta=75^\circ$ 付近の位置になることがわかる．図 3.18 より最大引張応力発生位置は，モデル B20 の場合には，負荷歯の引張側ウェブ側の歯幅端の $\theta=45^\circ$ 付近の位置に，モデル B27 の場合には，負荷歯の引張側ウェブ側の歯幅端の $\theta=90^\circ$ の歯底付近になること，最大圧縮応力発生位置は，モデル B20 の場合には，負荷歯の圧縮側ウェブ側の歯幅端 $\theta=45^\circ$ 付近の位置に，モデル B27 の場合には，負荷歯の圧縮側ウェブ側の歯幅端 $\theta=60^\circ$ 付近の位置になることがわかる．

図 3.19 は，薄肉非対称ウェブ構造平内歯車対および一体平内歯車対に円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合の外の一組かみ合い点かみ合い時の負荷歯の各歯幅位置における最大歯元応力 $\sigma_{t\max}$ ， $\sigma_{c\max}$ を示す．図 3.19 より $\sigma_{t\max}$ ， $\sigma_{c\max}$ は，いずれも反ウェブ側の歯幅端ではモデル A のほうがモデル B の場合より小さいが，ウェブ側の歯幅端では逆に大きいこと， $\sigma_{c\max}$ は， $\alpha_0=20, 27^\circ$ いずれも，全歯幅にわたってモデル A のほうがモデル B の場合より大きいことがわかる．また $\sigma_{t\max}$ は，モデル A では全歯幅にわたって $\alpha_0=27^\circ$ のほうが $\alpha_0=20^\circ$ の場合より小さいが，モデル B では逆に大きい． $\sigma_{c\max}$ は，モデル A, B いずれも全歯幅にわたって $\alpha_0=27^\circ$ のほうが $\alpha_0=20^\circ$ の場合より大きい． $\sigma_{t\max}$ ， $\sigma_{c\max}$ の最大値 $\sigma_{t\max}^*$ ， $\sigma_{c\max}^*$ は， $\alpha_0=20, 27^\circ$ いずれも一体歯車の場合に比べてかなり大きい．

図 3.20 は，図 3.19 の結果から求めた，最大引張応力 $\sigma_{t\max}^*$ ，最大圧縮応力 $\sigma_{c\max}^*$ を比較して示す．図 3.20 より $\sigma_{t\max}^*$ ， $\sigma_{c\max}^*$ は，いずれもモデル A, B，一体歯車の順に小さくなることがわかる，また $\sigma_{t\max}^*$ は，モデル A では一体歯車の場合と同様に $\alpha_0=20^\circ$ のほうが $\alpha_0=27^\circ$ の場合より大きい，モデル B の場合には逆に小さい， $\sigma_{c\max}^*$ は，モデル A, B いずれも $\alpha_0=27^\circ$ のほうが $\alpha_0=20^\circ$ の場合より大きい．従って，モデル A の場合には，高圧力角の採用によって $\sigma_{t\max}^*$ が小さくなるので，一方向回転歯車では曲げ強度の向上が期待できるが，モデル B の場合には期待できない． $\sigma_{c\max}^*$ は，

高圧力角の採用によってモデル A, B いずれも大きくなるので, 回転方向が逆転する場合には曲げ強度の向上が期待できない. モデル A20, A27, B20, B27 の $\sigma_{t,max}^*$ は, それぞれ一体歯車の 3.51, 3.38, 2.47, 2.70 倍に, $\sigma_{c,max}^*$ は, それぞれ 3.71, 4.79, 2.45, 2.85 倍にもなるので, このような薄肉非対称構造平内歯車の曲げ強度設計においては, これらのことを考慮する必要がある.

3.4 結 言

本章では, 歯幅の外側にウェブをもつ薄肉非対称ウェブ構造平内歯車対 (内歯車: 被動歯車) モデル A (モデル A20, A27: それぞれ基準圧力角 $\alpha_0=20, 27^\circ$) および一方の歯幅端にのみウェブをもつ薄肉非対称ウェブ構造平内歯車対モデル B (モデル B20, B27) に対して歯元応力計算を行い, 歯元応力に及ぼす基準圧力角およびウェブ構造の影響について検討を加えた. 得られた主な点を要約すると次のとおりである.

(1) $\alpha_0=20, 27^\circ$ のモデル A, B の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式を導いた.

(2) モデル A, B の荷重分担率は, 一体歯車の場合と同様にかみ合いの進行に伴って, 外の二組かみ合い領域では増加する傾向を, 内の二組かみ合い領域では逆に減少する傾向を示し, その程度はモデル A, B, 一体歯車の順に大きくなる.

(3) 接触線上の荷重分布は, モデル A, B いずれも反ウェブ側の歯幅端からウェブ側の歯幅端に向かって増大する傾向を示し, 反ウェブ側の歯幅端では, モデル A よりモデル B の場合のほうが大きいのに対し, ウェブ側の歯幅端では逆に大きい. またモデル A, B いずれも反ウェブ側の歯幅端では, $\alpha_0=20^\circ$ のほうが $\alpha_0=27^\circ$ の場合より大きい, ウェブ側の歯幅端では逆に小さい.

(4) 負荷歯の引張側, 圧縮側の各歯幅位置における最大歯元応力 $\sigma_{t,max}$, $\sigma_{c,max}$ は, モデル A, B いずれも α_0 にかかわらず, 反ウェブ側の歯幅端からウェブ側の歯幅端に向かって増加する.

(5) $\sigma_{t,max}$ の最大値 $\sigma_{t,max}^*$ は, モデル A では $\alpha_0=27^\circ$ より $\alpha_0=20^\circ$ の場合のほうが大きい, モデル B では逆に小さい. $\sigma_{c,max}$ の最大値 $\sigma_{c,max}^*$ は, モデル A, B いずれも $\alpha_0=20^\circ$ より $\alpha_0=27^\circ$ の場合のほうが大きい.

(6) 本章で用いたような薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の $\sigma_{t,max}^*$, $\sigma_{c,max}^*$ の発生位置は, それぞれ負荷歯のウェブ側の歯幅端の引張側, 圧縮側歯元すみ肉部になる.

(7) モデル A20, A27, B20, B27 の $\sigma_{t,max}^*$ は, それぞれ一体歯車の 3.51, 3.38, 2.47, 2.70 倍に, $\sigma_{c,max}^*$ は, それぞれ 3.71, 4.79, 2.45, 2.85 倍にもなるので, このような薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の曲げ疲労強度設計においてはこれらのことを考慮する必要がある.

第4章 薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車の歯元応力

4.1 緒言

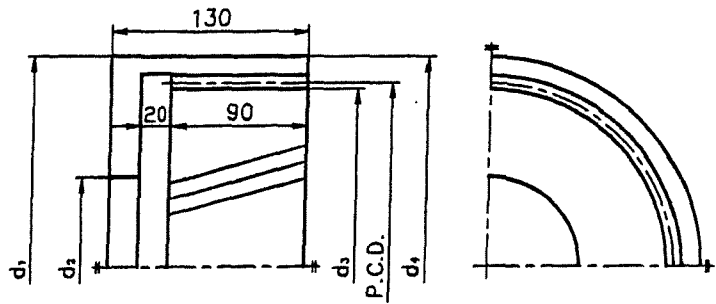
第3章では、種々の薄肉非対称ウェブ構造平内歯車対のかみ合いの進行に伴う荷重分担率の変化、接触線上の荷重分布、歯元応力分布、最大歯元応力などに及ぼす基準圧力角、ウェブ構造の影響などについて明らかにした。ところで、はすば歯車は、平歯車に比べて一般に動荷重が小さく、許容荷重が大きくとれるばかりでなく、運転中における振動・騒音が低いなどの多くの長を持っている。このため自動車のAT、航空機、船舶などの減速機、建設機械のキャタピラドライブなどに用いられる遊星歯車装置には、薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車も多く用いられているが、これらの歯元実応力の評価法については、まだほとんど明らかにされていない^(4.1)。

本章では、基準圧力角が $\alpha_n=20^\circ$ 、ねじれ角 $\beta_0=10, 20, 30^\circ$ の二種類のウェブ構造の薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車に対して、まず、三次元有限要素法(3D-FEM)を用いて歯車モデルの歯面上の各節点に集中荷重が作用する場合の歯のたわみ計算を行い、これらのたわみの計算結果から歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式を導いた。次に、これらの影響関数の近似式と久保・梅澤の方法^(4.2)を用いて、負荷かみ合い時の荷重分担率 f_{Ls} 、接触線上の分布荷重 p を求め、一体歯車の場合と比較することにより、 f_{Ls} 、 p におよぼす β_0 およびウェブ構造の影響などについて明らかにした。さらに、分布荷重が作用する場合の歯元応力を3D-FEMにより求め、一体歯車の場合と比較することにより、歯元応力、最大歯元応力の発生位置に及ぼす β_0 およびウェブ構造の影響について明らかにしている^(4.3)。

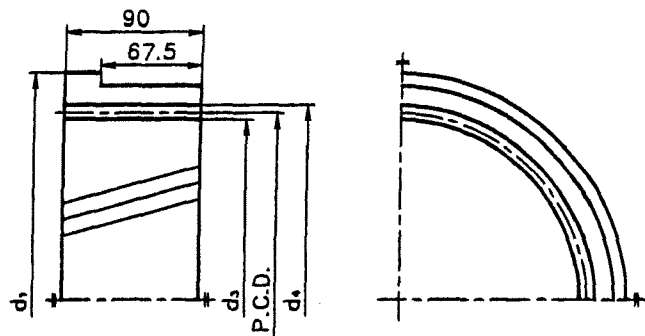
4.2 薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車の歯元応力計算法

4.2.1 歯車モデルと周辺拘束条件

本計算では、3個の遊星歯車をもつ遊星歯車装置(図3.2)に用いられる薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車を対象として、3D-FEMによる応力・たわみの計算を行った。図4.1に内歯車の構造・寸法を、表4.1に主諸元を示す。内歯車の歯形は、工具圧力角 $\alpha_c=20^\circ$ 、歯数 $z_c=25$ 、工具歯先丸み半径 $r_0=0.15m_n$ (m_n : 歯直角モジュール)、転位係数 $x_c=0$ のピニオンカッタで創成歯切りされるものである。相手遊星歯車は、歯数 $z_p=21$ 、内歯車と同じ歯幅の標準一体歯車とした。本FEM解析では、



(a) Model A



(b) Model B

	Model A			Model B
β_0	10°	20°	30°	20°
d_1	256	267	289	305
d_2	120			—
d_3	236	247	269	247
P.C.D.	244	255	277	255
d_4	278	289	311	289

Fig. 4.1 Dimensions and structures of thin-rimmed helical internal gear with asymmetric web arrangement

Table 4.1 Dimensions of helical internal gear

		Model A			Model B
Model	m_n	4			
Pressure angle	α_n	20°			
Helix angle	β_0	10°(L)	20°(L)	30°(L)	20°(L)
Number of teeth	z_1	60			
Face width	b	90mm			
Rim thickness	l_w/m_n	3			
Web thickness	b_w/b	0.22			0.25

歯車形状および負荷条件の対称性を考慮して、1/3 内歯車モデルを用いた。1/3 内歯車モデルの拘束条件などの詳細は、文献(4.4)に詳しく述べられている。この内歯車は、非対称なので回転方向の逆転によってかみ合う歯面が異なるため、歯元応力は回転方向によって異なる。このため次の二つの場合について歯のたわみ、歯元応力の計算を行っている。

- ① 右回転 (Clockwise) : 相手遊星歯車が駆動歯車で、はずば内歯車のかみ合い始めが、ウェブ側の歯幅端になる場合 (図 4.1 において、遊星歯車が右回りに自転する)。
- ② 左回転 (Counterclockwise) : 内歯車のかみ合い始めが、ウェブのない側(反ウェブ側)の歯幅端になる場合。

4.2.2 荷重分担率、接触線上の荷重分布および歯元応力の計算法

1/3 内歯車モデルの歯面上の各節点に歯面法線方向の集中荷重 $P_n=1$ kN が作用する場合の歯のたわみを 3D-FEM により計算し、たわみの計算結果から歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式を求めた。この影響関数の近似式を、外歯車対に対する久保・梅澤の方法^(4.2)に適用して、薄肉非対称ウェブ構造はずば内歯車対に円周力 $P_t/b=196$ N/mm (b : 歯幅) が作用する場合の荷重分担率および接触線上の荷重分布を求めた。

負荷かみ合い時の歯元応力の計算は、歯車対の作用平面上で、内歯車の歯先のかみ合い限界点から一正面法線ピッチだけ歯元に寄ったかみ合い位置 (一体歯車の最悪かみ合い位置^(4.5)) の接触線と同時にかみ合っているすべての接触線上に分布荷重が作用する場合に対して、3D-FEM を用いて行った。本計算では、円周方向バックラッシュは $c_0=180$ μm 、歯車誤差は零としている。計算方法の詳細は第 3 章で詳しく述べている。

4.3 計算結果および考察

4.3.1 歯のたわみに及ぼすねじれ角、ウェブ構造の影響

図 4.2 は、図 4.1 に示すモデル A、 $\beta_0=10, 20, 30^\circ$ に対して、歯面上の歯先の各節点に、歯面垂直方向の集中荷重 $P_n=1$ kN が作用する場合の歯の中央面歯先のたわみ (中央面に垂直方向のたわみ) の計算結果を比較して示す。図 4.2 中の横軸は歯幅中央を原点とし、ウェブ側 (図 3.4 中の web side) を正とした歯幅位置を、縦軸

はたわみの影響関数 K_b [式 (3.5)] をとっている。図 4.2 より負荷点のたわみは右回転、左回転いずれの場合もねじれ角 β_0 の増加とともに減少することがわかる。

図 4.3 は、モデル A, B, $\beta_0=20^\circ$ に対して、歯先の各節点に、歯面垂直方向の集中荷重 $P_n=1\text{kN}$ が作用する場合の歯の中央面歯先の中央面に垂直方向のたわみの計算結果を示す。図 4.3 より歯のたわみは、右回転、左回転いずれもモデル A のほうがモデル B の場合より大きいことがわかる。

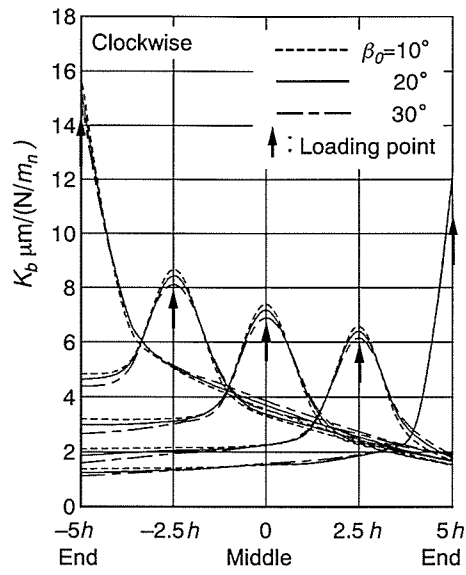
4.3.2 歯の曲げ・せん断たわみの影響関数

表 4.4, 4.5 は、モデル A, $\beta_0=20^\circ$ に対して、右回転、左回転の場合の歯面上の各節点に集中荷重が作用する場合のたわみ曲面の近似式の係数を示す。図 4.4 は、モデル A, $\beta_0=20^\circ$ に対して、右回転、左回転時の歯幅中央の歯先、ウェブ側および反ウェブ側の歯幅端歯先の節点に、歯面垂直方向の集中荷重 $P_n=1\text{kN}$ が作用する場合の歯の中央面のたわみの FEM と近似式による計算結果を比較して示す。図 4.4 より FEM と近似式によるたわみの計算結果は、右回転、左回転いずれもよく一致することがわかる。

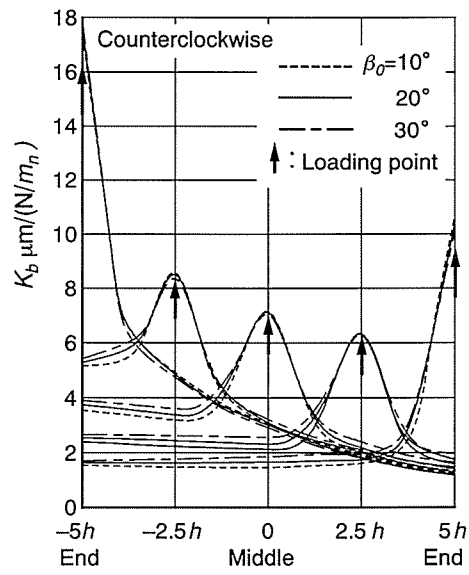
図 4.4 以外の歯面上の各節点に集中荷重が作用する場合の FEM と近似式によるたわみの計算結果は、図 4.4 の場合と同様によく一致した、従って、本章で導いた近似式は、歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式として有効であると考えられる。

4.3.3 荷重分担率に及ぼすねじれ角、ウェブ構造の影響

図 4.5 は、4.3.2 節で導いたモデル A, $\beta_0=10, 30^\circ$ の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式と久保・梅澤の方法^(4.2) を用いて求めた、薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対（内歯車：被動歯車）に円周力 $P_t/b=196\text{ N/mm}$ が作用する場合のかみ合いの進行に伴う荷重分担率 f_{LS} の変化を示す。図 4.5 中の横軸に、かみ合い位置とかみ合う歯対の数を、縦軸に f_{LS} をとっている。図 4.5 中にはそれぞれの β_0 に対する一体歯車対の f_{LS} の計算結果もあわせて示す。図 4.5 より f_{LS} は、いずれの歯車の場合もかみ合い始めから徐々に増加して最大値に達した後減少することがわかる。また f_{LS} の最大値は、一体歯車対ではかみ合い範囲のほぼ中央に、右回転の場合にはかみ合い範囲の中央よりかみ合い始め側に、左回転の場合には、かみ合い範囲の中

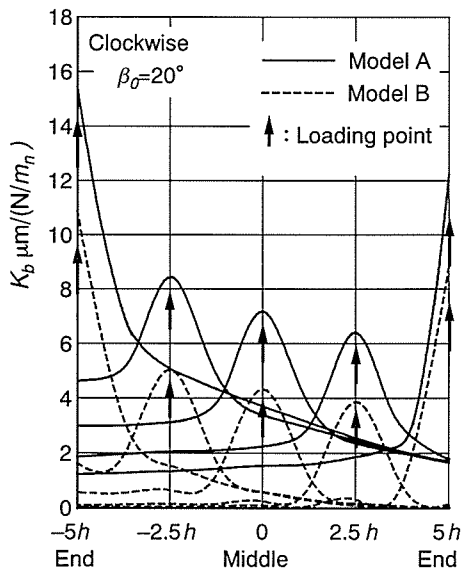


(a) Clockwise

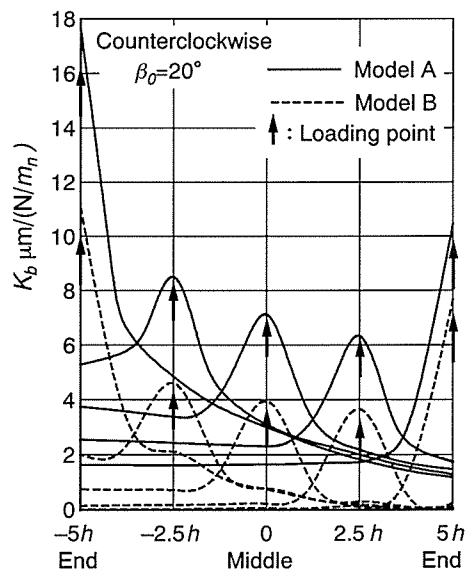


(b) Counterclockwise

Fig.4.2 Effect of helix angle on tooth deflection



(a) Clockwise



(b) Counterclockwise

Fig. 4.3 Effect of web arrangement on tooth deflection

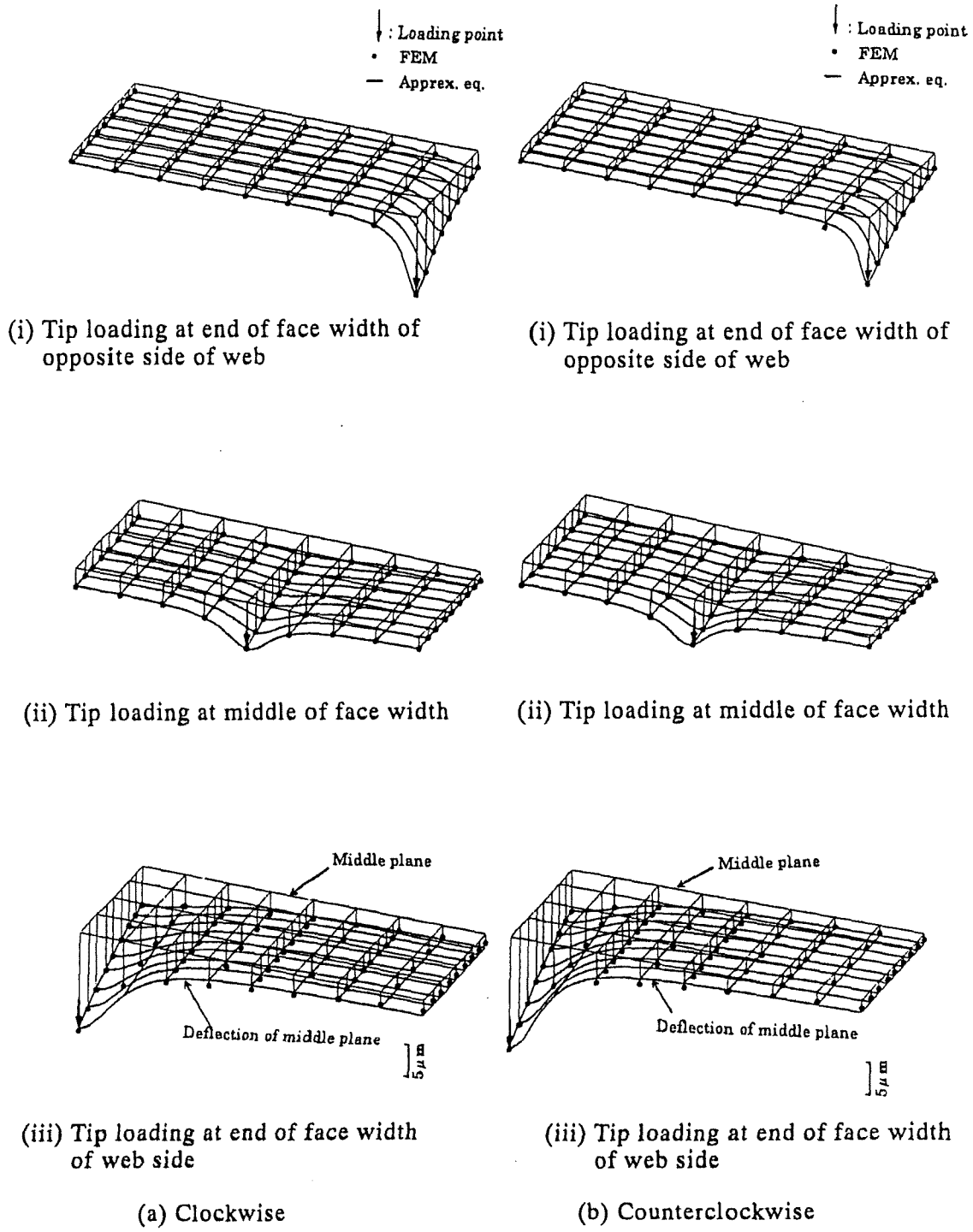


Fig.4.4 Deflections of middle plane of tooth(Model A , $\beta_0 = 20^\circ$)

Table 4.2 Coefficients of approximate equations of tooth deflection
(Model A , $\beta_0=10^\circ$,Clockwise)

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}	a_{i7}	a_{i8}
1	1.91219E+00	-1.18512E-02	2.14926E+00	1.37632E+00	3.70132E+00	-5.22496E-06	-1.52786E-02	8.48876E-02
2	4.67752E+00	-1.98206E-01	4.86169E+00	6.46537E+00	2.29868E+01	-8.46869E-03	-1.72789E-02	1.25965E-01
3	4.89763E+00	-3.56698E-01	5.77530E+00	7.70267E+00	2.11691E+01	-5.73357E-03	-1.44776E-02	8.57294E-02
4	5.06379E+00	5.17981E-01	6.37720E+00	9.06585E+00	2.17489E+01	-3.19326E-03	-1.37498E-02	6.08567E-02
5	2.37064E+00	1.92564E-04	2.00591E+00	1.50874E+01	1.57807E+01	-1.93741E-09	-8.15360E-03	5.50710E-02
6	3.02192E+00	-1.05598E-02	1.44975E-02	1.28624E+00	5.55161E+00	-4.65342E-06	-1.35051E-02	7.87703E-02
7	8.20414E+00	-1.08529E+00	-1.81310E+00	8.10370E+00	2.77599E+01	-7.68505E-03	-1.87118E-02	1.20707E-01
8	8.47448E+00	-3.34585E-01	-1.01900E+00	8.56845E+00	2.34123E+01	-4.88899E-03	-1.46565E-02	8.11621E-02
9	8.97518E+00	1.10150E+00	-1.69328E+00	1.04279E+01	2.58152E+01	-2.58335E-03	-1.14057E-02	5.78224E-02
10	4.12852E+00	-1.21914E-02	-2.47142E+00	2.38776E+01	1.82278E+01	-2.10331E-08	-7.32768E-03	5.20842E-02
11	4.70309E+00	-7.61025E-03	-1.23897E+00	9.95546E-01	5.25751E+00	-4.29472E-06	-1.27283E-02	7.00029E-02
12	1.37925E+01	-2.95842E+00	-5.72687E+00	9.56536E+00	2.30085E+01	-6.57428E-03	-1.64595E-02	1.11582E-01
13	1.40720E+01	-2.41887E-01	-5.56865E+00	8.77142E+00	1.88077E+01	-4.07203E-03	-1.27474E-02	7.51356E-02
14	1.58138E+01	2.32514E+00	-8.30383E+00	1.24118E+01	2.28388E+01	-2.00006E-03	-9.57947E-03	5.55685E-02
15	7.75650E+00	-2.69393E-02	-5.72579E+00	2.42329E+01	1.53171E+01	-4.27670E-08	-4.40503E-03	4.78057E-02
16	6.73210E+00	-3.91224E-03	-2.63051E-01	5.17897E-01	2.38089E+00	-4.27481E-06	-1.03153E-02	5.27592E-02
17	2.00071E+01	-2.94676E+00	-5.23417E-01	6.51717E+00	6.18790E+00	-4.90661E-03	-1.27308E-02	9.58251E-02
18	2.11985E+01	9.54427E-01	-3.77205E+00	6.19297E+00	5.43312E+00	-3.13197E-03	-9.14494E-03	6.55553E-02
19	2.62186E+01	3.77039E+00	-8.10843E+00	1.17145E+01	9.26019E+00	-1.62561E-03	-7.04079E-03	5.07625E-02
20	1.52596E+01	-2.24104E-02	-9.11281E+00	3.12614E+01	1.24167E+01	-2.57663E-08	-2.48155E-03	4.40593E-02
21	6.07007E+00	8.08473E-05	1.13870E+00	7.46573E-02	-4.09215E-03	6.64118E-07	9.12418E-04	-1.68922E-02
22	1.49484E+01	4.08443E-03	1.98920E+00	8.85817E-01	1.81072E+00	-1.94148E-03	-4.83691E-03	5.47870E-02
23	2.81094E+01	6.50844E-01	-1.35579E+00	4.62176E+00	-2.35351E+00	-2.46615E-03	-7.85213E-03	5.87025E-02
24	3.39982E+01	3.41335E+00	-6.00166E+00	5.69842E+00	-1.76653E+00	-1.61333E-03	-5.57741E-03	4.25551E-02
25	2.97992E+01	-1.89683E-02	-1.50415E+01	3.59029E+01	1.04102E+01	9.56199E-09	-1.76173E-03	4.12196E-02

Table 4.3 Coefficients of approximate equations of tooth deflection
(Model A , $\beta_0=10^\circ$,Counterclockwise)

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}	a_{i7}	a_{i8}
1	1.66423E+00	-1.20667E-02	1.87592E+00	1.41902E+00	3.04030E+00	-5.35621E-06	-2.10171E-02	6.85037E-02
2	4.70712E+00	2.49189E+00	4.73675E+00	6.91711E+00	2.46556E+01	-1.02426E-02	-2.15443E-02	1.23218E-01
3	5.25498E+00	1.97570E+00	6.00100E+00	1.08791E+01	2.73427E+01	-7.86599E-03	-2.52535E-02	9.02792E-02
4	5.28516E+00	2.12164E+00	6.55744E+00	1.09469E+01	2.57064E+01	-4.61853E-03	-1.85929E-02	5.89502E-02
5	2.77488E+00	1.17792E+00	2.36341E+00	5.22261E+01	2.04378E+01	3.49972E-07	-1.11872E-02	5.79677E-02
6	2.46845E+00	-1.06493E-02	5.17521E-02	1.43213E+00	4.33733E+00	-4.40440E-06	-2.04435E-02	5.94407E-02
7	8.33858E+00	5.32741E+00	-2.94877E+00	9.79070E+00	3.39880E+01	-1.00489E-02	-2.20645E-02	1.17865E-01
8	9.74321E+00	2.74761E+00	-3.54466E+00	1.68152E+01	3.52542E+01	-7.50733E-03	-2.46317E-02	8.56124E-02
9	9.80158E+00	3.65830E+00	-3.50911E+00	1.67699E+01	3.52015E+01	-4.21080E-03	-1.72373E-02	5.69657E-02
10	5.06240E+00	2.51106E+00	-3.63902E+00	7.50696E+01	2.67129E+01	6.31907E-07	-9.96385E-03	5.40340E-02
11	3.57358E+00	-9.04248E-03	-1.02637E+00	1.32478E+00	4.14427E+00	-3.85639E-06	-2.02928E-02	5.03704E-02
12	1.57091E+01	1.18922E+01	-9.10036E+00	1.71349E+01	3.69479E+01	-1.01481E-02	-2.38841E-02	1.15500E-01
13	1.89355E+01	5.52710E+00	-1.45939E+01	2.68689E+01	3.64410E+01	-7.06691E-03	-2.24561E-02	8.05009E-02
14	1.97409E+01	9.44835E+00	-1.64413E+01	2.99490E+01	3.83516E+01	-3.76706E-03	-1.59407E-02	5.54515E-02
15	1.05010E+01	1.57516E+04	-9.43409E+00	1.26846E+04	2.68506E+01	4.04332E-06	-8.72124E-03	5.09226E-02
16	4.96697E+00	-6.70090E-03	-8.47267E-01	1.14284E+00	2.68435E+00	-3.09416E-06	-1.89012E-02	3.98149E-02
17	2.76597E+01	2.23316E+01	-1.65708E+00	2.48078E+01	2.15267E+01	-9.35987E-03	-2.04001E-02	1.04771E-01
18	4.07908E+01	1.03306E+01	-2.85537E+01	4.32657E+01	2.67483E+01	-6.63949E-03	-2.19646E-02	7.49885E-02
19	4.03047E+01	1.50536E+01	-2.75780E+01	4.25067E+01	2.65550E+01	-3.65531E-03	-1.41180E-02	5.08418E-02
20	2.51760E+01	4.02866E+04	-2.07033E+01	3.25128E+04	2.80561E+01	3.37318E-06	-7.65356E-03	4.71432E-02
21	6.30357E+00	-4.71582E-03	-4.50328E-01	9.67093E-01	2.00268E+00	-2.36622E-06	-1.65516E-02	3.03936E-02
22	1.25562E+01	2.92138E+00	2.04456E+00	8.99372E-01	1.11747E+00	-1.94221E-03	-1.15570E-02	3.75726E-02
23	9.17784E+01	3.72054E+01	-7.50434E+01	8.66599E+01	3.45862E+01	-6.25930E-03	-1.89062E-02	6.91373E-02
24	8.24552E+01	2.24388E+01	-6.22459E+01	5.98801E+01	2.81982E+01	-3.60237E-03	-1.21443E-02	4.65327E-02
25	7.03353E+01	2.22278E+04	-6.42759E+01	5.37887E+04	4.54927E+01	-3.02610E-07	-6.12805E-03	4.34607E-02

Table 4.4 Coefficients of approximate equations of tooth deflection
(Model A , $\beta_0=20^\circ$,Clockwise)

i	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}
1	2.00358E+00	-1.09708E-02	2.10632E+00	1.28126E+00	3.52515E+00	-5.39938E-06	-1.49847E-02	8.81054E-02
2	4.93421E+00	-1.07842E+00	5.23648E+00	6.37949E+00	2.15665E+01	-7.95548E-03	-1.68440E-02	1.27997E-01
3	5.08528E+00	-8.68039E-01	6.01260E+00	6.89160E+00	1.90783E+01	-4.66035E-03	-1.11679E-02	8.47079E-02
4	5.19608E+00	-4.17651E-02	6.49770E+00	7.49937E+00	1.94195E+01	-2.44052E-03	-8.32267E-03	5.86787E-02
5	2.35613E+00	-1.16536E-03	1.68395E+00	1.41940E+01	1.49112E+01	4.62198E-09	-7.76835E-03	5.41181E-02
6	3.12330E+00	-9.55255E-03	1.20171E-01	1.15955E+00	5.25369E+00	-4.88741E-06	-1.40183E-02	8.25519E-02
7	8.25643E+00	-2.17897E+00	-9.20204E-01	7.23828E+00	2.36059E+01	-6.57567E-03	-1.81618E-02	1.19322E-01
8	8.41612E+00	-3.75399E-01	-8.61531E-01	6.93752E+00	2.17151E+01	-3.56287E-03	-1.06117E-02	7.81692E-02
9	8.84299E+00	2.28677E-01	-1.15347E+00	8.40733E+00	2.41296E+01	-1.71124E-03	-6.67701E-03	5.58009E-02
10	3.94356E+00	-7.23771E-03	-2.30684E+00	1.88120E+01	1.68286E+01	-7.96013E-09	-5.05589E-03	4.99277E-02
11	4.79075E+00	-6.64332E-03	-8.17489E-01	8.55104E-01	4.68837E+00	-4.56802E-06	-1.38765E-02	7.37200E-02
12	1.29582E+01	-3.08782E+00	-3.65567E+00	6.85379E+00	1.75696E+01	-5.11189E-03	-1.56579E-02	1.07089E-01
13	1.33925E+01	-6.15278E-01	-4.11960E+00	6.79970E+00	1.64953E+01	-2.65591E-03	-9.71955E-03	7.19176E-02
14	1.48927E+01	9.21212E-01	-6.25090E+00	9.49686E+00	2.09826E+01	-1.03435E-03	-5.34914E-03	5.34290E-02
15	6.96116E+00	-1.17433E-02	-5.36907E+00	2.35873E+01	1.53375E+01	1.81089E-07	-2.03125E-03	4.55442E-02
16	6.66203E+00	-2.99181E-03	2.11594E-01	4.02254E-01	1.77555E+00	-4.43211E-06	-1.17620E-02	5.41370E-02
17	1.73252E+01	-2.42589E+00	-2.78023E-01	3.76216E+00	5.26085E+00	-3.19800E-03	-1.13890E-02	8.76162E-02
18	1.94005E+01	2.99489E-01	-2.58603E+00	4.54652E+00	4.54474E+00	-1.61372E-03	-6.83315E-03	6.14841E-02
19	2.30832E+01	2.43732E+00	-4.98698E+00	6.85180E+00	7.31500E+00	-6.92224E-04	-2.82743E-03	4.64456E-02
20	1.32323E+01	-1.53384E-02	-7.45173E+00	2.56323E+01	1.14440E+01	2.52437E-08	5.11396E-04	4.08332E-02
21	5.78248E+00	1.31338E-04	1.02372E+00	6.55169E-02	3.15101E-02	1.25823E-06	-1.20500E-03	-1.60381E-02
22	1.32722E+01	-2.54095E-01	1.08458E+00	6.72547E-01	7.04752E-01	-4.29144E-04	-6.38523E-03	4.63688E-02
23	2.43535E+01	6.88952E-02	-2.28818E-02	3.24504E+00	-1.83750E+00	-8.99019E-04	-5.43172E-03	5.37556E-02
24	2.48872E+01	5.25779E-01	-5.62402E-01	2.51012E+00	1.18282E+00	-8.96605E-04	-7.48830E-04	3.34584E-02
25	2.39711E+01	-1.82492E-02	-1.05790E+01	1.88003E+01	9.03683E+00	-2.80097E-08	1.92928E-03	3.65581E-02

Table 4.5 Coefficients of approximate equations of tooth deflection
(Model A , $\beta_0=20^\circ$,Counterclockwise)

i	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}
1	1.62844E+00	-1.18029E-02	1.69735E+00	1.44850E+00	2.84836E+00	-5.16321E-06	-1.77898E-02	6.69077E-02
2	4.86717E+00	2.99460E+00	4.88272E+00	6.51953E+00	2.24837E+01	-1.06178E-02	-1.88137E-02	1.27460E-01
3	5.45697E+00	2.74085E+00	6.10835E+00	9.97755E+00	2.52086E+01	-8.09002E-03	-2.27933E-02	9.61098E-02
4	5.45407E+00	3.05444E+00	6.64575E+00	1.00697E+01	2.32207E+01	-4.63933E-03	-1.64502E-02	6.52016E-02
5	2.89115E+00	1.41903E-01	2.57810E+00	3.18631E+01	1.84299E+01	7.48927E-08	-8.79300E-03	6.33569E-02
6	2.34531E+00	-1.08197E-02	3.94036E-02	1.50890E+00	4.04270E+00	-4.21781E-06	-1.69506E-02	5.91211D-02
7	8.37283E+00	5.88628E+00	-2.44634E+00	8.93993E+00	3.17235E+01	-1.05463E-02	-1.92618E-02	1.23579E-01
8	9.88263E+00	4.20836E+00	-3.18725E+00	1.49478E+01	3.25357E+01	-7.87472E-03	-2.32924E-02	9.32322E-02
9	9.93208E+00	5.71238E+00	-3.08258E+00	1.53196E+01	3.20687E+01	-4.25083E-03	-1.62150E-02	6.50800E-02
10	5.19822E+00	4.19159E-01	-2.56436E+00	6.91153E+01	2.32624E+01	7.84186E-08	-8.04126E-03	6.09311E-02
11	3.33911E+00	-9.61761E-03	-8.88559E-01	1.45635E+00	3.82134E+00	-3.67516E-06	-1.64289E-02	5.10592E-02
12	1.46181E+01	1.07630E+01	-6.01495E+00	1.29530E+01	3.19567E+01	-1.04659E-02	-1.99363E-02	1.19903E-01
13	1.84134E+01	7.98429E+00	-1.19795E+01	2.20020E+01	3.16228E+01	-7.55612E-03	-2.18763E-02	8.91952E-02
14	1.91069E+01	1.22148E+01	-1.31424E+01	2.45374E+01	3.21426E+01	-3.87833E-03	-1.60790E-02	6.46181E-02
15	1.08916E+01	5.61501E+00	-9.22627E+00	1.30836E+02	2.45882E+01	4.26465E-07	-7.17181E-03	5.83362E-02
16	4.67679E+00	-8.31501E-03	-9.09889E-01	1.25494E+00	2.62475E+00	-3.43458E-06	-1.44836E-02	4.04043E-02
17	1.05947E+01	3.17394E+00	2.20403E+00	1.28454E+00	1.64779E+00	-3.40944E-03	-1.00209E-02	5.75994E-02
18	3.83480E+01	1.67112E+01	-2.26045E+01	3.52036E+01	2.08588E+01	-7.21616E-03	-2.13494E-02	8.46409E-02
19	4.07383E+01	3.18723E+01	-2.59110E+01	4.55674E+01	2.28617E+01	-3.60248E-03	-1.48713E-02	6.25409E-02
20	2.39265E+01	6.10619E+00	-1.45794E+01	1.24207E+02	2.24778E+01	5.59715E-07	-7.06919E-03	5.56424E-02
21	6.00262E+00	-5.65766E-03	-5.65572E-01	1.08546E+00	1.94051E+00	-2.48210E-06	-1.21697E-02	3.16761E-02
22	1.18416E+01	2.91026E+00	2.15197E+00	8.70638E-01	1.44484E+00	-2.33625E-03	-8.30603E-03	4.35344E-02
23	7.96288E+01	4.20836E+01	-5.39017E+01	6.51713E+01	2.20074E+01	-6.94083E-03	-1.83209E-02	7.95514E-02
24	7.12388E+01	2.85465E+01	-4.59150E+01	4.17466E+01	1.78750E+01	-3.85525E-03	-1.25120E-02	5.67706E-02
25	5.57977E+01	2.03741E-03	-3.70705E+01	1.81579E+02	2.64501E+01	-6.11370E-08	-5.98849E-03	5.30331E-02

Table 4.6 Coefficients of approximate equations of tooth deflection
(Model A , $\beta_0=30^\circ$,Clockwise)

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}	a_{i7}	a_{i8}
1	2.11415E+00	-1.09531E-02	2.19639E+00	1.29080E+00	3.54718E+00	-5.22449E-06	-1.28141E-02	9.50755E-02
2	5.21173E+00	-1.76020E+00	6.37670E+00	5.89673E+00	1.71243E+01	-6.31084E-03	-1.51630E-02	1.25878E-01
3	5.31326E+00	-6.57744E-01	6.89669E+00	5.71762E+00	1.60740E+01	-2.88755E-03	-5.93865E-03	8.21649E-02
4	5.46754E+00	-2.60970E-01	7.15316E+00	6.55057E+00	1.79997E+01	-1.25310E-03	-1.73375E-03	5.84063E-02
5	2.37043E+00	-4.90026E-03	1.64511E+00	1.38905E+01	1.46542E+01	1.78315E-07	-2.60812E-03	5.32979E-02
6	3.33954E+00	-9.06838E-03	2.19332E-01	1.09454E+00	5.22366E+00	-4.89943E-06	-1.23383E-02	8.91315E-02
7	8.40180E+00	-2.53984E+00	7.22256E-02	5.71910E+00	1.88930E+01	-4.69026E-03	-1.38047E-02	1.13714E-01
8	8.63525E+00	-7.87601E-01	3.55776E-03	5.62167E+00	1.88937E+01	-1.79375E-03	-6.07724E-03	7.56555E-02
9	9.09180E+00	-2.21991E-01	-5.70593E-01	6.90237E+00	2.29481E+01	-5.83950E-04	-3.85794E-04	5.49753E-02
10	3.89501E+00	-8.99296E-03	-2.09123E+00	1.75518E+01	1.62730E+01	2.20257E-07	-6.00448E-05	4.90021E-02
11	5.06635E+00	-5.84912E-03	-4.53199E-01	7.25677E-01	4.26746E+00	-4.82434E-06	-1.25940E-02	7.89993E-02
12	1.23019E+01	-2.79237E+00	-2.54253E+00	4.40503E+00	1.32695E+01	-3.05720E-03	-1.17444E-02	9.94285E-02
13	1.30832E+01	-2.80147E-01	-4.03020E+00	4.69666E+00	1.52531E+01	-8.28367E-04	-4.99790E-03	6.80302E-02
14	1.45109E+01	2.87426E-01	-4.75026E+00	6.95106E+00	1.96635E+01	3.33762E-05	3.93433E-04	5.20834E-02
15	6.58755E+00	-1.14146E-02	-4.74536E+00	2.03779E+01	1.47266E+01	5.82465E-08	2.55819E-03	4.46450E-02
16	6.62067E+00	-2.09062E-03	5.72361E-01	2.98691E-01	1.30762E+00	-4.34013E-06	-1.07437E-02	5.56945E-02
17	1.41082E+01	-1.42140E+00	2.98389E-01	1.79201E+00	3.05092E+00	-8.78204E-04	-8.29550E-03	7.43025E-02
18	1.78188E+01	-5.97529E-02	-1.59245E+00	3.38378E+00	4.10200E+00	1.22979E-04	-3.45965E-03	5.88125E-02
19	2.04505E+01	6.83484E-01	-1.47257E+00	4.69424E+00	7.71850E+00	3.88606E-04	2.48518E-03	4.47895E-02
20	1.18114E+01	-1.33674E-02	-6.13628E+00	1.96682E+01	1.07390E+01	6.16701E-08	4.66830E-03	3.99591E-02
21	5.60705E+00	2.47094E-04	8.76566E-01	5.88427E-02	4.28315E-02	2.71919E-06	-2.63686E-03	-1.12439E-02
22	1.07933E+01	-2.66685E-01	5.11503E-01	4.24309E-01	2.28716E-01	1.60146E-03	-5.93910E-03	3.08847E-02
23	2.12399E+01	-3.45534E-01	8.32455E-01	2.33930E+00	-1.14493E+00	7.83670E-04	-2.11352E-03	5.05291E-02
24	1.19445E+01	-4.37637E-01	1.30034E+00	4.12201E-01	6.68577E-01	-2.05918E-03	8.72052E-03	-6.37373E-03
25	2.09055E+01	-2.79268E-02	-1.10885E+01	6.53959E+00	1.11576E+01	-4.89999E-07	6.46873E-03	3.27653E-02

Table 4.7 Coefficients of approximate equations of tooth deflection
(Model A , $\beta_0=30^\circ$,Counterclockwise)

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}	a_{i7}	a_{i8}
1	2.51760E+01	4.02866E+04	-2.07033E+01	3.25128E+04	2.80561E+01	3.37318E-06	-7.65356E-03	4.71432E-02
2	1.59825E+00	-1.17896E-02	1.63366E+00	1.60802E+00	2.74916E+00	-4.40255E-06	-1.22820E-02	6.76023E-02
3	5.74109E+00	3.31982E+00	6.67108E+00	9.28630E+00	2.38428E+01	-7.97684E-03	-1.76719E-02	1.01918E-01
4	5.14748E+00	3.63170E+00	5.29777E+00	6.51154E+00	2.19072E+01	-1.07623E-02	-1.43076E-02	1.32778E-01
5	5.75760E+00	3.86910E+00	7.25847E+00	9.66081E+00	2.16889E+01	-4.36090E-03	-1.24971E-02	7.27474E-02
6	2.28436E+00	-1.08848E-02	6.27530E-02	1.71571E+00	3.88423E+00	-3.51512E-06	-1.13942E-02	6.12060E-02
7	8.52013E+00	6.06778E+00	-1.49126E+00	7.92528E+00	2.80248E+01	-1.02812E-02	-1.33731E-02	1.26255E-01
8	3.04608E+00	6.14070E-02	2.41002E+00	2.04625E+01	2.02722E+01	-2.85106E-09	-6.05607E-03	6.86721E-02
9	1.02592E+01	6.36800E+00	-1.85241E+00	1.23984E+01	2.79466E+01	-4.15051E-03	-1.28158E-02	7.21011E-02
10	5.52489E+00	3.92025E-02	-3.40854E+00	2.81927E+01	2.54780E+01	3.96473E-08	-5.70737E-03	6.68111E-02
11	3.20998E+00	-1.01001E-02	-7.59788E-01	1.70406E+00	3.63963E+00	-3.08096E-06	-1.07687E-02	5.45786E-02
12	1.34534E+01	8.49345E+00	-3.13249E+00	8.64993E+00	2.48823E+01	-9.84219E-03	-1.24582E-02	1.19905E-01
13	1.83656E+01	9.28310E+00	-9.62644E+00	1.79000E+01	2.79715E+01	-7.60632E-03	-1.86078E-02	9.75022E-02
14	1.82113E+01	1.06798E+01	-8.68642E+00	1.67510E+01	2.49853E+01	-3.91757E-03	-1.28276E-02	7.15209E-02
15	1.04573E+01	1.16788E-02	-4.96675E+00	3.41745E+01	2.07402E+01	9.18496E-09	-5.37181E-03	6.50010E-02
16	4.47808E+00	-8.74851E-03	-7.68923E-01	1.52551E+00	2.54727E+00	-2.76633E-06	-8.97262E-03	4.57822E-02
17	1.07729E+01	3.44905E+00	2.78659E+00	1.36150E+00	2.33779E+00	-4.04339E-03	-6.16744E-03	6.91840E-02
18	3.39406E+01	1.71534E+01	-1.26447E+01	2.62412E+01	1.46883E+01	-7.36231E-03	-1.72653E-02	9.36411E-02
19	3.17140E+01	1.41564E+01	-1.08479E+01	1.89160E+01	1.16366E+01	-3.91002E-03	-1.14623E-02	6.82594E-02
20	2.21121E+01	-3.53562E-03	-8.97828E+00	3.70578E+01	1.83602E+01	-3.26377E-09	-5.22331E-03	6.29990E-02
21	5.84131E+00	-6.66595E-03	-5.85531E-01	1.27984E+00	1.94392E+00	-2.35962E-06	-6.84566E-03	3.73730E-02
22	1.13524E+01	2.70619E+00	2.02322E+00	7.63670E-01	2.36956E+00	-2.56437E-03	-4.18231E-03	5.07052E-02
23	6.09923E+01	3.08091E+01	-2.05577E+01	3.91400E+01	5.61827E+00	-7.15979E-03	-1.48220E-02	8.95682E-02
24	4.82494E+01	1.19208E+01	-1.68122E+01	1.36861E+01	5.12671E+00	-4.06067E-03	-1.05238E-02	6.36423E-02
25	4.72751E+01	7.20007E-03	-1.54001E+01	4.99303E+01	1.39498E+01	1.03081E-08	-4.46109E-03	6.12914E-02

Table 4.8 Coefficients of approximate equations of tooth deflection
(Model B , $\beta_0=20^\circ$, Clockwise)

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}	a_{i7}	a_{i8}
1	3.3368E+00	9.8261E-02	2.8042E+00	2.5812E+01	2.0200E+01	3.7192E-08	1.1501E-04	1.3189E-04
2	6.9463E+00	-4.7713E+00	6.0613E+00	1.7072E+01	3.8718E+01	8.8191E-04	-2.2497E-03	-5.4098E-04
3	7.0619E+00	-7.1198E+00	5.9868E+00	1.7949E+01	3.4981E+01	2.4461E-03	-6.4544E-03	1.3296E-02
4	7.1002E+00	-8.7421E+00	4.5004E+00	1.5672E+01	3.8645E+01	5.6178E-03	-8.6993E-03	3.9165E-02
5	2.3480E+00	-1.3081E-02	1.8818E+00	2.7175E+00	4.4164E+00	-1.6261E-06	-6.0638E-03	6.8854E-03
6	5.9399E+00	1.0428E-01	-3.7958E+00	3.7181E+01	2.4725E+01	5.4357E-08	-1.3195E-04	2.7736E-04
7	1.3313E+01	-1.1463E+01	-8.6227E+00	2.9295E+01	5.0328E+01	4.9920E-04	-1.9461E-03	2.1551E-03
8	1.3365E+01	-1.5295E+01	-8.2479E+00	2.9358E+01	4.4394E+01	2.2762E-03	-4.9394E-03	1.3311E-02
9	1.3705E+01	-1.6133E+01	-9.5248E+00	2.3107E+01	4.8479E+01	5.4764E-03	-8.7521E-03	3.8978E-02
10	3.5762E+00	-1.2823E-02	-9.5732E-01	2.7931E+00	6.1826E+00	-1.4374E-06	-6.0808E-03	6.1970E-03
11	1.2303E+01	2.8397E-02	-1.3322E+01	4.7610E+01	2.6387E+01	1.2475E-08	1.1319E-04	2.0904E-04
12	2.6692E+01	-2.7416E+01	-2.5009E+01	5.0548E+01	4.9916E+01	2.8904E-04	-1.1868E-03	3.2573E-03
13	2.5675E+01	-2.4653E+01	-2.2495E+01	4.2360E+01	4.2258E+01	2.1067E-03	-3.8829E-03	1.2764E-02
14	2.6628E+01	-3.1568E+01	-2.1866E+01	3.9045E+01	4.5592E+01	5.2922E-03	-7.7689E-03	3.7928E-02
15	5.0326E+00	-2.2061E-03	-2.0707E+00	1.8191E+00	4.5301E+00	-2.4914E-07	-4.8861E-03	-7.8456E-04
16	2.3331E+01	1.0301E-02	-1.5263E+01	5.3070E+01	1.6681E+01	3.7223E-09	-2.7635E-04	3.3697E-04
17	5.5646E+01	-5.1410E+01	-4.1560E+01	7.5062E+01	3.4610E+01	2.2886E-04	-9.7914E-04	3.3199E-03
18	5.0514E+01	-3.4526E+01	-3.3436E+01	5.3560E+01	2.5770E+01	1.9039E-03	-3.5312E-03	1.1937E-02
19	5.3845E+01	-6.4023E+01	-2.6761E+01	6.8816E+01	2.3994E+01	4.9226E-03	-6.1446E-03	3.5205E-02
20	6.8888E+00	-2.4215E-03	-1.1471E+00	1.8465E+00	1.5542E+00	-2.9898E-07	-4.5689E-03	-1.1427E-03
21	4.7071E+01	5.8029E-03	-3.2819E+01	7.4034E+01	1.7468E+01	1.4102E-09	-6.9768E-05	3.9715E-04
22	1.1247E+02	-8.3174E+01	-8.8636E+01	1.0724E+02	3.7704E+01	2.0484E-04	-7.6289E-04	3.1103E-03
23	9.5439E+01	-5.6063E+01	-6.2554E+01	7.5641E+01	2.1665E+01	1.7331E-03	-2.7115E-03	1.1029E-02
24	1.1346E+01	-1.6451E+00	3.5469E-02	3.4797E-01	8.4000E-01	-3.5739E-03	-1.5827E-03	-4.7178E-02
25	8.7718E+00	-2.7792E-03	-5.2748E-01	1.8021E+00	1.1619E-01	-3.0762E-07	-4.3690E-03	-1.6735E-03

Table 4.9 Coefficients of approximate equations of tooth deflection
(Model B , $\beta_0=20^\circ$, Counterclockwise)

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}	a_{i7}	a_{i8}
1	2.8989E+00	1.2507E-02	2.2026E+00	1.9414E+01	1.6956E+01	1.5133E-08	-8.4108E-04	1.0388E-03
2	6.4413E+00	1.8834E+00	6.7777E+00	1.4309E+01	3.4756E+01	1.1109E-03	-1.6950E-03	-3.6853E-03
3	6.2414E+00	7.8590E-01	7.1131E+00	1.3492E+01	3.1250E+01	1.8268E-03	-7.5443E-03	9.2606E-03
4	5.5378E+00	-1.3329E+00	6.1512E+00	8.8302E+00	2.6587E+01	2.8293E-03	-1.2582E-03	1.6834E-02
5	2.3528E+00	-5.3672E-02	2.8969E+00	2.5935E+00	6.5247E+00	-5.5709E-06	-3.5710E-03	1.0418E-03
6	4.8352E+00	1.1866E-03	-2.9991E+00	3.6482E+01	1.9610E+01	1.3072E-09	-1.2208E-03	1.8494E-03
7	1.1461E+01	3.5289E+00	-4.5039E+00	1.9666E+01	4.2651E+01	8.3423E-04	-1.5146E-03	-1.9394E-03
8	1.0623E+01	8.2709E-01	-2.5100E+00	1.8059E+01	3.6997E+01	1.5603E-03	-6.2057E-03	8.0822E-03
9	9.2870E+00	-1.6111E+00	-1.4785E+00	1.2404E+01	3.4783E+01	2.8758E-03	-4.8445E-03	1.9305E-02
10	3.5980E+00	-3.7849E-02	1.0944E-01	3.1385E+00	9.5356E+00	-2.7031E-06	-2.7798E-03	1.3040E-03
11	9.5361E+00	-3.1183E-03	-1.0204E+01	5.6225E+01	2.0305E+01	-1.0834E-09	-2.7068E-04	1.7418E-03
12	2.1630E+01	4.9010E+00	-1.6046E+01	2.9462E+01	4.1279E+01	5.6642E-04	-9.8740E-04	-4.6053E-04
13	1.8741E+01	3.2603E-01	-1.0860E+01	2.4605E+01	3.3992E+01	1.3009E-03	-4.2420E-03	6.6652E-03
14	1.5998E+01	-1.3393E+00	-7.2545E+00	1.7492E+01	3.2544E+01	2.5927E-03	-5.2554E-03	1.8306E-02
15	5.6887E+00	-2.1131E-02	-2.1309E+00	3.2555E+00	9.9098E+00	-1.2719E-06	-1.9453E-03	-1.3378E-05
16	1.7594E+01	-4.0116E-03	-1.2413E+01	8.8188E+01	1.4065E+01	1.4813E-10	8.8267E-05	1.6327E-03
17	4.1980E+01	8.4986E+00	-2.3714E+01	3.9133E+01	2.6063E+01	4.3857E-04	-8.4386E-04	5.0501E-05
18	3.3835E+01	-2.2736E-01	-1.4028E+01	3.0613E+01	1.9933E+01	1.0199E-03	-2.8834E-03	5.1160E-03
19	2.7591E+01	-1.6919E+00	-6.5464E+00	2.3680E+01	1.8821E+01	2.0070E-03	-3.2893E-03	1.4260E-02
20	9.1741E+00	-9.8022E-03	-1.9030E+00	3.6760E+00	7.0193E+00	-3.9582E-07	-1.4695E-03	-4.0451E-04
21	3.5097E+01	-5.9857E-03	-2.6689E+01	1.5303E+02	1.6564E+01	7.7084E-10	2.4817E-04	1.5522E-03
22	7.9113E+01	1.2935E+01	-4.3267E+01	5.3654E+01	1.8571E+01	3.2467E-04	-8.4566E-04	6.0146E-04
23	5.6993E+01	-2.3609E-01	-1.7804E+01	3.6081E+01	7.6530E+00	7.9637E-04	-2.2313E-03	4.0367E-03
24	4.2488E+01	2.2851E+00	-1.2128E+00	2.5990E+01	4.7192E+00	1.4511E-03	-2.6255E-03	1.0591E-02
25	1.4185E+01	-7.7263E-03	-8.0499E-01	3.9837E+00	4.6039E+00	-2.1111E-07	-1.0033E-03	-7.3312E-04

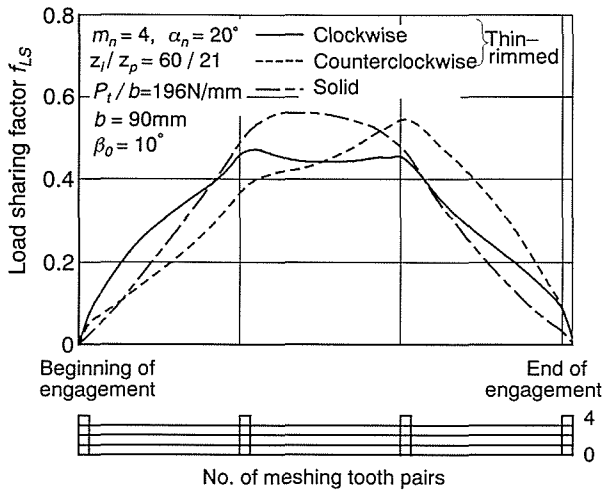
央よりかみ合い終わり側になることがわかる。これは、右回転では、かみ合い始め側がウェブ側に、左回転では、かみ合い終わり側がウェブ側になることによる。 f_{LS} の最大値 f_{LSmax} は、一体歯車、左回転、右回転の場合の順に小さくなる。 f_{LSmax} のモデル A と一体歯車の場合の差は β_0 の増加とともに減少する。これは、 β_0 が大きくなるにつれて同時かみ合い歯数が増加し、接触線上の分担荷重がほぼ均等になることによる。また、モデル A は非対称ウェブ構造のため、歯車の回転方向によってかみ合い進行に伴う f_{LS} の変化がかなり異なることがわかる。

図 4.6 は、モデル A, B, $\beta_0=20^\circ$ の薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対および一体歯車対に円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合のかみ合い進行に伴う荷重分担率 f_{LS} の変化を示す。図 4.6 より f_{LSmax} , モデル A の場合には一体歯車の場合より小さいが、モデル B の場合には逆に大きくなることがわかる。

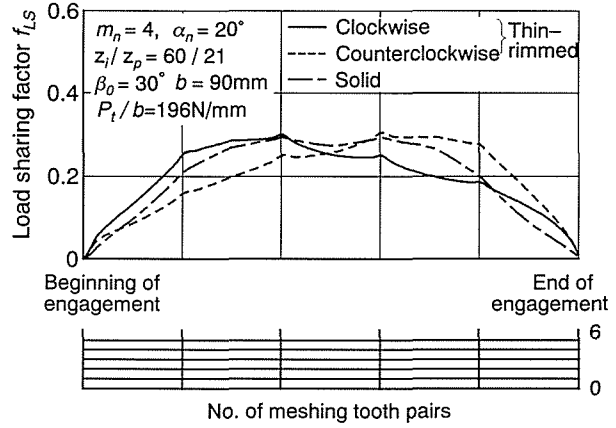
4.3.4 接触線上の荷重分布に及ぼすねじれ角，ウェブ構造の影響

図 4.7 は、モデル A, $\beta_0=10, 30^\circ$ の薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対に、円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合の、作用平面上で内歯車の歯先かみ合い始めから一正面法線ピッチ p_{bt} だけ歯元に寄ったかみ合い位置（一体歯車対の最悪かみ合い位置^(4.5)）における接触線と同時にかみあっているすべての接触線上の荷重分布の計算結果を示す。図 4.7 の横軸に歯幅位置を、縦軸に分布荷重 p をとっている。図 4.7 中には、一体歯車対に対する計算結果も合わせて示す。図 4.7 よりかみ合い始めに最も近い接触線上の分担荷重が、右回転 [$P_1=8668\text{ N } (\beta_0=10^\circ)$, $P_1=5433\text{ N } (\beta_0=30^\circ)$] のほうが左回転 [$P_1=6924\text{ N } (\beta_0=10^\circ)$, $P_1=3407\text{ N } (\beta_0=30^\circ)$] の場合より大きいことがわかる。これは、右回転の場合には、ウェブ側がかみ合い始め側になるのに対し、左回転の場合にはかみ合い終わり側になることによる。一体歯車対の分布荷重は、薄肉歯車の右回転、左回転の場合のほぼ平均値になることがわかる。また図 4.7 より、各歯対の分担荷重の最大値は右回転、左回転、一体歯車いずれの場合も、ねじれ角の増加とともに減少することがわかる。これは、ねじれ角が大きくなると、同時にかみ合う歯対の数が増えることによると考えられる。

図 4.8 は、モデル A, B, $\beta_0=20^\circ$ の薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対および $\beta_0=20^\circ$ の一体はすば内歯車対に円周力 $P_t/b=196\text{N/mm}$ が作用する場合の、作用平面上で内歯車の歯先かみ合い始めから p_{bt} だけ歯元に寄ったかみ合い位置における接触線と同時にかみ合っているすべての接触線上の荷重分布の計算結果を示す。図 4.8

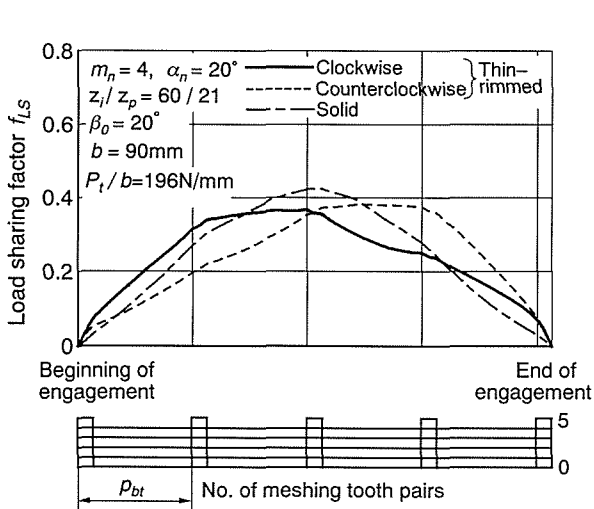


(a) $\beta_0 = 10^\circ$

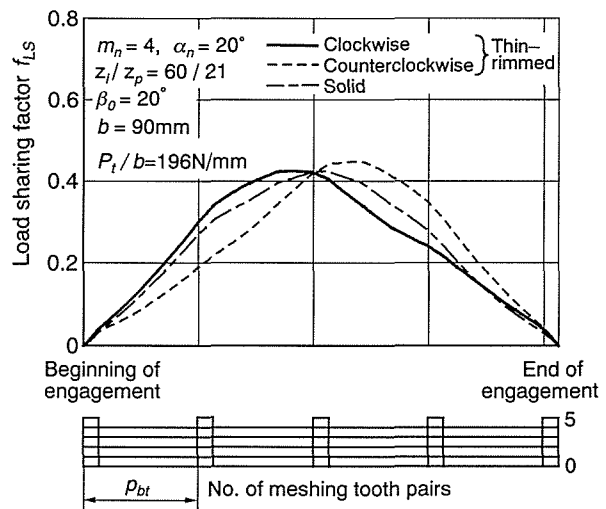


(b) $\beta_0 = 30^\circ$

Fig.4.5 Effect of helix angle on load sharing factor (Model A)

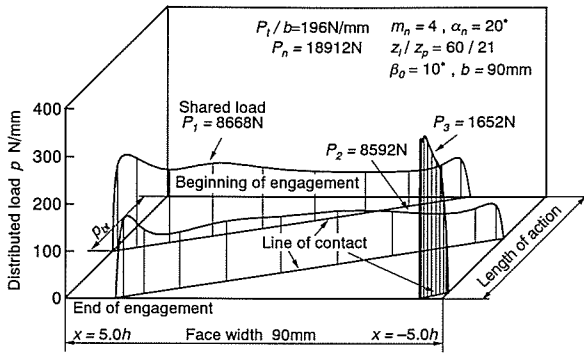


(a) Model A



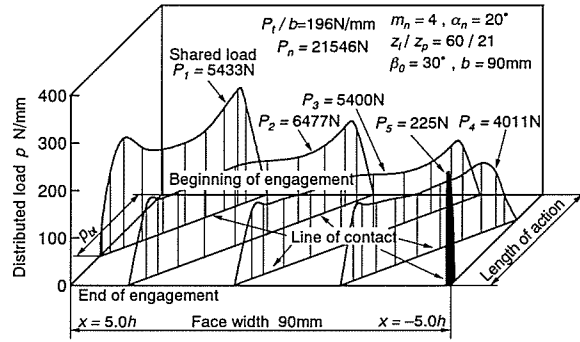
(b) Model B

Fig. 4.6 Effects of web arrangement on load sharing factor ($\beta_0 = 20^\circ$)



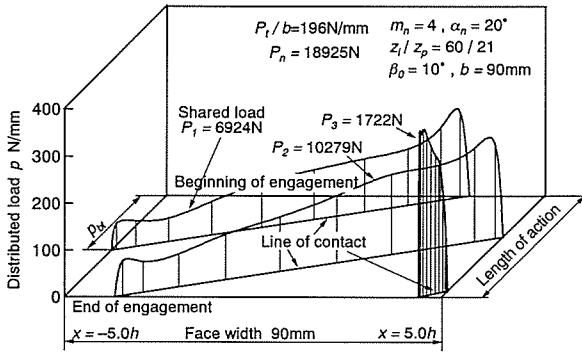
Web side

(i) Clockwise



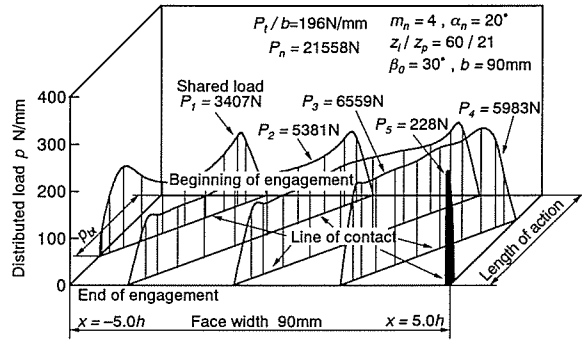
Web side

(i) Clockwise



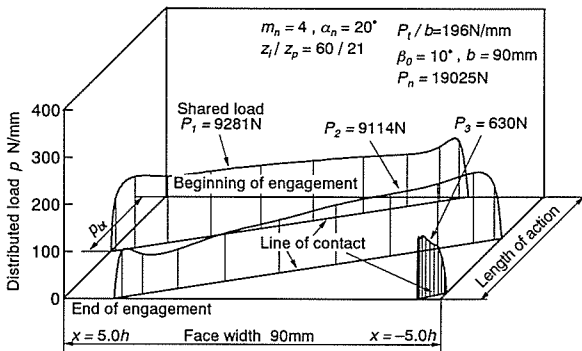
Web side

(ii) Counterclockwise



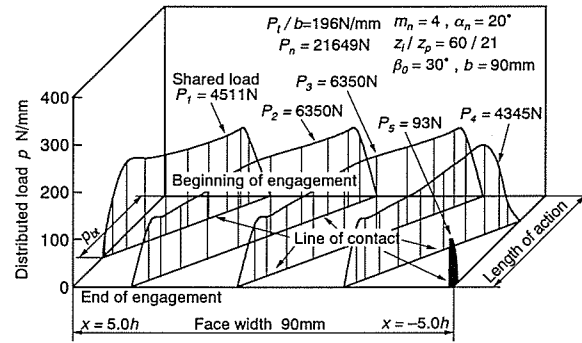
Web side

(ii) Counterclockwise



(iii) Solid

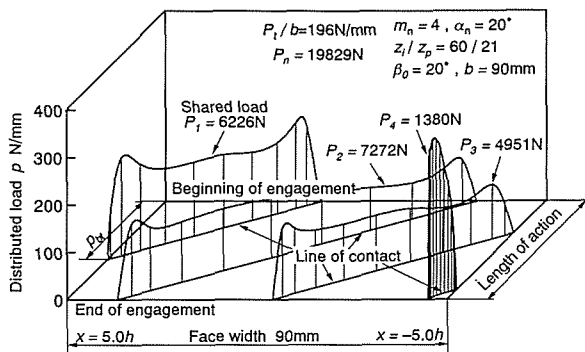
(a) $\beta_0=10^\circ$



(iii) Solid

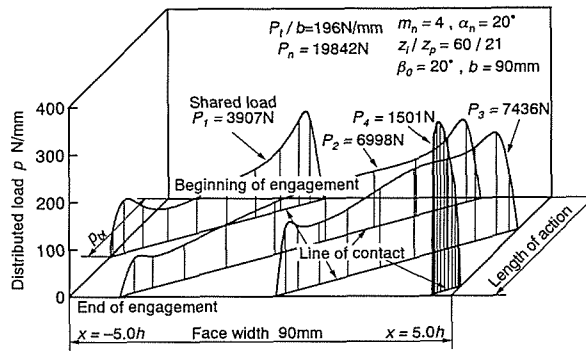
(b) $\beta_0=30^\circ$

Fig. 4.7 Load distributions on contact lines (Model A)



Web side

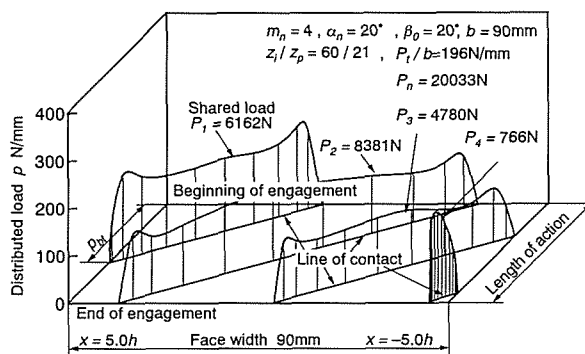
(i) Clockwise



Web side

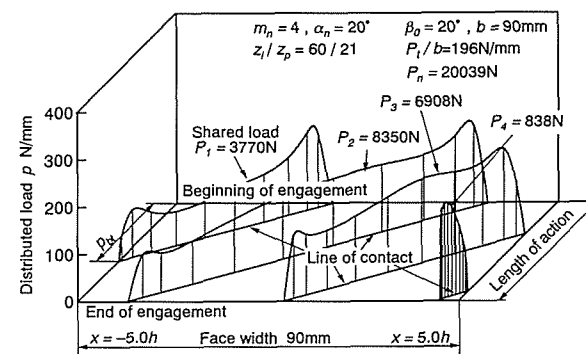
(ii) Counterclockwise

(a) Model A



Web side

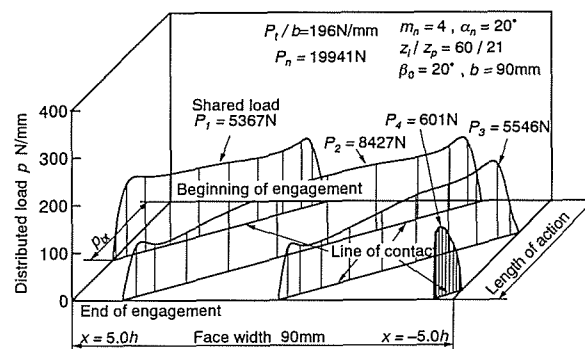
(i) Clockwise



Web side

(ii) Counterclockwise

(b) Model B



(c) Solid

Fig. 4.8 Load distributions on contact lines ($\beta_0=20^\circ$)

よりかみ合い始め側に最も近い接触線上の分担荷重が左回転，右回転いずれもモデル A よりモデル B の場合のほうが小さいことがわかる．またモデル A，モデル B のウェブ側の接触線上の分担荷重は，一体歯車対の場合より大きくなることがわかる．

4.3.5 歯元応力分布に及ぼすねじれ角，ウェブ構造の影響

図 4.9 は，図 4.7 に示す分布荷重（モデル A， $\beta_0=20^\circ$ ）が作用する場合の負荷歯と隣接歯の歯元応力分布の計算結果を示す．図 4.9 の歯元応力は，各歯幅位置における歯形面に沿って生じる歯たけ方向の主応力値を歯面垂直方向にとって表したもので，符号 \oplus ， \ominus はそれぞれ引張，圧縮応力を表す．図 4.9 より最大引張歯元応力は，右回転の場合には， $x=2.5h$ の歯元すみ肉部に，左回転の場合には $x=5h$ の歯元すみ肉部に，最大圧縮歯元応力は，右回転の場合には， $x=-5h$ の歯元すみ肉部に，左回転の場合には $x=5h$ の歯元すみ肉部に生じることがわかる．

4.3.6 最大歯元応力に及ぼすねじれ角，ウェブ構造の影響

図 4.10 は，図 4.7，4.8 に示す分布荷重が作用する場合（モデル A， $\beta_0=10, 20, 30^\circ$ ）の各歯幅位置における最大引張，圧縮歯元応力 σ_{imax} ， σ_{cmax} の計算結果を比較して示す．図 4.10 中には $\beta_0=0^\circ$ の計算結果（図 3.20）も合わせて示している．図 4.11 は，図 4.10 の結果から求めた， σ_{imax} の最大値 σ_{imax}^* ， σ_{cmax} の最大値 σ_{cmax}^* を示す．図 4.11 より σ_{imax}^* は， $\beta_0=0, 10, 20, 30^\circ$ のいずれの場合も，右回転，左回転，一体歯車の順に小さくなること， σ_{cmax}^* は， $\beta_0=0, 10, 30^\circ$ の場合には，右回転，左回転，一体歯車の順に小さくなるが， $\beta_0=20^\circ$ の場合には，左回転，右回転，一体歯車の順に小さくなることがわかる．またモデル A， $\beta_0=10, 20, 30^\circ$ の場合の σ_{imax}^* は，右回転では，はそれぞれ一体歯車の 2.84，1.86，4.35 倍に，左回転のではそれぞれ 2.32，1.79，3.25 倍に， σ_{cmax}^* は，右回転ではそれぞれ一体歯車の 5.93，2.52，4.23 倍に，左回転ではそれぞれ 3.25，2.97，3.00 倍にもなるので，このような薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車の曲げ強度設計においては，これらのことを考慮する必要があると考えられる．

なお，図 4.10，4.11 の結果より，モデル A の σ_{imax}^* ， σ_{cmax}^* はいずれも， $\beta_0=20^\circ$ の場合において最も小さくなるので，このような薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対のねじれ角としては， $\beta_0=20^\circ$ をとるのが適当であると考えられる．

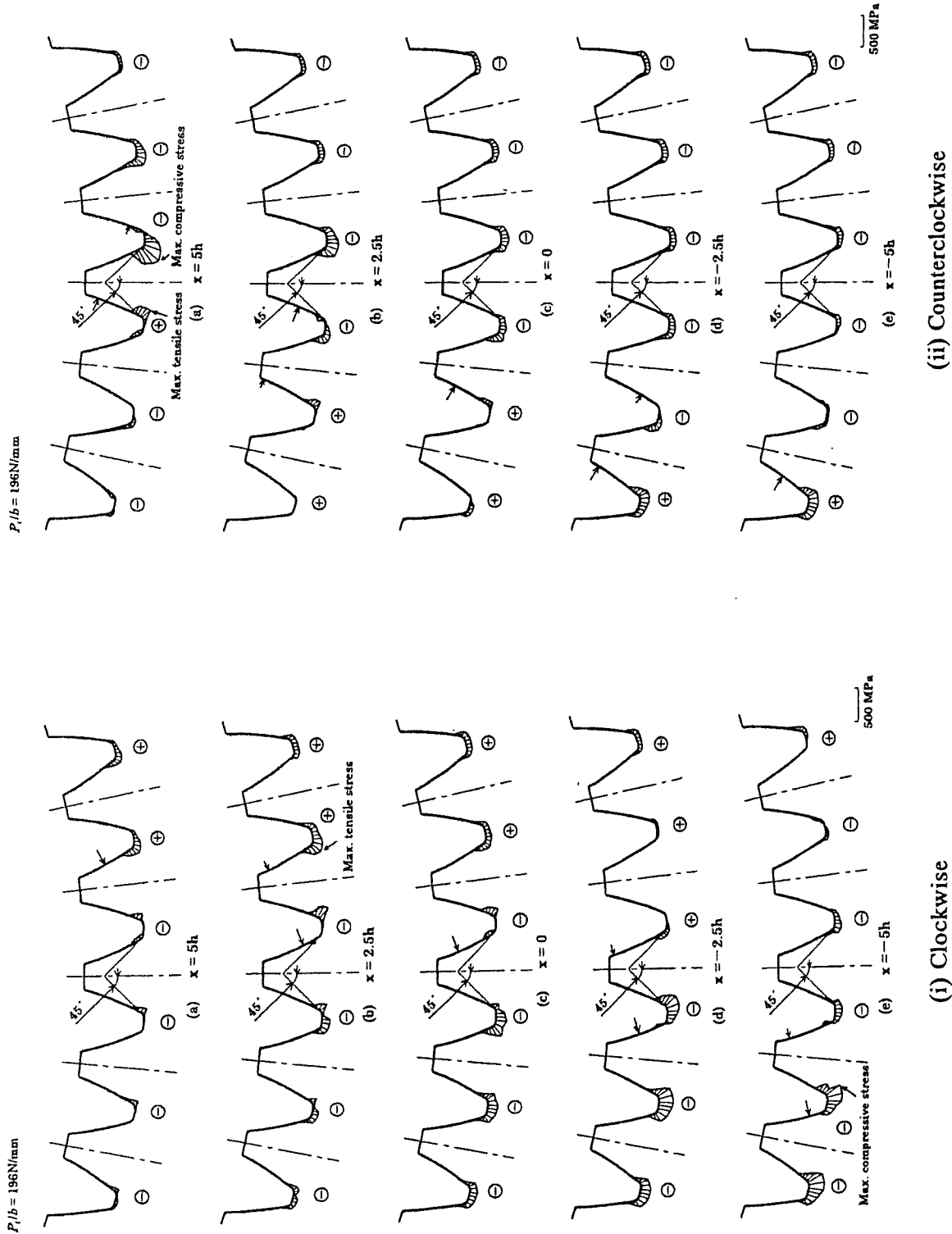


Fig. 4.9 Root stress distributions

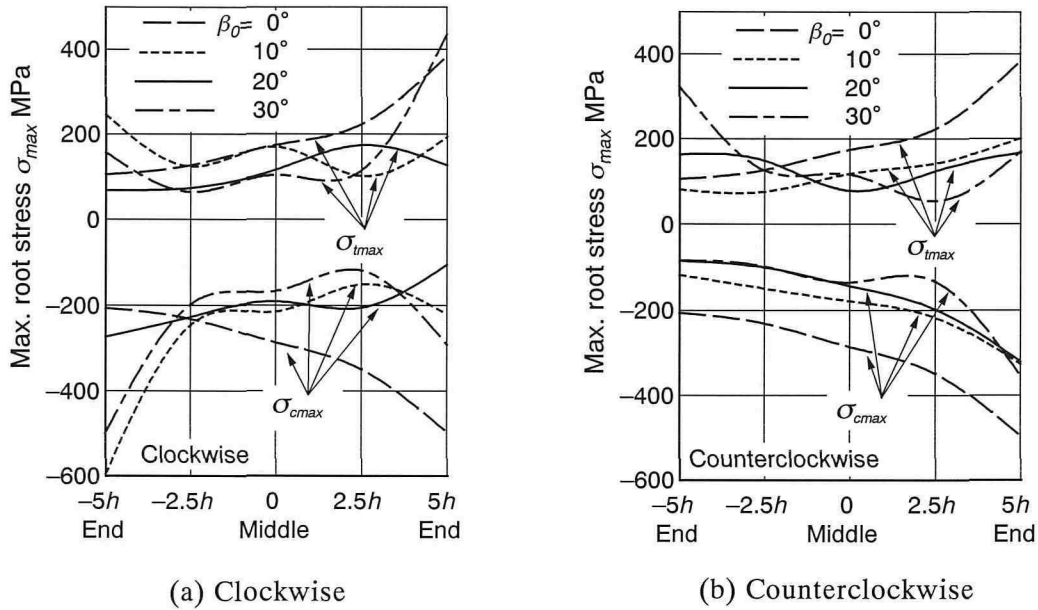
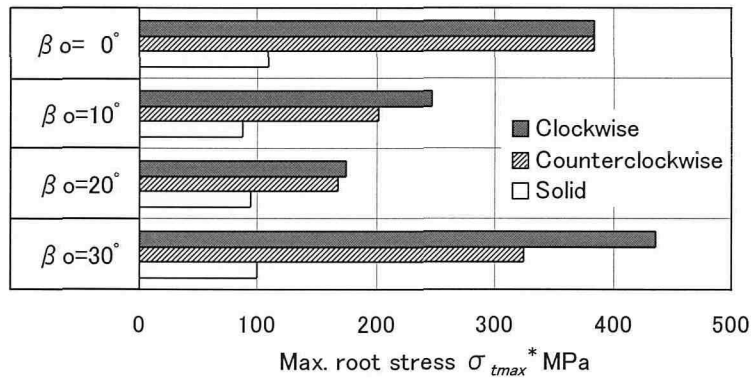
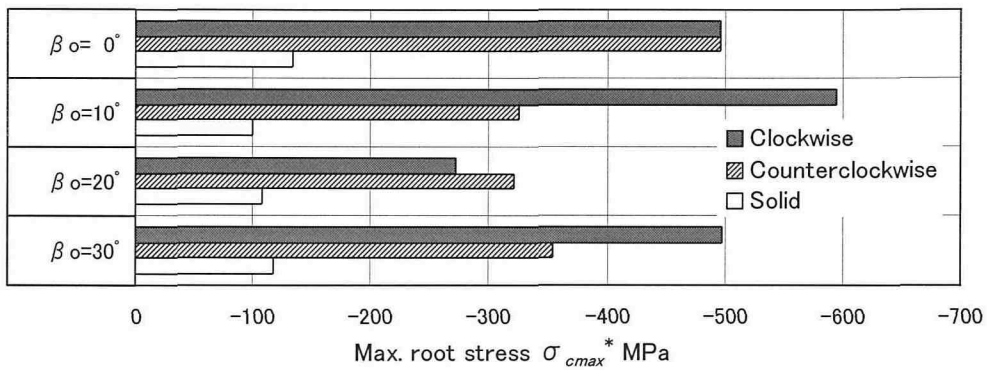


Fig.4.10 Maximum root stresses at each position in face width direction (Effect of helix angle, Model A)



(a) Tensile side



(b) Compressive side

Fig.4.11 Effects of helix angle on σ_{max}^* (Model A)

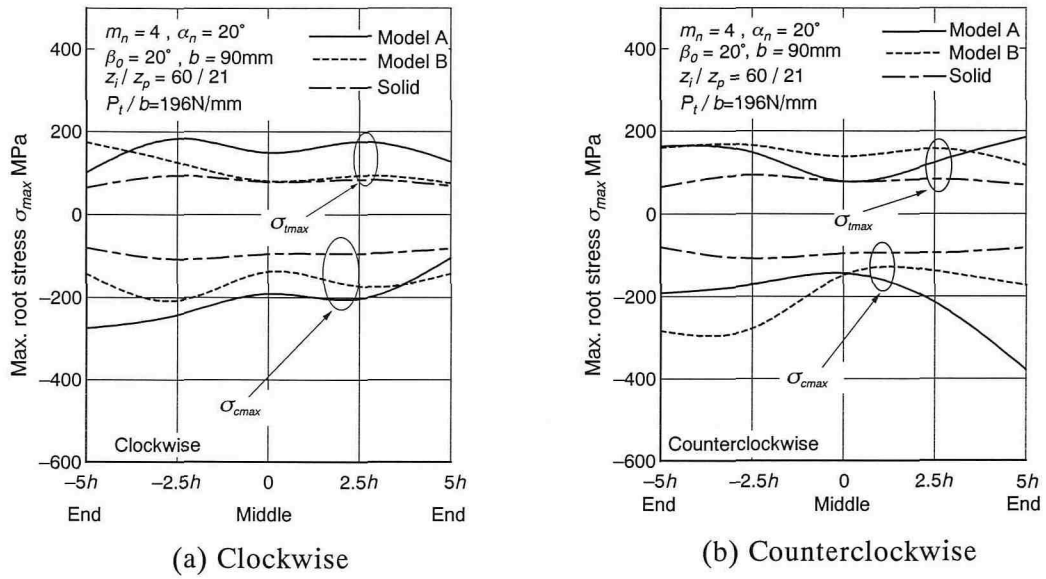
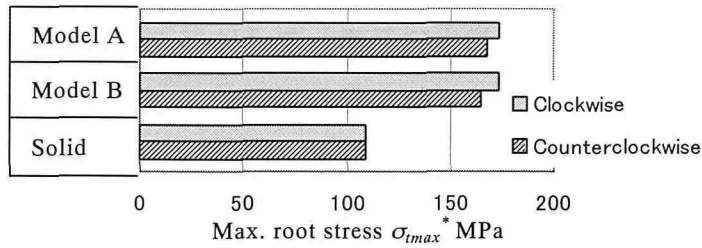
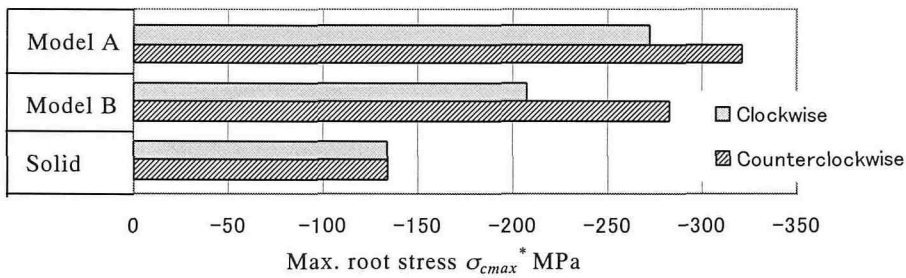


Fig.4.12 Maximum root stresses at each position in face width direction (Effect of web arrangement, $\beta_0=20^\circ$)



(a) Tensile side



(b) Compressive side

Fig.4.13 Effects of web arrangement on σ_{max}^* ($\beta_0=20^\circ$)

図 4.12 は, 図 4.8 に示す分布荷重が作用する場合の各歯幅位置における σ_{imax} , σ_{cmax} の計算結果を示す. 図 4.12 より σ_{imax} , σ_{cmax} の歯幅方向における変化は, 一体歯車対では小さいが, モデル A, モデル B の場合には一体歯車の場合に比べてかなり大きくなることわかる.

図 4.13 は, 図 4.12 の結果から求めた, σ_{imax}^* , σ_{cmax}^* を示す. 図 4.13 より, σ_{imax}^* , σ_{cmax}^* はいずれもモデル A, モデル B, 一体歯車の順に小さくなることわかる. また, σ_{cmax}^* は, モデル A では右回転より左回転の場合のほうが大きい, モデル B では逆に左回転より右回転のほうが大きい. σ_{imax}^* , σ_{cmax}^* は, いずれもモデル A よりモデル B の場合のほうが小さいので, 薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車としては, モデル A よりモデル B を採用することによって曲げ強度の向上が期待できるものと考えられる.

4.4 結 言

本章では, 歯幅の外側にウェブをもつ薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対 (内歯車: 被動歯車) モデル A および一方の歯幅端にウェブをもつ薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対モデル B に対して, 歯元応力計算を行い, 歯元応力に及ぼすねじれ角およびウェブ構造の影響について検討を加えた. 得られた主な点を要約すると次のとおりである.

(1) モデル A, $\beta_0=10, 20, 30^\circ$ およびモデル B, $\beta_0=20^\circ$ の薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数の近似式を導いた.

(2) 薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対のかみ合いの進行にともなう荷重分担率, 接触線上の荷重分布, 歯元応力の変化は, 歯車の回転方向によってかなり異なる.

(3) 本章で用いたようなねじれ角 $0^\circ \leq \beta_0 \leq 30^\circ$ の薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対の最大歯元応力は, $\beta_0=20^\circ$ において最も小さいので, このような歯車対の曲げ強度設計では $\beta_0=20^\circ$ をとるのが適当である.

(4) はすば内歯車対の最大歯元応力は, モデル A, モデル B, 一体歯車の順に小さくなる.

第5章 結 論

本論文は、種々の諸元、ウェブ構造の薄肉非対称ウェブ構造平・はすば内歯車対に対して、三次元有限要素法（3D-FEM）による集中荷重作用下の歯のたわみの計算結果から、内歯車の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数を導き、これらの影響関数と久保・梅澤の方法を用いて、内歯車対の負荷かみ合い時のかみ合いの進行に伴う荷重分担率の変化、接触線上の荷重分布を計算し、分布荷重作用時の歯元応力を3D-FEMにより求め、これらの内歯車の歯元応力状態を明らかにすることにより、薄肉非対称ウェブ構造平・はすば内歯車の曲げ強度設計を行うための基礎資料を得るために行ったものである。本論文で得られた成果を総括すれば次のとおりである。

第1章では、本研究の目的を述べるとともに従来行われた主な研究を紹介し、本研究の位置付け、意義ならびに研究内容の概要を述べた。

第2章では、まず種々の諸元の薄肉平・はすば内歯車の曲げ強度設計を行うための基礎となる厚肉はすば内歯車対に対して、任意の諸元のはすば内歯車に適用できる歯の曲げ・せん断たわみと曲げモーメントの影響関数を導き、これらの影響関数と久保・梅澤の方法を用いて、種々の諸元のはすば内歯車対のかみ合いの進行に伴う荷重分担率の変化、接触線上の荷重分布、歯元応力を求め、これらに及ぼすねじれ角、歯幅、歯数、基準圧力角の影響および最悪かみ合い位置（最大歯元応力が発生するかみ合い位置）などについて検討した。その結果、歯直角基準圧力角 $17.5 \leq \alpha_n \leq 27^\circ$ はすば内歯車対のかみ合い時の最大引張、圧縮歯元応力 σ_{tmax} 、 σ_{cmax} が発生するかみ合い位置は、全かみ合い率が $\varepsilon_\gamma \geq 2$ の場合には、作用平面上で内歯車の歯先のかみ合い限界点から一正面法線ピッチだけ歯元に寄った位置に、 $\varepsilon_\gamma < 2$ の場合には外の一組かみ合い点になること、はすば内歯車対の σ_{tmax} 、 σ_{cmax} は、内歯車の歯数 z_i の増加とともに増大することなどを明らかにした。

第3章では、基準圧力角 $\alpha_0 = 20, 27^\circ$ の二種類のウェブ構造の薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の歯の曲げ・せん断たわみの影響関数を導き、これらの影響関数と久保・梅澤の方法を用いて薄肉非対称ウェブ構造平内歯車対のかみ合いの進行に伴う荷重分担率の変化、接触線上の荷重分布を求めるとともに、分布荷重作用時の歯元応力を3D-FEMにより求め、荷重分担率、接触線上の荷重分布、歯元応力分布、最大歯元応力に及ぼす基準圧力角およびウェブ構造の影響などについて検討した。その結果、負荷歯の引張側、圧縮側の各歯幅位置における最大引張、圧縮歯元応力 σ_{tmax} 、

$\sigma_{c\max}$ は、モデル A, B (モデル A: ウェブが歯幅の外側にある薄肉非対称ウェブ構造内歯車, モデル B ウェブが一方の歯幅端のみにある薄肉非対称ウェブ構造内歯車) いずれも α_0 にかかわらず, 反ウェブ側の歯幅端からウェブ側の歯幅端に向かって増加する. また, $\sigma_{t\max}$ の最大値 $\sigma_{t\max}^*$ は, モデル A では $\alpha_0=27^\circ$ より $\alpha_0=20^\circ$ の場合のほうが大きい, モデル B では逆に小さい. $\sigma_{c\max}$ の最大値 $\sigma_{c\max}^*$ は, モデル A, B いずれも $\alpha_0=20^\circ$ より $\alpha_0=27^\circ$ の場合のほうが大きいことを明らかにした.

第 4 章では, $\alpha_n=20, 27^\circ$, ねじれ角 $\beta_0=10, 20, 30^\circ$ の二種類の薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対に対して, かみ合いの進行に伴う荷重分担率の変化, 接触線上の荷重分布, 歯元応力分布, 最大歯元応力を求め, これらに及ぼすねじれ角およびウェブ構造の影響などについて検討した. その結果, このような薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車対の最大歯元応力は, $\beta_0=20^\circ$ において最も小さいので, このような内歯車対のねじれ角としては $\beta_0=20^\circ$ をとるのが適当であること, はすば内歯車対の最大歯元応力は, モデル A, モデル B, 一体歯車の順に小さくなることなどを明らかにした.

以上のように, 本論文では薄肉非対称ウェブ構造内歯車に対する曲げ設計のための有用な資料を得ることができた.

謝 辞

本研究論文を終わるに臨み、本研究に対して、終始懇切丁寧な御指導と御鞭撻を賜った、鳥取大学教授 高野泰齊博士ならびに福山大学教授（鳥取大学名誉教授） 小田 哲博士に衷心よりお礼申し上げます。

本研究を行うにあたって、種々の御教示、御助言をいただいた鳥取大学教授 宮近幸逸博士ならびに鳥取大学助教授 小出隆夫博士に厚くお礼申し上げます。

本研究を進めるにあたって、実験・計算および資料整理などに熱心に御協力いただいた鳥取大学文部科学技官 難波千秋氏に厚くお礼申し上げます。

鳥取大学へ留学するにあたって、大変ご尽力いただいた元中国西北紡織工学院教授（元鳥取大学外国人研究者）許 玉武先生に心よりお礼申し上げます。

また、鳥取大学工学部機械工学科機械設計学研究室の卒業生各位とくに（株）カワタ Yong Teck Foo 氏，鳥取三洋電機（株）岡村昌信氏，極東貿易（株）奥村岳史氏，日本システムウェア（株）石神政典氏，（株）山産 山本 豊氏，鳥取大学外国人研究者 薛 衛東氏，ならびに在学学生各位に厚くお礼申し上げます。

日頃何かと御指導いただいている鳥取大学工学部機械工学科の諸先生方ならびに試験機および試験歯車などの製作に御協力いただいた鳥取大学工学部機械実習工場の方々に厚くお礼申し上げます。

最後に、外国人留学生としての私の勉強、生活を温かく支援してくださいました鳥取大学教育地域科学部教授（国際交流会館主事）若 良二博士，学務部学務課留学生係の方々に厚くお礼申し上げます。また、いつも快く留学生を応援してくださっている鳥取大学の諸先生方に厚くお礼申し上げます。

付 録

ユニット消去法による応力・たわみ解析

ユニット消去法では、構造物をいくつかのユニットに分割し、各々のユニットについてそれに含まれる節点を次の規則に従って3つのクラスに分類する。

クラス1：他のいずれのユニットにも接続していない節点。

クラス2：前のユニット（番号の若い）には接続しているが、後ろのユニットには接続していない節点。

クラス3：後ろのユニットには接続しているが、前のユニットには接続していない節点。

閉ループ構造物の場合には、さらにクラス分けが1つ（クラス4）増える。

クラス4：最後のユニットまで引き継がれる節点。

このように分類された各ユニットについて、まずユニット1の剛性方程式

$$[K_1] \{ \delta_1 \} = \{ F_1 \} \quad (\text{付-1})$$

をクラス1, 2, 3, 4の順に節点を配列する。ここで $[K]$ は剛性マトリックスを、 $\{ \delta \}$ は節点変位ベクトルを、 $\{ F \}$ は節点力ベクトルを表す。

$$\begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} & K_1^{13} & K_1^{14} \\ K_1^{21} & K_1^{22} & K_1^{23} & K_1^{24} \\ K_1^{31} & K_1^{32} & K_1^{33} & K_1^{34} \\ K_1^{41} & K_1^{42} & K_1^{43} & K_1^{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \\ \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_1^2 \\ F_1^3 \\ F_1^4 \end{Bmatrix} \quad (\text{付-2})$$

ここで下添え字はユニット番号、上添え字はクラス番号を表す。式（付-1）を展開して次式を得る。

$$\begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1^{13} & K_1^{14} \\ K_1^{23} & K_1^{24} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_1^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{付-3})$$

$$\begin{bmatrix} K_1^{31} & K_1^{32} \\ K_1^{41} & K_1^{42} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1^{33} & K_1^{34} \\ K_1^{43} & K_1^{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^3 \\ F_1^4 \end{Bmatrix} \quad (\text{付-4})$$

式 (付-3) より

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_1^2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_1^{13} & K_1^{14} \\ K_1^{23} & K_1^{24} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^1 \\ \delta_1^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{付-5})$$

式 (付-5) を式 (付-4) に代入して

$$\begin{bmatrix} K_1^{33'} & K_1^{34'} \\ K_1^{43'} & K_1^{44'} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{3'} \\ F_1^{4'} \end{Bmatrix} \quad (\text{付-6})$$

を得る. ここで

$$\begin{bmatrix} K_1^{33'} & K_1^{34'} \\ K_1^{43'} & K_1^{44'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1^{33} & K_1^{34} \\ K_1^{43} & K_1^{44} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1^{31} & K_1^{32} \\ K_1^{41} & K_1^{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_1^{13} & K_1^{14} \\ K_1^{23} & K_1^{24} \end{bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} F_1^{3'} \\ F_1^{4'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^3 \\ F_1^4 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1^{31} & K_1^{32} \\ K_1^{41} & K_1^{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1^{11} & K_1^{12} \\ K_1^{21} & K_1^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_1^1 \\ F_1^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{付-7})$$

で, それぞれ縮小マトリックス, 縮小ベクトルと呼ぶ. このようにしてできたユニット1の剛性方程式 (付-6) をユニット2に次のように加える. ユニット2の剛性方程式は

$$\begin{bmatrix} K_2^{11} & K_2^{21} & K_2^{31} \\ K_2^{21} & K_2^{22} & K_2^{32} \\ K_2^{31} & K_2^{32} & K_2^{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_2^1 \\ \delta_2^2 \\ \delta_2^3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2^1 \\ F_2^2 \\ F_2^3 \end{Bmatrix} \quad (\text{付-8})$$

で表される. ユニット1のクラス3はユニット2のクラス2の節点に対応しているので $\{\delta_1^3\} = \{\delta_2^2\}$ であり, このことを利用して式 (付-6) を加えると

$$\begin{bmatrix} K_2^{11} & K_2^{12} & K_2^{13} & 0 \\ K_2^{21} & K_2^{22} + K_1^{33'} & K_2^{23} & K_1^{34'} \\ K_2^{31} & K_2^{32} & K_2^{33} & 0 \\ 0 & K_1^{43'} & 0 & K_1^{44'} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_2^1 \\ \delta_2^2 \\ \delta_2^3 \\ \delta_1^4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2^1 \\ F_2^2 + F_1^{3'} \\ F_2^3 \\ F_1^{4'} \end{Bmatrix} \quad (\text{付-9})$$

を得る.

ユニット1から2への引き継ぎ（前進消去）を最終ユニットまで繰り返すと，最後のユニットNではその中に含まれて節点は全てクラス1, 2のみであり，その剛性方程式は

$$\begin{bmatrix} K_N^{11} & K_N^{12} \\ K_N^{21} & K_N^{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_N^1 \\ \delta_N^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_N^1 \\ F_N^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{付-10})$$

これからこのユニットの節点変位が求まる．ここで $\{\delta_{N-1}^3\} = \{\delta_N^2\}$ であるので

$$\begin{Bmatrix} \delta_{N-1}^1 \\ \delta_{N-1}^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{N-1}^{11} & K_{N-1}^{12} \\ K_{N-1}^{21} & K_{N-1}^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_{N-1}^1 \\ F_{N-1}^2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{N-1}^{11} & K_{N-1}^{12} \\ K_{N-1}^{21} & K_{N-1}^{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{N-1}^{13} \\ K_{N-1}^{23} \end{bmatrix} \{\delta_{N-1}^3\} \quad (\text{付-11})$$

よりN-1ユニットの残りの節点変位が求められる．このような計算をユニット1まで繰り返して（後退代入），全ての未知節点変位を求めることができる．

参考文献

- (1.1) 近畿歯車懇話会編, 会田俊夫監修, 歯車の設計・製作 4「歯車の精度と性能」, (1980), 185-230, 大河出版.
- (1.2) 鄭 泰亨・鈴木敏之・會田俊夫・藤尾博重, 内歯平歯車の曲げ応力, 日本機械学会論文集, 47-420, C(1981), 1073-1081.
- (1.3) 日高照晃・石田 武・稲男 健, 薄肉内歯平歯車の曲げ応力の解析, 精密機械, 49-5(1983), 617-623.
- (1.4) 小田 哲・宮近幸逸・荒木恵司, 内歯車の歯元応力と曲げ疲労強度に及ぼすリム厚さの影響, 日本機械学会論文集, 49-448, C(1983), 2190-2196.
- (1.5) 小田 哲・宮近幸逸, 内歯平歯車の実用歯元実応力計算式, 日本機械学会論文集, 51-470, C(1985), 2720-2125.
- (1.6) 小田 哲・宮近幸逸・清水久夫, 内歯平歯車の実用圧縮歯元実応力計算式, 日本機械学会論文集, 53-496, C(1987), 2629-2634.
- (1.7) 宮近幸逸・小田 哲・長田幸晴・難波千秋, 種々の基準圧力角の平内歯車の実用歯元実応力計算式, 設計工学, 34-1(1991), 28-33.
- (1.8) 宮近幸逸・小出隆夫・小田 哲, 内歯はすば歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 60-576, C(1994), 2805-2810.
- (1.9) 宮近幸逸・小田 哲・小出隆夫, はすば内歯車の歯元応力に及ぼすねじれ角, 歯幅および歯数の影響, 日本機械学会論文集, 62-596, C(1996), 1580-1586.
- (1.10) 宮近幸逸・小田 哲・小出隆夫・高橋一博・Cao Thanh XUAN, 内歯はすば歯車の実用歯元曲げ応力計算式, 日本機械学会講演論文集, No.95-10(1996), 196-197.
- (1.11) 鄭 泰亨・鈴木敏之・會田俊夫・藤尾博重・久保愛三, 薄肉リム歯車の歯元応力に関する研究(第2報, 歯元応力の近似式), 日本機械学会論文集, 48-432, C(1982), 1217-1226.
- (1.12) 鄭 泰亨・鈴木敏之・久保愛三・藤尾博重, 薄肉リム歯車の歯元応力に関する研究(第3報, 歯元応力近似式の検討), 日本機械学会論文集, 49-438, C(1983), 209-217.
- (1.13) 鄭 泰亨・片山尚人・久保愛三・矢部 寛, 薄肉リム歯車の歯元応力に関する研究(第4報, 内歯車の歯元, 歯底応力近似式), 日本機械学会論文集,

- 49-442, C(1983), 1038-1047.
- (1.14) 鄭 泰亨・片山尚人・久保愛三・矢部 寛, 薄肉リム歯車の歯元応力に関する研究(第5報, 内歯車をピンカップリング支持する場合の歯元歯底応力), 日本機械学会論文集, 49-444, C(1983), 1398-1406.
- (1.15) 日高照晃・石田 武・内田文明, 内歯平歯車の曲げ強度に及ぼす内歯車円環部の厚さと歯数の影響, 日本機械学会論文集, 49-441, C(1983), 803-810.
- (1.16) 小田 哲・宮近幸逸・佐山武英, 内歯車の曲げ疲労強度に及ぼすリム・ウェブ厚さの影響, 日本機械学会論文集, 51-466, C(1985), 1305-1311.
- (1.17) 小田 哲・宮近幸逸, ピン支持された薄肉内歯平歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 52-480, C(1986), 2194-2199.
- (1.18) 小田 哲・宮近幸逸・竹本浩一, 内歯車の歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響, 日本機械学会論文集, 57-540, C(1991), 2716-2722.
- (1.19) 小田 哲・宮近幸逸・小出隆夫・薛 衛東, 薄肉内歯平歯車の歯元応力に及ぼす支持条件の影響, 日本機械学会論文集, 58-546, C(1992), 584-589.
- (1.20) 小田 哲・宮近幸逸・薛 衛東, 圧入ピンで支持された薄肉内歯平歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 59-557, C(1993), 246-251.
- (1.21) 小田 哲・宮近幸逸・Cao Xuan THANH・難波千秋, 薄肉非対称ウェブ構造平内歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 63-610, C(1997), 2111-2117.
- (1.22) 小田 哲・宮近幸逸・堀川浩司・住谷 章・小谷正和, 薄肉非対称ウェブ構造はすば内歯車の歯元応力に及ぼす歯車諸元の影響, 日本機械学会論文集, 63-613, C(1997), 3223-3228.
- (1.23) 久保愛三・梅澤清彦, 誤差をもつ円筒歯車の荷重伝達特性に関する研究(第1報, 基礎的考察), 日本機械学会論文集, 43-371(1977), 2771-2783.
- (2.1) 会田俊夫・寺内喜男, 平歯車の曲げ応力について(第2報, 歯の応力集中係数と曲げ応力計算式), 日本機械学会論文集, 27-178 (1961), 862-868.
- (2.2) 会田俊夫・小田 哲・田村喜昭, 歯車の曲げ疲れ強さに関する研究(第8報, 歯の圧縮側応力計算式と運転時の歯元応力)日本機械学会論文集, 33-352 (1967), 1321-1330.
- (2.3) 梅澤清彦, はすば歯車の負荷かみあい試験(第1報, たわみの近似式), 日本機械学会論文集, 38-308 (1972), 896-904.

- (2.4) 梅澤清彦, はすば歯車の負荷かみあい試験(第2報, 曲げモーメント分布の近似式), 日本機械学会論文集, 38-310 (1972), 1602-1608.
- (2.5) 文献(1.23)に同じ.
- (2.6) 小田 哲・小出隆夫・池田敏彦, 歯のたわみと歯元応力に及ぼす圧力角の影響, 日本機械学会論文集, 52-473, C(1986), 88-96.
- (2.7) 小田 哲・小出隆夫・梅澤清彦, 高圧力角はすば歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 52-473, C(1986), 97-104.
- (2.8) 小田 哲・小出隆夫, はすば歯車のねじれ角係数, 日本機械学会論文集, 52-479, C(1986), 1966-1971.
- (2.9) 小田 哲・小出隆夫, はすば歯車の実用歯元曲げ応力計算式, 日本機械学会論文集, 52-479, C(1986), 1979-1984.
- (2.10) 小田 哲・宮近幸逸, 内歯平歯車の実用歯元実応力計算式, 日本機械学会論文集, 51-470, C(1985), 2720-2725.
- (2.11) 小田 哲・宮近幸逸・清水久夫, 内歯平歯車の実用圧縮歯元実応力計算式, 日本機械学会論文集, 53-496, C(1987), 2629-2634.
- (2.12) 宮近幸逸・小田 哲・長田幸晴・難波千秋, 種々の基準圧力角の平内歯車の実用歯元実応力計算式, 設計工学, 34-1(1999), 28-33.
- (2.13) 宮近幸逸・小出隆夫・小田 哲, 内歯はすば歯車の歯元応力, 日本機械学会論文集, 60-576, C(1994), 2805-2810.
- (2.14) 宮近幸逸・小田 哲・小出隆夫, はすば内歯車の歯元応力に及ぼすねじれ角, 歯幅および歯数の影響, 日本機械学会論文集, 62-596, C(1996), 1580-1586.
- (2.15) 宮近幸逸・小田 哲・小出隆夫・任 宏光・岡村昌信, はすば内歯車の歯のたわみと歯元応力に及ぼす基準圧力角の影響, 日本機械学会論文集, 66-651, C(2000), 3717-3723.
- (2.16) 小田 哲・小出隆夫・宮崎旭史・宮近幸逸, WN 歯車のたわみと歯元応力に関する研究(シンマーク歯車に集中荷重が作用する場合), 日本機械学会論文集, 54-504(1988), 1882-1887.
- (2.17) 鷺津久一郎・宮本 博・山田嘉昭・山本善之・川井忠彦, 有限要素法ハントブック I 基礎編, (1981), 363-405, 培風館.
- (2.18) Wellauer. E. J. and Seireg. A., Bending Strength of Gear Teeth by Cantilever-Plate Theory, *Trans. ASME, Ser. B*, 82-3 (1960), 213-222.

- (2.19) 文献 (1.4) に同じ.
- (3.1) 文献 (2.10) に同じ.
- (3.2) 文献 (2.11) に同じ.
- (3.3) 文献 (2.12) に同じ.
- (3.4) 文献 (1.18) に同じ.
- (3.5) 文献 (1.21) に同じ.
- (3.6) 文献 (1.23) に同じ.
- (3.7) 宮近幸逸・小田 哲・小出隆夫・任 宏光・YONG Teck Foo, 薄肉非対称構造高圧力角平内歯車の歯元応力, 日本機械学会講演論文集, No.985-2(1998), 75-76.
- (3.8) 田中道彦・北郷 薫, 有限要素法によるねじ締結体の解析, 日本機械学会論文集, 46-412, C(1980), 1491-1503.
- (3.9) 文献 (1.17) に同じ.
- (3.10) 文献 (2.16) に同じ.
- (3.11) 中川 徹・小柳義夫, 最小二乗法による実験データ解析, (1982), 55, 東大出版社.
- (3.12) 鷺津久一郎・宮本 博・山田嘉昭・山本善之・川井忠彦, 有限要素法ハンドブック I 基礎編, (1981), 234, 培風館.
- (4.1) 文献 (1.22) に同じ.
- (4.2) 文献 (1.23) に同じ.
- (4.3) 宮近幸逸・小田 哲・任 宏光・YONG Teck Foo, 薄肉非対称構造はすば内歯車の歯元応力に及ぼすねじれ角の影響, 日本機械学会講演論文集, No.005-1 (2000), 329-330.
- (4.4) 文献 (1.21) に同じ.
- (4.5) 文献 (2.15) に同じ.

END