

有限要素解析を援用した浸炭焼入れ大ねじれ角はすば歯車の  
曲げ疲労強度の評価

2019年1月

野 嶋 賢 吾

# 目 次

第1章 緒 論 .....	1
第2章 有限要素法による歯元応力解析.....	6
2.1 緒 言 .....	6
2.2 はすば歯車の解析モデル .....	7
2.2.1 解析モデル形状の妥当性の検証.....	7
2.2.2 解析モデルの作成手順.....	7
2.2.3 解析はすばモデルの妥当性評価のための参照歯車.....	9
2.2.4 参照歯車の形状測定.....	10
2.2.5 解析はすば歯車モデル形状の妥当性評価結果.....	10
2.3 FEMによる歯元応力解析 .....	11
2.3.1 歯元および歯元応力の定義.....	11
2.3.2 解析歯車 .....	12
2.3.3 FEM ソフトウェア .....	13
2.3.4 解析条件 .....	15
2.3.5 FEM 解析結果 .....	17
2.4 FEM 解析結果の妥当性検証 .....	18
2.5 FEM 解析における歯元応力 .....	20
2.6 結 言 .....	21
第3章 大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析.....	22
3.1 緒 言 .....	22
3.2 解析対象歯車 .....	23
3.3 歯元応力解析法 .....	26
3.3.1 歯元応力評価部.....	26
3.3.2 FEMによる歯元応力解析 .....	27
3.3.3 久保・梅澤の方法による歯元応力解析.....	28
3.3.4 ISO6336-3による歯元応力解析.....	31

3.4	歯元応力解析結果 .....	33
3.4.1	かみ合い進行にともなう歯元応力の変化.....	33
3.4.2	最大歯元応力.....	38
3.5	結 言 .....	41
第4章	浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度の推定.....	42
4.1	緒 言 .....	42
4.2	解析対象はすば歯車 .....	43
4.3	FEMによる歯元応力解析 .....	43
4.3.1	歯車モデル.....	43
4.3.2	歯元応力解析条件.....	44
4.4	FEMによる熱処理解析 .....	45
4.4.1	熱処理解析条件.....	45
4.5	曲げ疲労試験 .....	48
4.5.1	試験歯車 .....	48
4.5.2	曲げ疲労試験方法.....	48
4.6	FEMによる歯元応力解析結果 .....	50
4.7	FEMによる熱処理解析結果 .....	52
4.7.1	ビッカース硬さ分布.....	52
4.7.2	残留応力 .....	53
4.8	曲げ疲労限度の推定.....	55
4.8.1	曲げ疲労限度の推定モデル.....	55
4.8.2	曲げ疲労限度の推定値.....	56
4.9	結 言 .....	60
第5章	大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度設計.....	61
5.1	緒 言 .....	61
5.2	供試はすば歯車 .....	62
5.2.1	歯車諸元 .....	62
5.2.2	熱処理条件.....	63

5.3	歯車対のかみ合い位置 .....	64
5.4	歯元応力解析 .....	65
5.4.1	歯元応力解析条件.....	65
5.4.2	歯元応力解析結果.....	65
5.5	熱処理解析 .....	68
5.5.1	熱処理解析条件.....	68
5.5.2	熱処理解析結果.....	68
5.6	曲げ疲労試験 .....	75
5.6.1	曲げ疲労試験方法.....	75
5.6.2	曲げ疲労試験結果.....	75
5.6.3	曲げ疲労限度の実験値と推定値の比較.....	78
5.7	大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労限度の推定.....	81
5.7.1	歯元応力の修正.....	81
5.7.2	曲げ疲労限度円周力に及ぼすねじれ角の影響.....	83
5.8	大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労設計法に関する考察.....	85
5.9	結 言 .....	90
第6章 結 論 .....		91
謝 辞 .....		94
参考文献 .....		95
付 録 .....		104

# 第1章 緒論

はすば歯車は、運転がなめらかで低騒音であることから平歯車と同様に非常に多く用いられる<sup>(1.1)</sup>。特に、周速度 10m/s 以上の場合には、ほとんどはすば歯車が用いられる<sup>(1.2)</sup>。はすば歯車では、ねじれ角 $\beta$ を増加させるほど小さな歯幅 $b$ で大きな重なりかみ合い率 $\epsilon\beta$ を実現できるため、小形軽量、低騒音、低振動への要求が厳しい歯車装置には、 $\beta$ の大きいはすば歯車を用いることが有効である。しかし、はすば歯車は、歯すじ方向に歯がねじれているためスラスト荷重が発生するという課題があり、このスラスト荷重は $\beta$ が増加するほど増大するため、従来のはすば歯車では $\beta \leq 30^\circ$ のものが選定されてきた<sup>(1.1)</sup>。市販の汎用はすば歯車は、現在でも $\beta = 15 \sim 20^\circ$ 程度のもので一般的に用いられているようである<sup>(1.3)</sup>。最近では、スラスト荷重に十分に耐えられる軸受が開発され、自動車用トランスミッションには $\beta = 36^\circ$ のものが用いられ<sup>(1.4)</sup>、 $\beta > 40^\circ$ のはすば歯車も使用され始めている<sup>(1.1)</sup>。

このような背景から、本研究では、従来あまり使用されていなかった $\beta > 30^\circ$ のはすば歯車を「大ねじれ角はすば歯車」と定義することとする。

はすば歯車は、図 1.1 に示すとおり、その歯幅端の両側にそれぞれ鋭角および鈍角の不完全三角形部（以下、不完全部と略す）を有し、この不完全部の鋭角および鈍角の度合いは $\beta$ の増加にともない顕著になる。小田ら<sup>(1.5)</sup>は、はすば歯車の歯の形状を模した、両端に種々の不完全部を設けた片持平板試験片の固定端において応力を測定し、はすば歯車の鋭角側 (A. end) の不完全部が及ぼす歯元応力への影響はかなり大きいことを指摘している。この小田らの研究結果にもとづくと、大ねじれ角はすば歯車では、歯元応力に及ぼす A. end の不

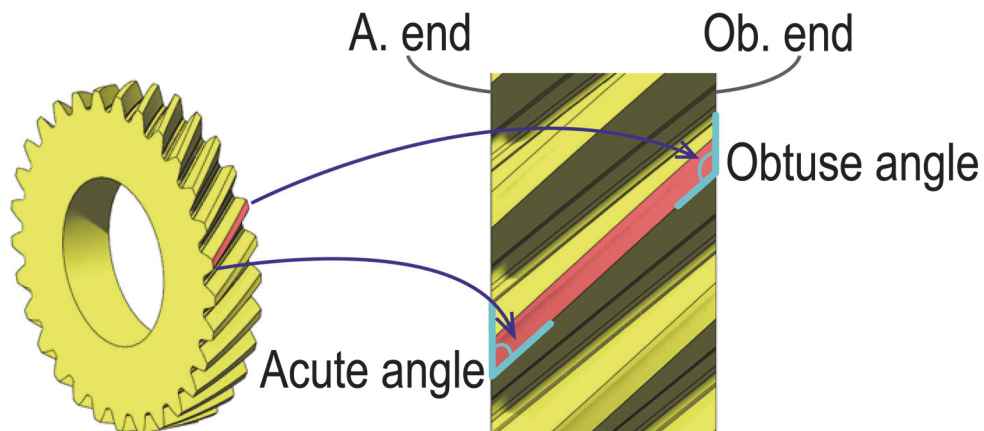


Fig. 1.1 Feature of helical gear tooth

完全部の影響は従来の $\beta \leq 30^\circ$ のはずば歯車よりも顕著となることが予想される。このため、大ねじれ角ははずば歯車では、この A. end の影響を十分に考慮することが必要であると考えられるが、その検証には3次元応力状態での歯元応力解析が必要となることから、これまでに詳細な検討は行われていない。

また、浸炭焼入れ歯車には、曲げ疲労強度に対して最適な硬化層深さが存在し、過度の硬化層深さは曲げ疲労強度の低下を招くことが知られている<sup>(1.6)</sup>。はずば歯車の硬化層分布に関しては、浸炭焼入れはずば歯車の製造技術に関する特許出願<sup>(1.7)</sup>のなかで図 1.2 に示す模式図が公開されている。この模式図は、浸炭焼入れはずば歯車の歯をピッチ点に沿って切断した断面(図 1.2(a))における硬化層分布(図 1.2(b))を示すものである。図 1.2(b)に示すとおり、浸炭焼入れはずば歯車の A. end 付近では、歯面および歯車側面から侵入した炭素が不完全部の狭い領域に拡散するため、過度に厚い硬化層が形成される。この A. end 付近の厚すぎる硬化層は、浸炭焼入れはずば歯車の曲げ疲労強度を 25%程度低下させる場合があり、複数の自動車会社で問題視されている<sup>(1.7),(1.8)</sup>。前述のとおり、はずば歯車では $\beta$ が大きくなるほど A. end の不完全部の鋭角度が増すため、浸炭焼入れ大ねじれ角はずば歯車においては、曲げ疲労強度に及ぼす A. end 付近の硬化層の影響を十分に把握しておくことが必要であると考えられる。

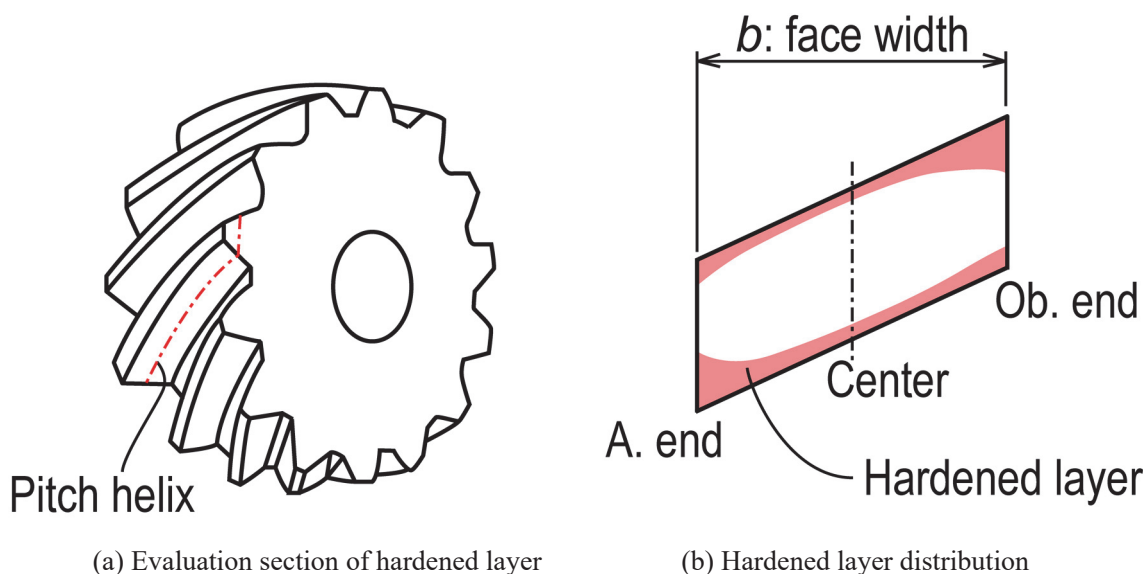


Fig. 1.2 Hardened layer distribution of carburized helical gear<sup>(1.7)</sup>

さて、歯車の設計においては、歯元強度と歯面強度の両者への対策が必要であるが、歯の折損は歯車装置の全損につながるため、まずは歯元の疲労強度を正確に推定することが重要である。浸炭焼入れはすば歯車の歯元の曲げ疲労強度設計においては、(i)歯元応力の推定と、(ii)浸炭焼入れされた材料の疲労強度の推定が求められる。上記の(i)と(ii)には、つぎのような課題がある。

まず、(i)歯元応力の推定については、はすば歯車は、歯すじ方向に歯がねじれていることや、前述のとおり歯幅端の一方には鋭角、他方には鈍角の不完全部を有することから、平歯車に比べかなり複雑な歯元応力分布となる。従来、はすば歯車の歯元応力の推定には、ISO 6336-3 による方式<sup>(1.9)</sup>（以下、ISO 式と略す）や、ISO 式と同一思想の AGMA 式および BS 式などが一般に用いられてきた<sup>(1.10)</sup>。歯車装置の最適化を目的とした高度な解析をともなう設計には、久保・梅澤の方法<sup>(1.11)</sup>が用いられる場合もある。

ISO 式は、相当平歯車により計算される歯元応力に各種の修正係数を加える方式であり、その計算結果はねじれ角 $\beta \leq 25^\circ$ において保証され、 $\beta > 25^\circ$ に適用する場合には有限要素法（Finite Element Method、以下、FEM と略す）や応力測定などによる詳細な検証を行うことが推奨されている。

一方、久保・梅澤の方法は、かみ合い進行にともなう歯面荷重分布状態の変化を計算する理論と、実験結果をもとに作成された関数を用いる方法である。久保・梅澤の方法は歯車の各種誤差の影響を考慮できる高度な計算手法であり、自動車用トランスミッションの設計にも用いられている<sup>(1.4),(1.12),(1.13)</sup>。しかし、自動車会社以外の企業で久保・梅澤の方法を利用するためには、現状では複雑な計算プログラムを自作する必要があるため、多くの機械設計者が利用できる ISO 式のような環境は整っていない。

こうしたなかで、機械設計者が 3D-CAD（以下、CAD と略す）操作の延長で扱える FEM は急速に普及しており、ISO 式と久保・梅澤の方法を代替する設計ツールとして有用と考えられるが、FEM による歯元応力解析結果を用いて浸炭焼入れはすば歯車の疲労強度を評価した事例はみあたらない。

つぎに、(ii)浸炭焼入れされた材料の疲労強度については、これまでに数多くの研究<sup>(1.14)~(1.18)</sup>が行われ、疲労強度に対して浸炭部の炭素濃度（硬化層）、残留応力、残留オーステナイト量などの影響が大きいことが明らかにされている<sup>(1.15),(1.19)</sup>。疲労強度に影響を及ぼす上記の値は、熱処理条件、材料の化学成分、処理される部品形状などにより異なるため、個別案件ごとに検討する必要がある。特に歯車は、部品形状が複雑であることから実験により疲労

強度を評価することが一般的である<sup>(1.6), (1.29)~(1.37)</sup>. 本研究においても, 第4章および第5章で浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度に及ぼすねじれ角, 歯幅端の硬化層, 歯元応力分布などの影響について疲労試験により評価している<sup>(1.38)~(1.42)</sup>. 疲労試験をともなう実験評価には多大な時間, 労力, 費用を要するため, 熱処理解析により浸炭焼入れされた歯車材料の疲労強度を推定できることが望まれる. こうしたなかで, 歯車の熱処理解析に関する研究<sup>(1.43)~(1.52)</sup>は以前より行われているが, これらの研究の多くは浸炭焼入れによる変形や残留応力などの評価を目的としたものであり, 熱処理解析結果から歯車の疲労強度を推定した事例はみあたらない.

そこで本研究では, はじめに, FEM によるはすば歯車の歯元応力解析法を確立し, その手法の有効性を示した. つぎに, 有効性を示した FEM により大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析を行い, はすば歯車の従来の歯元応力解析法との比較検証を行った. また, FEM を援用した浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度推定法を確立し,  $\beta=30^\circ$ までの曲げ疲労強度の推定値と曲げ疲労試験結果とを比較し, 当該推定法の妥当性を示した. さらに, 当該推定法を $\beta=40.88^\circ$ までの大ねじれ角はすば歯車に適用し, 疲労強度の推定値と実験値とを比較検証して, 大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度に及ぼすねじれ角, 浸炭部およびかみ合い位置(歯元応力分布)の影響について明らかにするとともに, 大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労設計法についても言及した.

以上の内容について, 本論文では6章に分けて述べており, 各章の概要は以下のとおりである.

第1章では, 緒論としてはすば歯車の特徴, はすば歯車のねじれ角を大きくすることにより生じうる問題点やはすば歯車設計の課題について概括し, 本研究の背景, 目的および研究内容について述べている.

第2章では, FEM による歯元応力解析に供するはすば歯車モデル作成法および FEM 解析条件・解析結果の妥当性について検証し, 小田らの実験結果<sup>(1.30)</sup>と比較することで, 一連の FEM による歯元応力解析法の妥当性を示している.

第3章では, 各種ねじれ角 $\beta$ および重なりかみ合い率 $\epsilon_\beta$ のはすば歯車対に対して FEM による歯元応力解析を行い, 従来の歯元応力解析法である久保・梅澤の方法および ISO 式での計算結果と比較検証した. この結果にもとづき, 大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析における FEM の有効性を示すとともに, 各種計算法を大ねじれ角はすば歯車に適用する場合の留意点について述べている.



第4章では、FEMによる歯元応力解析と熱処理解析を援用した浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度推定法を確立し、ねじれ角 $\beta=10^\circ$ から $\beta=30^\circ$ までの浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労試験結果と比較検証することで当該推定法の妥当性を示すとともに、当該推定法を大ねじれ角はすば歯車に適用する場合に起こりうる問題点について述べている。

第5章では、 $\beta=20^\circ$ から $\beta=40.88^\circ$ までの大ねじれ角はすば歯車対を対象にして、曲げ疲労試験とFEMによる歯元応力解析および熱処理解析を行い、実験結果と計算結果とを比較することで、大ねじれ角はすば歯車の疲労強度に及ぼすねじれ角、浸炭部およびかみ合い位置（歯元応力分布）の影響について検討している。また、FEMによる大ねじれ角はすば歯車の疲労強度推定結果にもとづき、大ねじれ角はすば歯車の疲労設計法について考察している。

第6章では、結論として第2章から第5章までをまとめている。

## 第2章 有限要素法による歯元応力解析

### 2.1 緒言

第1章で述べたとおり，はすば歯車の曲げ疲労強度設計において，FEMは，ISO式<sup>(2.1)</sup>と久保・梅澤の方法<sup>(2.2)</sup>を代替する歯元応力解析法として期待される．はすば歯車のかみ合い始めからかみ合い終わりまでの各かみ合い位置における歯元応力のFEM解析については，平見ら<sup>(2.3)</sup>の研究がある．平見らの研究では，林<sup>(2.4)</sup>が考案し，梅澤ら<sup>(2.2),(2.5),(2.6)</sup>により実用化された手法で各かみ合い位置における歯面の接触線上の荷重分布を求め，その荷重分布をFEMモデルに与える解析法を用いており，FEM解析の入力条件として接触線上の荷重分布が必要となる．これに対して，駆動歯車と被動歯車（以下，歯車対と略す）の3Dモデルをかみ合わせる「接触解析」は，CADで歯車モデルさえ作成できれば，接触線上の荷重分布や歯対の荷重分担率を求めることなく，歯元応力を解析できる利点があり，多くの設計者に対して汎用性が非常に高い解析法となりうる．

歯車のFEMによる接触解析に関する詳細な検討事例については，福永<sup>(2.7),(2.8)</sup>が平歯車に対して，2Dモデルおよび3Dモデルでかみ合い始めからかみ合い終わりまでの歯元応力の変化を求め，実験値と比較して当該解析法の妥当性を確認した研究がある．一方，はすば歯車に対しては，特定のかみ合い位置においてFEMで歯元応力を求め，AGMA式<sup>(2.9)</sup>による計算結果と比較した報告<sup>(2.10)-(2.16)</sup>があるのみで，はすば歯車のかみ合い始めからかみ合い終わりまでの歯元応力の変化をFEMで解析し，実験結果と比較することでその妥当性を確認した報告事例はみあたらない．はすば歯車は，平歯車と異なり接触線が歯すじ方向に傾斜していることや，両歯幅端に不完全部を有することから，FEMによる歯元応力解析にあたっては平歯車よりも詳細な検討が必要であると考えられる．

そこで本章では，はすば歯車対のFEMによる接触解析法について検討した．はじめに，FEM解析に供するはすば歯車モデル作成法の妥当性を確認した．つぎに，歯元応力に及ぼす解析条件（接触部の定式化の手法，接触部の摩擦係数，線形／非線形解析など）の影響について検討し，FEM解析条件を決定した．最後に，決定された解析条件において，小田ら<sup>(2.17)</sup>が実施したねじれ角 $\beta=10, 20, 30^\circ$ のはすば歯車対の歯元応力測定<sup>(2.17)</sup>をFEM解析で再現し，両者の値を比較することで，本研究で用いるFEM解析法の有効性を示した<sup>(2.18)</sup>．

## 2.2 はすば歯車の解析モデル

### 2.2.1 解析モデル形状の妥当性の検証

FEM による接触解析では、はすば歯車対のモデル形状にもとづき歯面の接触線および接触線上の荷重分布ならびに歯対の荷重分担率が決定される。このため、解析に供する歯車モデルは、実際の歯車と同程度に高精度なものが必要となる。はすば歯車の歯形形状には、インボリュート曲線（軸直角歯形）や螺旋曲線（歯すじ方向の歯のねじれ）が含まれ、そのモデル作成には高度な CAD 利用技術を要する。そこで、本節では、歯元応力解析に先立ち、解析に供するはすば歯車のモデル形状の妥当性を評価した。具体的には、市販はすば歯車を参照歯車とし、参照歯車諸元にもとづき CAD モデルを作成した。つぎに、参照歯車を非接触三次元デジタイザ（以下、3D デジタイザと略す）で実測し、参照歯車の実測値に対する CAD モデルの形状偏差を評価した。

### 2.2.2 解析モデルの作成手順

歯車誤差は  $1\sim 10\mu\text{m}$  と小さく、このような微小誤差を汎用 FEM ソフトウェアで考慮することは困難であるため、本研究では、歯車誤差のない非転位はすば歯車モデルを解析に供した。非転位はすば歯車モデルの CAD ソフトウェア (SolidWorks 2015<sup>(2.19)</sup>) での具体的な作成手順は、次の(i)～(iii)に記載するとおりである。

#### (i) 軸直角歯形データの作成

図 2.1(a)に示す「歯車計算ソフト GCSW for Web 11<sup>(2.20)</sup>（小原歯車工業株式会社）」から出力される軸直角歯形の座標点を CAD に読み込み、CAD の「スプラインカーブ機能」でこの座標点を結び、図 2.1(b)に示すとおり歯形曲線を作成する。

#### (ii) 歯のねじれの軌跡の作成

CAD の「ヘリカルカーブ機能」で歯すじ方向の歯のねじれの軌跡（螺旋曲線）を図 2.2(a)に示すとおり作成する。

(iii) 歯の押出し

CADの「スイープ機能」により、図2.1(b)に示す歯形曲線を図2.2(a)に示す螺旋曲線に沿って3次元化し(押出し)、図2.2(b)に示すとおり1歯モデルを作成する。そして、この1歯モデルから解析に必要な歯の枚数分をCADの「回転コピー機能」により複製する。

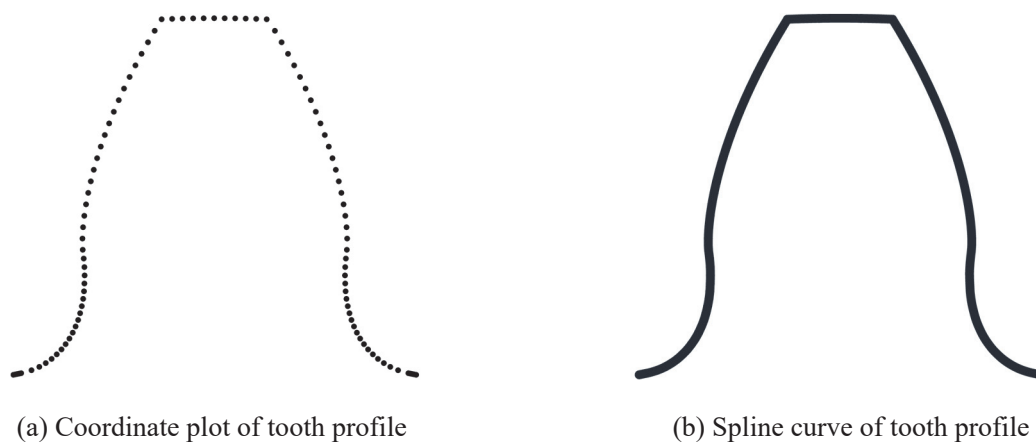


Fig. 2.1 Gear tooth profile in the transverse section

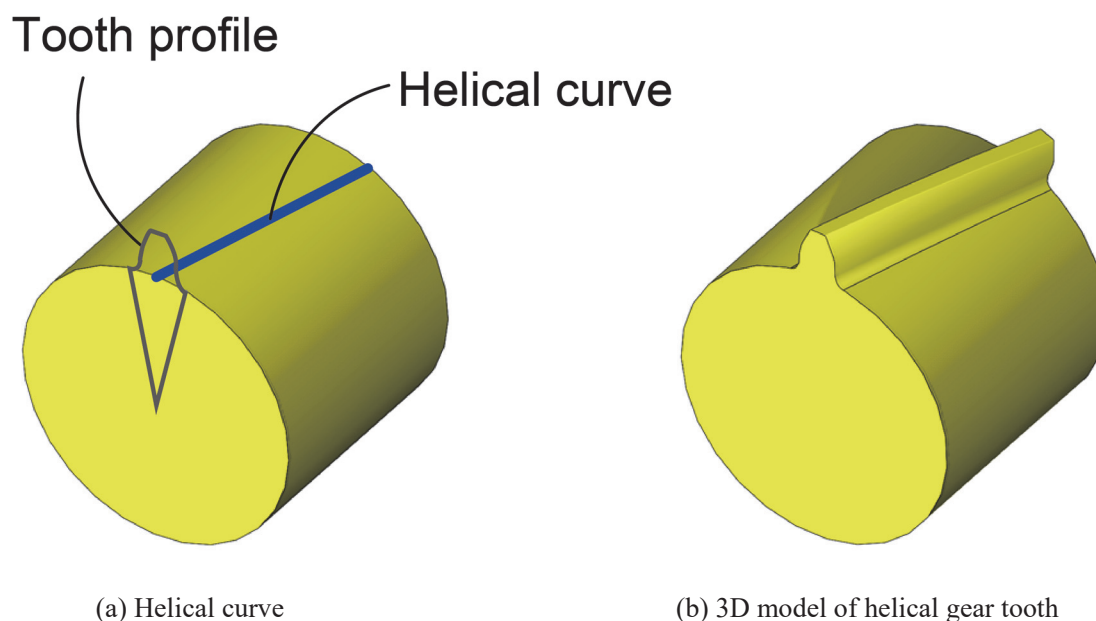


Fig. 2.2 Modeling of helical gear tooth in CAD

### 2.2.3 解析はすばモデルの妥当性評価のための参照歯車

解析モデル形状の妥当性を確認するため、表 2.1 に示す歯車精度 JIS N8 級（旧 JIS 4 級程度）の市販はすば歯車（小原歯車工業株式会社：SH3-15R）を参照歯車として用いた。この参照歯車は、歯直角モジュールが  $m_n=3\text{mm}$  であるのに対して、歯幅が  $b=35\text{mm}$  と大きく、CAD モデル作成における歯すじ方向の歯のねじれの再現性を厳しく評価できるものとして選定したものである。図 2.3 に参照歯車の概観写真を、図 2.4 に歯車諸元にもとづき作成した CAD モデルを示す。

Table 2.1 Dimensions of reference helical gear

Normal module	$m_n$	3
Number of teeth	$z$	15
Normal pressure angle	$\alpha_n$ (deg)	20
Face width	$b$ (mm)	35
Helix angle	$\beta$ (deg)	15
Accuracy grade		JIS N8
Material		S45C



Fig. 2.3 Reference helical gear

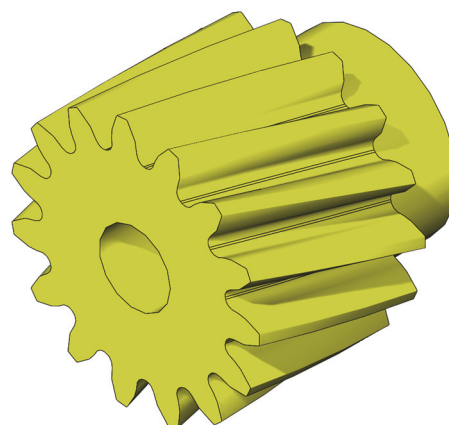


Fig. 2.4 CAD model of reference helical gear

#### 2.2.4 参照歯車の形状測定

図 2.5 に示す 3D デジタイザ (Steinbichler 社 : COMET5 11M) を用いて, 参照歯車の 3 次元形状を図 2.6 に示すとおり測定した. 3D デジタイザは, プロジェクタから投影される複数のパターン光により形成される被測定物上の縞模様をカメラで撮影することにより, 3 次元形状を高精度 (1 ショット精度 :  $\pm 8\mu\text{m}$ , 撮影範囲 :  $155\times 105\times 70\text{mm}$ ) に測定できる装置である. 3D デジタイザによる測定においては, 被測定物表面の金属光沢を抑制するための白色粉末のスプレー塗布が必要であり, 参照歯車の測定においても白色粉末を塗布している. 白色粉末の膜厚は  $10\sim 30\mu\text{m}$  程度<sup>(2.21)</sup>であり, この膜厚による誤差が実質上の測定精度の限界となる.

#### 2.2.5 解析はすば歯車モデル形状の妥当性評価結果

参照歯車の 3 次元測定結果 (図 2.6) に対する CAD モデル (図 2.4) の形状偏差を, 図 2.7 にカラーマップで示す. 形状偏差の算出には, Geomagic Qualify 2012<sup>(2.22)</sup>を用いた. 参照歯車に対する CAD モデルの歯面における形状偏差は $\pm 50\mu\text{m}$  未満であり, 参照歯車の精度が JIS N8 級であること, また, 前述したとおり 3D デジタイザによる測定結果には白色粉末の塗布厚に起因する  $10\sim 30\mu\text{m}$  程度の誤差が含まれることを考慮すると, CAD モデルは歯元応力解析に供するものとして妥当な精度を有していることを確認した. なお, CAD モデルの歯幅端の歯先および歯元付近において形状偏差が大きくなっている理由は, 参照歯車に施されている面取り部を CAD モデルでは省略しているためである.

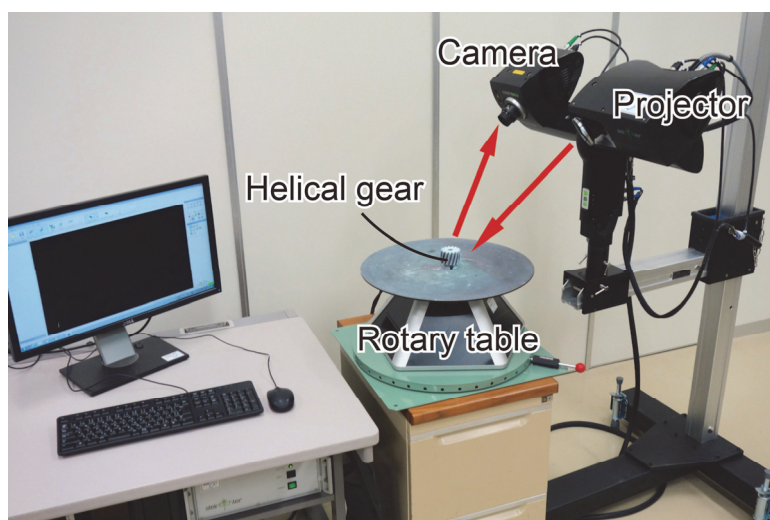


Fig. 2.5 Non-contact 3D digitizer

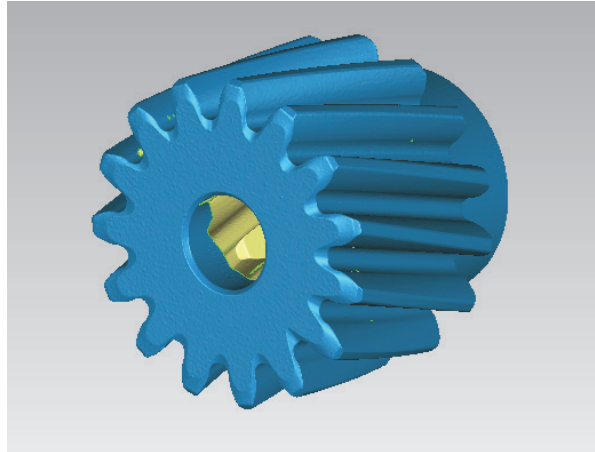


Fig. 2.6 Measured geometry of reference helical gear

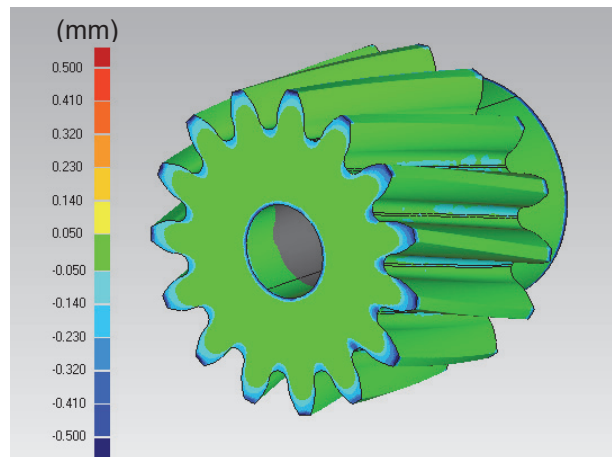


Fig. 2.7 Form deviation of CAD model

## 2.3 FEMによる歯元応力解析

### 2.3.1 歯元および歯元応力の定義

本研究では、図 2.8 に示すとおり駆動歯車の歯元すみ肉部において歯直角断面上の Hofer の 30°接線法<sup>(2,9)</sup>で決定される危険断面位置を歯元と定義し、この危険断面位置における引張側の応力を歯元応力 $\sigma_t$ と呼ぶ。そして、特に断りがない場合、FEM 解析では、最大主応力 $\sigma_1$ の値をもって歯元応力 $\sigma_t$ の値とする。すなわち、 $\sigma_t = \sigma_1$ として取り扱う。なお、 $\sigma_1$ の値は、第 2.5 節で述べるとおり FEM 解析の事前検証において、歯たけ方向の応力 $\sigma_h$ とほぼ等しい値となることを確認している (図 2.17)。また、本研究では、図 2.8 に示すとおり歯元における歯幅端の鋭角側および鈍角側をそれぞれ A. end および Ob. end と呼ぶこととする。

### 2.3.2 解析歯車

小田ら<sup>(2.17)</sup>は、表 2.2 に主要諸元を示す非転位はすば歯車対について、第 2.4 節で述べるとおりのひずみゲージによる歯元応力測定を行っている。本研究では、小田らの実験と同一条件で FEM 解析し、FEM による歯元応力解析結果の妥当性を評価した。ここで、表 2.2 中の記号の添え字の 1 と 2 は、それぞれ駆動歯車と被動歯車であることを示し、駆動歯車と被動歯車は、歯のねじれ方向のみ異なる。表 2.2 に示すはすば歯車対の軸直角歯形は、それぞれ図 2.9(a)に示すとおりである。図中の破線は $\beta=10^\circ$ の歯形と対比して示したものであり、軸直角断面での歯厚は $\beta$ の増加にともない大きくなる。この歯形にもとづき作成された駆動歯車の 3 次元モデルは、図 2.9(b)に示すとおりである。

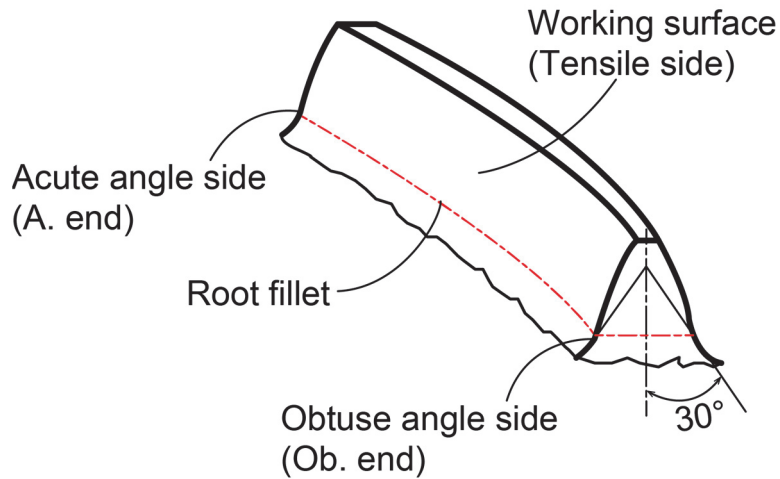
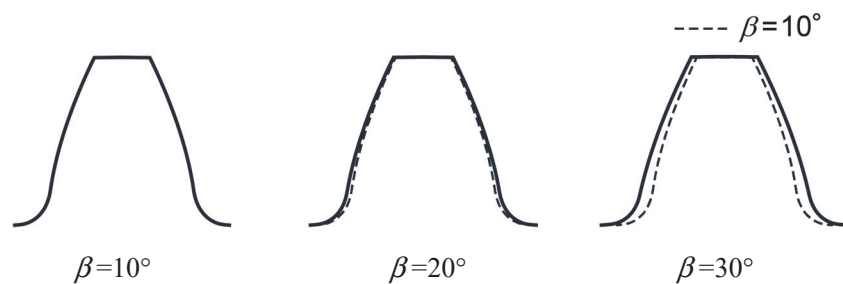


Fig. 2.8 Evaluation position of root stress

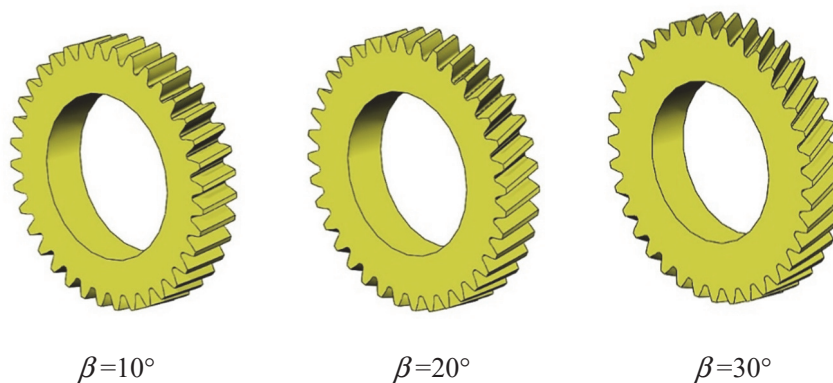
Table 2.2 Dimensions of test helical gear pairs

Normal module	$m_n$	6
Number of teeth	$z_2/z_1$	36/36
Normal pressure angle	$\alpha_n$ (deg)	20
Face width	$b_2/b_1$ (mm)	40/40
Helix angle	$\beta$ (deg)	10, 20, 30
Circumferential backlash	$j_t$ (mm)	0.11





(a) Gear tooth profiles in the transverse section



(b) 3D gear models (Drive gears)

Fig. 2.9 Helical gear models for root stress analysis by FEM

### 2.3.3 FEM ソフトウェア

本研究では、CAD 環境下で FEM による構造解析ができ、かつ、設計者にとって入手性のよいツールである SolidWorks Simulation 2015<sup>(2,23)</sup> (以下、SolidWorks Sim. と略す) を用いて、はすば歯車対を静的にかみ合わせる場合の接触解析を行った。接触解析では、接触部の定式化の手法 (以下、接触定式化と略す) により解析精度が異なる場合がある<sup>(2,24)</sup>。SolidWorks Sim. では、接触定式化についてはブラックボックス化されており、解析条件として設定できない。このため、SolidWorks Sim. を歯元応力解析に用いるにあたっては、解析結果に及ぼす接触定式化の影響を把握しておく必要がある。

一方、接触現象は強い非線形性を示すことが多く、接触面間の滑りや摩擦係数を考慮する場合の接触解析では、一般に非線形モデルが用いられる<sup>(2,24)</sup>。非線形解析は、設定した荷重値に達するまで荷重を段階的に増加させ、その都度、剛性を修正しながら計算を進めるものである。したがって、各計算ステップでは 1 回の線形解析と同等の計算量を要し、非線形モデルは線形モデルに比べて解析時間が格段に長くなる。設計開発の視点からは、線形モデル

で解析できることが望まれるが、線形モデルの適用可否については明らかではない。

そこで、以上の二つの課題について検討するため、SolidWorks Sim.（前述したとおり、3D-CAD に付随する簡易解析ソフトウェア）に加え、解析専用ソフトウェアである ANSYS Workbench 15.0<sup>(2,25)</sup>（以下、ANSYS と略す）での解析も行い、歯元応力解析結果に及ぼす接触定式化および線形／非線形モデルの影響について事前検証した。具体的には、以下に示す Case A～Case D の 4 つの場合について解析した。

- Case A：SolidWorks Sim.（線形解析）
- Case B：ANSYS（非線形解析，ペナルティ法）
- Case C：ANSYS（非線形解析，拡大ラグランジュ法）
- Case D：ANSYS（非線形解析，法線ラグランジュ法）

ここで、Case A～Case D の接触定式化にはつぎのような特徴がある<sup>(2,24)</sup>。Case A の接触定式化についてはブラックボックス化され詳細については不明であるが、ANSYS が対応していない線形モデルによる接触解析を行える。Case B の「ペナルティ法」は、接触面間の剛性をフックの法則に従うばねで表現する手法であり、不可避的に接触面間に食い込み現象が発生し、解析精度が低下するといわれている。Case C の「拡大ラグランジュ法」は、ペナルティ法を基本とするものであるが、ペナルティ法の弱点であった接触面間の食い込み量を低減できる手法である。Case D の「法線ラグランジュ法」は、接触面間に特殊な自由度（接触表面力）を用いることで接触面間の食い込み量が極めて小さくできる手法であり、最も高精度の解を得られるが収束性は最も悪い。

なお、FEM メッシュは、Case A では 4 面体要素を、Case B～Case D では 6 面体要素を用いている。拘束条件などの詳細な計算条件については次節で述べる。

図 2.10 は、 $\beta=30^\circ$ のはずば歯車対で最大応力が発生するかみ合い位置（以下、最悪かみ合い位置と略す）において円周力  $F_t=9.8\text{kN}$  を与えた場合の、Case A～Case D における歯元応力  $\sigma$  の FEM 解析結果である。図 2.10 に示すように Case A～Case D における  $\sigma$  の最大値の差異は数%であり、FEM による歯元応力解析では、接触定式化や線形／非線形モデルに関わらずほぼ同様の結果を得られることを確認した。この結果から、本研究の以後の解析では、計算負荷を最も小さくできる SolidWorks Sim.による線形・接触解析モデル（Case A）を用いることとした。

### 2.3.4 解析条件

解析モデルの一例として、図 2.11 に $\beta=30^\circ$ のはずば歯車対の FEM メッシュを示す。本研究では、駆動歯車と被動歯車においてそれぞれ 5 枚の歯を解析対象とし、歯車材料のヤング率 $E$ とポアソン比 $\nu$ は、それぞれ $E=210\text{GPa}$  および $\nu=0.3$  を与えた。拘束条件は、被動歯車の軸穴面およびモデル切断面を完全固定、駆動歯車の軸穴面を円周方向のみ自由とし、駆動歯車の軸穴面に円周方向のトルク（円周力 $F_t=9.8\text{kN}$ ）を与えた。

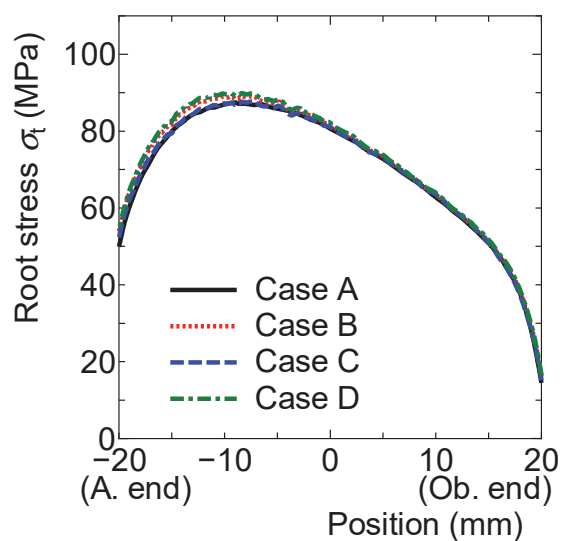


Fig. 2.10 Influence of analytical conditions on the root stress

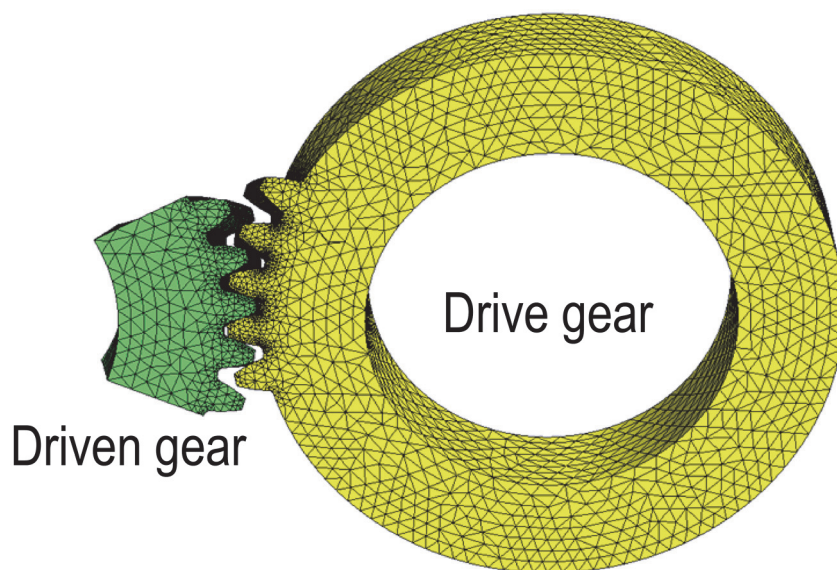
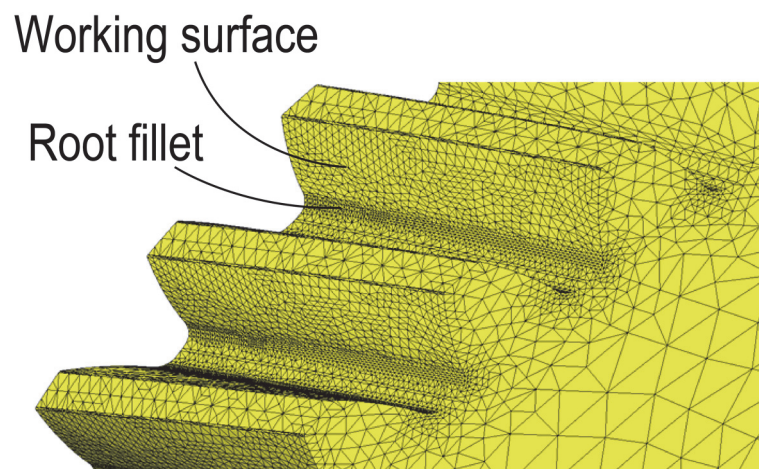
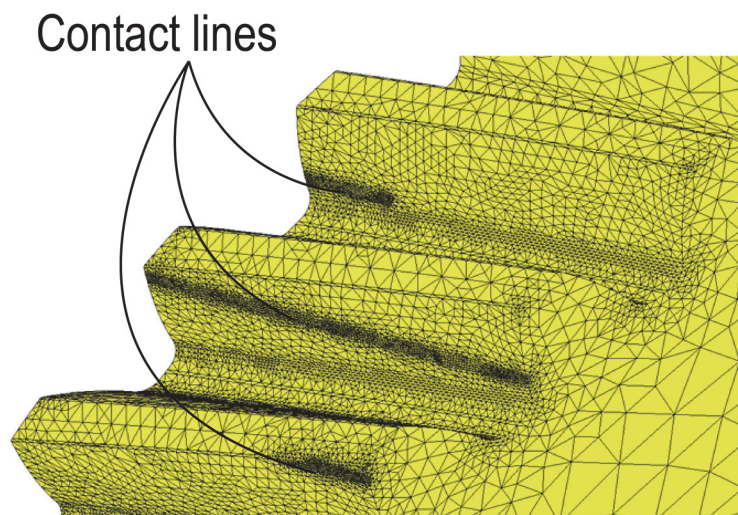


Fig. 2.11 FEM analysis model of helical gear pair

初期の FEM メッシュは、図 2.12(a)に示すとおり、接触部である作用歯面および応力評価部である歯元すみ肉部のメッシュサイズを細かくし、それ以外の場所ではメッシュサイズを粗くした。なお、初期メッシュサイズは、作用歯面では約 1.25mm、歯元すみ肉部では約 0.5mm とし、精度の悪い部分の要素を再分割する手法であるアダプティブ h 法<sup>(2,26)</sup>を用いて 3 回の繰り返し計算を行った。アダプティブ h 法適用後のメッシュは、図 2.12(b)に示すとおり、作用歯面における接触線上の要素が重点的に再分割されている。



(a) Initial FEM mesh



(b) FEM mesh applied adaptive h-method

Fig. 2.12 FEM mesh of helical gear

FEM 解析における歯面の摩擦係数 $\mu$ は、静的負荷条件下では運転中の摩擦係数よりも大きくなると考えられるが、その値を正確に求めることは非常に困難であるため、本研究では、成瀬ら<sup>(2.27)</sup>による運転中の平歯車の $\mu$ の測定結果を参考にして $\mu=0.05$ を与えた。この $\mu=0.05$ における歯元応力の解析結果は、第 2.4 節で述べるとおり、実験結果とよく一致することを確認している (図 2.16)。

図 2.13 は、 $\beta=30^\circ$ の最悪かみ合い位置における FEM 解析による歯元応力分布を示すものである。 $\sigma_t$ に及ぼす摩擦係数 $\mu$ の影響としては、 $\mu$ が小さくなるほど $\sigma_t$ は大きくなり、 $\mu$ の値は解析結果に大きな影響を及ぼすことがわかる。

### 2.3.5 FEM 解析結果

はすば歯車の FEM 解析結果の一例として、図 2.14 に最悪かみ合い位置における駆動歯車の最大主応力 $\sigma_1$ の分布を示す。FEM による接触解析では、歯車対のモデル形状にもとづき、図 2.14 に示すとおり実歯車で確認されるような接触線を良好に再現できている。この接触線の傾きは $\beta$ の増加にともない増大する。すなわち、着目歯の最悪かみ合い位置において接触線は、 $\beta=10^\circ$ ではピッチ点付近でほとんど傾斜せず分布するのに対して、 $\beta=30^\circ$ では歯元から歯先にわたり大きく傾いて分布ようになる。このため、 $\beta=10^\circ$ では全歯幅域で高い歯元応力が発生するのに対して、 $\beta=30^\circ$ では局所的に高い歯元応力が発生するようになる。

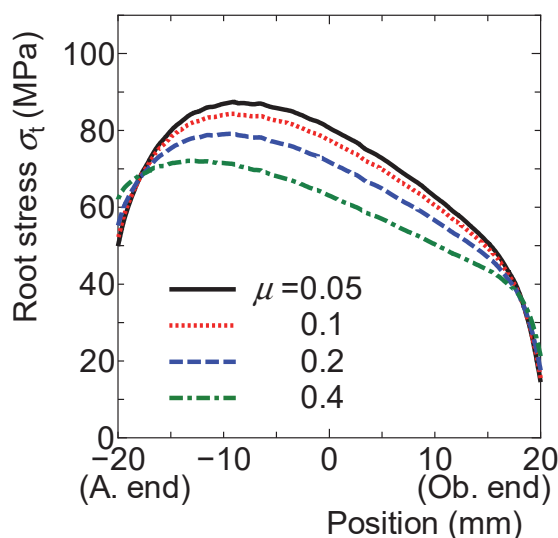


Fig. 2.13 Influence of friction coefficient on the root stress

## 2.4 FEM 解析結果の妥当性検証

FEM による歯元応力解析結果の妥当性を確認するため、FEM 解析結果と小田らの歯元応力測定結果<sup>(2.17)</sup>とを比較した。小田らの実験では、浸炭焼入れはすば歯車対（歯車精度：旧 JIS 1 級（JIS N5 級程度））を静的にかみ合わせた場合の、かみ合い始めからかみ合い終わりまでの歯元応力の変化をひずみゲージ法で実測している。実験に用いられたひずみゲージ（ゲージ長さ：1mm）は、図 2.15 に示すとおり駆動歯車の歯元において歯すじにそって 7 枚接着されている。

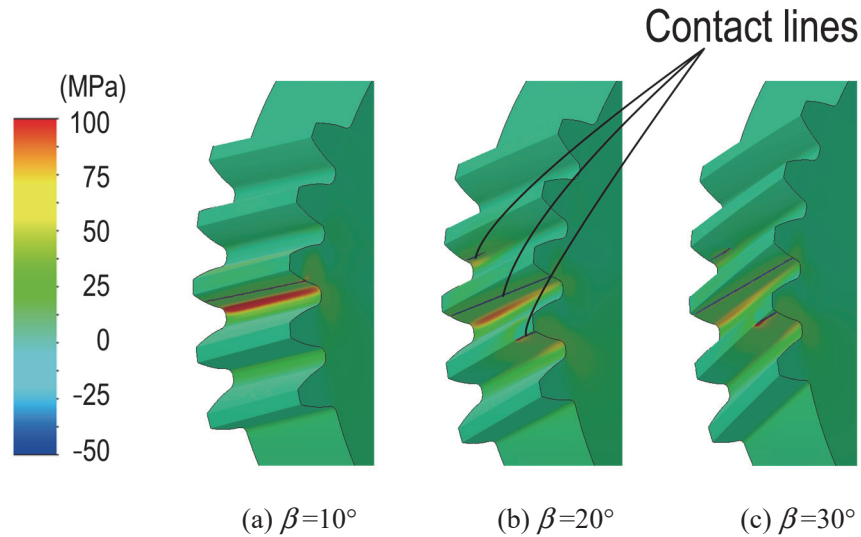


Fig. 2.14 Maximum principal stress distributions of helical gears (drive gears)

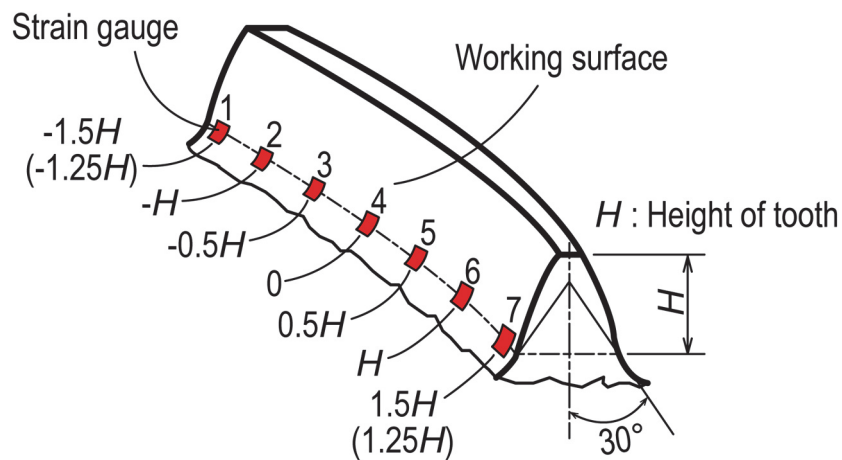


Fig. 2.15 Measurement points of root stress by strain gauges<sup>(2.17)</sup>

図 2.16 に FEM 解析結果と小田らの実験結果との比較を示す. なお, 図 2.16 には考察のため, FEM とは計算原理の異なる久保・梅澤の方法による計算結果も示している. 図中の FEM による歯元応力 $\sigma_h$ は, ひずみゲージ方向 (歯たけ方向) 応力 $\sigma_h$ であり, 応力テンソル 9 成分とひずみゲージ方向の単位方向ベクトル(a b c)を用いて, 式(1.1)により算出<sup>(2.28)</sup>したものである. FEM 解析結果は,  $\beta=30^\circ$ において実験結果とやや異なる傾向がみられたが, いずれの $\beta$ においても実験結果と定量的によく一致し, FEM 解析結果の妥当性を確認することができた. なお, いずれの $\beta$ においても計算原理の異なる FEM と久保・梅澤の方法による計算結果はよく一致している. このことから $\beta=30^\circ$ の実験結果には, 歯車誤差や組付け誤差

$$\sigma_h = \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

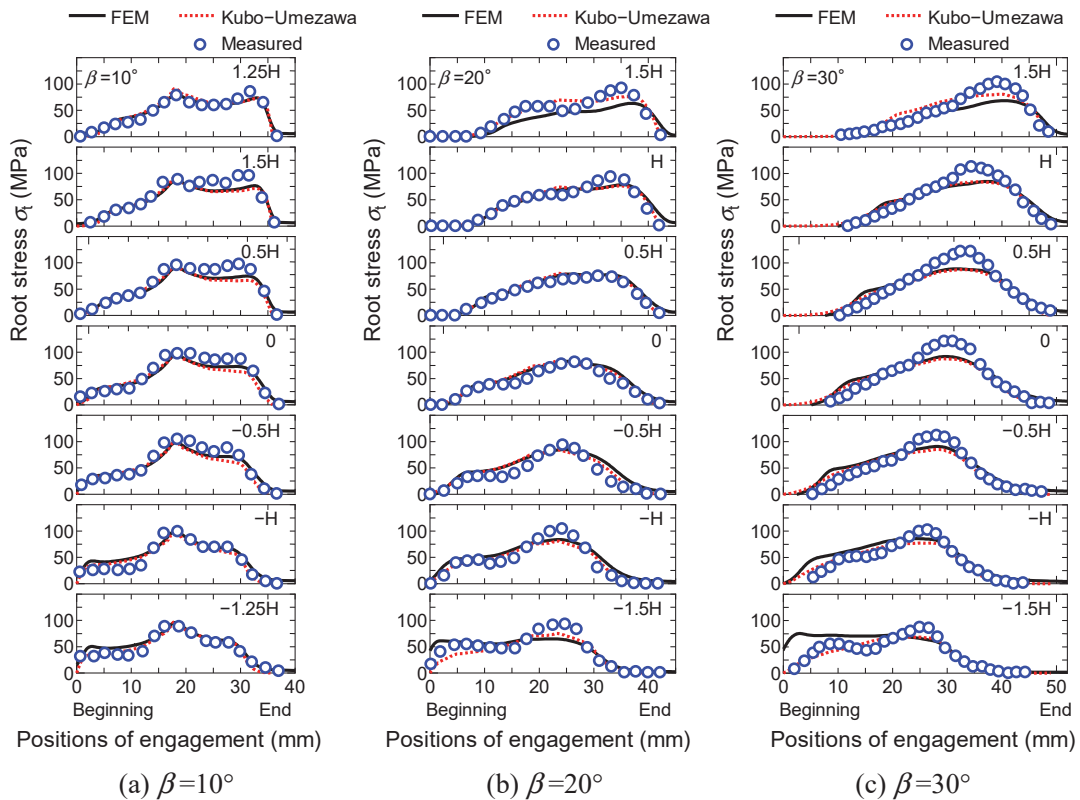


Fig. 2.16 Comparison of root stress calculated by FEM and root stress measured by strain gauges

に起因するわずかな片当りが生じていることが推察され、このため $\beta=30^\circ$ では FEM による計算結果と実験結果とにやや異なる傾向がみられたと考えられる。FEM と久保・梅澤の方法による計算結果の比較は、第 3 章で行う。

## 2.5 FEM 解析における歯元応力

歯車の曲げ疲労設計では、図 2.15 に示すとおり歯元における歯たけ方向応力 $\sigma_h$ を評価応力として用いることが一般的である。FEM 解析では、 $\sigma_h$ の算出には式(1.1)を用いる必要があり、解析作業が煩雑となる。FEM ソフトウェアから直接出力される最大主応力 $\sigma_1$ をもって $\sigma_h$ と同等の評価ができれば解析作業負荷の軽減につながる。そこで、各種 $\beta$ のはずば歯車について $\sigma_1$ と $\sigma_h$ を算出し、図 2.17 に示すとおり両者の値を比較した。その結果、 $\sigma_1$ の値は、A. end のかみ合い始めにおいて、 $\beta$ の増加にともない $\sigma_h$ よりもわずかに大きくなる傾向がみられるが、 $\sigma_1$ と $\sigma_h$ の値はかなりよく一致し、 $\sigma_1=\sigma_h$ としても差し支えないことを確認できた。以上の結果から、本研究では、FEM 解析では、 $\sigma_1=\sigma_h$ として歯元応力を評価することとした。

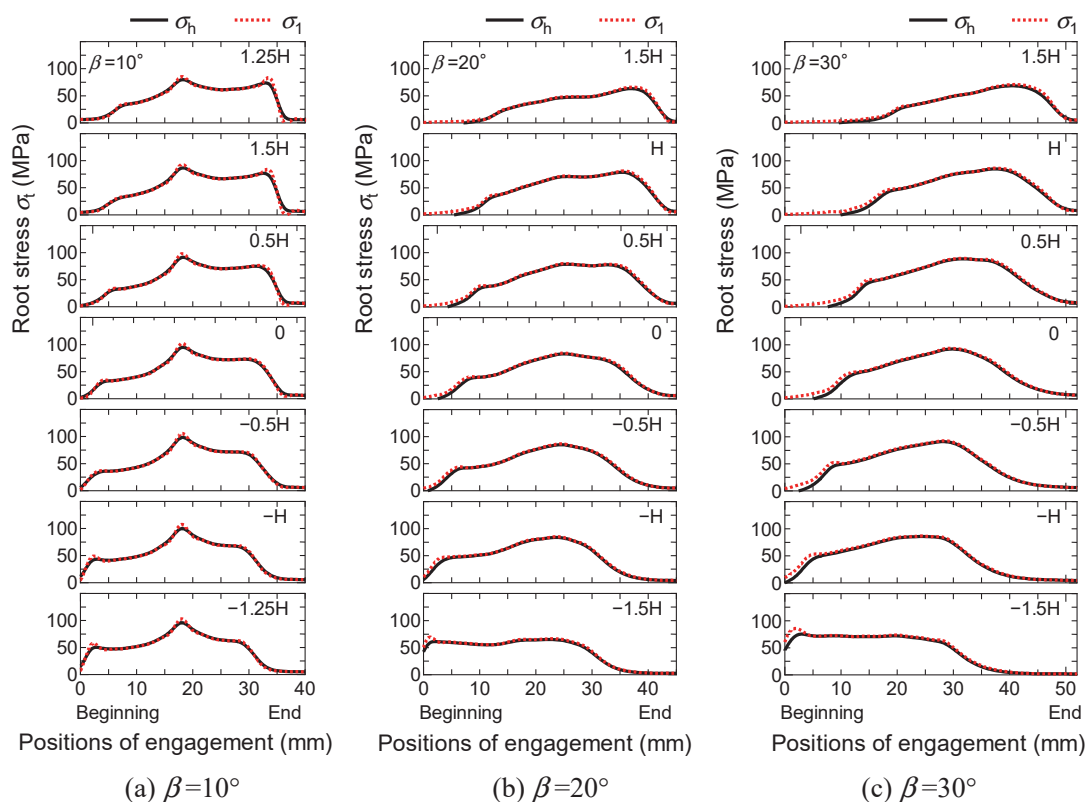


Fig. 2.17 Comparison of root stress evaluated by  $\sigma_h$  and  $\sigma_1$



## 2.6 結 言

本章では、FEM による歯元応力解析に供するはすば歯車モデルの作成法および FEM 解析条件・解析結果の妥当性について検証した。得られたおもな点を要約すると次のとおりである。

- (1) CAD で作成したはすば歯車モデルは、実歯車形状との比較により、FEM 解析に供するにあたって妥当な形状精度を有していることを確認した。そして、当該モデルを用いた FEM 解析では、実歯車と同様の接触線を再現することができた。
- (2) 本研究で用いた FEM 解析モデルでは、歯元応力解析結果に及ぼす解析条件（接触定式化、線形／非線形解析、ソフトウェアの種類）の影響は小さく、市販 FEM ソフトウェアを用いれば、ほぼ同様の解析結果を得られることを確認した。ただし、摩擦係数 $\mu$ については、解析結果に及ぼす影響が大きく、解析にあたっては適切な値を与える必要がある。
- (3) はすば歯車の歯元における、最大主応力 $\sigma_1$ と歯たけ方向応力 $\sigma_h$ はほぼ等しく、FEM 解析では、 $\sigma_1$ による歯元応力評価が可能である。
- (4) FEM による歯元応力解析は、小田らの実験結果との比較により、歯元応力を定量的に評価できる精度を有し、歯車設計において有用なツールとなる。

## 第3章 大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析

### 3.1 緒言

はすば歯車では、ねじれ角 $\beta$ が増加するほど重なりかみ合い率 $\varepsilon_\beta$ が大きくなり、同時にかみ合う歯対の数が増え、よりなめらかに運転できるようになる。一方で、はすば歯車に発生するスラスト荷重は、ねじれ角 $\beta$ が増加するほど増大する。このため、従来のはすば歯車では、 $\beta \leq 30^\circ$ のものが一般に用いられてきたが、最近では、 $\beta > 30^\circ$ のものも使用され始めている<sup>(3.1)</sup>。

第1章で述べたとおり、従来、はすば歯車の歯元応力の推定には、ISO式<sup>(3.2)</sup>や、ISO式と同一思想のAGMA式などが一般に用いられてきた<sup>(3.3)</sup>。自動車会社で行われるような歯車装置の最適化を目的とした高度な解析には、久保・梅澤の方法<sup>(3.4)</sup>が用いられる場合もある<sup>(3.5)</sup>。

ISO式は、相当平歯車により計算される歯元応力に各種の修正係数を加える方式であり、その計算結果はねじれ角 $\beta \leq 25^\circ$ において保証され、大ねじれ角はすば歯車に適用する場合には十分な検証が必要である。一方、久保・梅澤の方法は、かみ合い進行にともなう歯面荷重分布状態の変化を計算する理論と、実験結果をもとに作成された関数を用いる方法であり、歯車の各種誤差の影響を考慮できるという特徴がある。久保・梅澤の方法を自動車用トランスミッションに適用した事例<sup>(3.5)</sup>では、小歯幅 ( $b=15\text{mm}$ 程度) かつ大ねじれ角 ( $\beta=36^\circ$ ) の場合、歯幅端の不完全部の剛性を示す係数の修正の必要性が指摘されており、久保・梅澤の方法を大ねじれ角はすば歯車へ適用する場合には、歯幅  $b$  とねじれ角  $\beta$  の組み合わせによっては、歯元応力を正しく評価できない可能性がある。

以上で述べたとおり、 $\beta > 25^\circ$ のはすば歯車に対して、従来の歯元応力解析手法を適用する場合、 $\beta \leq 25^\circ$ の場合にはみられなかった問題が発生する可能性がある。そこで、本章では、各種ねじれ角 $\beta$ および重なりかみ合い率 $\varepsilon_\beta$ のはすば歯車対に対して、第2章で妥当性を確認したFEMならびに、従来の解析法である久保・梅澤の方法およびISO式を適用して歯元応力を解析した。そして、この結果にもとづき、大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析におけるFEMの有効性を示すとともに、各種計算法を大ねじれ角はすば歯車に適用する場合の留意点について明らかにした<sup>(3.6)</sup>。

## 3.2 解析対象歯車

ISO 式では、はすば歯車の歯元応力に影響を及ぼす係数としてねじれ角係数  $Y_\beta$  が用いられ、この  $Y_\beta$  は、3.3.4 節の図 3.10 に示すとおり、ねじれ角  $\beta$  および重なりかみ合い率  $\varepsilon_\beta$  の関数として整理されている。本章では、中心距離が指定された歯数比  $z_2/z_1=1$  の歯車対の設計を想定し、ISO 式の  $Y_\beta$  の考え方にしたがって各種  $\beta$  ( $\beta=7.2\sim 45.2^\circ$ ) および各種  $\varepsilon_\beta$  ( $\varepsilon_\beta=0.4\sim 3$ ) の非転位はすば歯車対について歯元応力を解析した。

解析に用いたはすば歯車対の歯直角モジュールは  $m_n=3$ 、歯直角圧力角は  $\alpha_n=20^\circ$ 、円周方向バックラッシは  $j_t=0.33\text{mm}$  である。本研究では、円周方向バックラッシを考慮してかみ合いピッチ円直径を算出<sup>(3.7)</sup>できる計算プログラムを作成し、かみ合いピッチ円直径がほぼ等しくなるねじれ角と歯数の組み合わせを表 3.1 に示すとおり選定した。この組み合わせにおける駆動歯車および被動歯車の歯幅  $b$  は、各種  $\beta$  および  $\varepsilon_\beta$  に対して図 3.1 に示すとおりである。図 3.2 に作成した計算プログラムによる計算結果の一例を示す。

駆動歯車の代表的なモデル形状は、図 3.3~3.5 に示すとおりであり、各図には、それぞれ  $\varepsilon_\beta=0.4, 1, 2$  における  $\beta=7.2, 24, 40.8^\circ$  のモデル形状を示す。これらのモデル形状からわかるとおり、はすば歯車では  $\beta$  が大きくなるほど小さな  $b$  で大きな  $\varepsilon_\beta$  を得られる。

Table 3.1 Helix angle and number of teeth of helical gear pairs

$\beta$ (deg)	7.2	15	20	24	30.5	36	40.8	45.2
$z_1, z_2$	38	37	36	35	33	31	29	27

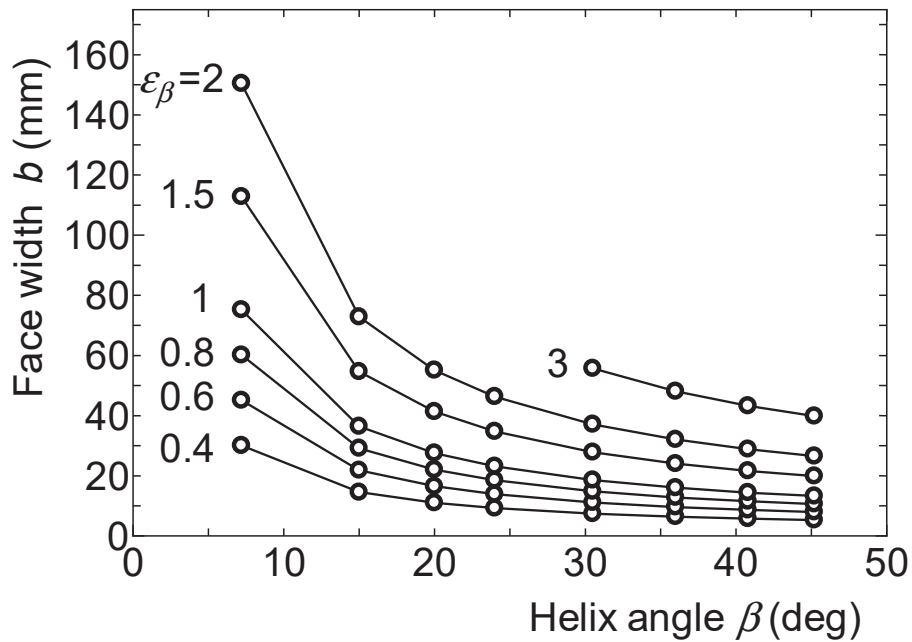


Fig. 3.1 Face width of helical gear pairs

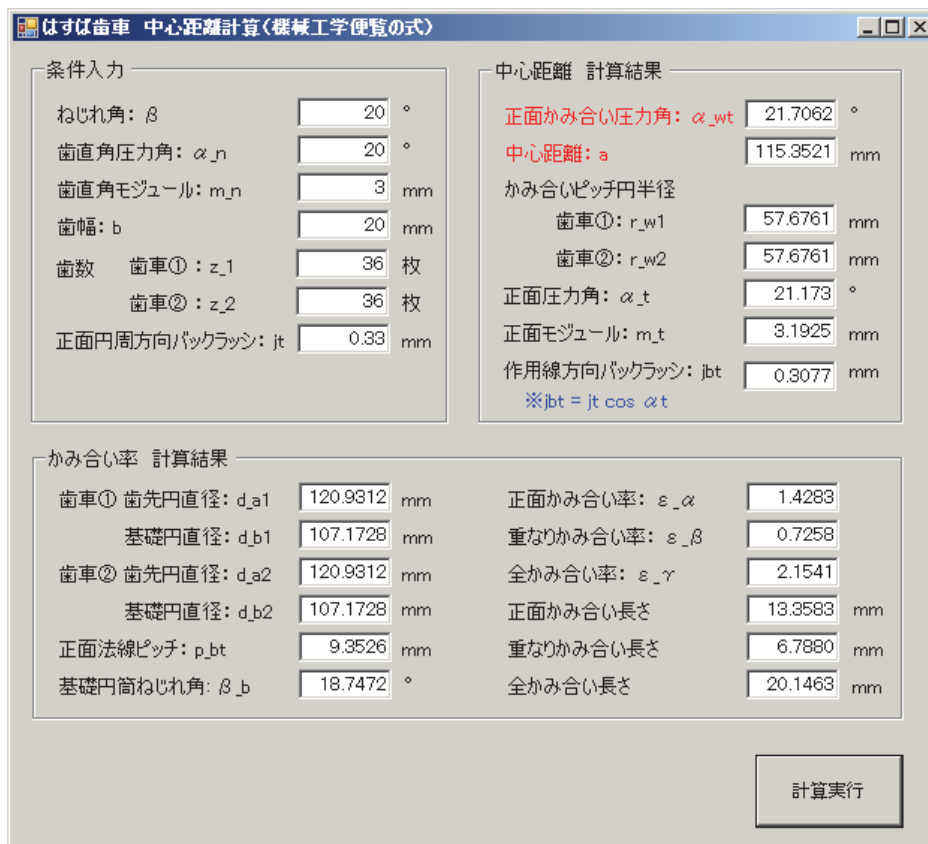
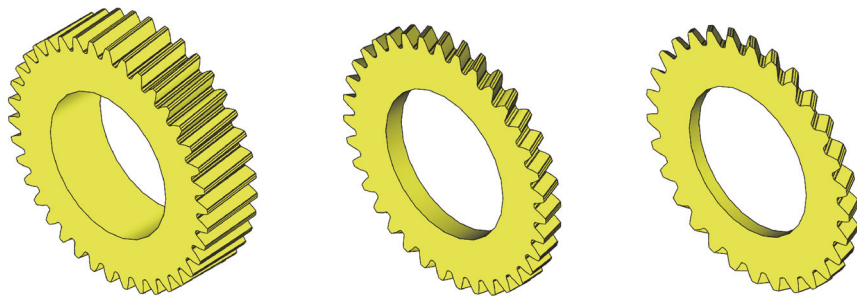


Fig. 3.2 An example of calculation results by calculation program

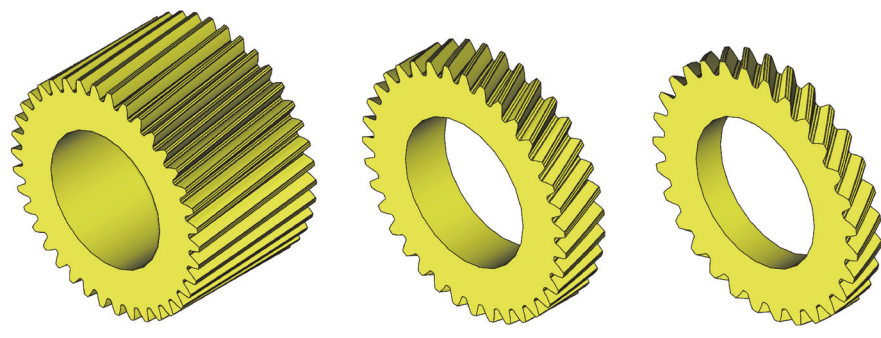


(a)  $\beta=7.2^\circ$

(b)  $\beta=24^\circ$

(c)  $\beta=40.8^\circ$

Fig. 3.3 Helical gear models ( $\epsilon_\beta=0.4$ )

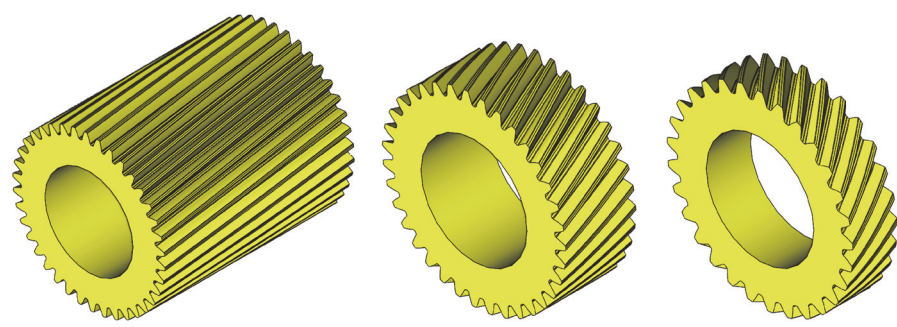


(a)  $\beta=7.2^\circ$

(b)  $\beta=24^\circ$

(c)  $\beta=40.8^\circ$

Fig. 3.4 Helical gear models ( $\epsilon_\beta=1$ )



(a)  $\beta=7.2^\circ$

(b)  $\beta=24^\circ$

(c)  $\beta=40.8^\circ$

Fig. 3.5 Helical gear models ( $\epsilon_\beta=2$ )

### 3.3 歯元応力解析法

FEM, 久保・梅澤の方法および ISO 式により, 駆動歯車に単位歯幅当たりの円周力  $F_t/b=200\text{N/mm}$  を与える場合の歯元応力を計算した. FEM および久保・梅澤の方法では, かみ合い始めからかみ合い終わりまでの歯元応力  $\sigma$  の変化を求めるとともに, かみ合い進行中に発生する最大歯元応力  $\sigma_{\max}$  を求めた. 一方, ISO 式では, FEM および久保・梅澤の方法とは異なり, かみ合い進行中の歯元応力の変化を計算できないため, 最大歯元応力  $\sigma_{\max}$  のみを求めた.

#### 3.3.1 歯元応力評価部

FEM および久保・梅澤の方法による歯元応力の評価部は, 図 3.6 に示すとおり駆動歯車の引張側の歯元において歯幅方向に等間隔に設けた 7 箇所である.

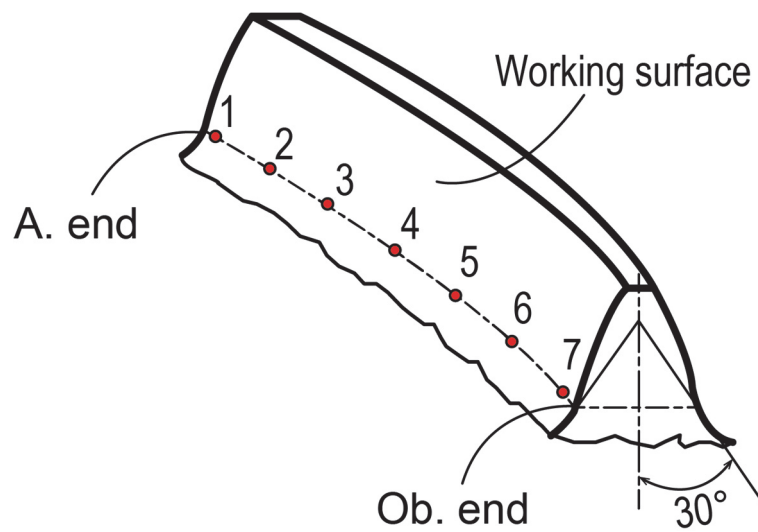
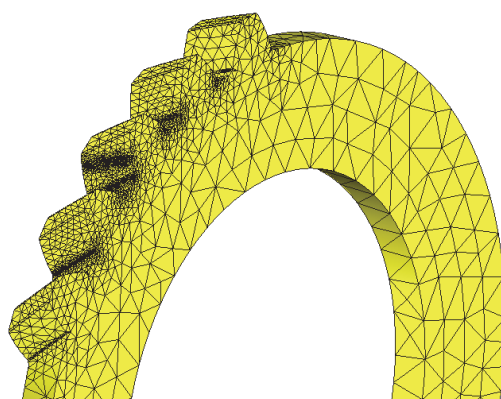


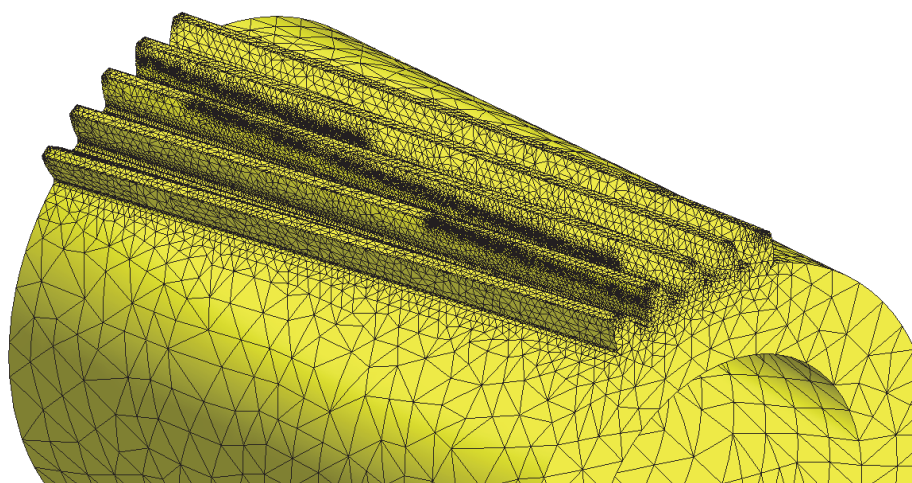
Fig. 3.6 Evaluation positions of root stress of FEM and Kubo-Umezawa's method

### 3.3.2 FEMによる歯元応力解析

FEMによる歯元応力解析は、第2章で妥当性を確認した手法で行った。FEMメッシュサイズは、歯車モデルの歯幅 $b$ に応じて適宜設定した。具体的には、歯元および作用歯面の初期メッシュサイズは、 $b$ が最小となる $\beta=45.2^\circ$  ( $\varepsilon_\beta=0.4$ )では、それぞれ0.3mmおよび1mm程度とし、 $b$ が最大となる $\beta=7.2^\circ$  ( $\varepsilon_\beta=2$ )では、0.6mmおよび2mm程度とした。図3.7に $\beta=45.2^\circ$  ( $\varepsilon_\beta=0.4$ )および $\beta=7.2^\circ$  ( $\varepsilon_\beta=2$ )のアダプティブh法適用後のFEMメッシュを示す。



(a)  $\beta=45.2^\circ$  ( $\varepsilon_\beta=0.4$ )



(b)  $\beta=7.2^\circ$  ( $\varepsilon_\beta=2$ )

Fig. 3.7 FEM mesh of helical gears

### 3.3.3 久保・梅澤の方法による歯元応力解析

久保・梅澤の方法<sup>(3.4)</sup>の基礎となる 1 本の接触線上の荷重分布を表す積分方程式は, 式(3.1)で表される.

$$\int_0^{L(t)} K_b(x, \xi) p(\xi) d\xi + K_c(x) p(x) = \delta_0(x) = \{\Delta - e_{(x)}\} \cos \beta_b \quad (3.1)$$

ここで,

$t$ : 歯車の相対回転位置

$L(t)$ :  $t$  の位置にある接触線の長さ

$x$ : 接触線上のたわみの測定座標

$\xi$ : 接触線上の荷重点の座標

$K_b(x, \xi)$ : かみ合う一対の歯の曲げせん断たわみの影響関数

$K_c(x)$ : かみ合う一対の歯の接触による近寄りの影響関数

$p(\xi)$ : 分布荷重

$\delta_0(x)$ :  $x$  点における歯の対のたわみ

$\Delta$ : 被動歯車の駆動歯車に対する遅れ角を, 作用線上の距離に換算した値 (軸直角)

$e_{(x)}$ : かみ合う一対の歯の  $x$  点における合成誤差 (軸直角)

$\beta_b$ : 基礎円筒上ねじれ角

であり, 接触線上のたわみおよび荷重点の座標は, 図 3.8 に示すとおりである.

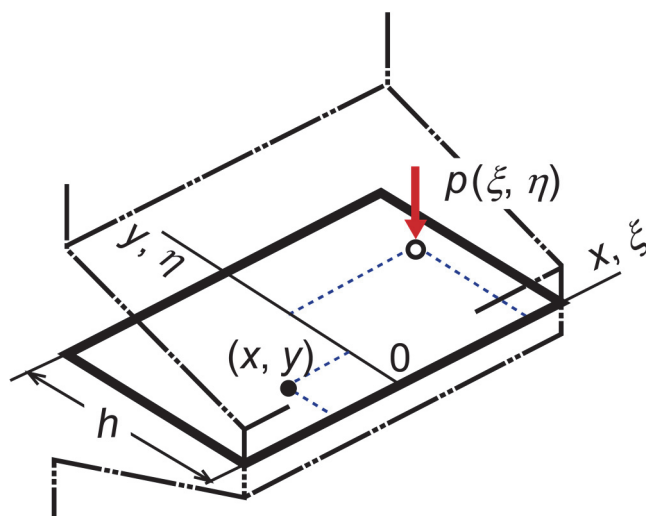


Fig. 3.8 Coordinates of deflection and load point on contact line<sup>(3.4)</sup>



かみ合う一對の歯の曲げせん断のたわみの影響関数  $K_b$  (以下、たわみの影響関数と略す) は、梅澤らによる差分法による有限幅ラックの解析解および実験結果<sup>(3.8)-(3.10)</sup>にもとづき式(3.2)で表される。たわみの影響関数内の  $F$ 、 $G$  等の各式の内容は、久保・梅澤の方法では、各種機械の歯車破損事例に合うように式および数値ともに実験をもとに修正が加えられている<sup>(3.5)</sup>。

$$K_b(x, y, \xi, \eta) = U \frac{v(\bar{r})}{\sqrt{F(|x' - \xi'|)} \sqrt{G|y - \eta|}} \sqrt{F(x')} \sqrt{F(\xi')} \sqrt{G(y)} \sqrt{G(\eta)} \quad (3.2)$$

ここで、式(3.2)中の各変数および関数はずぎのとおりである。

$$\bar{r} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$$

$x$  : 歯幅方向のたわみ測定座標

$\xi$  : 歯幅方向の荷重作用点の座標

$y$  : 歯たけ方向のたわみ測定座標

$\eta$  : 歯たけ方向の荷重作用点の座標

$U$  : たわみの絶対値

$V(r)$  : たわみ特性関数

$F(x)$  : 歯幅方向の荷重点直下のたわみ特性

$G(x)$  : 歯たけ方向の荷重点直下のたわみ特性

$\bar{x}$  : バーのついた値は歯たけで基準化した値を示す( $\bar{x} = x/h$ ,  $h$  : 歯たけ)

また、かみ合う一對の歯の接触による近寄りの影響関数  $K_c$  は、梅澤らによる理論解析解およびローラを用いた実験結果<sup>(3.11)</sup>にもとづき式(3.3)で表される。

$$K_c(\xi, \eta) = \frac{\tau C(\hat{\eta})}{p(\hat{\xi}) / p_{\text{mean}}} \quad (3.3)$$

ここで、式(3.3)中の各変数および関数はずぎのとおりである。

$\tau$  : 単位接触荷重あたりの平均近寄り

$C(\hat{\eta})$  : 歯先からの距離  $\hat{\eta}$  による影響関数

$p(\hat{\xi}) / p_{\text{mean}}$  : 近寄りのみを考えた場合の接触線上の荷重分布

久保・梅澤の方法では、接触線上の荷重分布  $p(x)$  がわかった場合、歯元に生じる曲げモーメント分布は、修正モーメントイメージ法<sup>(3.12)</sup>により求められる。修正モーメントイメージ法により得られた歯元のある位置  $Y_i$  ( $i$ : 接触線上の  $m$  個の部分で歯面が接触する場合、 $i$  番目の接触部分を示す。図 3.9 参照) における曲げモーメントの大きさを  $M(Y_i)$  とすると、曲げモーメントによりこの位置に生じる公称曲げ応力  $\sigma_b$  は式(3.4)で表される。

$$\sigma_b(Y_i) = \frac{6}{S_F^2} M(Y_i) \quad (3.4)$$

ここで  $S_F$  は歯の危険断面位置における歯厚である。久保・梅澤の方法では、この曲げ応力  $\sigma_b(Y_i)$  が会田・寺内による平歯車の引張側歯元実応力  $\sigma_t^*$  の計算式中<sup>(3.13)</sup>における歯の弾性平面に垂直方向の分力により歯元危険断面位置に生じる呼称曲げ応力  $\sigma_{Nb1}$  に相当するものとし、歯元応力に及ぼす歯元すみ肉部の曲率半径の影響を考慮して式(3.5)により歯元応力分布  $\sigma_t$  を求める。

$$\sigma_t(Y_i) = \frac{\sigma_t^*}{\sigma_{Nb1}} \sigma_b(Y_i) \quad (3.5)$$

ここで  $\sigma_t^*/\sigma_{Nb1}$  は、歯の断面形状および荷重作用位置のみの関数である。

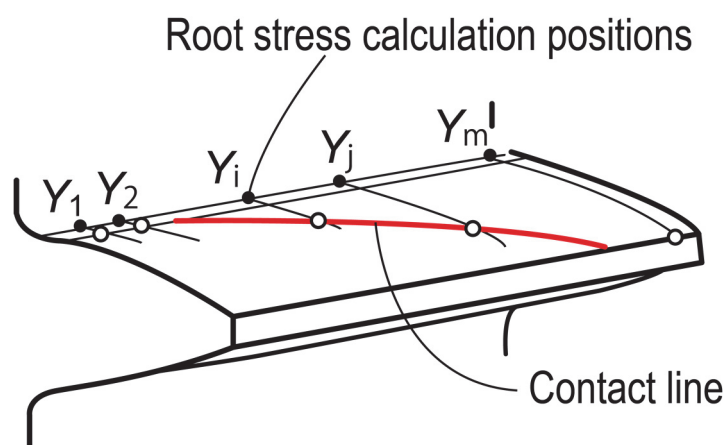


Fig. 3.9 Evaluation positions of root stress<sup>(3.4)</sup>

### 3.3.4 ISO6336-3 による歯元応力解析

ISO 式<sup>(3.2)</sup>は、相当平歯車により計算される歯元応力に各種の修正係数を加える方式であり、式(3.6)により歯元応力 $\sigma_{F0}$ が計算される。 $\sigma_{F0}$ は、歯元最表面における最大引張応力であり、相当平歯車の一歯かみ合い領域の歯先側の点に荷重が作用したときに発生する歯元応力である。

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot Y_B \cdot Y_{DT} \quad (3.6)$$

ここで、

$F_t$ ：呼び接線力

$b$ ：歯幅

$m_n$ ：歯直角モジュール

$Y_F$ ：歯形係数　　：一歯かみ合い領域の歯先側の点に荷重が作用する場合の、歯元応力に及ぼす歯の形状の影響を考慮するための係数

$Y_S$ ：応力修正係数：一歯かみ合い領域の歯先側の点に荷重が作用する場合の、公称歯元応力から局所歯元応力を求めるための係数

$Y_\beta$ ：ねじれ角係数：相当平歯車の歯元応力を、はすば歯車の応力に換算するための係数

$Y_B$ ：リム厚さ係数：歯元応力に及ぼすリム厚さの影響を考慮するための係数

$Y_{DT}$ ：高歯係数　　：正面かみ合い率が $2 \leq \varepsilon_\alpha \leq 2.5$ の高精度歯車において、歯元応力に及ぼす歯車精度および正面かみ合い率 $\varepsilon_\alpha$ の影響を考慮するための係数

である。ISO 式では、ねじれ角係数 $Y_\beta$ は、 $\beta \leq 25^\circ$ において保証されており、式(3.7)により計算される。

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta}{120^\circ} \quad (3.7)$$

ここで、 $\varepsilon_\beta$ および $\beta$ は、 $\varepsilon_\beta \geq 1.0$ の場合には $\varepsilon_\beta = 1.0$ 、 $\beta > 30^\circ$ の場合は $\beta = 30^\circ$ として扱われ、 $Y_\beta$ は図 3.10 に示すとおりとなる。式(3.6)と図 3.10 の関係にしたがうと、ISO 式では $\varepsilon_\beta$ および $\beta$ が大きくなるほど歯元応力は小さく見積もられることになる。

ISO 式では、歯形係数  $Y_F$  の算出にあたっては、超越方程式の繰返し計算が必要となることから、本研究では、計算プログラムを作成した。作成した計算プログラムによる計算結果の一例を図 3.11 に示す。

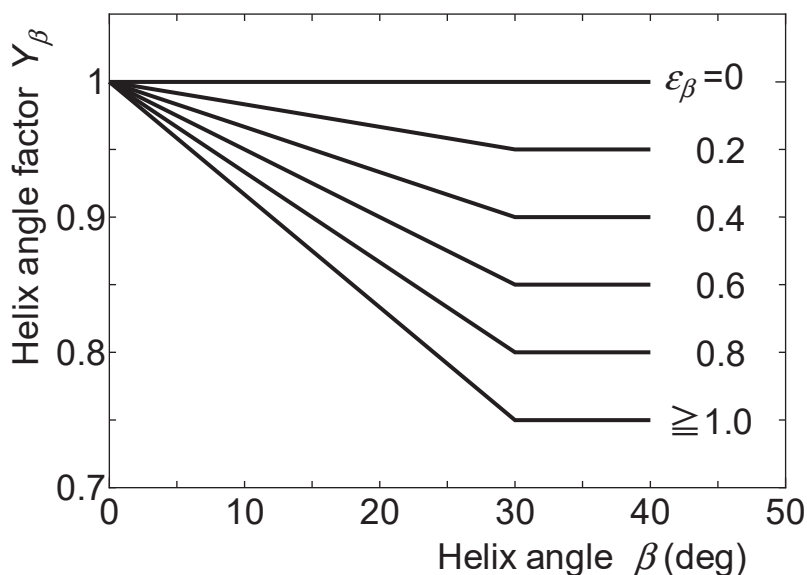


Fig. 3.10 Helix angel factor in ISO6336-3<sup>(3,2)</sup>

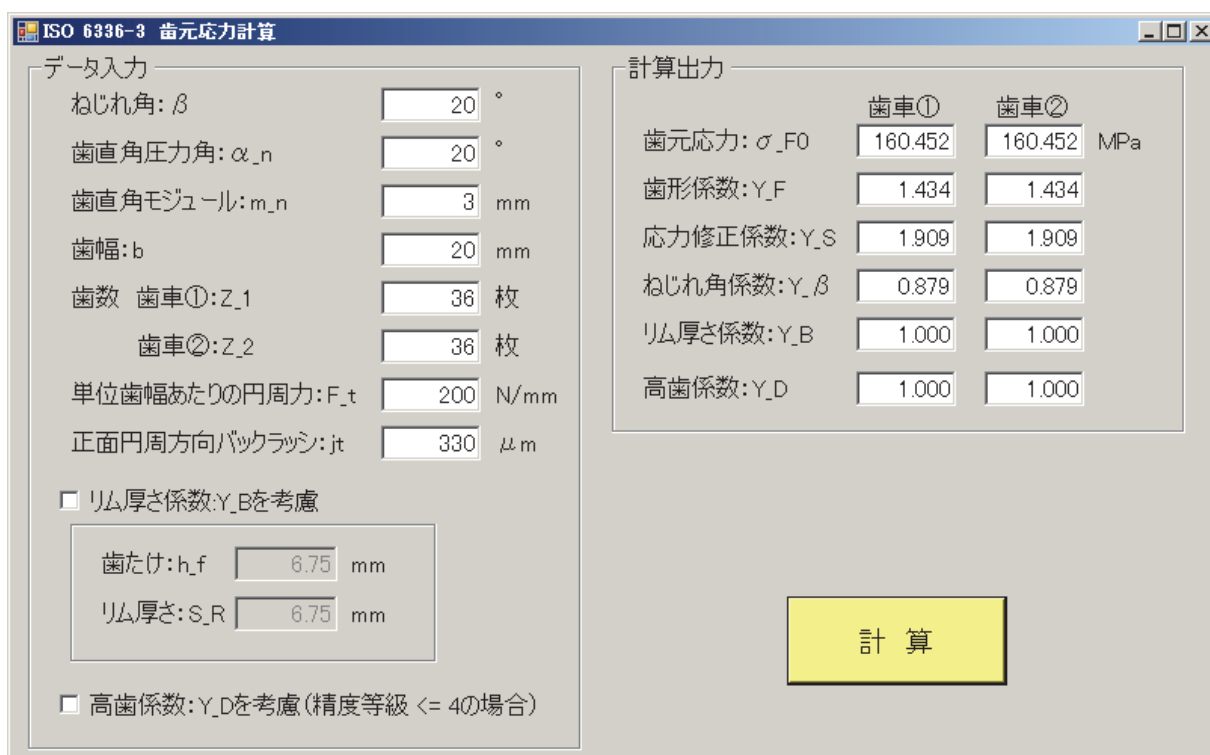


図 3.11 An example of calculation results of maximum root stress by ISO6336-3

### 3.4 歯元応力解析結果

#### 3.4.1 かみ合い進行にともなう歯元応力の変化

図 3.12～3.15 に FEM および久保・梅澤の方法により求めた、かみ合い進行にともなう歯元応力 $\sigma$ の変化を示す。なお、 $\varepsilon_{\beta} \geq 1$ では $\varepsilon_{\beta}=1$ の場合とほぼ同様の傾向となったため、ここでは代表的な計算結果として、 $\varepsilon_{\beta} \leq 1$ における $\beta=15, 24, 36, 45.2^{\circ}$ の場合の $\sigma$ を示す（すべての計算結果については付録を参照されたい）。

巨視的な視点での FEM と久保・梅澤の方法による $\sigma$ の比較では、 $\varepsilon_{\beta} \geq 1$ においては、 $\beta$ が増加しても両者の $\sigma$ には差異はみられず、いずれの $\beta$ においても同様の解析結果を得られる。しかし、 $\varepsilon_{\beta} < 1$ においては、 $\beta$ が大きくなるほど両者の $\sigma$ は一致しなくなり、 $\varepsilon_{\beta}$ が小さくなるにしたがってより小さな $\beta$ で両者の $\sigma$ が相違し始める。 $\varepsilon_{\beta} < 1$ において、 $\beta$ が大きくなるほど両者の $\sigma$ が一致しなくなる理由については、 $\varepsilon_{\beta} < 1$ かつ $\beta > 30^{\circ}$ の場合、歯車形状は図 3.1 に示すとおり全歯たけ  $h(2.25m_n)$  に対して歯幅  $b$  が極端に小さくなり、久保・梅澤の方法で用いられるたわみの影響関数が、このような極小歯幅には対応できないからだと考えられる。すなわち、たわみの影響関数は、その関数内の歯幅方向および歯たけ方向の荷重点直下の各たわみ特性式において、各種機械の歯車破損事例に合うように式および数値ともに、実験を基に修正されたものであるが、自動車用小歯幅はすば歯車での実験では、歯幅端の不完全部の剛性を示す係数の修正の必要性が指摘されている<sup>(3,5)</sup>。本研究における $\varepsilon_{\beta} < 1$ かつ $\beta > 30^{\circ}$ の場合も、このような当該係数の修正が必要な場合であると考えられる。

一方、微視的な視点での両者の $\sigma$ の比較では、いずれの $\varepsilon_{\beta}$ においても A. end のかみ合い始めにおいて、 $\beta$ の増加にともない、FEM の $\sigma$ は、久保・梅澤の方法のそれよりも大きくなる傾向がみられる。A. end のかみ合い始めで両者の $\sigma$ が異なる理由については、すば歯車では $\beta$ が大きくなるほど A. end の不完全三角形部の鋭角度が増し、A. end 付近では 3 次元応力状態となるからだと考えられる。すなわち、A. end 付近において、久保・梅澤の方法では歯直角断面内のみにおける 2 次元応力状態での解析を行っているのに対して、FEM では $\beta$ の増加にともなう不完全部の形状変化を考慮した 3 次元応力状態での解析を行っているため、FEM では、久保・梅澤の方法よりも $\sigma$ が大きくなったと考えられる。

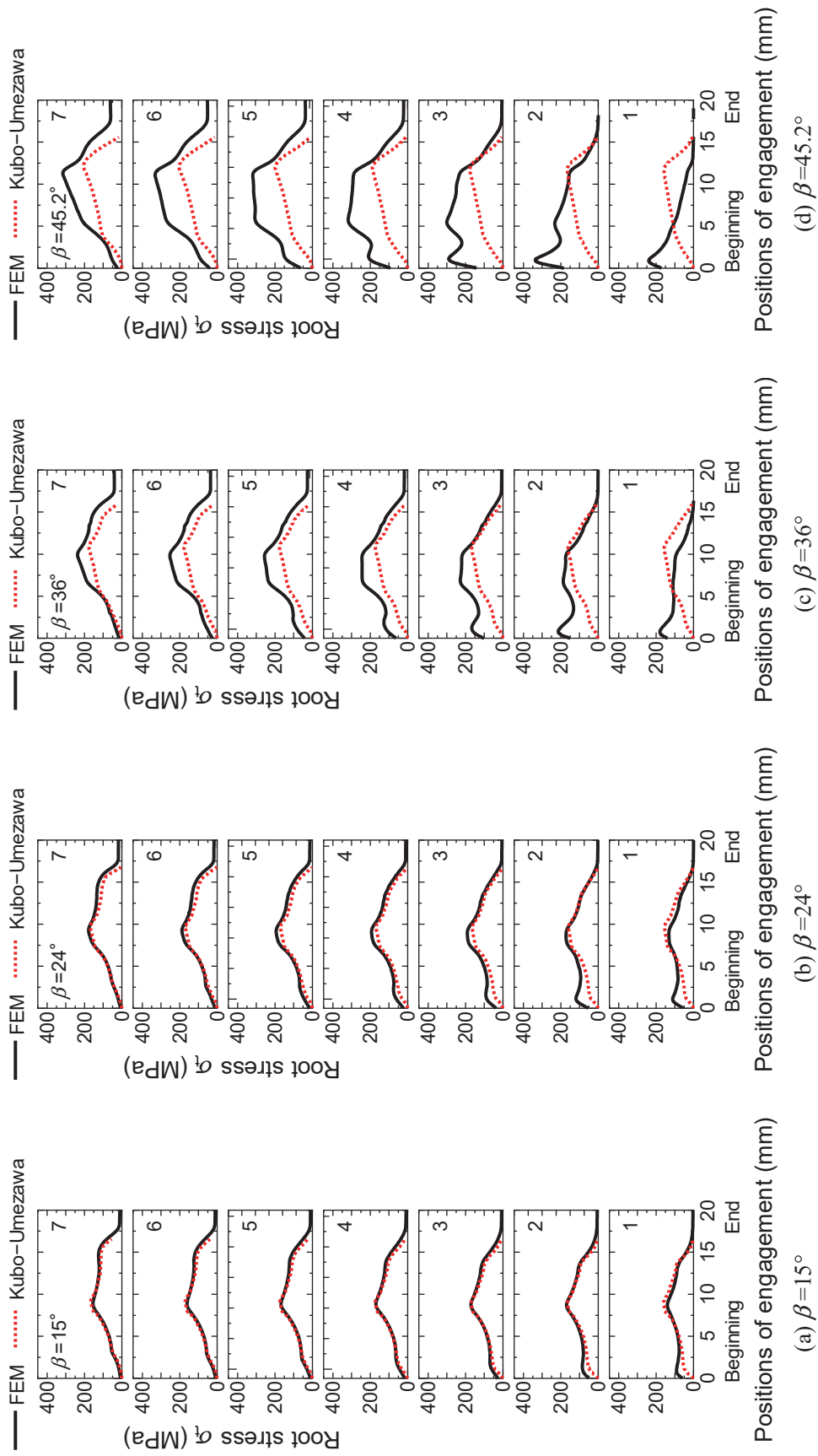


Fig. 3.12 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=0.4$ )

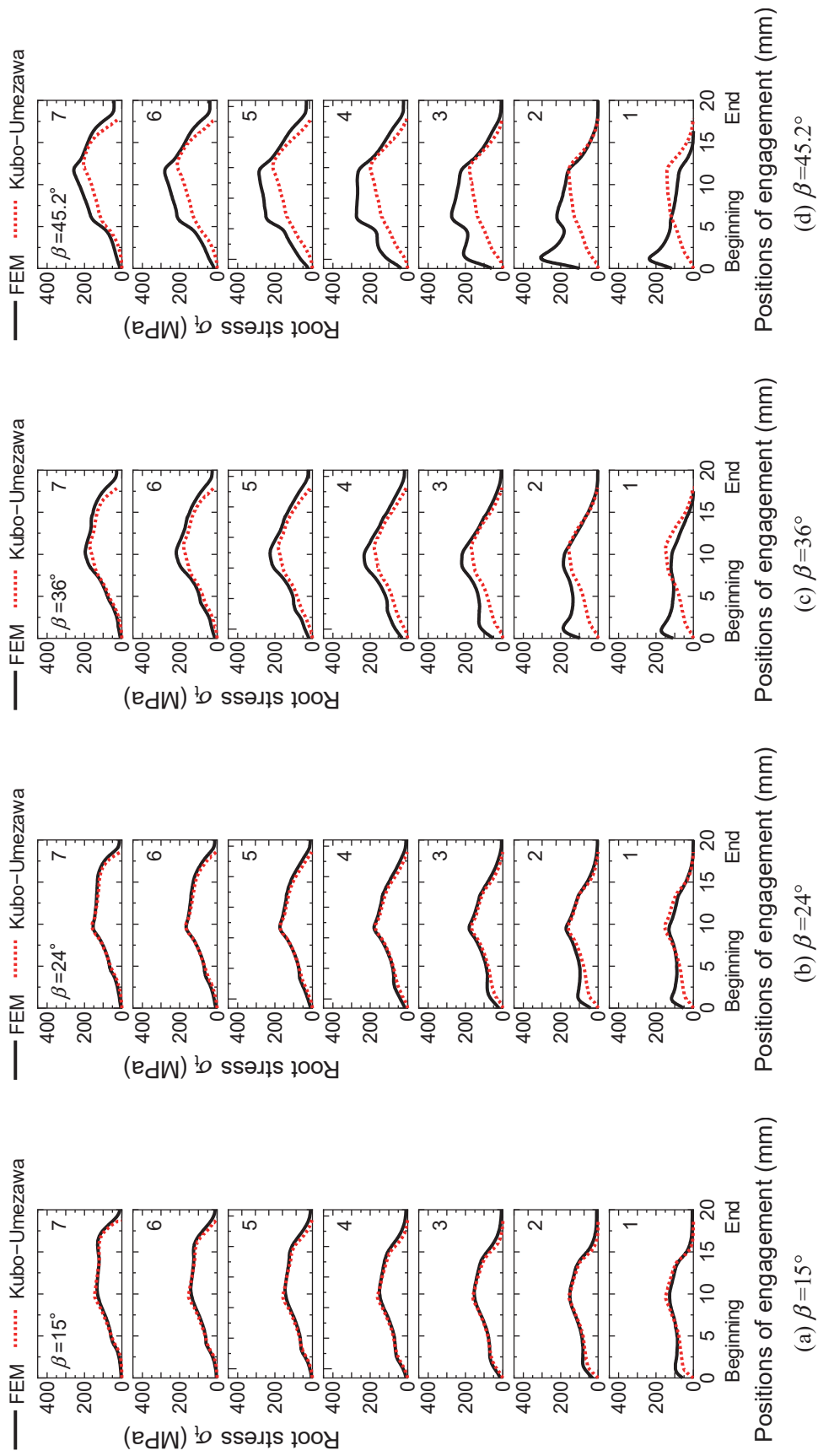


Fig. 3.13 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=0.6$ )

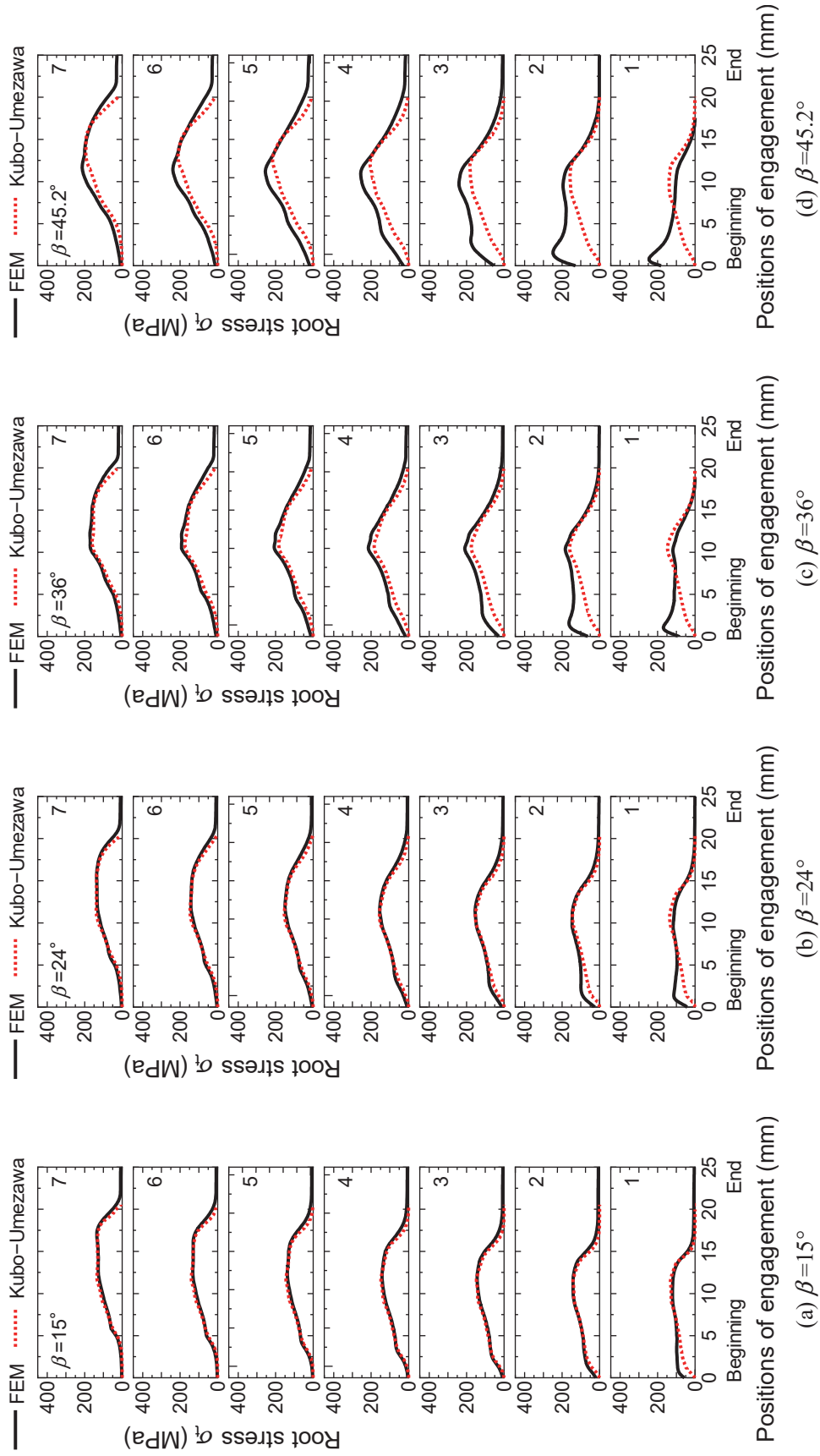


Fig. 3.14 Root stress wave forms ( $\epsilon\beta=0.8$ )



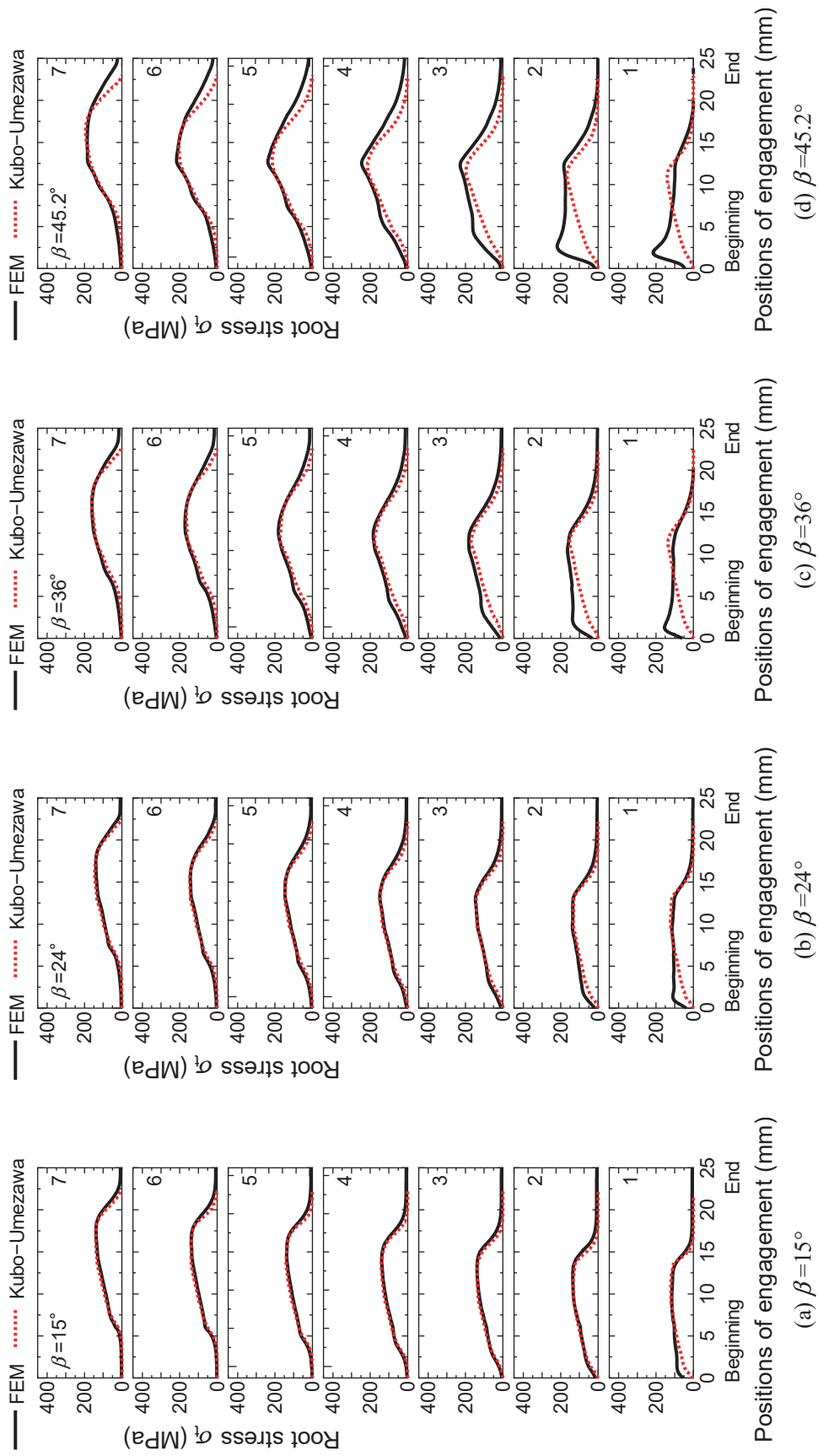
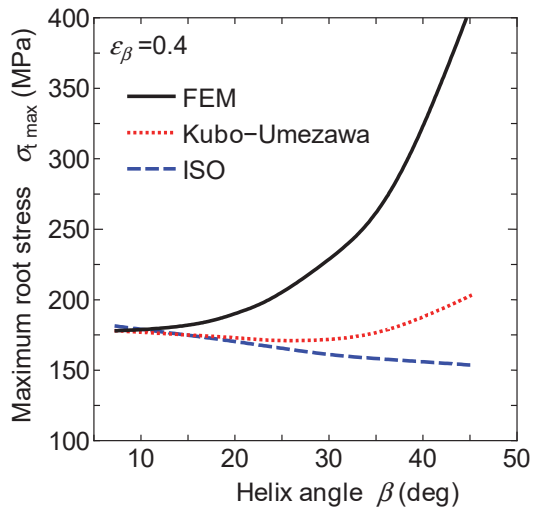


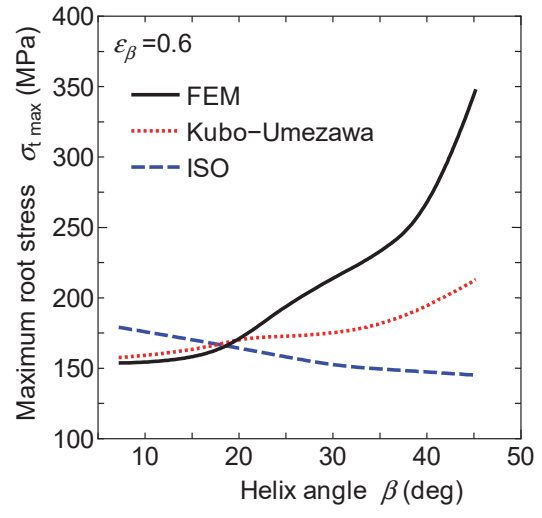
Fig. 3.15 Root stress wave forms ( $\epsilon\beta=1$ )

### 3.4.2 最大歯元応力

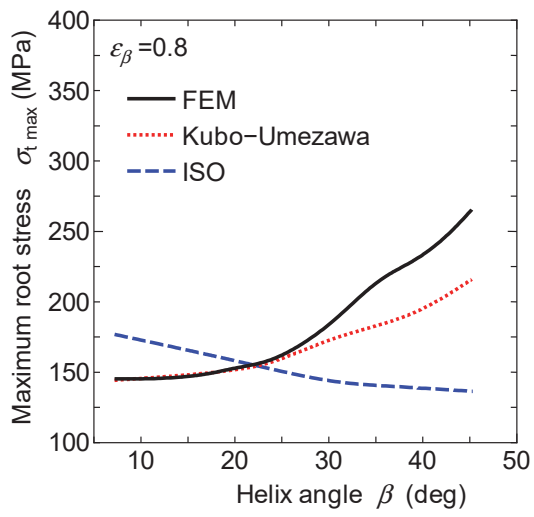
図 3.16 に FEM, 久保・梅澤の方法および ISO 式により求めた, 各種 $\epsilon_\beta$ における最大歯元応力 $\sigma_{t\max}$ の $\beta$ に対する変化の様子を示す. ここで, 図中の FEM および久保・梅澤の方法による $\sigma_{t\max}$ の値は, かみ合い進行中に発生する $\sigma_t$ の最大値であり, 図 3.12~3.15 から求めたものである. FEM と久保・梅澤の方法による $\sigma_{t\max}$ の比較では,  $\epsilon_\beta \geq 1.5$  かつ $\beta \leq 40.8^\circ$ においては両者の $\sigma_{t\max}$ はよく一致し, 歯元応力解析において歯車誤差を考慮する必要がない場合には, いずれの手法を用いても構わないことがわかる. なお,  $\epsilon_\beta \geq 1$  かつ $\beta > 40.8^\circ$ においては, 久保・梅澤の方法では,  $\beta > 40.8^\circ$ の場合においても $\beta \leq 40.8^\circ$ の場合と同様に歯幅中央部がピッチ点付近でかみ合う位置において $\sigma_{t\max}$ が発生するのに対して, FEM では,  $\beta > 40.8^\circ$ においては A. end 付近がかみ合い始める位置において $\sigma_{t\max}$ が発生するようになる.  $\epsilon_\beta < 1$  かつ $\beta \geq 20^\circ$ においては FEM と久保・梅澤の方法による $\sigma_{t\max}$ の値は大きく異なり, この条件では,  $\sigma_t$ に及ぼす小歯幅の影響を考慮できる FEM を用いることが適切であり, 久保・梅澤の方法を用いる場合は, 歯幅端の不完全部の剛性を示す係数を修正する必要があると考えられる. 一方, FEM および久保・梅澤の方法と ISO 式の比較では, ISO 式では, いずれの $\epsilon_\beta$ においても $\beta$ が増加するほど $\sigma_{t\max}$ は減少する傾向がみられるのに対して, FEM および久保・梅澤の方法による $\sigma_{t\max}$ は,  $\beta$ が増加するほど $\sigma_{t\max}$ が増大する傾向がみられる. これは, ISO 式では, 図 3.10 に示すとおり, ねじれ角係数 $Y_\beta$ は $\beta > 30^\circ$ では $\beta$ にかかわらず一定値が与えられるためであると考えられ, 大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析においては, FEM や久保・梅澤の方法のような詳細な計算方法を用いることが望ましいことがわかる.



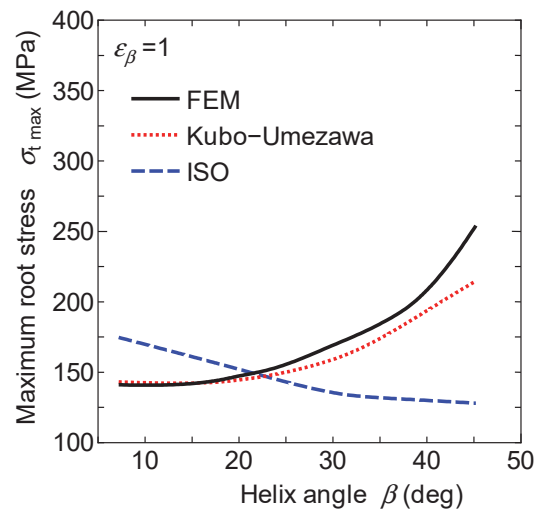
(a)  $\epsilon_{\beta}=0.4$



(b)  $\epsilon_{\beta}=0.6$

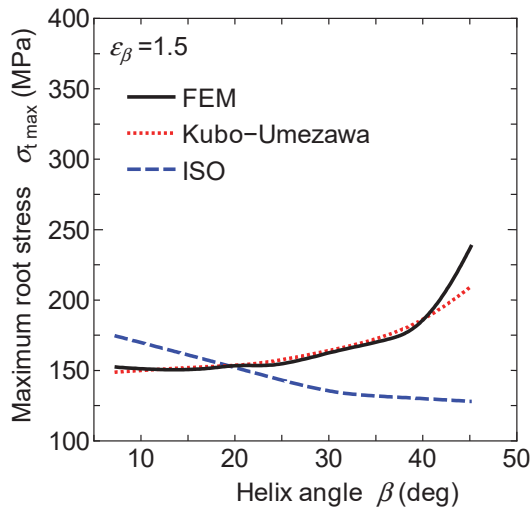


(c)  $\epsilon_{\beta}=0.8$

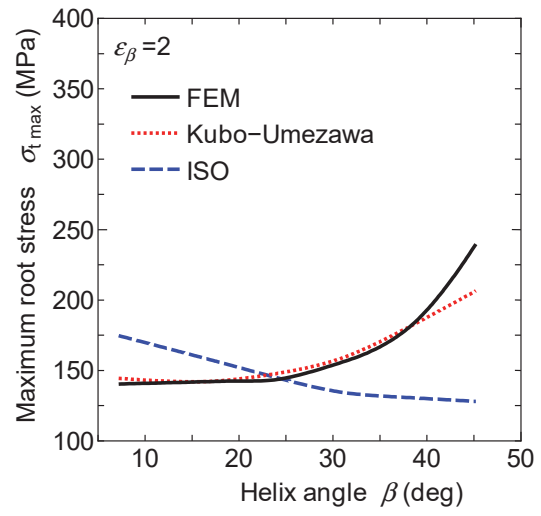


(d)  $\epsilon_{\beta}=1$

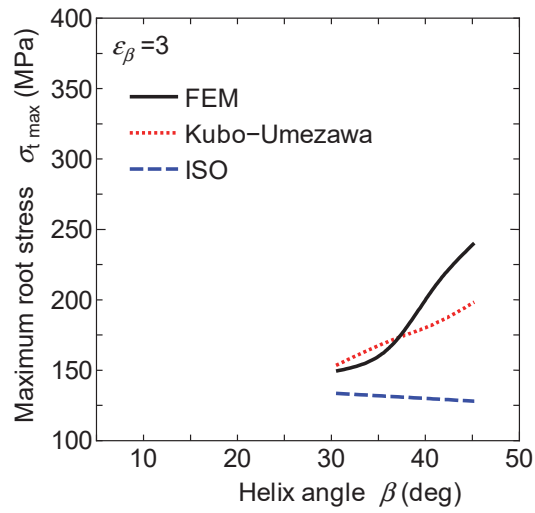
Fig. 3.16 Maximum root stress (Part 1)



(e)  $\epsilon_{\beta}=1.5$



(f)  $\epsilon_{\beta}=2$



(g)  $\epsilon_{\beta}=3$

Fig. 3.16 Maximum root stress (Part 2)

### 3.5 結 言

本章では、各種ねじれ角 $\beta$ および重なりかみ合い率 $\varepsilon_\beta$ のはすば歯車対に対して、FEM、久保・梅澤の方法および ISO 式を用いて歯元応力を解析した。得られたおもな点を要約すると次のとおりである。

- (1)  $\varepsilon_\beta \geq 1$  の場合、FEM と久保・梅澤の方法による歯元応力 $\sigma_t$ は、A. end のかみ合い始めを除き、いずれの $\beta$ においてもほぼ同様の値となった。よって、 $\varepsilon_\beta \geq 1$  の場合には、FEM と久保・梅澤の方法のいずれも、大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析法として有効であると考えられる。ただし、 $\beta \geq 40^\circ$ では、FEM では A. end がかみ合い始める位置において最大応力 $\sigma_{t\max}$ が発生するようになるのに対して、久保・梅澤の方法では歯幅中央部がピッチ点付近でかみ合う位置で $\sigma_{t\max}$ が発生し、両者の $\sigma_{t\max}$ の値に差異が生じるようになるため、 $\beta \geq 40^\circ$ の場合の歯元応力解析ではこの点に留意する必要がある。
- (2)  $\varepsilon_\beta < 1$ かつ $\beta > 30^\circ$ の場合、久保・梅澤の方法による歯元応力 $\sigma_t$ は、FEM による $\sigma_t$ と大きく異なる傾向を示した。よって、久保・梅澤の方法を $\varepsilon_\beta < 1$ かつ $\beta > 30^\circ$ に適用する場合は、歯幅端の不完全部の剛性を示す係数の修正が必要と考えられる。
- (3) ISO 式では、 $\beta$ が増加するほど $\sigma_{t\max}$ が減少する傾向がみられ、FEM および久保・梅澤の方法による計算結果とは逆の傾向を示した。よって、ISO 式で大ねじれ角はすば歯車の歯元応力を解析する場合は注意を要する。

## 第4章 浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度の推定

### 4.1 緒言

第1章で述べたとおり，歯車の設計においては，歯元強度と歯面強度の両者への対策が必要である．歯車の歯の折損は歯車装置の全損につながるため，歯車設計では歯元の疲労強度を正確に推定することが特に重要である．はすば歯車は，浸炭焼入れして使用されることが一般的であり，その設計においては，歯元応力の推定に加えて，浸炭焼入れされた歯車材料の疲労強度の推定が必要となる．

はすば歯車の歯元応力の推定については，第2章および第3章においてFEMによる歯元応力解析の有効性を確認し，FEMは，従来の歯元応力解析法であるISO式<sup>(4.1)</sup>および久保・梅澤の方法<sup>(4.2)</sup>を代替する手法になりうることを示した．しかし，FEMによる歯元応力解析結果を用いて浸炭焼入れはすば歯車の疲労強度を評価した事例はみあたらないため，FEM解析結果を疲労設計に利用するにあたっては，疲労試験結果と比較検証することにより，その運用方法の妥当性を十分に確認しておく必要があると考えられる．

一方，浸炭焼入れされた歯車材料の疲労強度の推定については，浸炭部の疲労強度に対して炭素濃度（浸炭部の硬さ）のほかに，残留応力および残留オーステナイト量などの影響が大きいことが知られている<sup>(4.3),(4.4)</sup>．これらの値は，歯車材料の成分元素や熱処理条件で異なるため，個別の条件に対する検討が必要であり，種々の条件において浸炭焼入れはすば歯車の疲労強度に影響を及ぼす因子を実験的に調べる研究も行われている<sup>(4.5)</sup>．疲労試験をともなう実験評価には，多大な労力，時間，費用を要するため，熱処理解析により浸炭焼入れされた歯車材料の疲労強度を推定できるようになることが望まれるが，熱処理解析から歯車の疲労強度を推定した事例はみあたらない．

そこで，本章では，FEM解析を援用した浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度推定法について検討した．FEMによる歯元応力解析と熱処理解析（炭素の拡散解析，弾塑性応力解析，熱伝導・熱伝達解析，相変態解析）を行い，これらの解析より得られた歯元応力，炭素濃度（硬さ）および残留応力を耐久限度線図に適用して，浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度を推定した．さらに，浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労試験も行い，本研究で用いた曲げ疲労強度推定法の妥当性を検証した<sup>(4.6)-(4.8)</sup>．

## 4.2 解析対象はすば歯車

表 4.1 に本章で用いるはすば歯車対の主要諸元を示す。本研究では、ねじれ角 $\beta=10^\circ$ から $\beta=30^\circ$ までのはすば歯車対を解析対象とした。表中の記号の添え字の 1 と 2 は、それぞれ駆動歯車と被動歯車を示し、歯幅はそれぞれ  $b_1=20\text{mm}$  および  $b_2=30\text{mm}$  であり、歯数はいずれも  $z_1=z_2=36$  枚である。歯車材料は JIS SNC815 であり、この材料にガス浸炭焼入れした場合の疲労強度を推定した。はすば歯車には浸炭防止処理を施しておらず、浸炭部は歯車の全表面である。

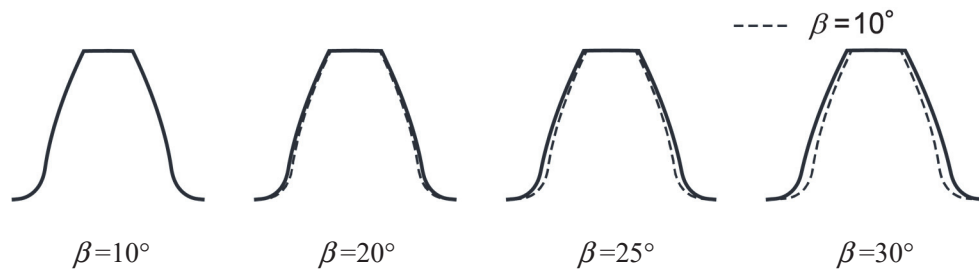
## 4.3 FEM による歯元応力解析

### 4.3.1 歯車モデル

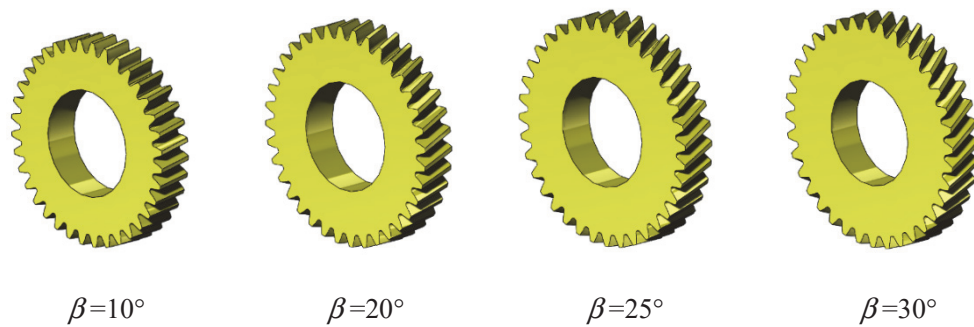
解析用の歯車モデルは、歯車誤差のない非転位はすば歯車であり、第 2 章で述べたとおり、図 4.1(a)に示す「歯車計算ソフト GCSW for Web<sup>(4.9)</sup>」から出力される軸直角歯形(図 4.1(a)中の破線は $\beta=10^\circ$ の歯形を示す)をもとに、SolidWorks<sup>(4.10)</sup>のヘリカルカーブ機能およびスweep機能を用いて、図 4.1(b)に示すような 3D はすば歯車モデルを作成した。

Table 4.1 Dimensions of test helical gear pairs

Normal module	$m_n$	3
Number of teeth	$z_2/z_1$	36/36
Normal pressure angle	$\alpha_n$ (deg)	20
Face width	$b_2/b_1$ (mm)	30/20
Helix angle	$\beta$ (deg)	10, 20, 25, 30
Circumferential backlash	$j_t$ (mm)	0.60
Material		SNC815



(a) Gear tooth profiles in the transverse section



(b) 3D gear models (Drive gears)

Fig. 4.1 Helical gear models for root stress analysis by FEM

#### 4.3.2 歯元応力解析条件

FEMによる汎用構造解析ソフトウェアである SolidWorks Sim.<sup>(4.11)</sup>を用いて、表 4.1 に示すはすば歯車対を静的にかみあわせた場合の線形・接触解析を行った。解析における歯車対のかみ合い位置は、着目する歯がかみ合いを始める位置から、かみ合い終わる位置までの各かみ合い位置とした。FEMによる計算結果の妥当性については、第2章において、小田らによる浸炭焼入れはすば歯車対のひずみゲージ法による歯元応力測定結果<sup>(4.12)</sup>との比較検証により確認している。

歯車対のFEMメッシュ（四面体要素）は、接触部である作用歯面および応力評価部である歯元すみ肉部のメッシュサイズを細かくし、それ以外の場所ではメッシュサイズを粗くした。なお、初期メッシュサイズは、作用歯面では1mm程度、歯元すみ肉部では0.3mm程度とし、精度の悪い部分の要素を再分割する手法であるアダプティブh法<sup>(4.13)</sup>を用いて3回の繰返し計算を行った。解析に用いた歯は、駆動歯車と被動歯車のいずれにおいても5枚である。解析における拘束条件は、被動歯車の軸穴面およびモデル切断面を完全固定、駆動歯車の軸穴面を円周方向のみ自由とし、駆動歯車の軸穴面にトルクを与えた。計算に用いたヤング率 $E$ とポアソン比 $\nu$ は、それぞれ $E=210\text{GPa}$ および $\nu=0.3$ である。



## 4.4 FEMによる熱処理解析

### 4.4.1 熱処理解析条件

FEMによる汎用熱処理シミュレーションソフトウェアである DEFORM Ver.11.1 (HT)<sup>(4.14)</sup>を用いて、表 4.1 に示す駆動歯車に図 4.2 および表 4.2 に示す熱処理条件でガス浸炭焼入れした場合の炭素濃度、組織変化、残留応力などの熱処理解析を行った。浸炭処理は一般的に、加熱温度  $T_h=900\sim 950^\circ\text{C}$ 程度<sup>(4.15)</sup>で行われ、表面の炭素濃度が約 0.8%<sup>(4.15)</sup>になるよう浸炭・拡散時のカーボンポテンシャル( $C_p, C_d$ )および浸炭・拡散時間( $t_c, t_d$ )が調整され、所望の有効硬化層深さ  $d_e$  (ビッカース硬さ  $HV\geq 550$ ) を得ている。本研究においてもこのような一般的な熱処理条件を設定した。条件 B は浸炭焼入れ歯車において推奨される  $d_e=0.15\sim 0.2m$ <sup>(4.16)</sup>,<sup>(4.17)</sup> ( $m$ : モジュール) 程度を得られる条件であり、すべての $\beta$ のはすば歯車についてこの条件で解析した。解析結果に及ぼす熱処理条件の影響を調査するため、 $\beta=20^\circ$ のはすば歯車については、条件 B よりも  $d_e$  が小さくなる条件 A と、大きくなる条件 C での解析も行った。焼入れ温度はいずれの条件においても  $850^\circ\text{C}$ であり、この温度から  $65^\circ\text{C}$ の油中で冷却されるものとした。

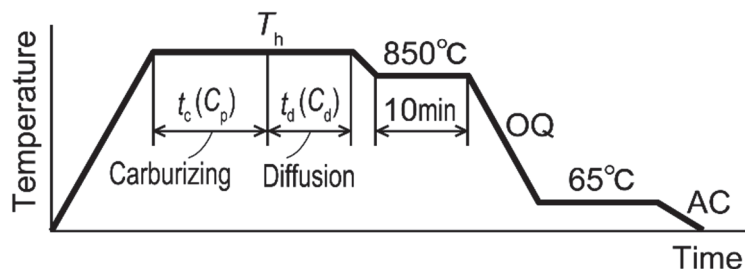


Fig. 4.2 Heat treatment conditions (OQ: Oil quenching, AC: Air cool)

Table 4.2 Heat treatment conditions

Symbol		A	B	C
Treating temperature	$T_h$ ( $^\circ\text{C}$ )	900	930	930
Carburizing time	$t_c$ (min)	80	180	480
Carburizing carbon potential	$C_p$ (%)	1.1	1.2	0.9
Diffusion time	$t_d$ (min)	30	90	360
Diffusion carbon potential	$C_d$ (%)	0.8	0.8	0.9

本研究では浸炭焼入れ工程を、(i)加熱工程、(ii)浸炭・拡散工程および(iii)冷却工程（焼入れ工程）の3工程に分け、前工程の結果を後工程に引継ぎながら解析した。解析時間を短縮するため、(i)加熱工程および(ii)浸炭・拡散工程では、はすば歯車全体が均一に加熱されるものと仮定している。ここで、各工程で実施する具体的な連成解析の内容は、次のとおりである。(i)加熱工程：熱伝導解析－相変態解析－弾塑性応力解析、(ii)浸炭・拡散工程：熱伝導解析－弾塑性応力解析－炭素拡散解析、(iii)冷却工程：熱伝導・熱伝達解析－相変態解析－弾塑性応力解析である。

図 4.3 に駆動歯車の FEM メッシュ（四面体要素）を示す。周期境界条件を与えることにより、36 枚の歯のうち 1 歯を解析対象とした。熱処理解析では、浸炭部のメッシュサイズを特に細かく設定し、浸炭部のメッシュサイズは 0.2～0.3mm 程度としている。熱処理解析には、図 4.4 に示す SNC815 の機械的・熱的性質などの各種材料データ<sup>(4.14)</sup>を用いた。ポアソン比 $\nu$ および密度 $\rho$ の値は一定とし、 $\nu=0.3$  および $\rho=7850\text{kg/m}^3$ を与えた。塑性域の変形抵抗については、 $\bar{\sigma}=Y(T,C)+H(T,C)\bar{\epsilon}$ で表される線形硬化モデル<sup>(4.18)</sup>を適用して算出した。ただし、 $T$ は温度、 $C$ は炭素濃度、 $Y(T,C)$ は初期降伏応力（図 4.4(b)）、 $H(T,C)$ は線形等方硬化係数（図 4.4(c)）、 $\bar{\epsilon}$ は相当塑性ひずみである。なお、ベイナイト相、オーステナイト相、マルテンサイト相が混合体として存在する場合には、混合則<sup>(4.19)</sup>により各相の物質特性と体積分率から混合体の物質特性を求めた。

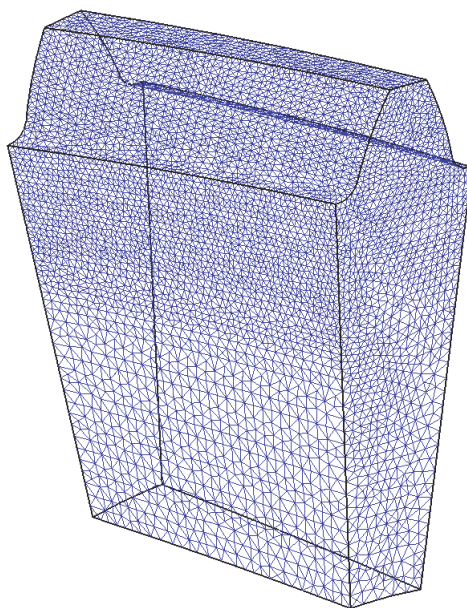
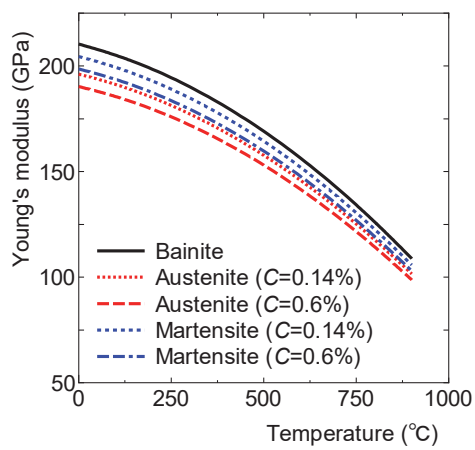
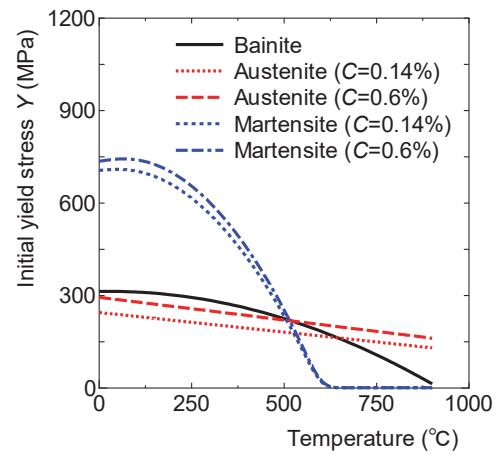


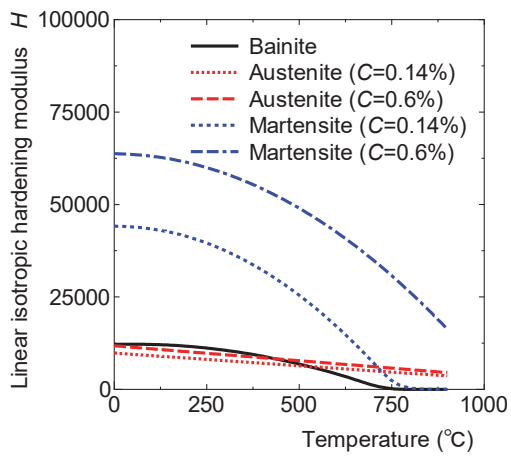
Fig. 4.3 FEM mesh ( $\beta=30^\circ$ )



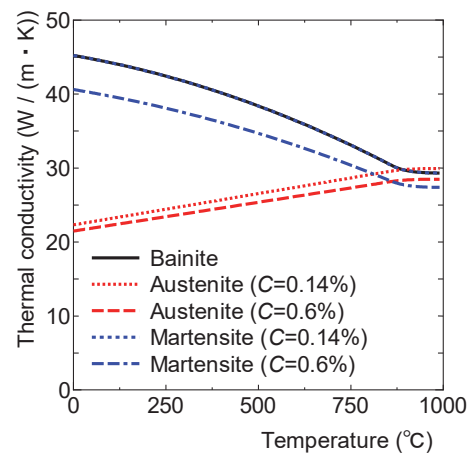
(a) Young's modulus



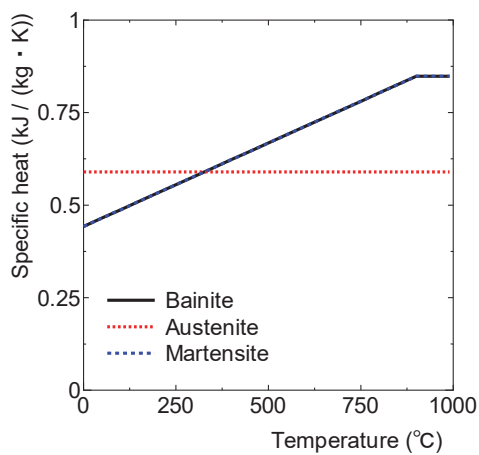
(b) Initial yield stress  $Y$



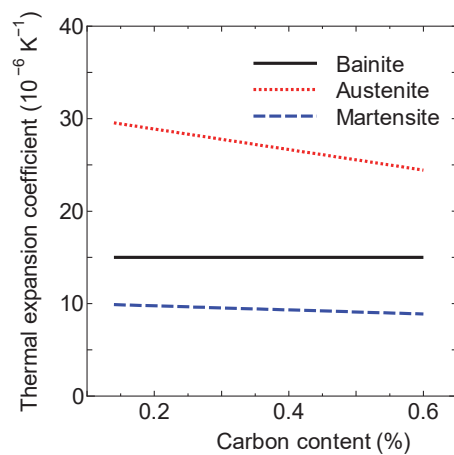
(c) Linear isotropic hardening modulus  $H$



(d) Thermal conductivity



(e) Specific heat



(f) Thermal expansion coefficient

Fig. 4.4 Material characteristics (SNC815)

焼入れでは冷却の進行にともない引張応力と圧縮応力による塑性変形がそれぞれ発生するため、塑性変形履歴により降伏点に変化する現象（Bauschinger 効果）を考慮できる移動硬化則<sup>(4.18)</sup>を適用した。また、相変態中に応力が存在すると降伏点が低下する現象である変態塑性の影響については、オーステナイトからマルテンサイトに変態する場合のみを考慮し、SNCM420HK の実験値<sup>(4.20)</sup>を参考にし、変態塑性係数  $K=5 \times 10^{-5} \text{MPa}^{-1}$  を与えた。相変態速度関係式には、オーステナイトからベイナイト変態の進行には KJMA(Kolmogorov-Johnson-Mehl-Avrami) の式<sup>(4.21)</sup>を、マルテンサイト変態の進行には Magee の式<sup>(4.22)</sup>を用いた。浸炭工程における拡散係数  $D$  は、炭素濃度依存性が考慮されている Tibbetts の実験式<sup>(4.15)</sup>を用い、炭素移行係数  $\beta_c$  は、プロパンを原料とする雰囲気ガスの場合の  $\beta_c=1.25 \times 10^{-5} \text{cm/s}$ <sup>(4.15)</sup> を与えた。油焼入れ工程における熱伝達率は、温度依存性が考慮されている油冷の場合の値<sup>(4.23)</sup>を用い、熱伝達率に及ぼす試験片の焼入れ時の姿勢や形状の影響は考慮せず、すべての冷却面に均一な値を与えた。

## 4.5 曲げ疲労試験

### 4.5.1 試験歯車

曲げ疲労試験に用いたはずば歯車対は、SNC815 材をホブ切り後、図 4.2 および表 4.2 に示す条件でガス浸炭焼入れされたものであり、歯車精度は JIS N8 級（旧 JIS 4 級）程度である。なお、本研究で用いる曲げ疲労試験機（次項を参照）では、動的負荷荷重が発生せず、負荷荷重も比較的大きいため、試験結果に及ぼす歯車精度の影響は小さいことが確認されており<sup>(4.24)</sup>、未研削の歯車でも研削した歯車（JIS N4 級程度）と同様の結果を得られる。

### 4.5.2 曲げ疲労試験方法

図 4.5 に本研究で用いた曲げ疲労試験機<sup>(4.25)</sup>の模式図を示す。この試験機は歯車対を任意のかみ合い位置でかみあわせて繰返し負荷を与える方式のパルセータ試験機であり、油圧を発生させる燃料噴射用ポンプとその駆動装置、トルク発生部および歯車支持装置により構成される。試験歯車（駆動歯車）はトルク発生部と同一軸に取り付けられ、支持歯車（被動歯車）の軸端を固定し、試験歯車軸に脈動油圧によるねじりトルクを加えることにより試験歯車の歯に繰返し負荷を与える。試験機の荷重繰返し速度は、図 4.6 に示すとおり毎分 500 回程度である。

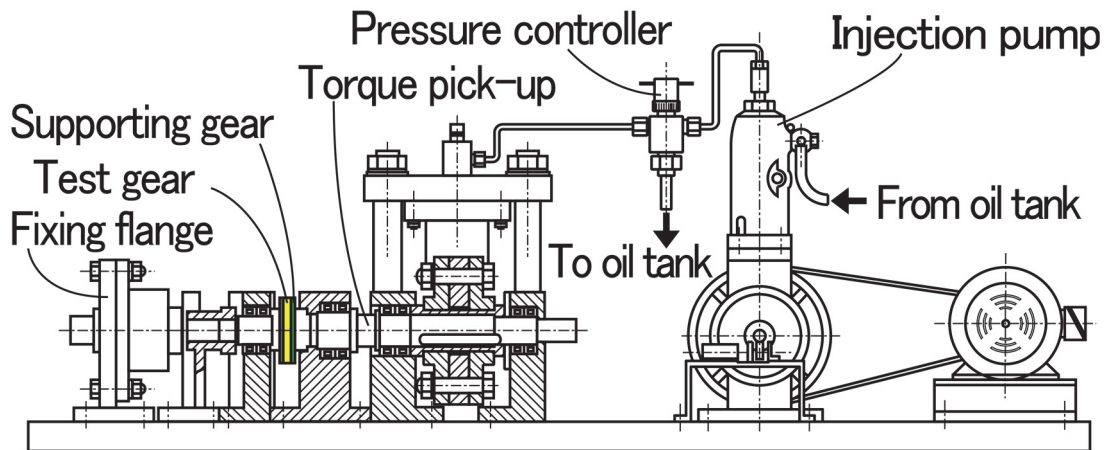


Fig. 4.5 Bending fatigue test machine<sup>(4.25)</sup>

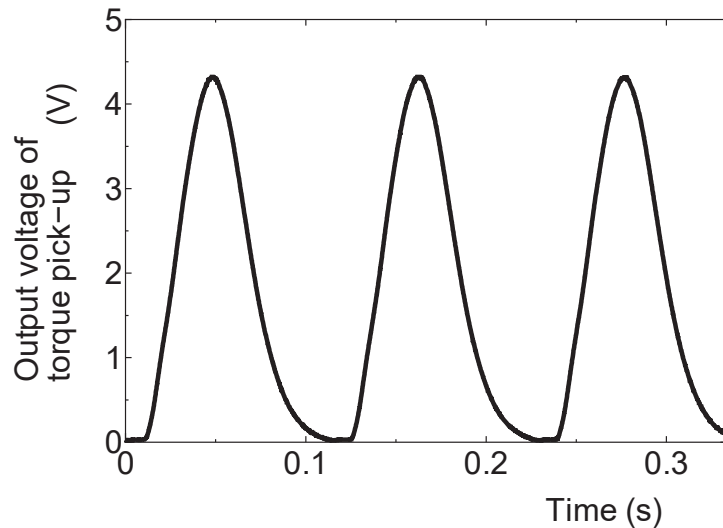


Fig. 4.6 Torque waveform of bending fatigue test machine

曲げ疲労試験は、最悪かみ合い位置で行った。なお、 $\beta=25, 30^\circ$ のはすば歯車対では3歯かみ合いとなり、本試験機により歯を折損させることが困難であったため、図4.7に示すように支持歯車の歯を切除し、1歯かみ合いで試験を行った。1歯かみ合いにすることによる歯元応力への影響については、事前にFEMで歯元応力を解析し、図4.8に示すとおりその影響は無視できる程度に小さいことを確認している。図4.8は、最悪かみ合い位置において $\beta=25, 30^\circ$ のはすば歯車対を1歯および3歯でかみあわせた各場合における歯元の各歯幅位置での最大主応力（ただし、歯幅位置の全範囲における最大主応力の最大値で割ることで規格化している）を示したものである。

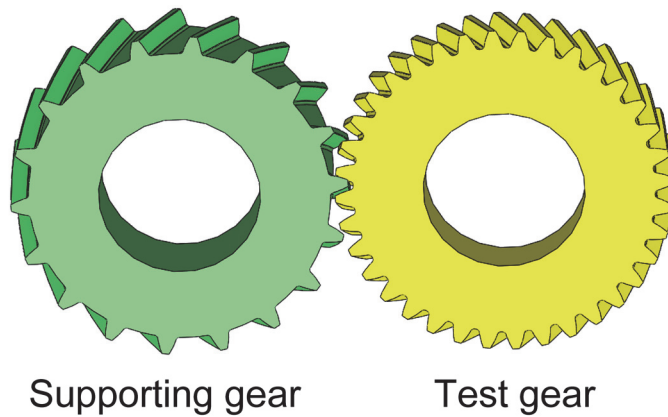


Fig. 4.7 Test helical gears pair

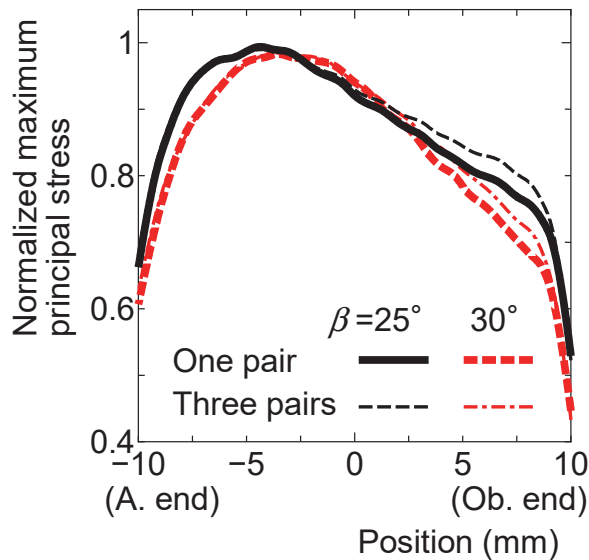


Fig. 4.8 Distributions of normalized maximum principal stress at tooth roots

#### 4.6 FEMによる歯元応力解析結果

図 4.9 は、試験歯車に円周力  $F_t=23.5\text{kN}$  を与えた場合の各歯幅位置における歯元応力（最大主応力）のかみ合い始めから、かみ合い終わりまでの変化を示す。図中の  $b=0\text{mm}$  は歯幅中央、 $b=-10\text{mm}$  および  $b=10\text{mm}$  はそれぞれ歯幅端の鋭角側(A. end)および鈍角側(Ob. end)であることを示し、また、破線は歯幅中央部がピッチ点でかみ合う位置を示す。

かみ合い進行にともなう各かみ合い位置での歯元応力の変化は、 $\beta$ の増加にしたがい小さくなり、 $\beta \geq 20^\circ$ では $\beta=10^\circ$ の場合のような明確なピークはみられず、 $\beta$ の増加にしたがい最

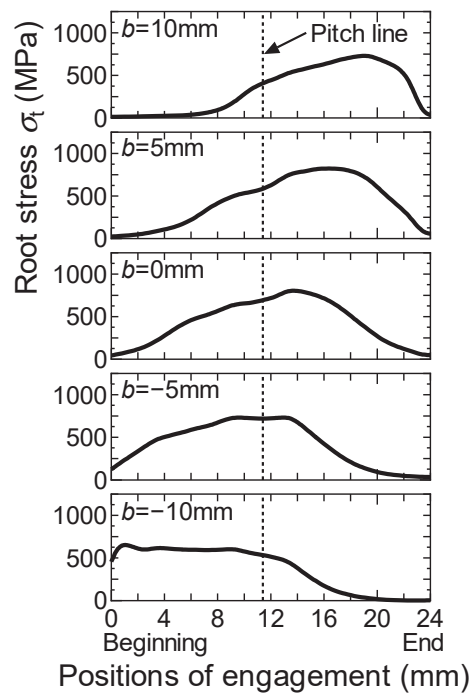
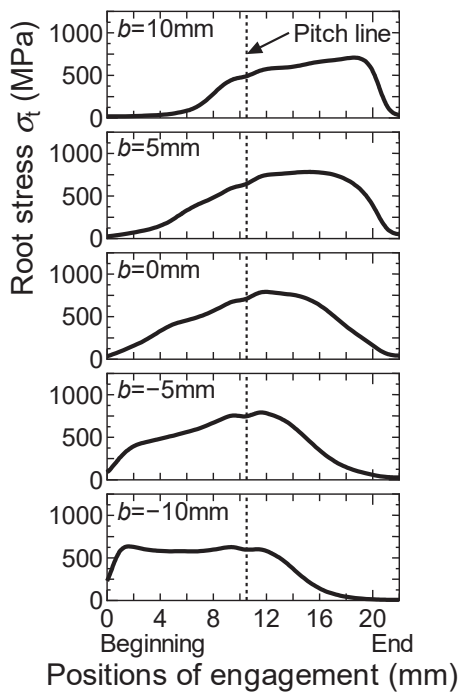
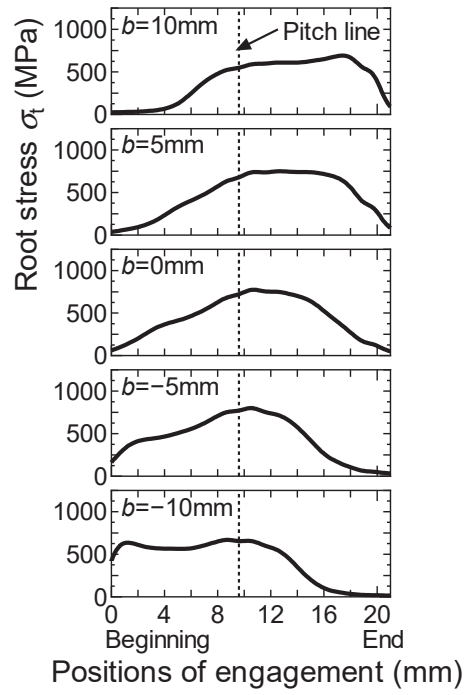
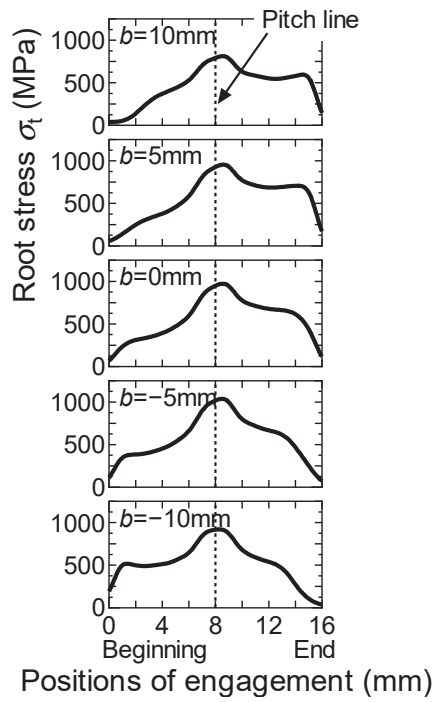


Fig. 4.9 Root stress wave forms

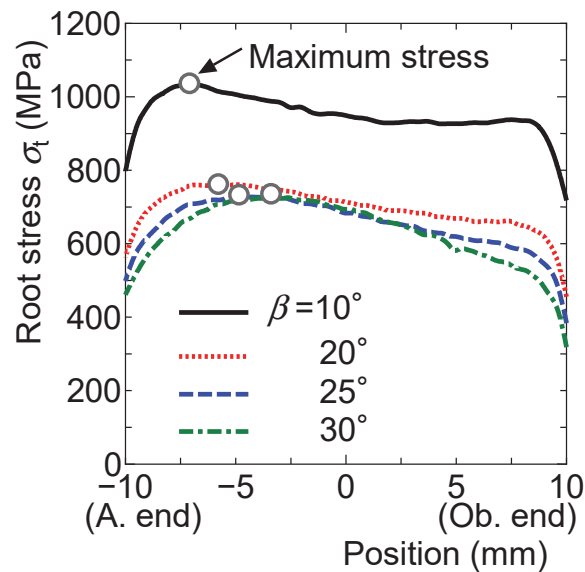


Fig. 4.10 Root stress distributions on worst meshing positions

悪かみ合い位置以外でも最大応力と同程度の高い応力が発生する傾向が強まる。いずれの  $\beta$  においても、最悪かみ合い位置は歯幅中央部がピッチ点でかみ合う位置付近であり、最悪かみ合い位置における歯元応力分布は図 4.10 に示すとおりになる。歯元応力に及ぼす  $\beta$  の影響については、 $\beta=10^\circ$  では 1 歯かみ合いとなるため、 $\beta \geq 20^\circ$  の場合に比べて歯元応力が大きくなる。また、 $\beta$  の増加にしたがい最大応力が発生する歯幅位置は、図中に丸印のプロットで示すとおり A. end 寄りから歯幅中央寄りに移動し、 $\beta \geq 20^\circ$  では最大応力に比べて両歯幅端付近の応力が小さくなる傾向がより顕著になる。

## 4.7 FEM による熱処理解析結果

### 4.7.1 ビッカース硬さ分布

図 4.11 は、 $\beta=20^\circ$  のはすば歯車を条件 A, B, C で浸炭焼入れした場合の歯幅中央断面におけるビッカース硬さ (以下, HV 硬さと略す) の計算値と実験値であり、硬さの計算値は、熱処理解析により求めた炭素濃度を HV 硬さに変換<sup>(4.26), (4.27)</sup>したものである。いずれの熱処理条件においても計算値は実験値とよく一致し、熱処理解析における炭素の拡散解析の妥当性を確認することができる。



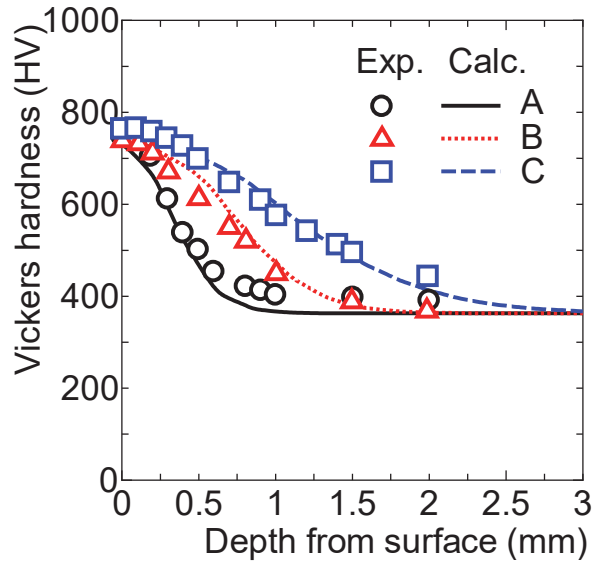


Fig. 4.11 Vickers hardness distributions ( $\beta=20^\circ$ )

#### 4.7.2 残留応力

図 4.12 は、 $\beta=20^\circ$ のはずば歯車を条件 A, B, C で浸炭焼入れした場合の各歯幅位置における歯元の最表面の炭素濃度、残留オーステナイト量および圧縮残留応力（最小主応力）計算結果である。本計算による残留応力の絶対値は、浸炭焼入れ平歯車に対して行われた残留応力の測定結果<sup>(4.28)</sup>および実験で取得した温度と熱膨張率の関係および温度と降伏応力の関係を用いて相変態解析を模擬した FEM による残留応力解析結果<sup>(4.29)</sup>と同程度のオーダーの値となった。圧縮残留応力の絶対値は、条件 A, B, C の順に小さくなり、条件 C では特に小さくなる。このような小さな圧縮残留応力が得られた理由は、炭素濃度が高くなるほど残留オーステナイト量が増加する<sup>(4.30)</sup>からだと考えられる。本熱処理条件では、炭素濃度は条件 A, B, C の順に大きくなり、条件 C では残留オーステナイト量が 30%程度にまで増加する。オーステナイトはその比容積がマルテンサイト比べて小さい<sup>(4.3)</sup>ため、条件 C では圧縮残留応力が特に小さくなったと考えられる。図 4.13 は、 $\beta=10, 20, 25, 30^\circ$ のはずば歯車を条件 B で浸炭焼入れした場合の各歯幅位置における歯元の最表面の圧縮残留応力の計算結果である。同一熱処理条件の場合、残留応力に及ぼす $\beta$ の影響は小さく、いずれの $\beta$ においても圧縮残留応力は両歯幅端(A. end, Ob. end)付近で大きく減少する傾向がみられる。

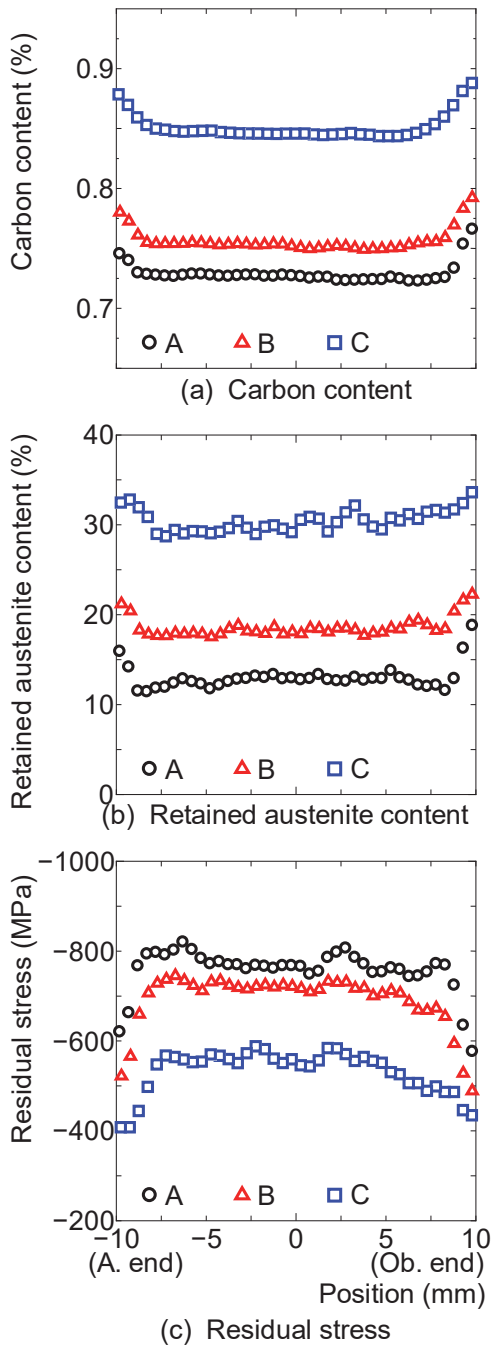


Fig. 4.12 Results of heat treatment analysis  
( $\beta=20^\circ$ )

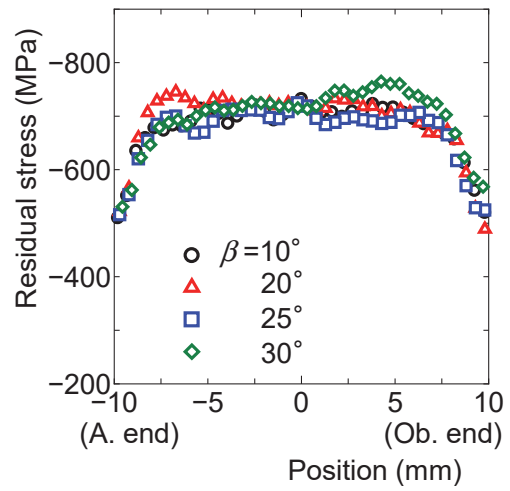


Fig. 4.13 Residual stress distributions  
(Condition B)

## 4.8 曲げ疲労限度の推定

### 4.8.1 曲げ疲労限度の推定モデル

会田ら<sup>(4.28)</sup>は、残留応力は疲労強度に対して平均応力として作用する<sup>(4.31)</sup>という考え方もとづき、耐久限度線図<sup>(4.31)</sup>を用いて浸炭焼入れ平歯車の曲げ疲労強度を計算している。本研究では、この計算法をはずば歯車に発展させ、図 4.14 に示す耐久限度線図を用いて浸炭焼入れはずば歯車の曲げ疲労強度を推定した。浸炭焼入れ材の疲労強度に対しては、残留応力のほかに残留オーステナイト量も影響を及ぼすことが知られている。例えば、有効硬化層深さ  $d_e=0.8\text{mm}$  の SCM420 の浸炭焼入れ材では、残留オーステナイト量が 16.6%で疲労強度が最大となり、その残留オーステナイト量よりも高くても低くても疲労強度は低下するという報告<sup>(4.3)</sup>がある。残留オーステナイト量と残留応力には相関関係があり<sup>(4.32)</sup>、残留応力の値には残留オーステナイト量の影響が含まれるものと考え、本研究では残留応力のみを考慮して疲労強度を推定することとした。ここで、図 4.14 中の  $\sigma_w$  は両振り曲げ疲労限度、 $\sigma_T$  は真破断力、 $\sigma_r$  は残留応力、 $\sigma_{up}$  は  $\sigma_r$  の寄与を含む片振り曲げ疲労限度、 $\sigma_{uop}$  は  $\sigma_r$  の寄与を含まない片振り曲げ疲労限度である。会田らが求めた  $\sigma_T$ 、 $\sigma_{uop}$ 、 $\sigma_w$  と HV 硬さとの関係<sup>(4.28)</sup>にしたがい、熱処理解析で求めた HV 硬さ (図 4.13) を用い図 4.15 に示すとおり  $\sigma_T$ 、 $\sigma_{uop}$ 、 $\sigma_w$  を算出した。なお、初期の残留応力は荷重の繰返しにより減衰する<sup>(4.31)</sup>ことが明らかにさ

$$\sigma_{up} = \left(1 - \frac{\sigma_r}{\sigma_T}\right) \sigma_{uop} \quad (4.1)$$

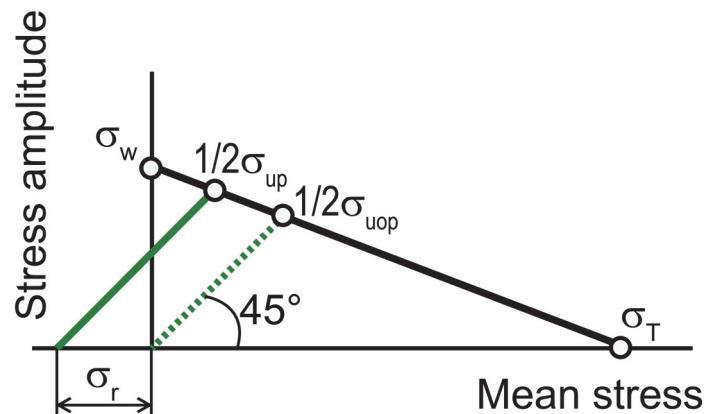


Fig. 4.14 Endurance limit diagram

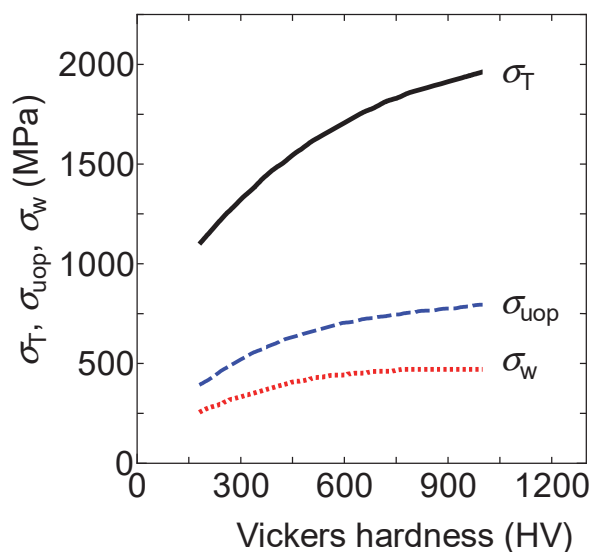


Fig. 4.15 Relationship between  $\sigma_T$ ,  $\sigma_{uop}$ ,  $\sigma_w$  and HV(4.28)

れているので、会田らの方法<sup>(4.28)</sup>と同様に初期の残留応力の85%の値が全繰返し期間にわたって作用するものとした。残留応力 $\sigma_r$ を考慮した片振り曲げ疲労限度 $\sigma_{up}$ は、図4.14より式(4.1)で与えられる。

#### 4.8.2 曲げ疲労限度の推定値

図4.16に、 $\beta=30^\circ$ 、条件Bの場合の歯元最表面の各歯幅位置における $\sigma_{up}$ と歯元応力 $\sigma_t$ の計算結果を示す。 $\sigma_{up}$ は熱処理解析結果にもとづき図4.15と式(4.1)を用いて求めた。なお、疲労試験にはホブ切り加工のまま(未研削)のはずば歯車を使用しているため、疲労強度に及ぼす表面粗さの影響を考慮し、式(4.1)に表面粗さ係数 $\zeta=0.8$ <sup>(4.33)</sup>を乗じて $\sigma_{up}$ を求めた。本研究では、図4.16に示すとおり $\sigma_{up}$ と $\sigma_t$ の曲線が接する点における応力の値を疲労限度の推定値 $\sigma_{est}$ とする。この具体的な手順としては、駆動歯車に加えるトルク $T_q$ と $\sigma_t$ との線形関係を利用し、任意の $T_q$ で求めた $\sigma_t$ の値にもとづき、 $\sigma_{up}$ と $\sigma_t$ の曲線が接する $T_q$ の値を適宜求めるといものである。この推定値 $\sigma_{est}$ を図4.17に示すS-N曲線から得られた疲労限度の実験値 $\sigma_{exp}$ と比較した(図4.18)。ここで、図4.17に示す歯元応力 $\sigma_t$ は、 $T_q$ にもとづきFEMで計算した最大歯元応力であり、図4.18に示す疲労限度 $\sigma_{exp}$ は、荷重繰返し数が $5 \times 10^6$ 回を超えても歯が折損しないときの最大歯元応力とした。図4.18(a)は $\beta=20^\circ$ の場合の結果であり、疲労限度の推定における熱処理条件の影響を示すものである。条件Cでは、熱処理解析に

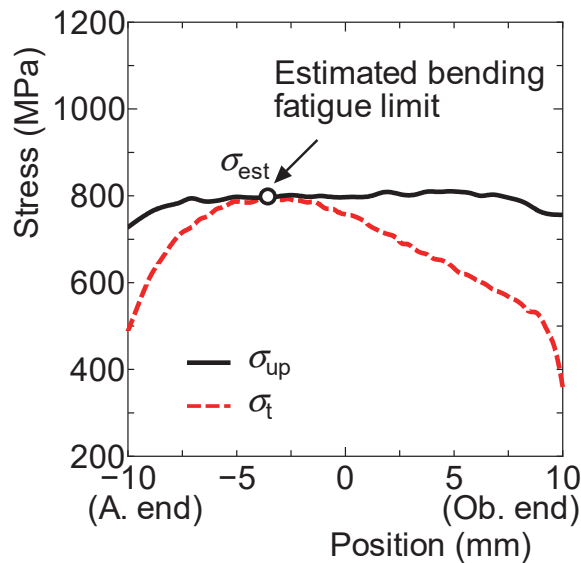


Fig. 4.16 Estimated bending fatigue limit ( $\beta=30^\circ$ )

において圧縮残留応力が条件 A および B に比べて特に小さくなり、 $\sigma_{est}$  が最も小さくなった。この傾向は疲労試験による  $\sigma_{exp}$  でもみられた。ゆえに、圧縮残留応力の低下による疲労限度の低下を計算により再現することができた。図 4.18(b)は条件 B の場合の結果であり、疲労限度の推定における  $\beta$  の影響を示すものである。 $\beta \leq 25^\circ$  においては  $\sigma_{est}$  と  $\sigma_{exp}$  はよく一致し、 $\sigma_{est}$  の値は  $\sigma_{exp}$  に対して  $\pm 10\%$  の誤差の範囲に収まった。しかし、 $\beta=30^\circ$  では  $\sigma_{est}$  の値は  $\sigma_{exp}$  よりも 30%程度小さく、 $\beta \leq 25^\circ$  の場合と比べてかなり安全側の予測になる傾向がみられた。 $\sigma_{est}$  が  $\sigma_{exp}$  よりも 30%程度安全側になった理由としては、次の二つの理由が複合的に影響を及ぼしているものと考えられる。一点目は、はすば歯車では、 $\beta$  が大きくなるほど最大応力と同程度の高い応力が発生する範囲が狭くなる傾向があるためであると考えられる。この可能性を検討するため、図 4.10 で示した歯元応力分布において最大応力の 95%以上の値が発生する幅  $b_{\sigma 95}$  が歯幅  $b_1$  に占める割合  $b_{\sigma 95}/b_1$  (図 4.19) を求め、 $\beta$  の変化に対する  $b_{\sigma 95}/b_1$  および  $\sigma_{est}/\sigma_{exp}$  の値の変化の傾向を比較した。図 4.20 に示すとおり  $\beta$  の変化に対する  $b_{\sigma 95}/b_1$  と  $\sigma_{est}/\sigma_{exp}$  の変化の傾向はよく一致し、 $b_{\sigma 95}/b_1$  が最小となる  $\beta=30^\circ$  では、 $\sigma_{est}/\sigma_{exp}$  の値も最小となった。このことから、最大応力のみならず最大応力と同程度の応力が発生する幅  $b_{\sigma 95}$  も疲労強度に影響を及ぼしている可能性があることが推察される。二点目は、応力集中係数が大きくなると、応力集中係数と切欠き係数とが一致しなくなり、安全側の予測になる<sup>(4.31)</sup>からだと考えられる。小田らの報告<sup>(4.25)</sup>では、はすば歯車の疲労強度(時間強度)に及ぼす  $\beta$  の影響として、はすば歯車では  $\beta$  が大きくなるほど歯元すみ肉部の曲率半径が小さくな

り、応力集中係数が増大するという考察がなされている。この考察にもとづくと、 $\beta=30^\circ$ では $\beta \leq 25^\circ$ の場合に比べて応力集中係数が大きく、応力集中係数と切欠き係数が一致しなくなり、より安全側の予測になった可能性があると考えられる。本研究では、歯元の最表面に発生する最大応力のみを用いて $\sigma_{est}$ を推定したため、 $\beta=30^\circ$ では $\sigma_{est}$ と $\sigma_{exp}$ が一致しなくなったと考えられる。 $\beta \geq 30^\circ$ のはずば歯車では、この傾向がより顕著に現れることが示唆されるため、 $\beta \geq 30^\circ$ の場合の評価応力の取扱いについては第5章で検討する。

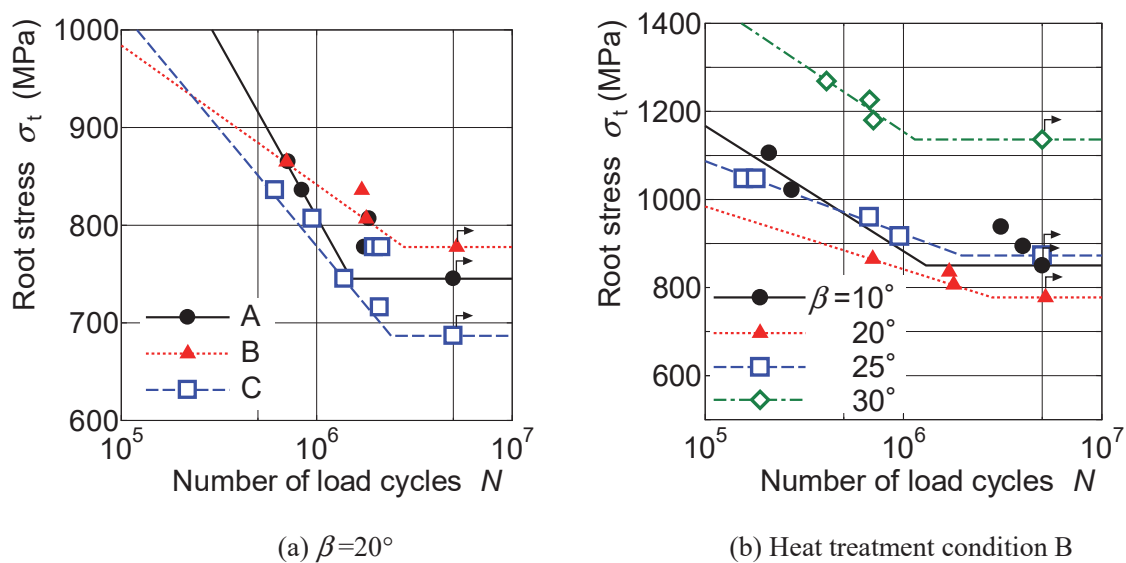


Fig. 4.17 Bending fatigue strength ( $S-N$  curves)

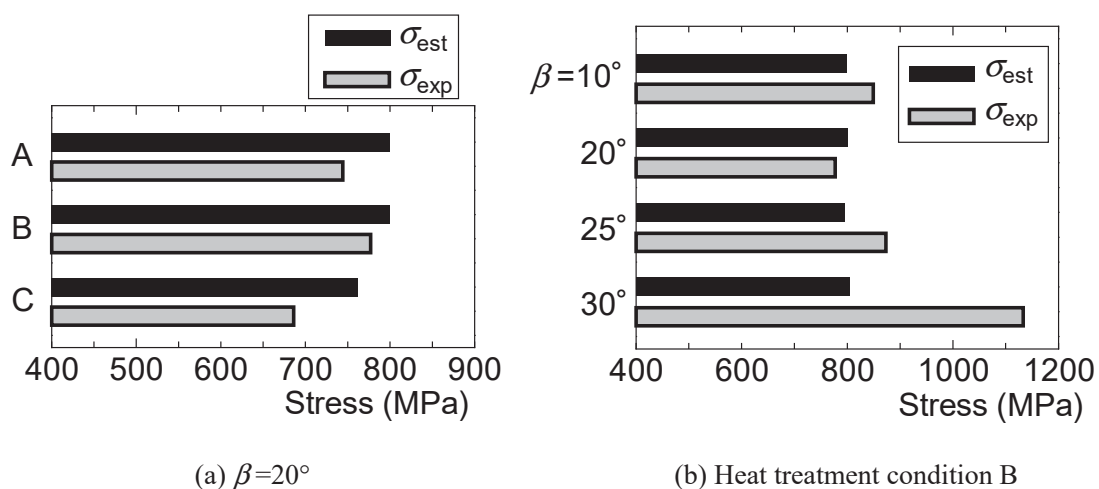


Fig. 4.18 Comparison of bending fatigue limits between calculated and experimental values

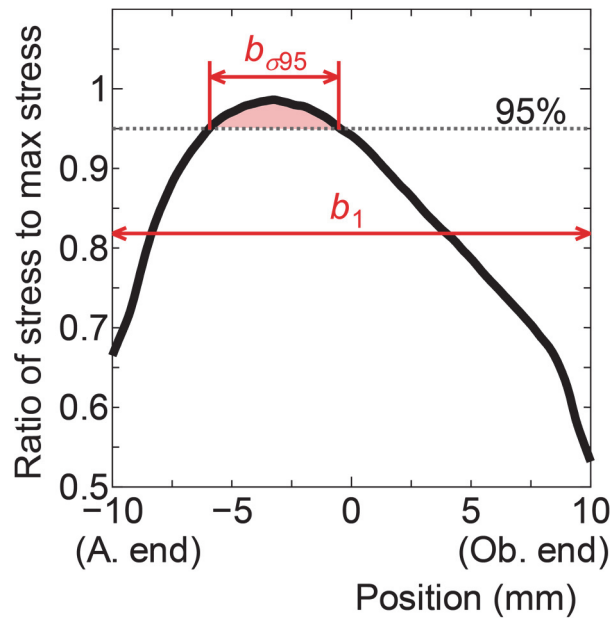


Fig. 4.19 Definition of  $b_{\sigma 95}$  and  $b_1$

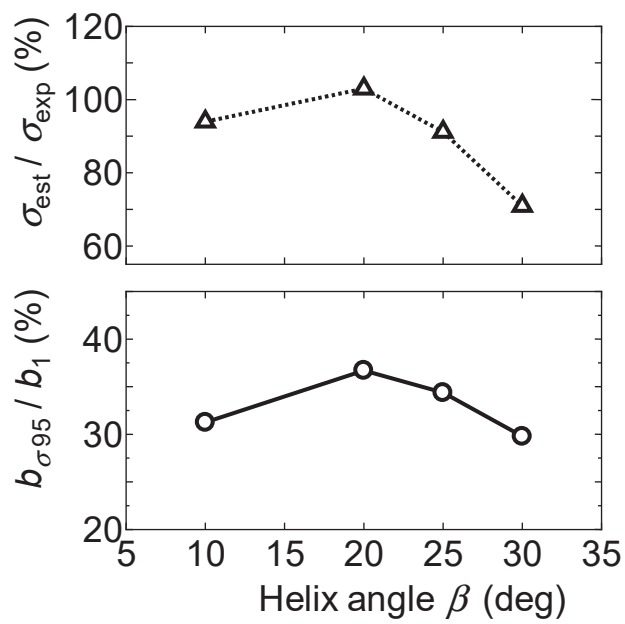


Fig. 4.20 Influence of the width of maximum root stresses on the estimation of the bending fatigue strength

## 4.9 結 言

本章では、FEM による歯元応力解析と熱処理解析の結果を耐久限度線図に適用し、ねじれ角 $\beta=10^\circ$ から $\beta=30^\circ$ までの浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度を推定した。得られた結果を要約すると次のとおりである。

- (1) 本研究手法による浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労限度の推定値 $\sigma_{est}$ は、ねじれ角 $\beta \leq 25^\circ$ では、パルセータ試験機による実験値 $\sigma_{exp}$ に対して $\pm 10\%$ の誤差の範囲に収まり、両者の値はかなりよく一致した。ゆえに、一連の曲げ疲労強度推定法の有効性が示された。
- (2)  $\beta=30^\circ$ では $\sigma_{est}$ の値は $\sigma_{exp}$ よりも30%程度小さい結果となり、 $\beta \leq 25^\circ$ の場合とは異なる傾向がみられた。本研究では、歯元的最表面で発生する最大応力を評価応力として取扱ったが、 $\beta=30^\circ$ では最大応力のみによる評価では不十分であることが示唆された。この点については本推定法の検討課題であり、 $\beta \geq 30^\circ$ のはすば歯車を対象にした曲げ疲労強度の推定を第5章で引き続き行う。
- (3)  $\beta=20^\circ$ の場合における熱処理条件の影響の検証結果としては、残留オーステナイト量が過大となり圧縮残留応力が低下することに起因すると考えられる $\sigma_{exp}$ の低下傾向を、 $\sigma_{est}$ でも再現できることを確認した。



## 第5章 大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度設計

### 5.1 緒言

第4章ではFEMによる歯元応力解析と熱処理解析を援用した曲げ疲労強度推定法について検討し、ねじれ角 $\beta \leq 25^\circ$ では疲労限度の推定値 $\sigma_{est}$ は実験値 $\sigma_{exp}$ に対して $\pm 10\%$ の範囲に収まり、当該推定法の有効性が確認された。しかし、 $\beta = 30^\circ$ のはすば歯車に対しては、 $\sigma_{est}$ は $\sigma_{exp}$ よりも30%程度小さくなり、当該推定法を $\beta \geq 30^\circ$ の大ねじれ角はすば歯車に適用する場合には、評価応力の修正が必要であることが検討課題となった。

ところで、第4章では、歯幅中央部付近で最大応力が発生するかみ合い位置のみで疲労強度を推定している。第1章で述べたとおり、浸炭焼入れはすば歯車では、歯幅端の鋭角側(A. end)付近で過度に厚い硬化層が形成され、この厚すぎる硬化層は浸炭焼入れはすば歯車の疲労強度を低下させると言われている<sup>(5.1),(5.2)</sup>。厚すぎる硬化層が疲労強度を低下させる明確な理由は明らかにされていないが、厚すぎる硬化層により圧縮残留応力が低下することや、残留オーステナイト量が増加することがその一因になっているものと推察される。こうしたなかで、大ねじれ角はすば歯車では、従来の $\beta \leq 30^\circ$ のはすば歯車よりもA. endの不完全部の鋭角度が増し、厚すぎる硬化層が形成される領域が拡大する可能性があるため、疲労強度に及ぼすA. endにおける不完全部の硬化層の影響について十分に把握しておく必要があると考えられる。さらに、第3章で示したようにA. end付近の歯元応力 $\sigma_t$ は、 $\beta$ が増加するほど増大する傾向があり、大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度の評価は、第4章で行ったような歯幅中央部で高い歯元応力 $\sigma_t$ が発生するかみ合い位置のみでは不十分であるものと考えられる。

そこで、本章では、第4章で実施した $\beta \leq 30^\circ$ の浸炭焼入れはすば歯車の疲労強度に関する実験と解析での評価を $\beta = 40.88^\circ$ まで拡張し、第4章で検討課題となった $\beta \geq 30^\circ$ での評価応力の取扱いについて検討した。また、大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度に及ぼすA. end付近の硬化層の影響について調べるため、はすば歯車の歯車側面を「浸炭する場合」と「浸炭しない場合」の二つの条件において、第4章で実施した歯幅中央部で $\sigma_t$ が大きくなるかみ合い位置での評価に加え、A. end付近で $\sigma_t$ が大きくなるかみ合い位置での評価も行った<sup>(5.4),(5.5)</sup>。さらに、各種かみ合い位置における曲げ疲労限度円周力を推定し、この推定結果にもとづき、浸炭焼入れ大ねじれ角はすば歯車の疲労設計法についても考察した。

## 5.2 供試はすば歯車

### 5.2.1 歯車諸元

表 5.1 に本章で用いるはすば歯車対の主要諸元を示す。本章では、ねじれ角 $\beta=20^\circ$ から $\beta=40.88^\circ$ までの大ねじれ角はすば歯車対を実験・解析対象とした。表中の添え字の 1 と 2 は、それぞれ駆動歯車と被動歯車であることを示し、歯幅はそれぞれ  $b_1=20\text{mm}$  および  $b_2=30\text{mm}$  である。歯車対の中心距離が指定されている場合の歯車設計を想定し、各ねじれ角に対して、円周方向バックラッシュ  $j_t=0.60\text{mm}$  を考慮したかみ合いピッチ円半径がほぼ等しくなる歯数比  $z_2/z_1$  を表 5.1 に示すとおり選定した。この諸元における駆動歯車の 3D モデルは図 5.1 に示すとおりである。

歯車材料は JIS SNC815 であり、この材料にガス浸炭焼入れした場合の曲げ疲労限度を評価した。疲労試験に用いた歯車対は、浸炭焼入れ後、歯面研削されており、歯車精度は旧 JIS 0 級（JIS N4 級程度）である。

Table 5.1 Dimensions of helical gear pairs

Normal module	$m_n$	3			
Normal pressure angle	$\alpha_n$ (deg)	20			
Face width	$b_2/b_1$ (mm)	30/20			
Helix angle	$\beta$ (deg)	20	30.58	36.05	40.88
Number of teeth	$z_2/z_1$	36/36	33/33	31/31	29/29
Circumferential backlash	$j_t$ (mm)	0.60			
Material		SNC815			

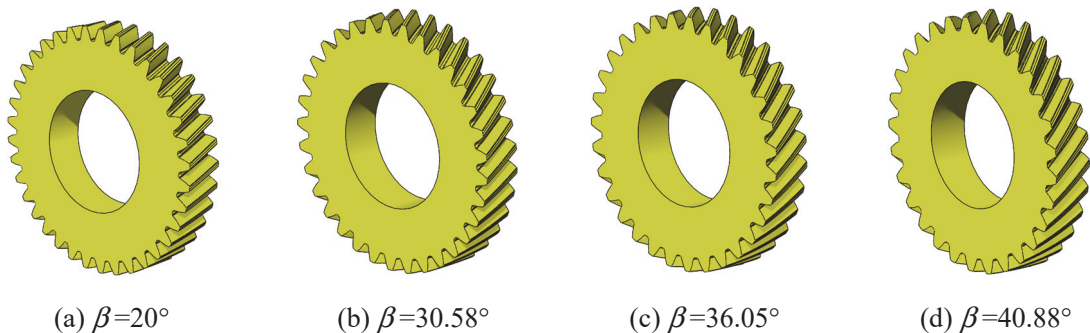


Fig. 5.1 Helical gear models (Drive gears)

## 5.2.2 熱処理条件

図 5.2 にはすば歯車対のガス浸炭焼入れ条件を示す。この熱処理条件は、歯車メーカー（株式会社ナゴヤギア）で実際に処理されているものである。加熱温度は  $930^{\circ}\text{C}$  であり、浸炭および拡散時のカーボンポテンシャルと処理時間は、それぞれ  $C_p=1.2\%$ ,  $t_c=240\text{min}$  および  $C_d=0.8\%$ ,  $t_d=180\text{min}$  である。焼入れ温度は  $830^{\circ}\text{C}$  であり、この温度から  $50^{\circ}\text{C}$  の油中で冷却される。

大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度に及ぼす歯幅端不完全部の硬化層の影響を調べるため、本章では、図 5.3 に示すとおり歯面のみ浸炭する Case T と、歯面と歯車側面を浸炭する Case TS の二つの条件で実験と解析を行った。

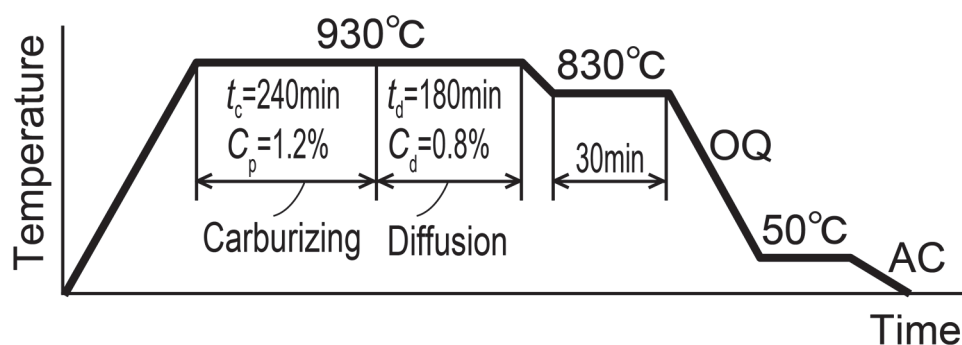


Fig. 5.2 Heat treatment condition of helical gears

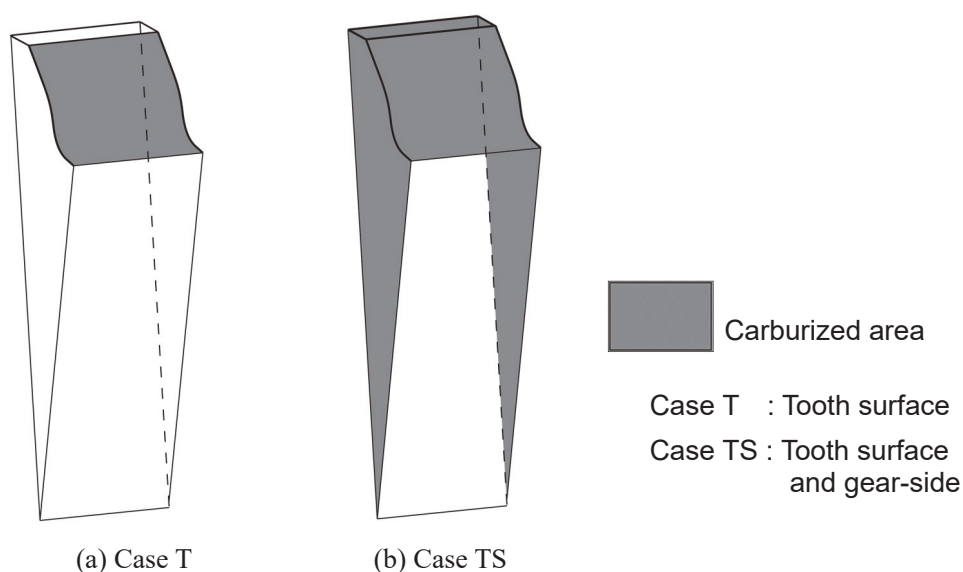


Fig. 5.3 Carburized areas

### 5.3 歯車対のかみ合い位置

本章では、浸炭焼入れはすば歯車の疲労強度に及ぼす鋭角側の歯幅端(A. end)付近の硬化層および歯元応力分布の影響について調べるため、図 5.4 に示すとおり二つのかみ合い位置における曲げ疲労強度を評価した。Mesh C (Mesh : Meshing position, C : Center)は歯幅中央部付近で最も大きな歯元応力が発生するかみ合い位置であり、Mesh A (A : Acute)は A. end 付近で大きな歯元応力が発生し、かつ、第 4 章で実施したような 1 歯かみあい状態での曲げ疲労試験において着目歯のみを破損できるかみ合い位置である。

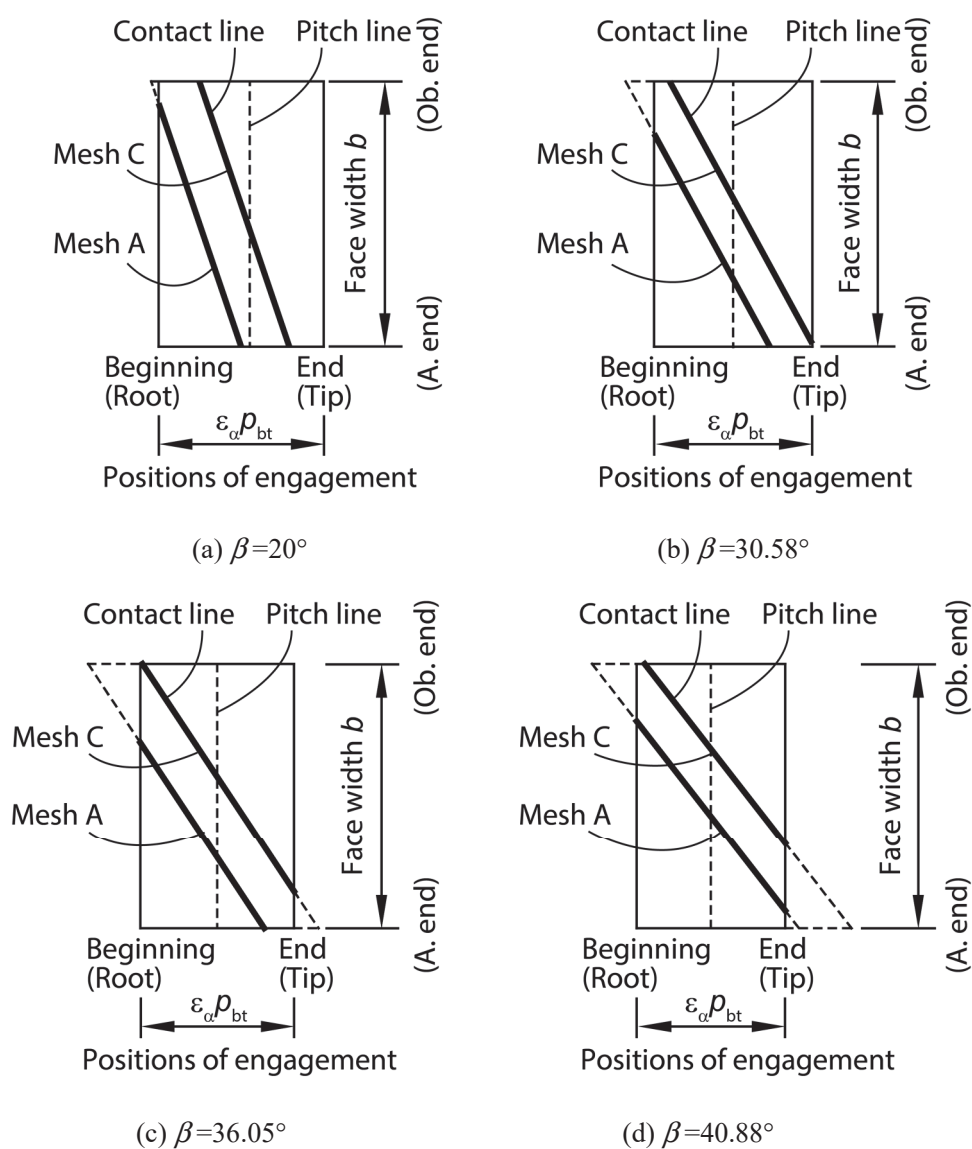


Fig. 5.4 Meshing positions (Mesh C and Mesh A) on the plane of action

( $\epsilon_\alpha$  : Transverse contact ratio,  $p_{bt}$ : Transverse base pitch)

## 5.4 歯元応力解析

### 5.4.1 歯元応力解析条件

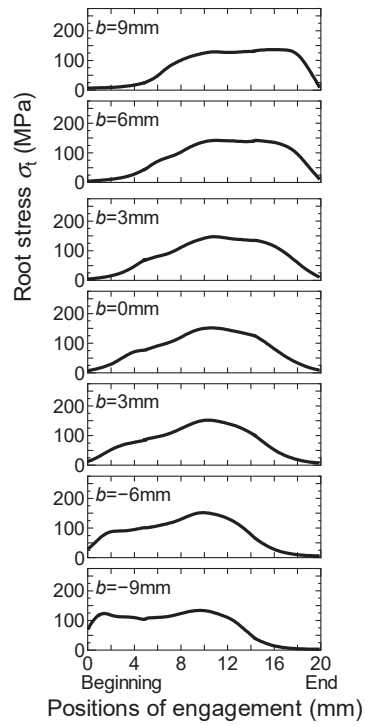
表 5.1 に示す各種ねじれ角 $\beta$ のはすば歯車対に円周力  $F_t=4\text{kN}$  (駆動トルク  $T_f=231.4\text{Nm}$ ) を与えた場合の歯元応力 $\sigma_t$ を FEM で解析した。FEM 解析方法および解析条件は、第 2 章で実施したものと同様である。

### 5.4.2 歯元応力解析結果

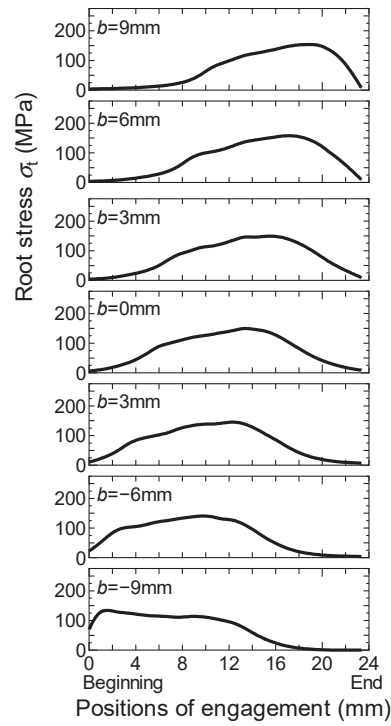
図 5.5 に各種ねじれ角 $\beta$ のはすば歯車対のかみ合い進行にともなう歯元応力 $\sigma_t$ の変化を示す。第 3 章で述べたとおり、A. end 部がかみ合い始める位置での $\sigma_t$ は、 $\beta$ の増加にともない増大する傾向が強くなり、 $\beta \geq 36.05^\circ$ では、A. end 部のかみ合い始めにおいて、全かみ合い位置のなかで最も大きな $\sigma_t$ が発生するようになる。

図 5.6 に 1 歯かみ合い状態における Mesh A および Mesh C での歯元応力分布を示す。Mesh A および Mesh C のいずれのかみ合い位置においても、 $\sigma_t$ は $\beta$ が増加するほど増大する傾向がみられる。これは、Mesh C では、 $\beta$ が大きくなるほど歯元の応力集中係数 $\alpha$ が大きくなること<sup>(5.5)</sup>、また、Mesh A では、 $\alpha$ の影響のほか、歯元応力に及ぼす A. end の不完全部の剛性が $\beta$ の増加にともない低下するためと考えられる。なお、図 5.7 は、 $\beta=40.88^\circ$ のはすば歯車対の 1 歯かみ合い状態と、複数の歯が同時にかみ合う状態 (以下、「通常のかみ合い状態」という) での歯元応力を比較したものである。ここで、図 5.7 中の値は、Mesh A および Mesh C の各かみ合い位置において、歯車対を 1 歯ならびに 2 歯または 3 歯でかみ合わせた各場合における、歯元の各歯幅位置での $\sigma_t / \sigma_{t\max}$ を示したものである ( $\sigma_{t\max}$ : 歯幅位置の全範囲における $\sigma_t$ の最大値)。 $\beta=40.88^\circ$ のような大きなねじれ角のはすば歯車においても、両者の歯元応力分布はよく一致し、1 歯かみ合い状態で歯元応力を評価する影響は無視できる程度に小さいことを確認している。

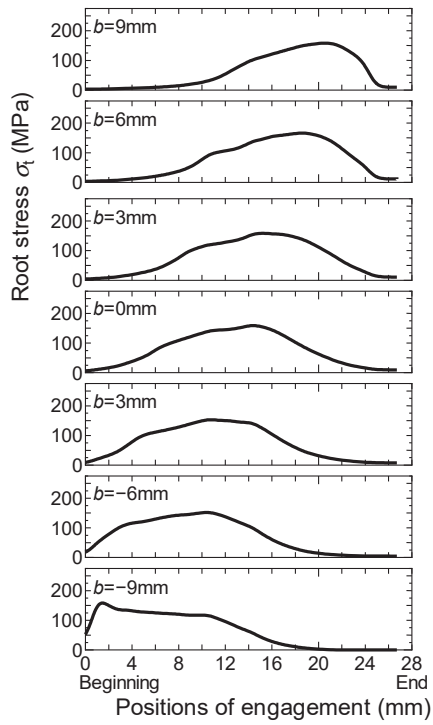
図 5.8 は、図 5.6 で求めた $\sigma_t$ を、図 5.7 と同様に $\sigma_{t\max}$ で規格化したものである。Mesh A では、 $\beta$ が増加しても $\sigma_{t\max}$ と同程度の高い応力が発生する領域がほとんど変化しないのに対して、Mesh C では $\beta$ の増加にともない $\sigma_{t\max}$ と同程度の高い応力が発生する領域が狭くなる傾向がみられる。



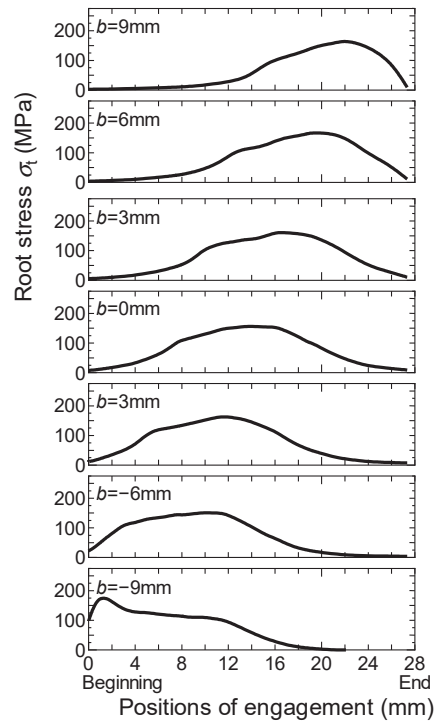
(a)  $\beta=20^\circ$



(b)  $\beta=30.58^\circ$



(c)  $\beta=36.05^\circ$



(d)  $\beta=40.88^\circ$

Fig. 5.5 Root stress wave forms

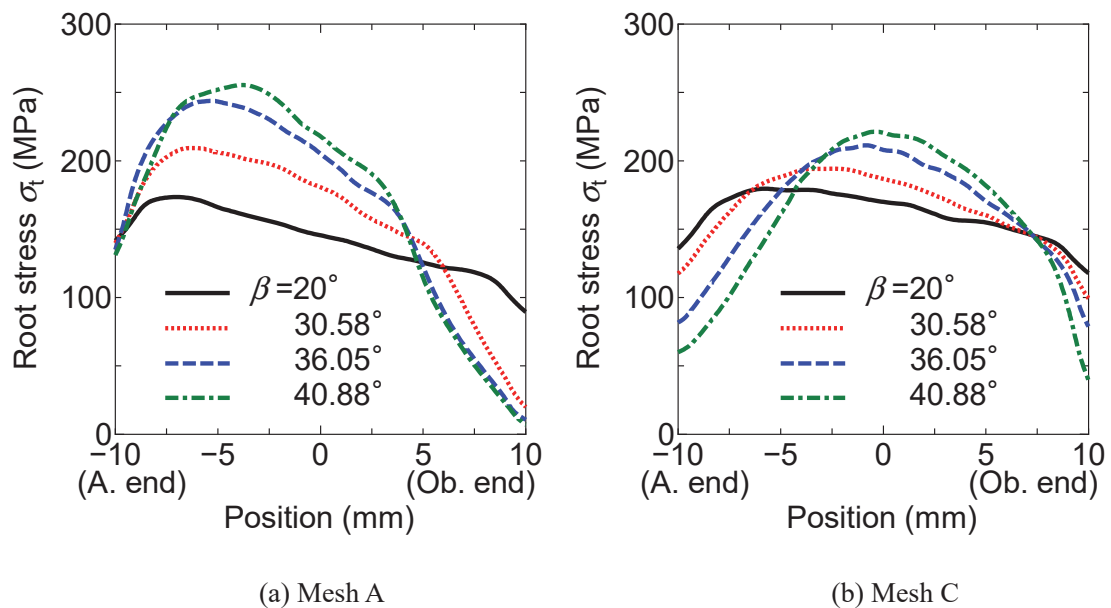


Fig. 5.6 Root stress distributions on Mesh A and Mesh C

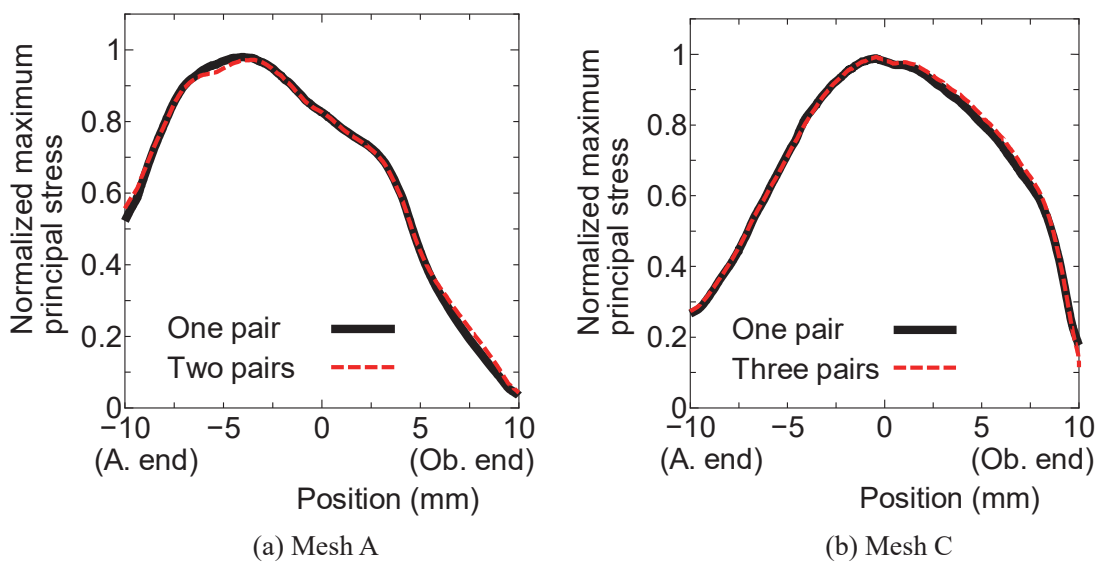


Fig. 5.7 Distributions of normalized maximum principal stress at tooth roots ( $\beta=40.88^\circ$ )

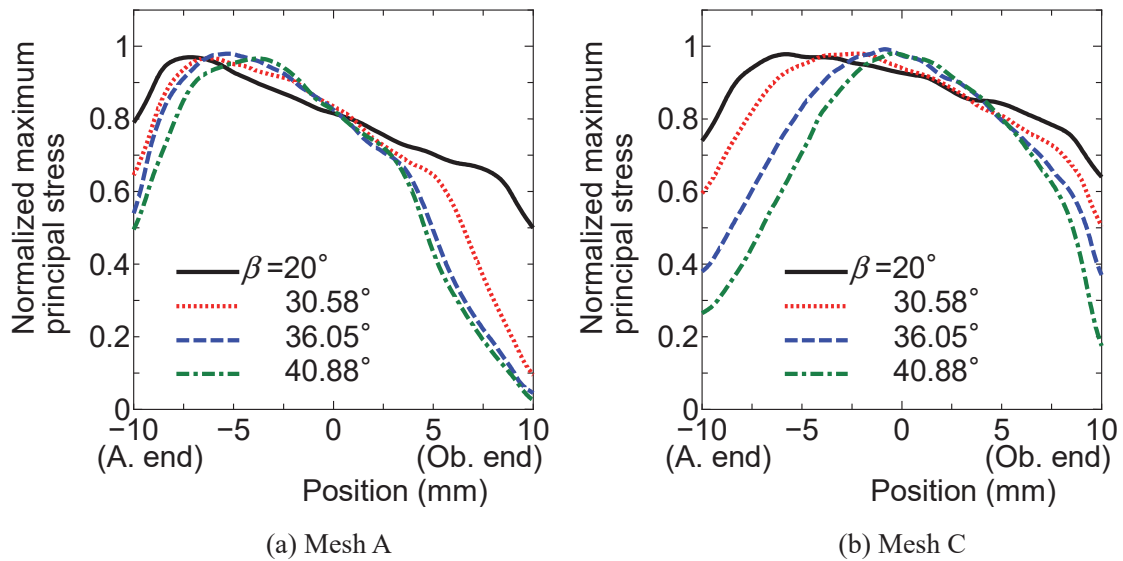


Fig. 5.8 Distributions of normalized maximum principal stress at tooth roots

## 5.5 熱処理解析

### 5.5.1 熱処理解析条件

表 5.1 に示す各種ねじれ角のはすば歯車対の駆動歯車に図 5.2 に示す熱処理条件で浸炭焼入れした場合の、炭素濃度、残留オーステナイト量および残留応力などを FEM による熱処理解析で求めた。FEM 解析手法と解析条件は、第 4 章で実施したものと同様である。

### 5.5.2 熱処理解析結果

図 5.9～5.12 に各種ねじれ角のはすば歯車の歯元最表面における、炭素濃度、残留オーステナイト量および圧縮残留応力（最小主応力）の FEM による解析結果を示す。熱処理解析結果に及ぼすねじれ角  $\beta$  の影響は小さく、いずれの  $\beta$  においても Case T および Case TS の各解析結果において同様の傾向を示した。一方、解析結果に及ぼす浸炭部（Case T および Case TS）の影響としては、A. end 付近において Case TS の圧縮残留応力の絶対値が Case T よりも小さくなる傾向がみられる。これは Case TS では炭素濃度が A. end 付近で増加し、この高い炭素濃度の影響により Case TS の残留オーステナイト量が Case T に比べて大きくなるからだと考えられる。圧縮残留応力に及ぼす  $\beta$  の影響は、図 5.13 に示すとおり小さく、圧縮残留応力は Case T および Case TS の各場合において  $\beta$  にかかわらずほぼ同様の傾向を示す。



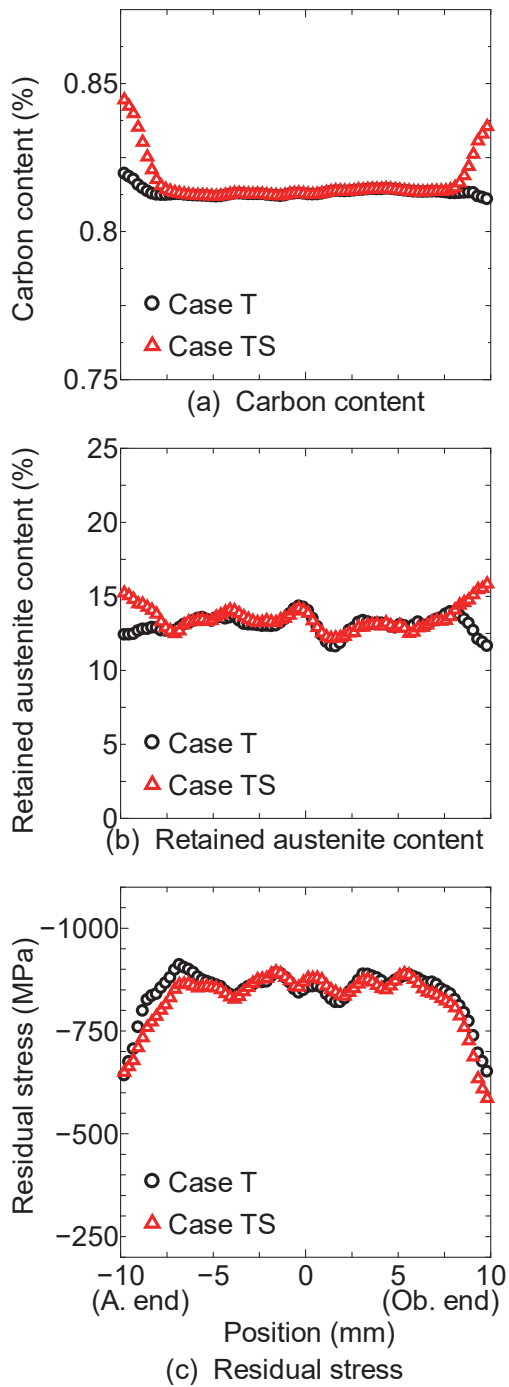


Fig. 5.9 Results of heat treatment analysis  
 ( $\beta=20^\circ$ )

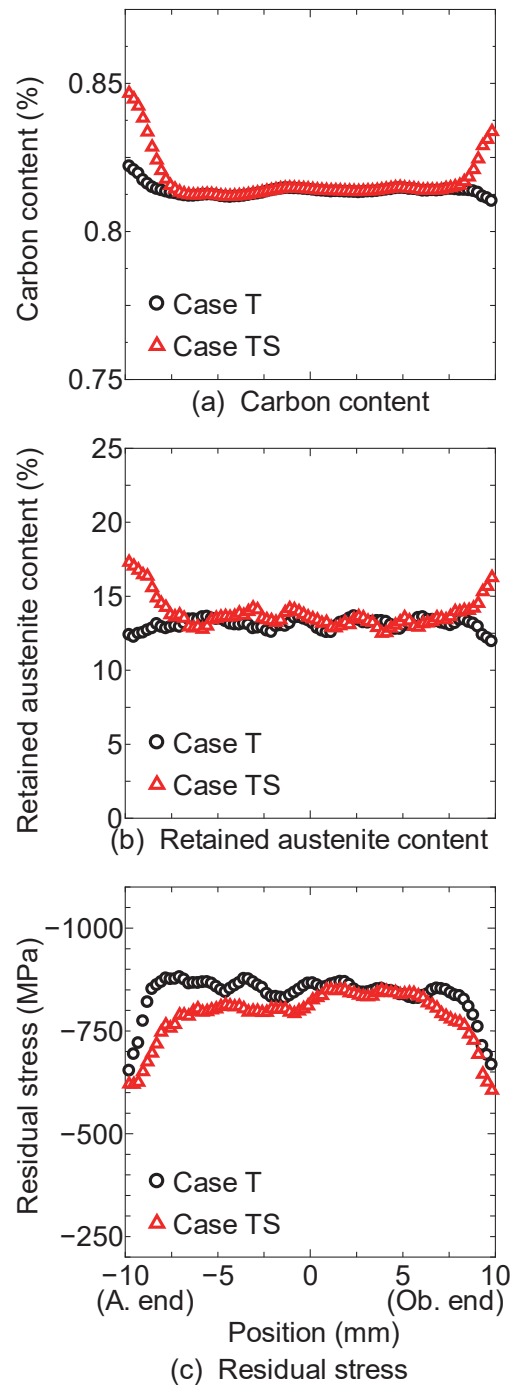


Fig. 5.10 Results of heat treatment analysis  
 ( $\beta=30.58^\circ$ )

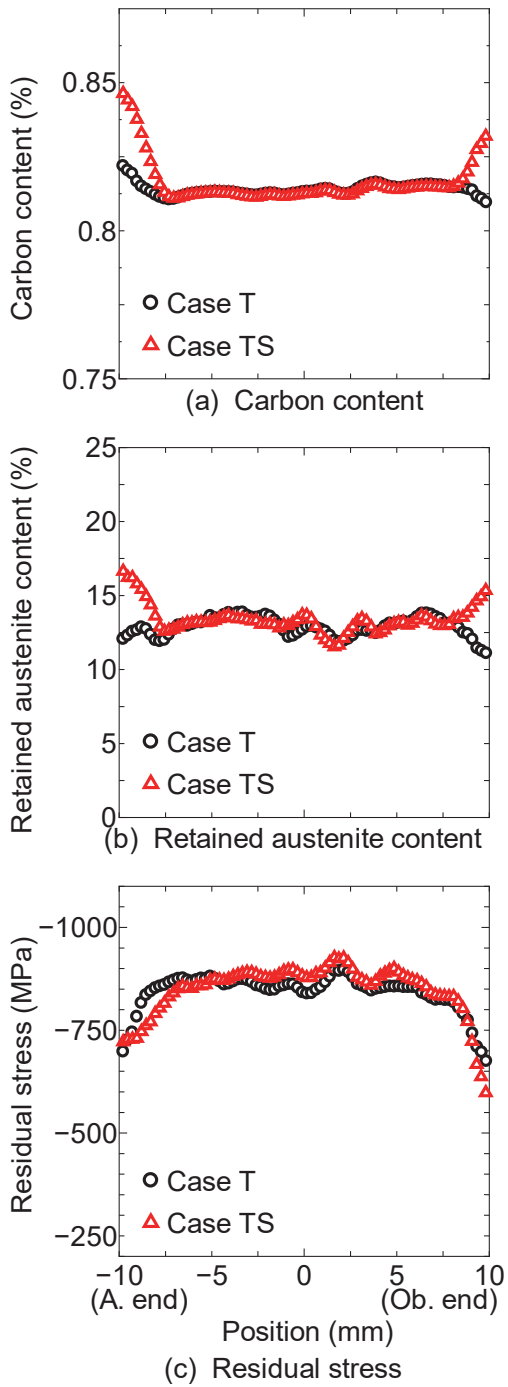


Fig. 5.11 Results of heat treatment analysis  
 $(\beta=36.05^\circ)$

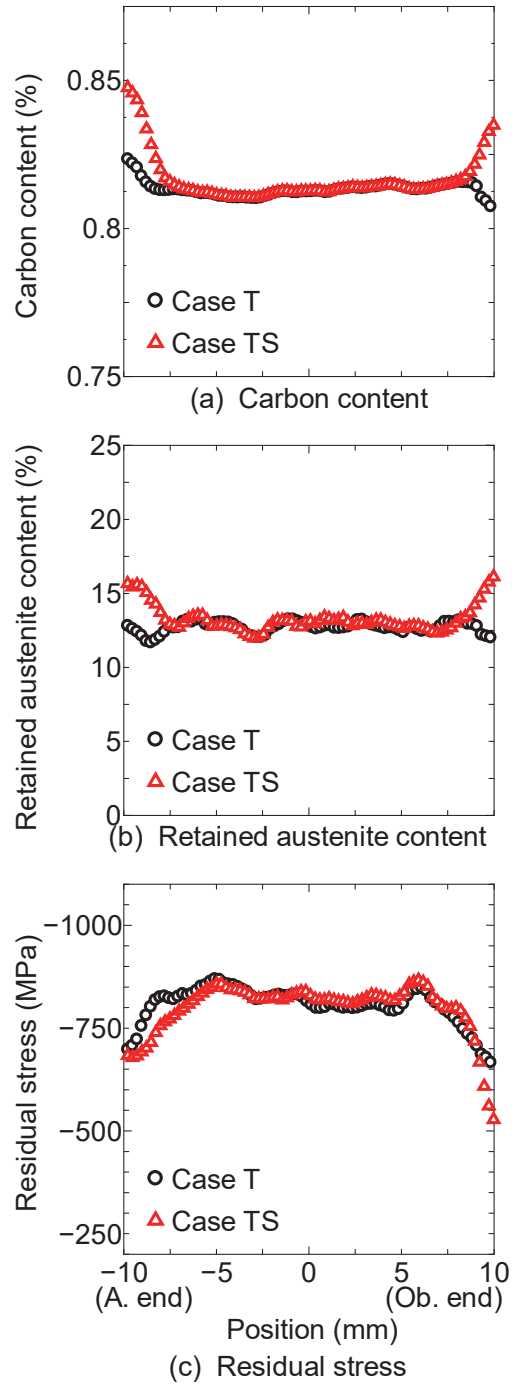


Fig. 5.12 Results of heat treatment analysis  
 $(\beta=40.88^\circ)$

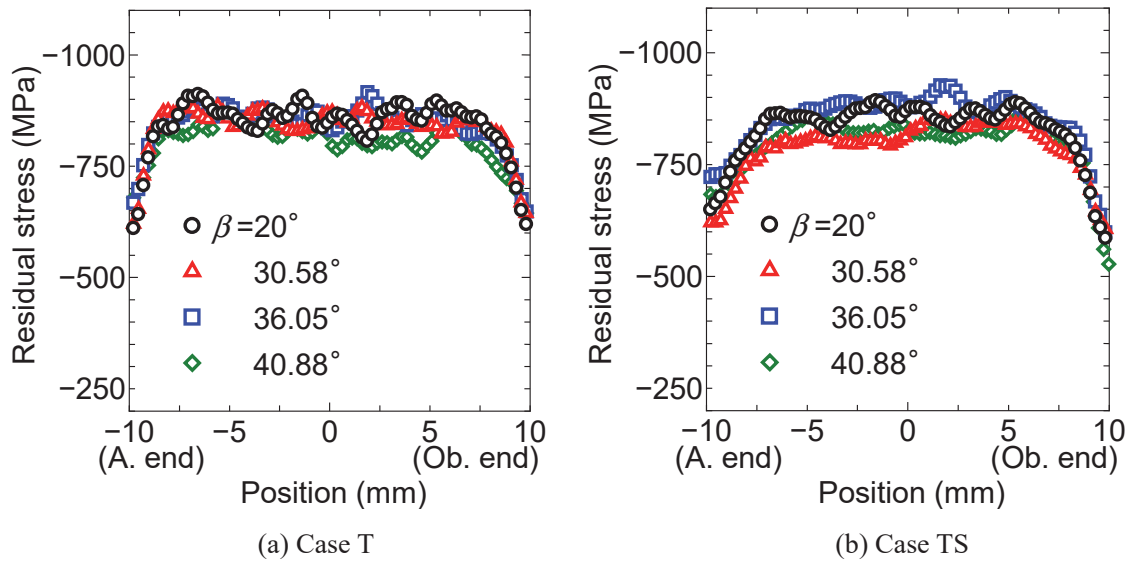


Fig. 5.13 Residual stress distributions

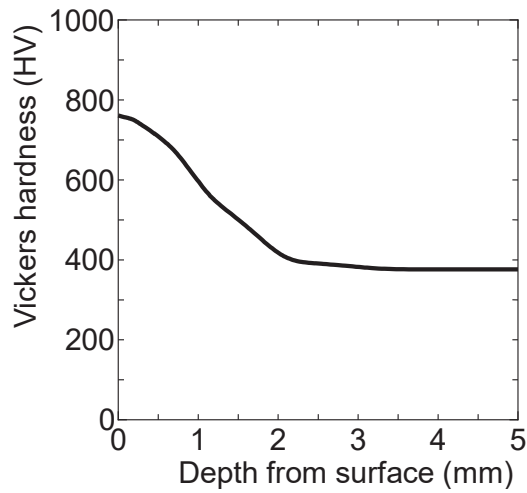


Fig. 5.14 Vickers hardness distributions ( $\beta=40.88^\circ$ )

図 5.14 に $\beta=40.88^\circ$ のはずば歯車の歯幅中央断面における HV 硬さの計算値を示す。硬さの計算値は、第 4 章で実施したものと同様に、熱処理解析で求めた炭素濃度を HV 硬さに変換<sup>(5.6),(5.7)</sup>したものである。この HV 硬さの計算値にもとづき、第 4 章と同様に疲労限度を推定した。

図 5.15 は、第 1 章で示した浸炭焼入れはすば歯車の硬化層分布の模式図 (図 1.2(b)) を再掲したものである。図 1.2(b)ではピッチ点に沿う断面 (図 1.2(a)) において硬化層分布が評価されていた<sup>(5,8)</sup>が、本章では、歯元の危険断面において評価を行った。なお、危険断面における評価領域は、図 5.15 に示すとおり A. end の不完全部近傍である。この評価領域における炭素濃度、残留オーステナイト量および圧縮残留応力の熱処理解析結果を、Case T および Case TS の各場合について、それぞれ図 5.16 および図 5.17 に示す。これらの図から、A. end の不完全部近傍において炭素濃度が高くなる (過度に厚い硬化層が形成される) 領域は、 $\beta$  の増加にともない拡大する傾向がみられる。そして、この領域では、残留オーステナイト量が増加し、圧縮残留応力が低下している。この傾向は、歯車側面を浸炭防止した Case T でもわずかに認められるが、歯車側面から炭素が侵入する Case TS ではより顕著に認められる。ただし、過度に厚い硬化層が及ぼす残留オーステナイト量および圧縮残留応力への影響は、不完全部近傍のみに認められる局所的なものであり、不完全部近傍以外の領域ではねじれ角および浸炭部に関わらず同様の解析結果となった。

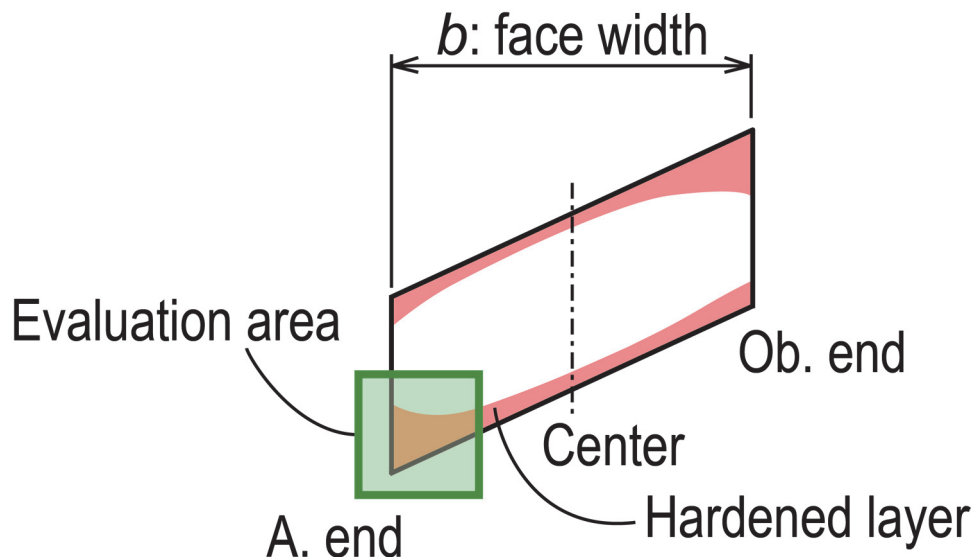
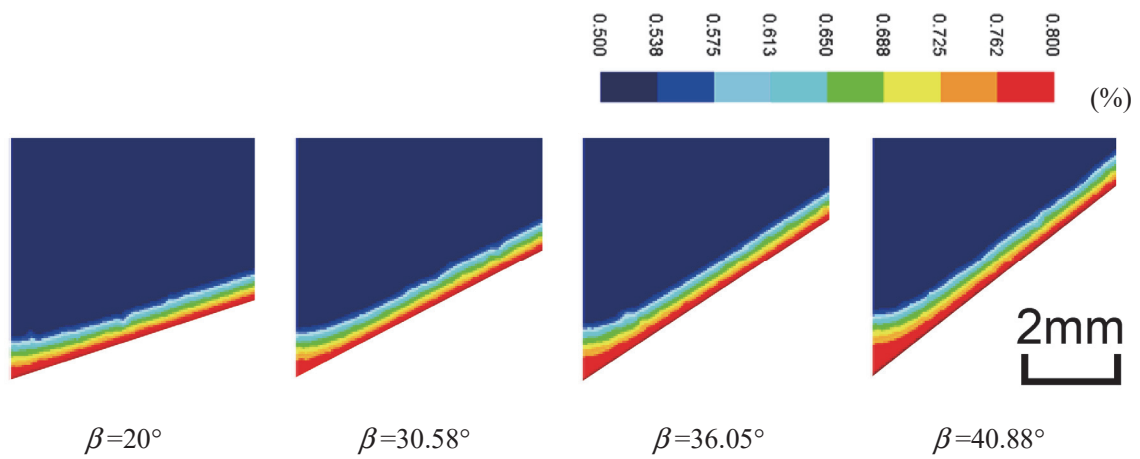
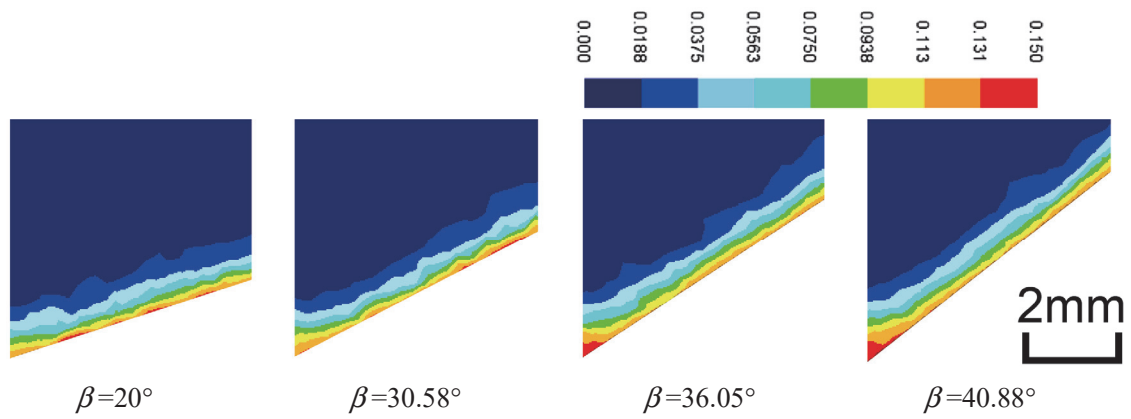


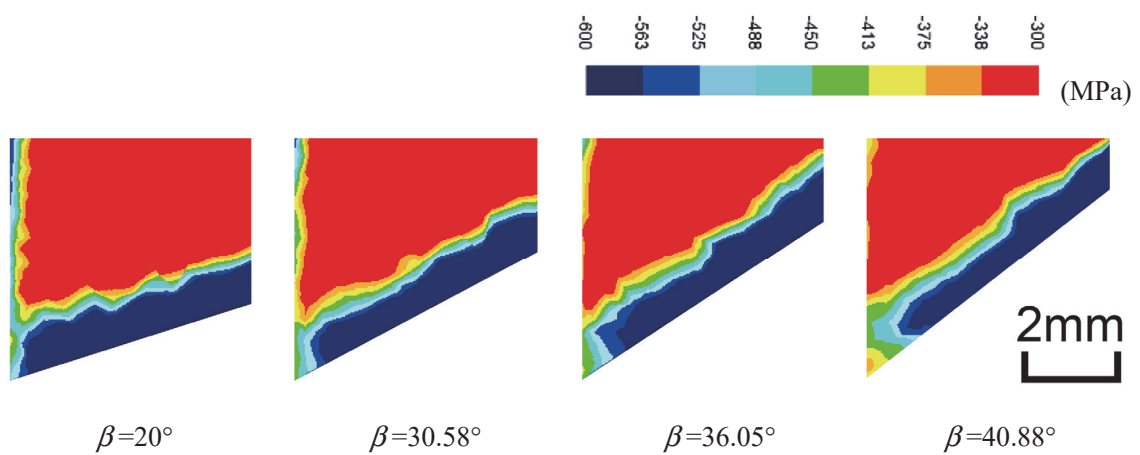
Fig. 5.15 Evaluation area at critical section of helical gear in heat treatment analysis



(a) Carbon content

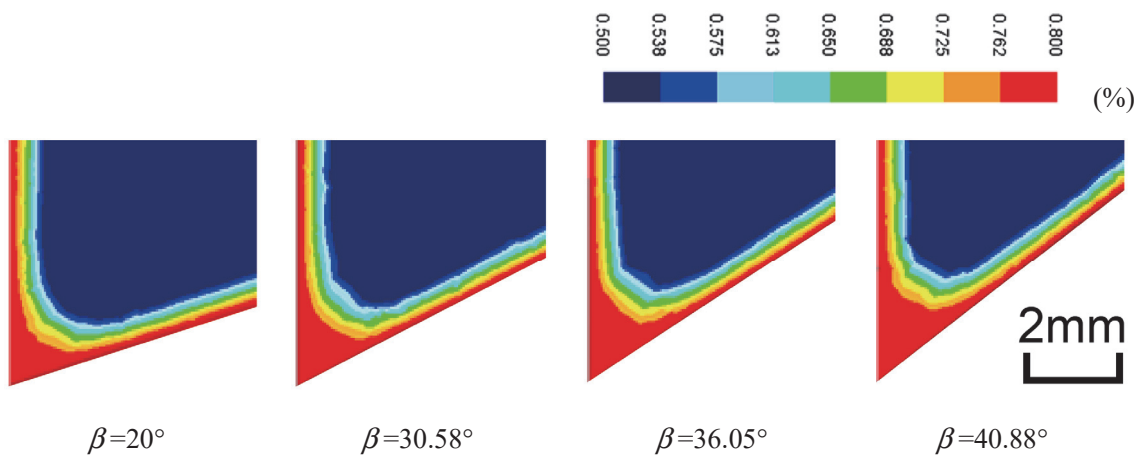


(b) Residual austenite content

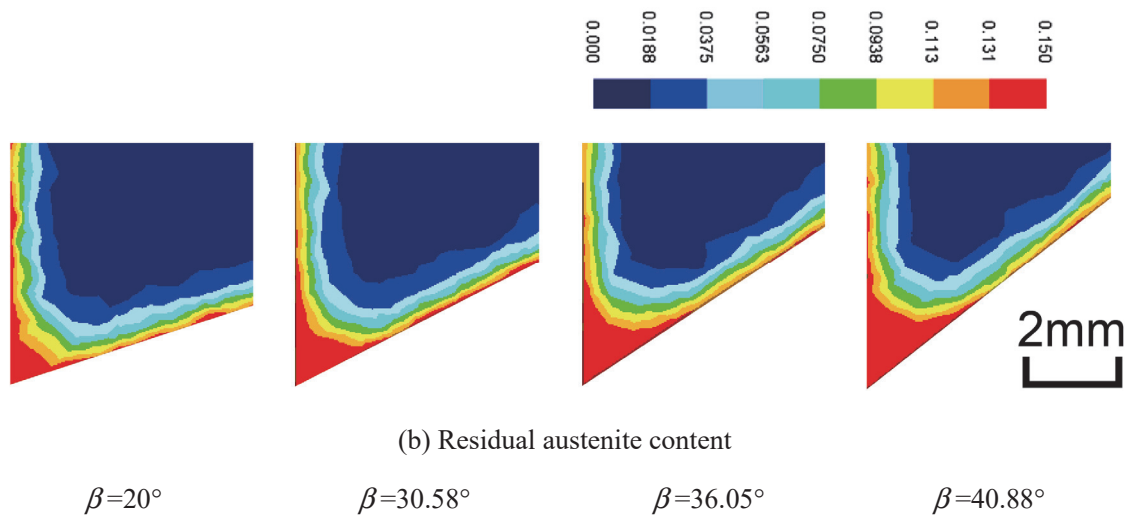


(c) Residual stress

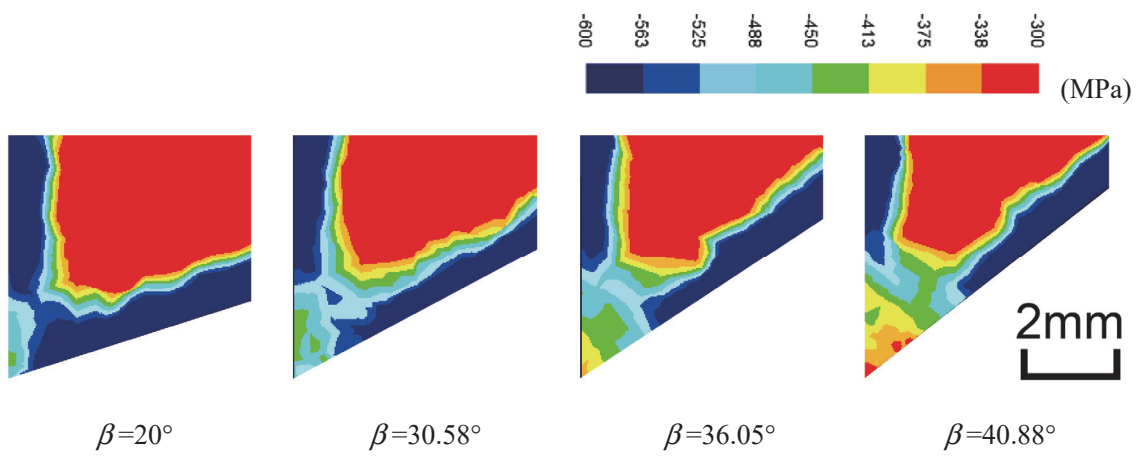
Fig. 5.16 Results of heat treatment analysis at A. end (Case T)



(a) Carbon content



(b) Residual austenite content



(c) Residual stress

Fig. 5.17 Results of heat treatment analysis at A. end (Case TS)

## 5.6 曲げ疲労試験

### 5.6.1 曲げ疲労試験方法

曲げ疲労試験方法は、第4章で実施したものと同様であり、本章では Mesh A および Mesh C の各かみ合い位置において1歯かみ合い状態で試験した。

### 5.6.2 曲げ疲労試験結果

図 5.18～5.21 に各種ねじれ角 $\beta$ のはすば歯車の曲げ疲労試験結果 ( $S-N$  曲線) を示す。この  $S-N$  曲線から疲労限度を求めると図 5.22 に示すとおりとなる。図 5.22 から疲労限度に及ぼす $\beta$ と浸炭部(Case T, Case TS)の影響については、Mesh A および Mesh C の各かみ合い位置において、それぞれ次のような傾向がみられる。

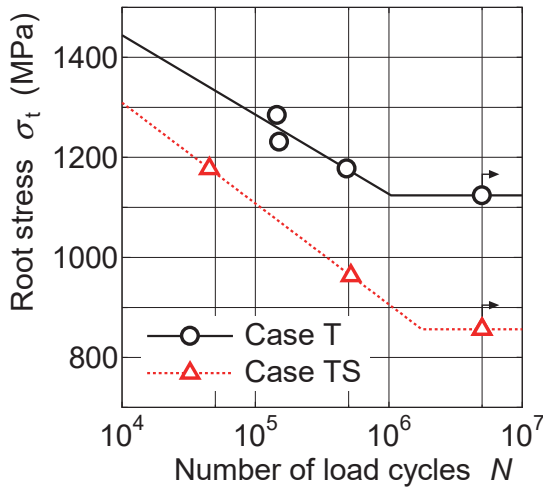
#### 【Mesh A】

- ①ねじれ角の影響：影響は小さい。
- ②浸炭部の影響：Case TS の疲労限度が Case T よりも小さくなる。

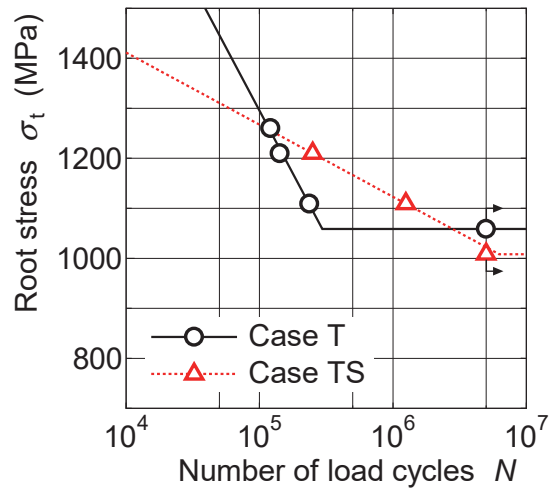
#### 【Mesh C】

- ①ねじれ角の影響：ねじれ角の増加にともない疲労限度が大きくなる。
- ②浸炭部の影響：影響は小さい。

Mesh A および Mesh C において上述のような傾向が生じる理由については、疲労限度の実験値 $\sigma_{\text{exp}}$ と推定値 $\sigma_{\text{est}}$ を比較することで、次項で考察する。

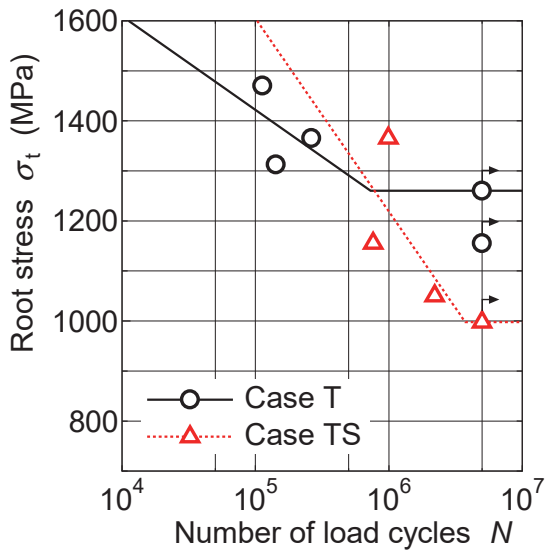


(a) Mesh A

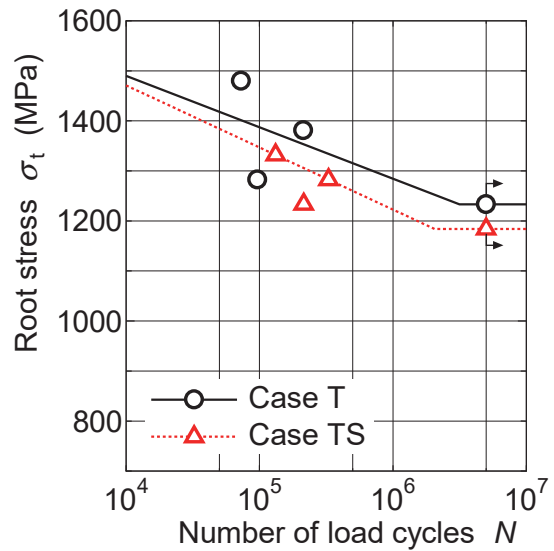


(b) Mesh C

Fig. 5.18 Bending fatigue strength ( $S-N$  curves) ( $\beta=20^\circ$ )



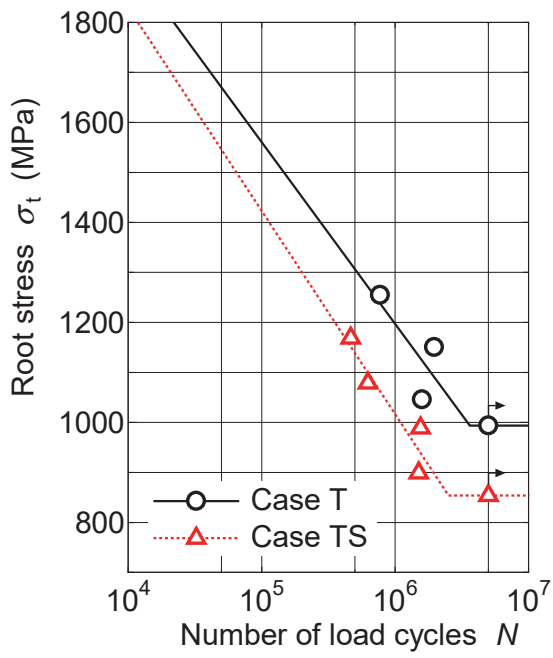
(a) Mesh A



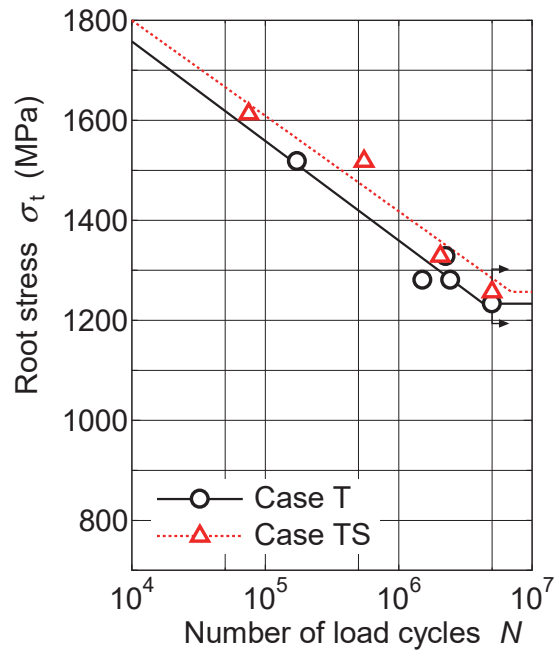
(b) Mesh C

Fig. 5.19 Bending fatigue strength ( $S-N$  curves) ( $\beta=30.58^\circ$ )



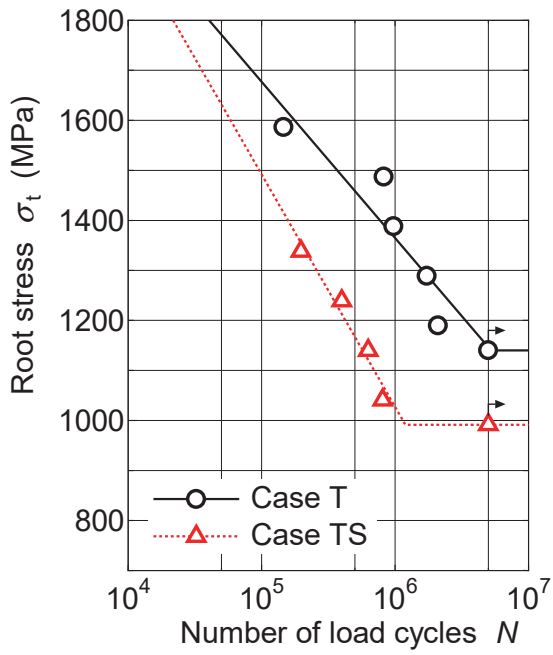


(a) Mesh A

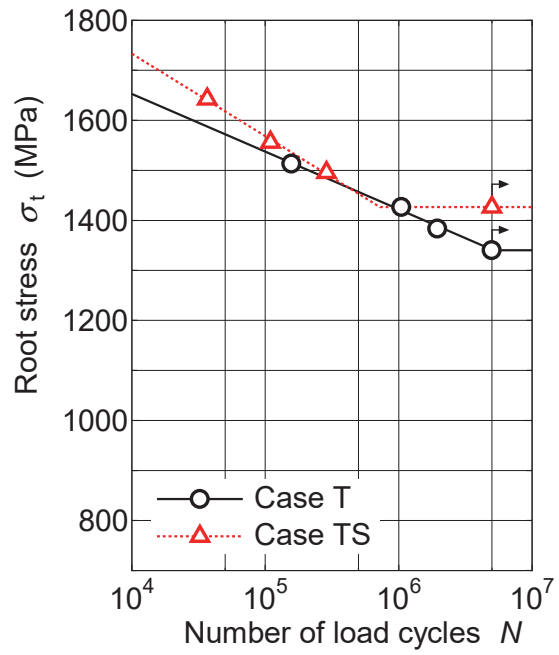


(b) Mesh C

Fig. 5.20 Bending fatigue strength ( $S-N$  curves) ( $\beta=36.05^\circ$ )



(a) Mesh A



(b) Mesh C

Fig. 5.21 Bending fatigue strength ( $S-N$  curves) ( $\beta=40.88^\circ$ )

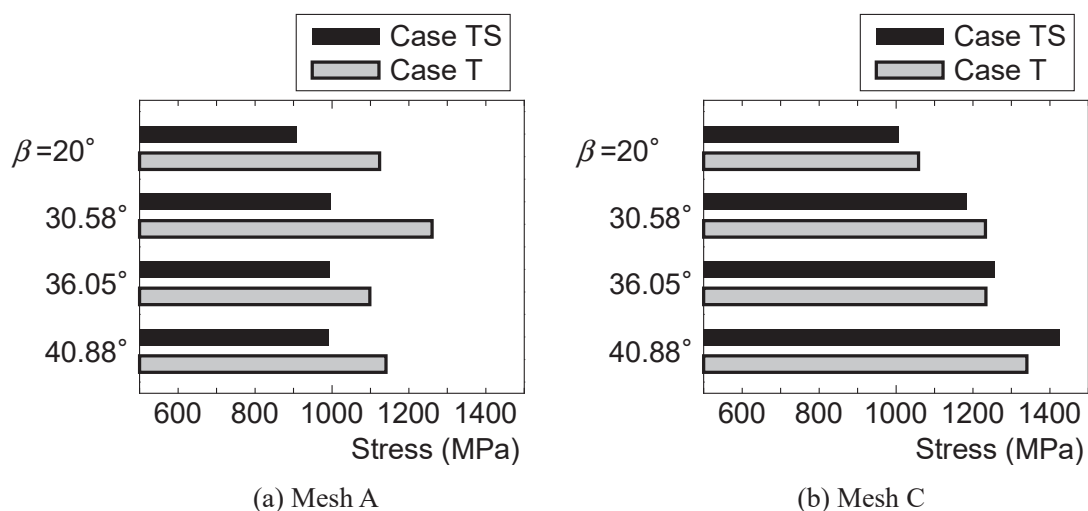


Fig. 5.22 Bending fatigue limits

### 5.6.3 曲げ疲労限度の実験値と推定値の比較

図 5.23 および図 5.24 にそれぞれ Mesh A および Mesh C における疲労限度の実験値  $\sigma_{\text{exp}}$  と推定値  $\sigma_{\text{est}}$  との比較を示す. ここで図中の  $\sigma_{\text{est}}$  は, 本章で実施した歯元応力解析結果 (図 5.6) と熱処理解析結果 (図 5.9~5.14) にもとづき, 第 4 章で妥当性を確認した疲労強度推定法を適用して算出したものである. なお, 本章では, 歯面を研削した歯車を疲労試験に供しているため,  $\sigma_{\text{est}}$  の算出においては表面粗さ係数  $\zeta=0.95^{(5,9)}$  を与えている.  $\sigma_{\text{exp}}$  と  $\sigma_{\text{est}}$  とを比較すると, Mesh A および Mesh C において, それぞれ次のような傾向がみられる.

#### 【Mesh A】

①ねじれ角の影響:  $\sigma_{\text{est}}$  でも  $\sigma_{\text{exp}}$  と同様に, 疲労限度に及ぼすねじれ角  $\beta$  の影響は小さい.

この理由は, 圧縮残留応力に及ぼす  $\beta$  の影響が小さい (図 5.13) からだと考えられる. また, 図 5.16 および図 5.17 に示すとおり, A. end の不完全部では残留応力および残留オーステナイト量の計算結果に  $\beta$  依存性が認められるが, その影響を受ける範囲は極めて局部的であるためと考えられる. すなわち, 本研究で実施した Mesh A での歯元応力分布では, 図 5.8(a)に示すとおり, A. end 部からやや歯幅中央寄りに離れた位置で  $\sigma_{\text{max}}$  が発生し, 厚すぎる硬化層が形成される位置と  $\sigma_{\text{max}}$  が発生する位置とが重複しないため, 疲労限度に及ぼす  $\beta$  の影響をほとんど受けなかったものと考えられる.

②浸炭部の影響 :  $\sigma_{est}$  でも  $\sigma_{exp}$  と同様に, Case TS の疲労限度が Case T よりも小さくなる傾向がみられる. この理由は, Case TS の A. end 付近の圧縮残留応力の値が Case T のそれよりも小さくなる (図 5.9~5.12, 図 5.16 および図 5.17) からだと考えられる. Mesh A では, 図 5.8(a)に示すとおり A. end 付近でそのかみ合い位置における最大応力が発生するため, A. end 付近で圧縮残留応力が低下する影響を受け, Case T と Case TS の疲労限度に差異が生じたものと推察される.

### 【Mesh C】

①ねじれ角の影響 :  $\sigma_{exp}$  ではねじれ角  $\beta$  の増加にともない疲労限度が増大したが,  $\sigma_{est}$  では  $\beta$  にかかわらず同一の疲労限度となった. この理由は, 第 4 章で言及したとおり疲労限度に及ぼす歯元応力分布形状の影響があるためと考えられる. この影響を検証するために, 図 5.8 に示した歯元応力分布において最大応力の 95%以上の値が発生する幅  $b_{0.95}$  が歯幅  $b_1$  に占める割合  $b_{0.95} / b_1$  を求め (第 4 章の図 4.19 を参照),  $\beta$  の変化に対する  $b_{0.95} / b_1$  および  $\sigma_{est} / \sigma_{exp}$  の値の変化の傾向を比較した (図 5.25). 図 5.25(b)に示すとおり,  $\beta$  の変化に対する  $b_{0.95} / b_1$  および  $\sigma_{est} / \sigma_{exp}$  の値の変化の傾向はよく一致し, Mesh C においては  $b_{0.95} / b_1$  の値が疲労限度に影響を及ぼす可能性があることがわかる.

なお, 疲労限度に及ぼす  $b_{0.95} / b_1$  の影響は, Mesh C のみにみられ, Mesh A ではみられない. これは Mesh A では歯元分布の影響よりも硬化層の影響がより顕著に現れるからだと考えられる.

②浸炭部の影響 :  $\sigma_{est}$  では  $\sigma_{exp}$  と同様に, 疲労限度に及ぼす浸炭部の影響は小さい. この理由は, 図 5.8 (b)に示すとおり Mesh C では歯幅中央付近で最大応力が発生するため, Case TS での A. end 付近において圧縮残留応力が低下する影響をほとんど受けないからだと考えられる.

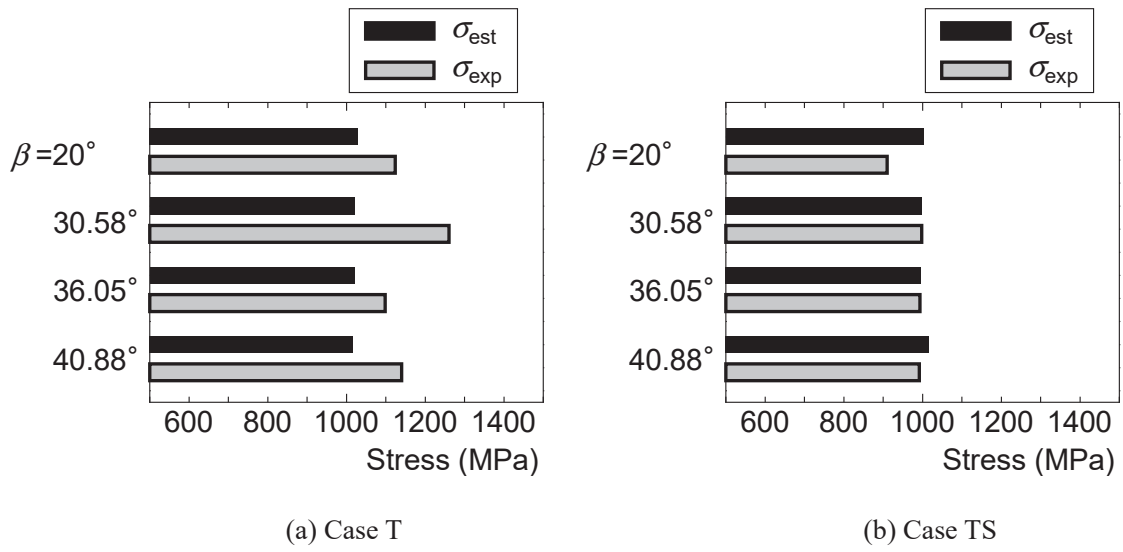


Fig. 5.23 Comparison of bending fatigue limits between calculated and experimental values (Mesh A)

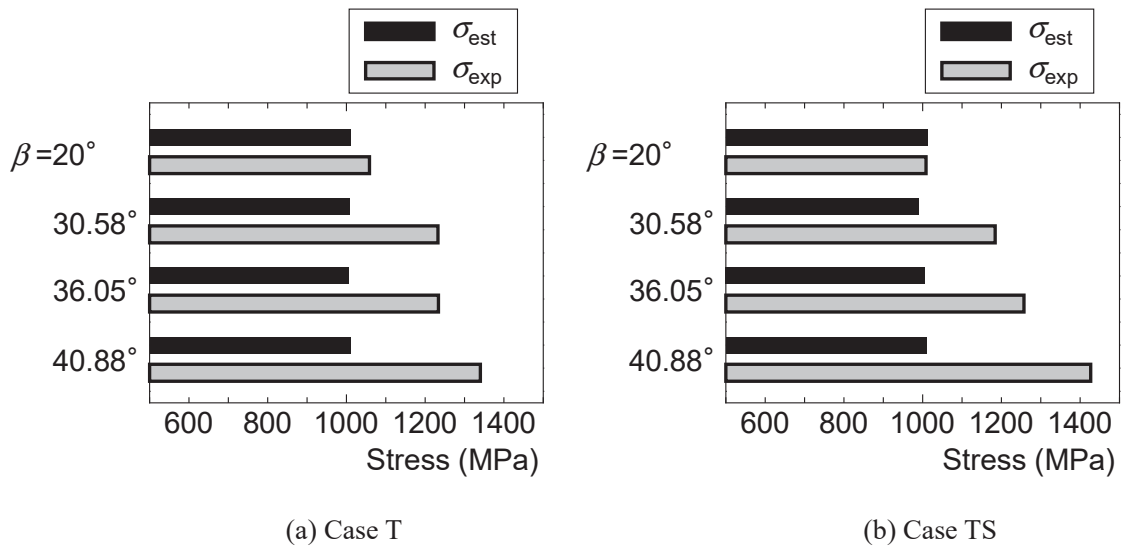


Fig. 5.24 Comparison of bending fatigue limits between calculated and experimental values (Mesh C)

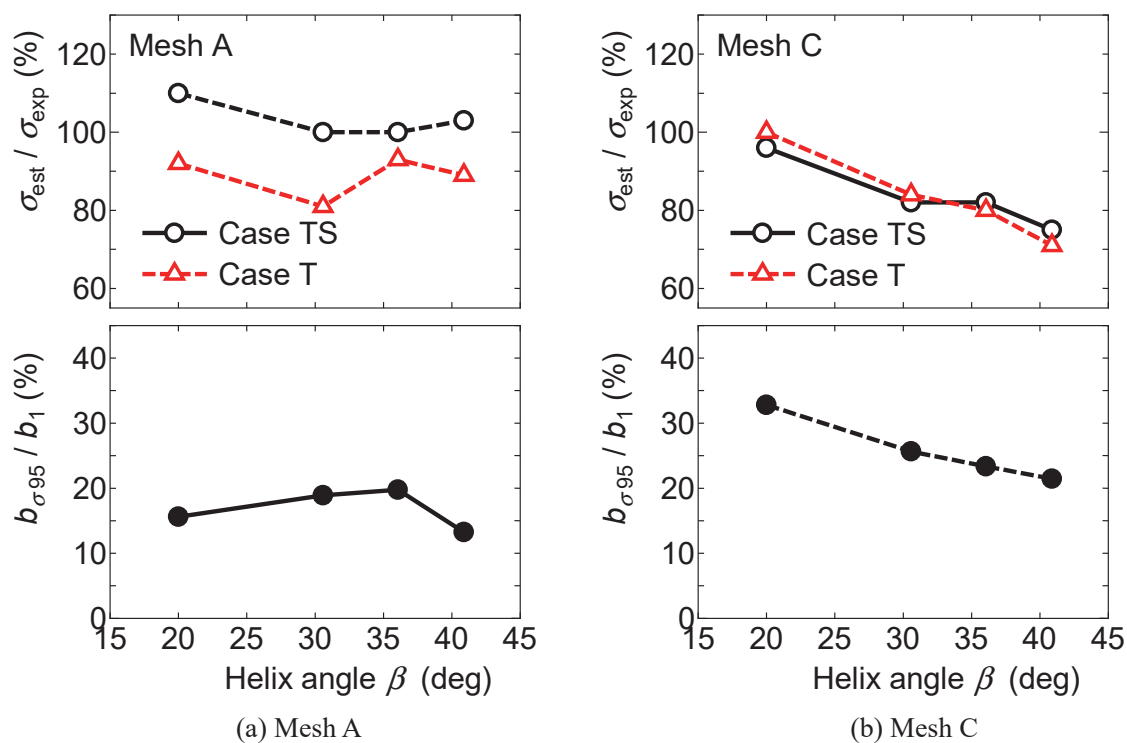


Fig. 5.25 Influence of the width of maximum root stresses on the estimation of the bending fatigue strength

## 5.7 大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労限度の推定

### 5.7.1 歯元応力の修正

第4章で確立したはすば歯車の曲げ疲労強度推定法では、はすば歯車の歯元応力の最大値 $\sigma_{tmax}$ を評価応力として $\sigma_{est}$ を推定している。大ねじれ角はすば歯車の疲労限度推定において $\sigma_{tmax}$ を評価応力とする場合、図5.23～5.25に示すとおり、Mesh Aではその手法の有効性が確認されたが、Mesh Cではねじれ角 $\beta$ が大きくなるほど $\sigma_{est}$ の値は $\sigma_{exp}$ よりも小さくなる傾向がみられた。図5.26および図5.27は、それぞれMesh AおよびMesh Cにおける、曲げ疲労限度円周力の推定値 $F_{t est}$ および実験値 $F_{t exp}$ を示すものである。 $F_{t est}$ と $F_{t exp}$ とを比較すると、 $\sigma_{tmax}$ を評価応力として用いる場合には安全側の予測につながるが、限界設計が必要な場合にはMesh Cでは疲労限度円周力を過小評価することにつながり、評価応力の修正が必要であると考えられる。

そこで、本節ではMesh Cにおける評価応力を次のとおり修正した。図5.25 (b)に示すとおり $\beta=20^\circ$ のMesh Cでは、 $b_{\sigma 95} / b_1=30\%$ 程度において $\sigma_{est} / \sigma_{exp}=100\%$ 程度になっている。こ

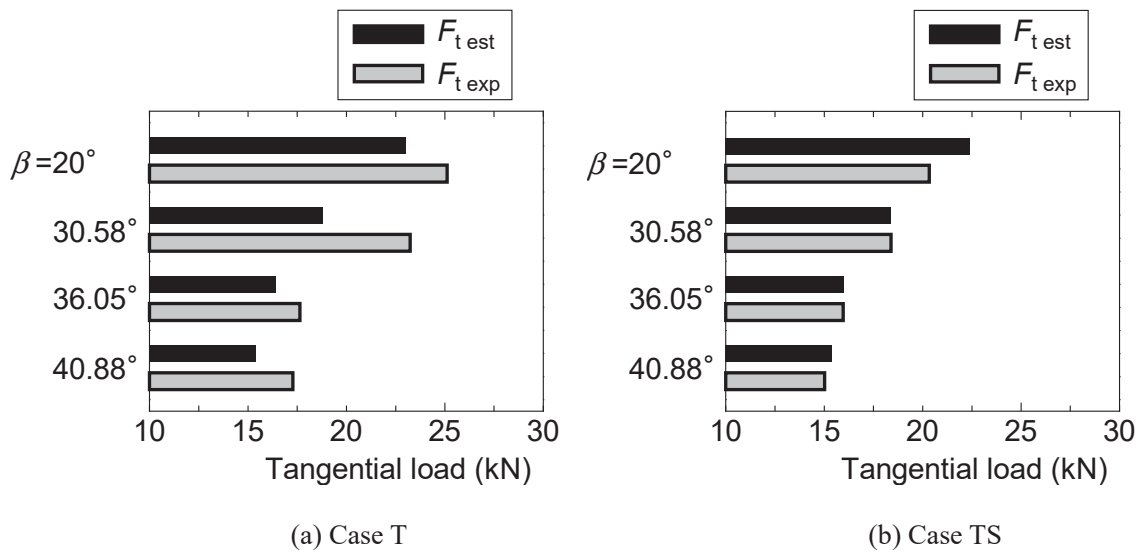


Fig. 5.26 Comparison of bending fatigue limit tangential loads between calculated and experimental values (Mesh A)

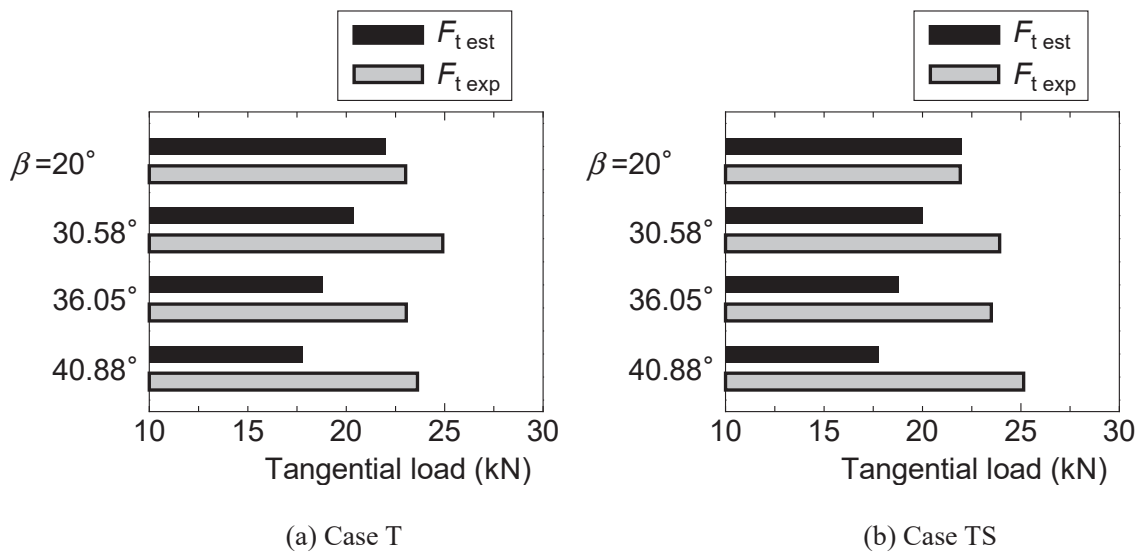


Fig. 5.27 Comparison of bending fatigue limit tangential loads between calculated and experimental values (Mesh C)

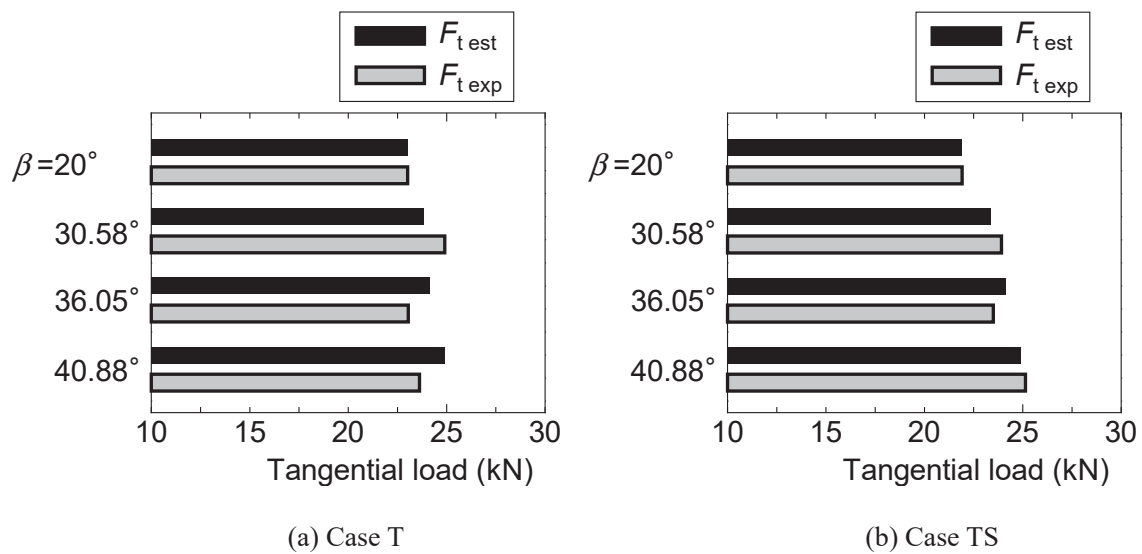
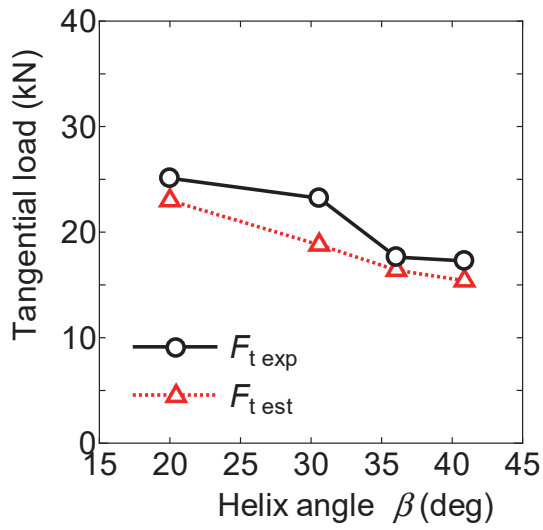


Fig. 5.28 Comparison of bending fatigue limit tangential loads between calculated and experimental values in case of root stress modification (Mesh C)

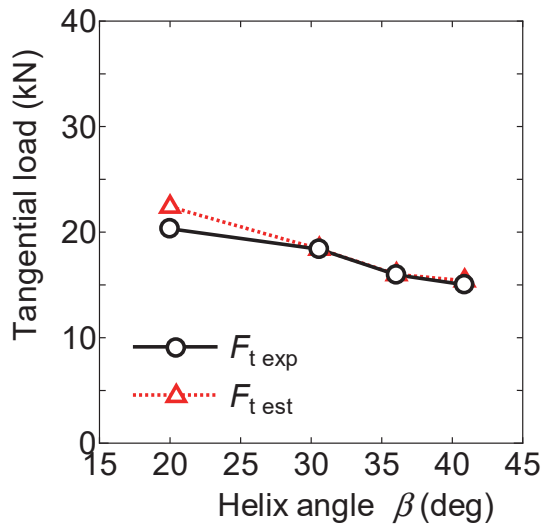
の関係から Mesh C では、 $b_{o95} / b_1 \geq 30\%$ であれば $\sigma_{t\ max}$ を評価応力として用いることが可能であると考えた。この仮説にもとづき本節では、 $b_{o95} / b_1 = 30\%$ を評価応力修正における基準幅として設定し、各種ねじれ角 $\beta$ における $b_{o95} / b_1$ とこの基準幅との比である $(b_{o95} / b_1) / (30\%)$ を修正係数として用いた。すなわち、図 5.25(b)に示すとおり、本計算結果では $\beta \geq 30^\circ$ の場合に $b_{o95} / b_1 < 30\%$ となるので、 $\beta \geq 30^\circ$ の場合の $\sigma_{t\ max}$ に上記の修正係数を乗じて歯元応力を修正した。図 5.28 にその適用結果を示す。上述の手法で $\sigma_{t\ max}$ を修正することで、図 5.27 でみられた $\beta$ の増加にともない $F_{t\ est}$ の誤差が拡大する現象が解消され、 $F_{t\ est}$ と $F_{t\ exp}$ との値はかなりよく一致するようになった。ゆえに、本研究で提案した応力修正法の有効性が確認された。

### 5.7.2 曲げ疲労限度円周力に及ぼすねじれ角の影響

図 5.29 および図 5.30 は、それぞれ図 5.26 および図 5.28 に示した結果 ( $F_{t\ est}$  および  $F_{t\ exp}$ ) について視点を変えて示すものであり、それぞれ Mesh A および Mesh C における曲げ疲労限度円周力の $\beta$ 依存性を示すものである。これらの結果から、いずれの浸炭部 (Case T および Case TS) においても、曲げ疲労限度円周力は、Mesh A では $\beta$ の増加にともない低下するのに対して、Mesh C では $\beta$ の増加にともない増大するという、両かみ合い位置で逆の傾向を示すことがわかる。

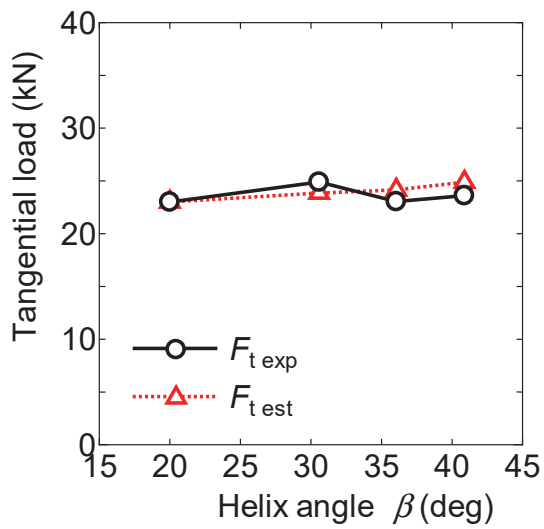


(a) Case T

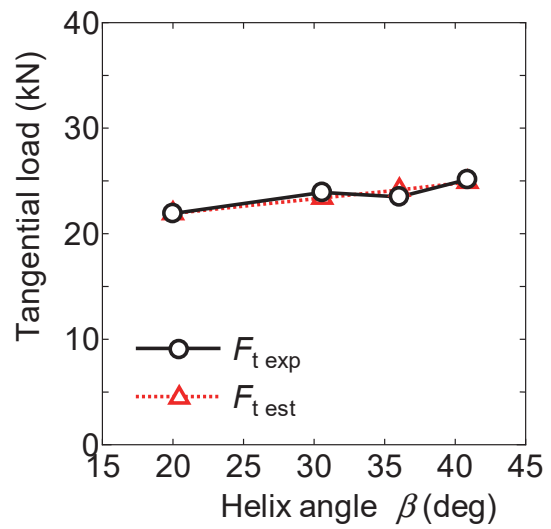


(b) Case TS

Fig. 5.29 Influence of helix angle on bending fatigue limit tangential loads (Mesh A)



(a) Case T



(b) Case TS

Fig. 5.30 Influence of helix angle on bending fatigue limit tangential loads (Mesh C)



## 5.8 大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労設計法に関する考察

前節までは、1 歯かみ合い状態における浸炭焼入れ大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度について評価した。しかし、実際のはすば歯車では 1 歯でかみ合うことはなく、歯車設計に当たっては、同時にかみ合う歯の荷重分担率を考慮して疲労強度を推定すること必要である。そこで、本節では、2 歯～3 歯が同時にかみ合う「通常のかみ合い状態」における疲労強度を推定した。

図 5.31 は、各種ねじれ角 $\beta$ のはすば歯車対に円周力  $F_t=4\text{kN}$  を与えた場合の、通常のかみ合い状態での FEM による歯元応力分布を示すものである。かみ合い位置は、Mesh A(max), Mesh A, Mesh C である。ここで、Mesh A(max)は、A. end 部のかみ合い直後において最も大きな $\sigma_{\text{max}}$ が発生するかみ合い位置であり、Mesh A(max)での $\sigma_{\text{max}}$ は、 $\beta$ の増加にともない増大し、 $\beta \geq 36.05^\circ$ では Mesh C での $\sigma_{\text{max}}$ よりも大きくなる。

この応力分布にもとづき、各かみ合い位置における疲労限度円周力  $F_{t \text{ est}}$  を推定すると図 5.32 および図 5.33 に示すとおりとなる。ここで、図 5.32 および図 5.33 は、それぞれ前節で有効性を確認した疲労限度推定における評価応力の修正を実施しない場合 (図 5.32) と、実施した場合 (図 5.33) の結果を示すものである。なお、これらの図には、ISO 式<sup>(5.10)</sup>による曲げ疲労限度円周力の推定値  $F_{t \text{ est (ISO)}}$ も比較検証のため示している。ISO 式のような従来の設計法では、Mesh C での歯元応力解析結果および疲労試験結果にもとづき疲労限度円周力の推定が行われ、Mesh A(max)や Mesh A での評価は一般的には行われない。そして、この Mesh C においては、図 5.33 に示すとおり、ISO 式による  $F_{t \text{ est (ISO)}}$ と本研究手法による  $F_{t \text{ est}}$  は、いずれの  $\beta$ においてもかなりよく一致している。また、 $\beta < 30^\circ$ においては、全かみ合い位置のなかで Mesh C の  $F_{t \text{ est}}$  が最小値となり、Mesh C のみを評価する従来の設計法は、このような条件では有効であると考えられる。しかし、 $\beta \geq 30^\circ$ においては、 $\beta$ の増加にともない Mesh A(max)および Mesh A での  $F_{t \text{ est}}$  が、Mesh C での  $F_{t \text{ est}}$  および ISO 式による  $F_{t \text{ est (ISO)}}$  よりも小さくなる傾向が顕著になり、Mesh C で実施した評価とは逆の傾向を示すようになる。したがって、 $\beta \geq 30^\circ$ においては、Mesh C のみでの評価では不十分であると考えられる。

図 5.34 は、図 5.32 および図 5.33 に示す各かみ合い位置での  $F_{t \text{ est}}$  において、その最小値を求めたものであり、通常のかみ合い状態におけるはすば歯車の疲労限度円周力を示すものと考えられる。なお、図 5.34 には比較検証のため ISO 式による  $F_{t \text{ est (ISO)}}$ の値も示している。前節で示したとおり、Mesh C の  $\beta \geq 30^\circ$ では評価応力の修正が必要であった。しかし、通常

のかみあい状態では、 $\beta > 30^\circ$ になると Mesh A(max)が最弱部となるため、図 5.34 に示すとおり Mesh C での評価応力を修正した効果はほとんど反映されていない。したがって、本章で用いたような歯車諸元においては、Mesh C の $\beta \geq 30^\circ$ での応力修正は必須ではないと考えられる。また、 $\beta$ の増加にともなう疲労限度円周力（許容トルク）の変化の様子は、 $\beta \leq 30^\circ$ では $\beta$ が増加するほど増大する傾向があるのに対して、 $\beta > 30^\circ$ では $\beta$ の増加にともない減少する傾向がみられ、大ねじれ角にすることによる疲労強度増強の効果は期待できないことが図 5.34 の結果から示唆される。

図 5.35 は、図 3.34 に示した本研究手法による  $F_{t\ est}$ （歯元応力を修正した場合）と、ISO 式による  $F_{t\ est\ (ISO)}$ との比  $F_{t\ exp} / F_{t\ est\ (ISO)}$ を求めたものである。前述のとおり、 $\beta \leq 30^\circ$ では両者の推定値は比較的良好に一致しているが、大ねじれ角である $\beta > 30^\circ$ では、 $\beta$ の増加にしたがい ISO 式では急激に危険側の予測( $F_{t\ exp} / F_{t\ est\ (ISO)} < 1$ )になる傾向が強まり、 $\beta \geq 40^\circ$ では  $F_{t\ est} / F_{t\ est\ (ISO)} = 0.5$  程度にまでなるため、ISO 式を用いて浸炭焼入れ大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労設計を行う場合は、図 5.35 に示すような修正係数を用いて  $F_{t\ est\ (ISO)}$ を修正することが必要であると考えられる。

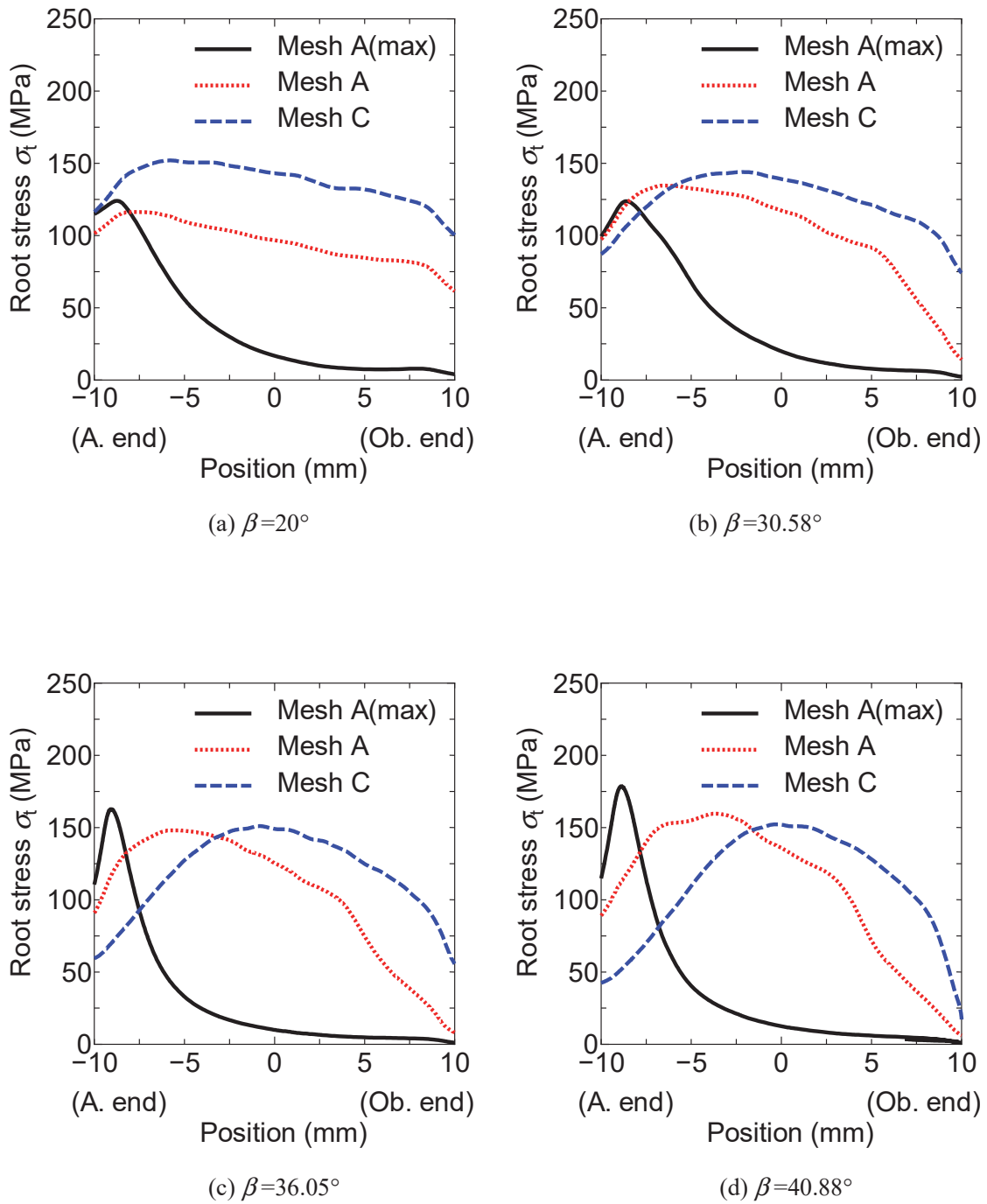
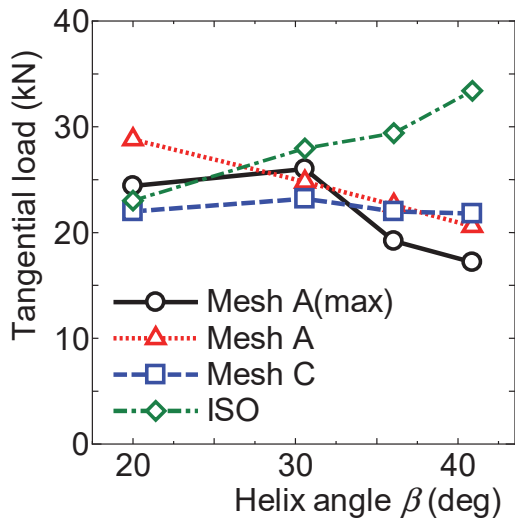
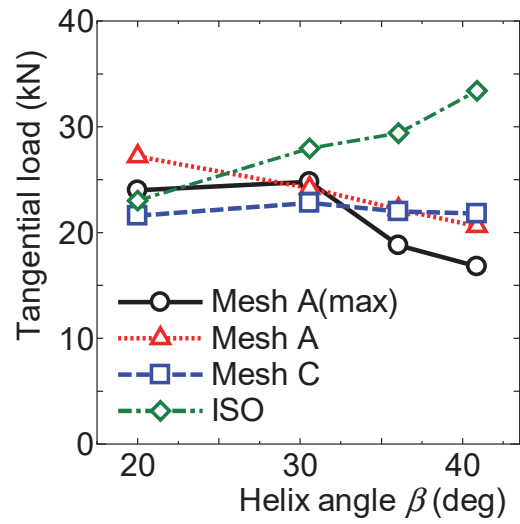


Fig. 5.31 Root stress distributions at Mesh A(max), Mesh A and Mesh C ( $F_t=4\text{kN}$ )

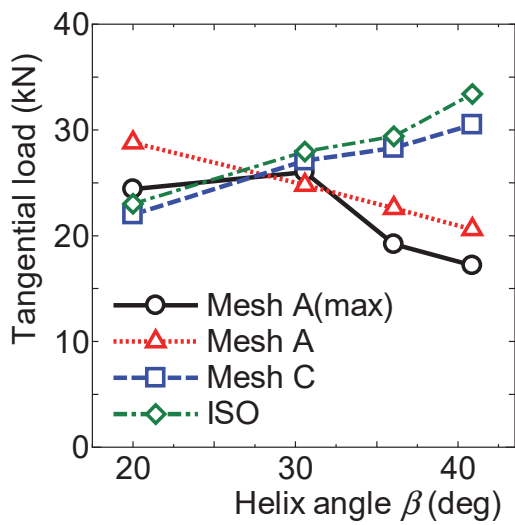


(a) Case T

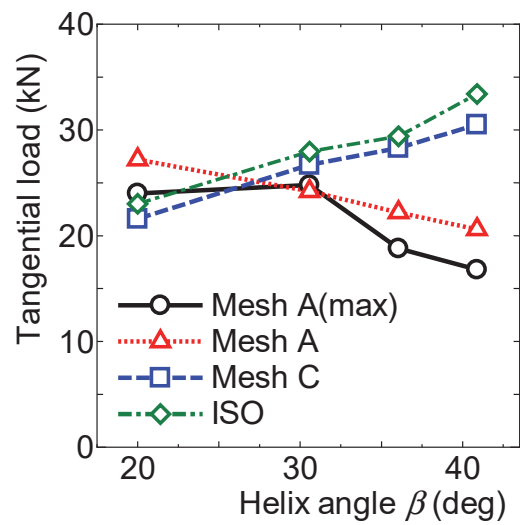


(b) Case TS

Fig. 5.32 Bending fatigue limit tangential loads (Without root stress modification)



(a) Case T



(b) Case TS

Fig. 5.33 Bending fatigue limit tangential loads (With root stress modification)

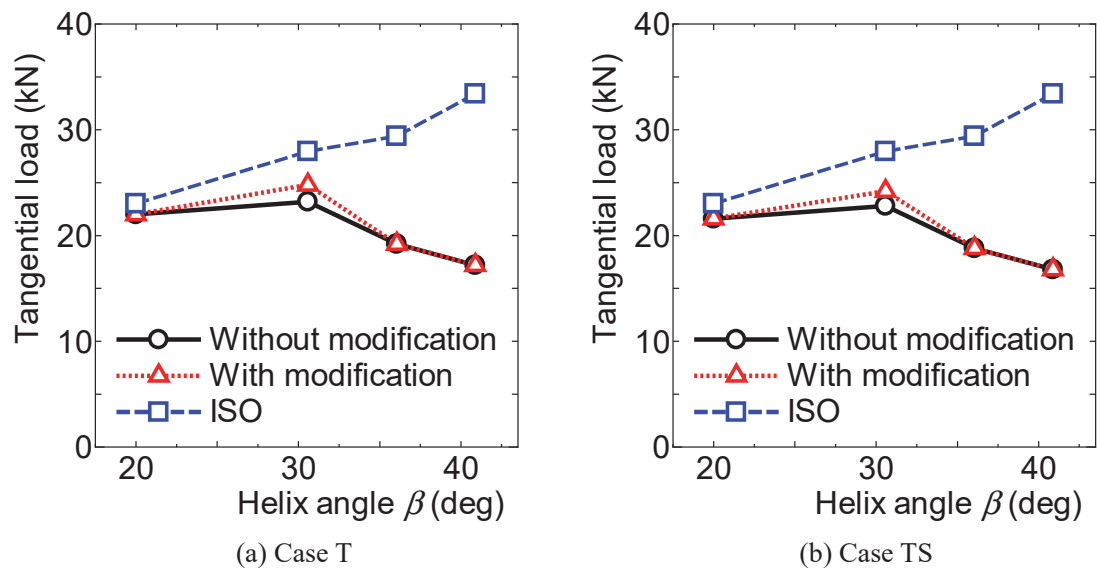


Fig.5.34 Bending fatigue limit tangential loads of helical gears

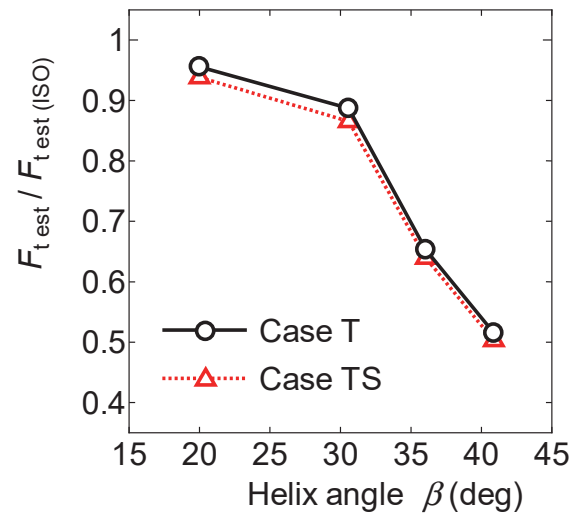


Fig.5.35 Relationship between  $F_{t\ est} / F_{t\ est\ (ISO)}$  and helix angle

## 5.9 結 言

本章では、 $\beta=20^\circ$ から $\beta=40.88^\circ$ までの大ねじれ角はすば歯車対を対象にして、歯車側面を浸炭しない場合の Case T と浸炭する場合の Case TS の二つの条件において、歯幅中央部で最大歯元応力 $\sigma_{\max}$ が発生する Mesh C と A. end 付近で $\sigma_{\max}$ が発生する Mesh A において曲げ疲労試験と FEM 解析を援用した曲げ疲労限度の推定を行った。そして、これらの結果にもとづき、大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労限度推定における評価応力の修正方法について検討するとともに、疲労強度に及ぼすねじれ角、浸炭部およびかみ合い位置（歯元応力分布形状）の影響について検討した。また、大ねじれ角はすば歯車の各かみ合い位置における疲労限度円周力を推定し、この推定結果にもとづき大ねじれ角はすば歯車の疲労設計法について考察した。得られたおもな点を要約すると次のとおりである。

- (1) Mesh A と Mesh C とでは、曲げ疲労強度に及ぼすねじれ角および浸炭部の影響の度合いが異なった。すなわち、ねじれ角の影響は Mesh C で顕著に現れ、ねじれ角が増加するほど疲労限度が増大する傾向がみられた。一方、浸炭部の影響は Mesh A で顕著に現れ、Case T の疲労限度が Case TS よりも大きくなる傾向がみられた。
- (2) Mesh C における曲げ疲労限度の推定値 $\sigma_{\text{est}}$ は、ねじれ角が大きくなるほど実験値 $\sigma_{\text{exp}}$ よりも小さくなる傾向がみられた。この理由には、歯元応力分布形状の影響が考えられ、歯幅 $b_1$ に対する最大応力の95%以上が発生する幅 $b_{0.95} / b_1$ が疲労限度に影響を考えているものと考えられる。 $b_{0.95} / b_1 = 30\%$ を基準値とし、各種ねじれ角 $\beta$ における $b_{0.95} / b_1$ とこの基準幅との比 $(b_{0.95} / b_1) / (30\%)$ で歯元応力を修正した結果、疲労限度円周力の推定値 $F_{t \text{ est}}$ と実験値 $F_{t \text{ exp}}$ とに良好な一致がみられるようになった。
- (3) 各かみ合い位置における疲労限度円周力を推定し、それらの最小値を求めることにより大ねじれ角はすば歯車の疲労限度円周力を推定する設計法を提案した。この設計法にもとづき大ねじれ角はすば歯車の疲労限度円周力を推定した結果、 $\beta > 30^\circ$ では $\beta$ の増加にともなう疲労強度増強の効果は期待できず、疲労限度円周力は逆に低下する可能性があることが示唆された。
- (4) ISO 式による曲げ疲労限度円周力の推定値 $F_{t \text{ est (ISO)}}$ は、本研究手法による $F_{t \text{ est}}$ との比較検証により、 $\beta \leq 30^\circ$ では $F_{t \text{ est}}$ とよく一致したが、 $\beta > 30^\circ$ では $\beta$ の増加にともない $F_{t \text{ est}}$ に比べて急激に危険側の予測になる傾向が大きくなった。したがって、ISO 式を浸炭焼入れ大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度設計に適用する場合には注意を要する。

## 第6章 結 論

本研究は、浸炭焼入はすば歯車の曲げ疲労強度推定法を確立することを目的として行ったものである。特に、浸炭焼入はすば歯車のなかでも、近年利用され始めているねじれ角 $\beta > 30^\circ$ の大ねじれ角はすば歯車に焦点を当て、FEMによる歯元応力解析および熱処理解析を援用して、その曲げ疲労強度を推定しようとするものである。さらに、曲げ疲労推定法の妥当性を確認する一連の検証によって、浸炭焼入大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度に及ぼすねじれ角、浸炭部、かみ合い位置（歯元応力分布）の影響を明らかにし、浸炭焼入はすば歯車の曲げ疲労設計を行うための基礎資料を得ることも目的としている。本論文で得られた結果を総括すると次のとおりである。

第1章では、はすば歯車の特徴、はすば歯車のねじれ角を大きくすることにより生じうる問題点やはすば歯車設計の課題について総括し、本研究の目的および位置づけ、意義ならびに研究内容についての概要を述べた。

第2章では、FEMによる歯元応力解析に供するはすば歯車のモデル作成法およびFEM解析条件・解析結果の妥当性について述べた。歯車対の接触解析では、実歯車と同様の歯当たりを再現させる必要があるため、第2章では歯元応力解析に先立ち、3D-CADで作成したはすば歯車モデルの形状妥当性を実歯車の測定結果と比較することで確認し、当該歯車モデルを用いた接触解析では、実歯車と同様の接触状況（接触線）を再現することができた。次に、歯元応力解析結果に及ぼす解析条件（接触定式化、線形／非線形解析、ソフトウェアの種類）の影響について検討し、本研究で用いるFEM解析法は、FEM解析ソフトウェアの種類や解析条件に関わらず、ほぼ同様の解析結果を得られる汎用性の高い手法であることを確認した。ただし、接触面間の摩擦係数 $\mu$ は、解析結果に及ぼす影響が大きいため、解析に当たっては適切な値を与える必要があることを明らかにした。以上の検討結果にもとづき本研究で実施するFEM解析条件を確定し、小田らが実施したねじれ角 $\beta = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ のはすば歯車対の歯元応力測定をFEM解析で再現した結果、FEMは、小田らの歯元応力測定結果とかなりよく一致し、歯車設計において有用なツールとなることを確認した。

第3章では、第2章で有効性を確認したFEMならびに従来手法であるISO式および久保・梅澤の方法を用いて、大ねじれ角はすば歯車の歯元応力を解析した結果について述べた。各種ねじれ角 $\beta$ および重なりかみ合い率 $\epsilon_\beta$ のはすば歯車対の歯元応力解析を行い、各計算法での解析結果を比較したところ、 $\epsilon_\beta \geq 1$ では、FEMと久保・梅澤の方法による歯元応力 $\sigma$ は、

A. end のかみ合い始めを除き、いずれの $\beta$ においてもほぼ同値となり、 $\varepsilon_{\beta} \geq 1$  場合には、FEM と久保・梅澤の方法は、いずれも大ねじれ角はすば歯車の解析法として有効であることを確認した。ただし、 $\beta \geq 40^\circ$  では、FEM ではかみ合い進行中の $\sigma$ の最大値が A. end のかみ合い始めにおいて発生するようになるのに対して、久保・梅澤の方法でそのような傾向はみられないため、 $\beta \geq 40^\circ$  の解析ではこの点について留意する必要がある。一方、 $\varepsilon_{\beta} < 1$  かつ  $\beta > 30^\circ$  では、久保・梅澤の方法による $\sigma$ は、FEM による $\sigma$ と大きく異なる傾向を示し、このような条件においては、久保・梅澤の方法では、歯幅端の不完全部の剛性を示す係数の修正が必要であることを示した。さらに、ISO 式の大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析では、 $\beta$ が増加するほど $\sigma$ が減少するという、FEM および久保・梅澤の方法とは逆の傾向を示すため、注意を要することを明らかにした。

第 4 章では、FEM 解析を援用した浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度推定法について述べた。FEM による歯元応力解析と熱処理解析（炭素の拡散解析、弾塑性応力解析、熱伝導・熱伝達解析、相変態解析）を行い、これらの解析より得られた歯元応力、炭素濃度（硬さ）および残留応力を耐久限度線図に適用して、浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度を推定した。さらに、浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労試験もを行い、本研究で用いた曲げ疲労強度推定法の妥当性を検証した。その結果、本研究手法による浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労限度の推定値 $\sigma_{est}$ は、ねじれ角 $\beta \leq 25^\circ$ では、パルセータ試験機による実験値 $\sigma_{exp}$ に対して $\pm 10\%$ の誤差の範囲に収まり、両者の値はかなりよく一致した。ゆえに、一連の曲げ疲労強度推定法の有効性が示された。しかし、 $\beta = 30^\circ$ では $\sigma_{est}$ の値は $\sigma_{exp}$ よりも $30\%$ 程度小さい結果となり、 $\beta \leq 25^\circ$ の場合とは異なる傾向がみられた。第 4 章では、歯元の最表面で発生する最大応力を評価応力として取扱ったが、 $\beta \geq 30^\circ$ では最大応力のみによる評価では不十分であり、当該疲労強度推定法の検討課題であることを確認した。さらに、 $\beta = 20^\circ$ の場合における熱処理条件の影響の検証結果としては、残留オーステナイト量が過大となり圧縮残留応力が低下することに起因すると考えられる $\sigma_{exp}$ の低下傾向を、 $\sigma_{est}$ でも再現できることを示した。

第 5 章では、浸炭焼入れ大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度について述べた。第 4 章で実施した $\beta \leq 30^\circ$ のはすば歯車の疲労強度に関する実験と解析での評価を $\beta = 40.88^\circ$ まで拡張し、歯車側面を浸炭しない場合の Case T と、浸炭する場合の Case TS の二つの条件において、歯幅中央部で最大歯元応力 $\sigma_{max}$ が発生する Mesh C と A. end 付近で $\sigma_{max}$ が発生する Mesh A において曲げ疲労試験と FEM 解析を援用した曲げ疲労限度の推定を行った。そし



て、大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労限度推定における評価応力の修正方法について検討するとともに、疲労強度に及ぼすねじれ角、浸炭部およびかみ合い位置の影響について検討した。また、大ねじれ角はすば歯車の各かみ合い位置における疲労限度円周力を推定し、この推定結果にもとづき大ねじれ角はすば歯車の疲労設計法について考察した。その結果、Mesh A と Mesh C とでは、曲げ疲労強度に及ぼすねじれ角および浸炭部の影響の度合いが異なり、ねじれ角の影響は Mesh C で顕著に現れ、ねじれ角が増加するほど疲労限度が増大する傾向がみられた。一方、浸炭部の影響は Mesh A で顕著に確認され、Case T の疲労限度が Case TS よりも大きくなる傾向があることを確認した。また、Mesh C における曲げ疲労限度の推定値  $\sigma_{est}$  は、ねじれ角が大きくなるほど実験値  $\sigma_{exp}$  よりも小さくなる傾向がみられた。この理由には、歯元応力分布の形状の影響が考えられ、歯幅  $b_1$  に対する最大応力の 95% 以上が発生する幅  $b_{0.95}/b_1$  が疲労限度に影響を与える可能性があることを指摘した。そして、 $b_{0.95}/b_1=30\%$  を基準値とし、各種ねじれ角  $\beta$  における  $b_{0.95}/b_1$  とこの基準幅との比  $(b_{0.95}/b_1)/(30\%)$  で歯元応力を修正した結果、疲労限度円周力の推定値と実験値とはよく一致するようになることを確認した。さらに、各かみ合い位置における疲労限度を推定し、それらの最小値を求めることにより、大ねじれ角はすば歯車の疲労限度円周力を推定する設計法を提案した。この設計法にもとづき大ねじれ角はすば歯車の疲労限度円周力を推定した結果、 $\beta>30^\circ$  ではねじれ角の増加にともなう疲労限度の増大は期待できず、疲労限度円周力は逆に低下する可能性があることが示唆された。

以上、本論文では、近年利用され始めているねじれ角  $\beta>30^\circ$  の浸炭焼入れ大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度の推定に焦点を当て、FEM による歯元応力解析および熱処理解析を援用して、その曲げ疲労強度を推定する手法を確立した。さらに、当該推定法の妥当性を確認する一連の検証によって、浸炭焼入れ大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度に及ぼすねじれ角、浸炭部、かみ合い位置（歯元応力分布）の影響を明らかにし、浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労設計を行うための基礎資料を提示した。

## 謝 辞

本研究は、鳥取大学教授（当時）・故・宮近幸逸博士，鳥取大学教授・小出隆夫博士，鳥取大学教授・小野勇一博士のご指導のもとに遂行されたものです。終始，懇切なご指導とご鞭撻をいただきました。ここに深甚なる謝意を表します。

また，本研究に対して，種々のご教示，ご助言をいただいた鳥取大学教授・佐藤昌彦博士，鳥取大学講師・西 遼佑博士に対して深く感謝申し上げます。

日ごろ本研究を進めるにあたって，実験および資料整理などにご協力いただいた鳥取大学工学部 機械工学科 信頼性・設計工学研究室の卒業生および同研究室の在学生の皆様にも厚くお礼申し上げます。

試験歯車の製作にご協力いただいた鳥取県金属熱処理協業組合専務理事・馬田秀文博士，同工場長・生田智章氏，株式会社ナゴヤギア・緒方秀行氏，ならびに試験装置などの作製や加工において種々のご協力をいただいたものづくり教育実践センター（実習工場）の皆様にも厚くお礼申し上げます。

FEM 解析を行うにあたりご指導とご助言をいただいた地方独立行政法人鳥取県産業技術センター・佐藤崇弘博士に心よりお礼申し上げます。

本研究を行う機会をいただき，さらに多大なるご支援とご理解をいただきました地方独立行政法人鳥取県産業技術センター理事長（当時）・稲永 忍博士，同理事長（当時）・村江清志氏，同理事長・福岡 悟氏をはじめとする歴代の鳥取県産業技術センターの役職員の皆様に深く感謝いたします。

そして，本研究を進めるにあたり数多くのご助言とご協力をいただきました地方独立行政法人鳥取県産業技術センター機械素材研究所長（当時）・門脇 互氏，同所長（当時）・草野浩幸博士，同所長・鈴木好明氏をはじめとして，鳥取県産業技術センター機械素材研究所の職員の皆様に謝意を表します。

## 参 考 文 献

- (1.1) 成瀬長太郎, “歯車の基礎と設計”(1992) 養賢堂.
- (1.2) 日本機械学会, “機械工学便覧 / 日本機械学会編 機械要素・トライボロジー デザイン編β4”(2005) 丸善.
- (1.3) 小原歯車工業株式会社, “KHK 総合カタログ”(2011).
- (1.4) 卯月千秋, 平岡昌巳, 中田雅之, トランスミッション用外接はすば歯車の歯元曲げ応力予測技術の実用化, *Honda R&D technical review*, Vol.13, No.1, pp.81-90 (2001).
- (1.5) 小田哲, 島富泰司, 難波千秋, はすば歯車における両端不完全部の歯元応力に及ぼす影響, 鳥取大学工学部研究報告, Vol.6, No.1, pp.9-16 (1976).
- (1.6) 会田俊夫, 小田哲, 草野昂二郎, 伊藤芳澄, 歯車の曲げ疲れ強さに関する研究 : 第7報, 浸炭焼入歯車の曲げ疲れ強さ, 日本機械学会誌, Vol.70, No.583, pp.1233 (1967).
- (1.7) 岩崎晶彦, 水宮一浩, ヘリカル歯車の製造方法及びその製造方法によるヘリカル歯車, 特願平 05-200595 (1995).
- (1.8) 山川修司, はすば歯車の製造方法, 特開平 10-202435 (1998).
- (1.9) ISO 6336-3, “Calculation of load capacity of spur and helical gears, – Part 3: Calculation of tooth bending strength, 2nd Ed., Corrected version” (2007).
- (1.10) 日本機械学会, “歯車強さ設計資料”(1979) 日本機械学会.
- (1.11) 久保愛三, 梅沢清彦, 誤差をもつ円筒歯車の荷重伝達特性に関する研究 : 第1報, 基礎的考察, 日本機械学会論文集, Vol.43, No.371, pp.2771-2783 (1977).
- (1.12) 森川邦彦, 西原隆太, 松本将, 円筒歯車のかみ合い効率予測とその向上, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.78, No.788, pp.1250-1259 (2012).
- (1.13) 谷裕文, 所博治, 吉川和男, 3 軸歯車の噛み合い伝達誤差解析とギヤノイズの低減, 豊田中央研究所 R&D レビュー, Vol.34, No.1, pp.49-56 (1999).
- (1.14) 瓜田龍実, 並木邦夫, 飲久保知人, 肌焼鋼の疲れ強さに及ぼす浸炭粒度の影響, 電気製鋼, Vol.59, No.1, pp.33-41 (1988).
- (1.15) 岡本康治, 富永昌武, 苧野兵衛, 西山幸夫, 真空浸炭した Cr-Mo 鋼(SCM420)の疲労強度におよぼす浸炭層組織の影響, 日本金属学会誌, Vol.46, No.8, pp.827-834 (1982).
- (1.16) 下村哲也, 森田敏之, 井上幸一郎, 羽生田智紀, 高濃度浸炭材の疲労強度に及ぼす炭化物析出形態の影響, 電気製鋼, Vol.77, No.1, pp.11-18 (2006).

- (1.17) 菊池雅男, 小峰厚友, 木林靖忠, 浸炭焼入材の疲労強度に及ぼす粒界酸化の影響, 材料, Vol.38, No.425, pp.111-116 (1989).
- (1.18) 吉川一男, 溝口孝遠, 太田定雄, 浸炭焼入材の疲労特性に及ぼす不完全焼入層の影響とそれに対する平均応力と残留応力の寄与, 材料, Vol.26, No.285, pp.538-543 (1977).
- (1.19) 山崎嘉啓, 長谷川潔, 中西博, 岡崎章三, 鈴木恵, 中村宏, 浸炭処理鋼の疲労強度に及ぼす残留オーステナイトの影響, 材料, Vol.31, No.348, pp.915-921 (1982).
- (1.20) 小川一義, 浅野高司, 浸炭焼入れ鋼の切欠曲げ疲労強度に及ぼす残留応力と平均応力の影響, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.66, No.641, pp.92-97 (2000).
- (1.21) 増田千利, 石井明, 西島敏, 住吉英志, 田中義久, 金沢健二, SCr 420 浸炭焼入れ鋼における疲労強度のチャージ間変動, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.51, No.464, pp.1193-1199 (1985).
- (1.22) 村井暢宏, 津村輝隆, 浸炭鋼の残留オーステナイト量に及ぼす合金元素と炭素ポテンシャルの影響, 鉄と鋼, Vol.84, No.6, pp.446-451 (1998).
- (1.23) 大内田久, 西岡章夫, 早山徹, 表面硬化材の疲労強度に及ぼす残留応力の影響, 材料, Vol.21, No.227, pp.733-738 (1972).
- (1.24) 中西英介, 植田秀夫, 梶浦豪二, 浸炭材料の表面不完全焼入層の疲労挙動, 材料, Vol.26, No.280, pp.68-73 (1977).
- (1.25) 田中誠三, 古川徹, 浸炭表面硬化鋼における疲労強度と硬度分布の関係, 材料, Vol.28, No.305, pp.139-143 (1979).
- (1.26) 鮎谷清司, 野田文好, 浸炭焼入れした鋼材の疲労強度と残留応力, 材料, Vol.17, No.183, pp.1124-1128 (1968).
- (1.27) 木村利光, 並木邦夫, SCM 420 のプラズマ浸炭および疲れ特性, 電気製鋼, Vol.61, No.1, pp.32-40 (1990).
- (1.28) 礪川憲二, 並木邦夫, 肌焼鋼の回転曲げ疲れ特性に及ぼす合金元素の影響, 電気製鋼, Vol.57, No.1, pp.13-22 (1986).
- (1.29) 西岡邦夫, 平川賢爾, 小松英雄, 各種表面硬化歯車の歯元曲げ疲労強度, 材料, Vol.23, No.252, pp.796-802 (1974).
- (1.30) 小田哲, 島富泰司, 川合信行, はすば歯車の曲げ疲労強度に関する研究 : 第 2 報, 浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.45, No.395,

- pp.834-841 (1979).
- (1.31) 小田哲, 小出隆夫, 松井光次, 山本謙, 浸炭焼入れ歯車の曲げ疲労強度に及ぼす粒界酸化の影響, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.54, No.501, pp.1135-1139 (1988).
- (1.32) 岡田義夫, 田原廣光, 松本隆, 吉田誠, トランスミッション用浸炭歯車の疲労強度解析 —材質的要因と疲労強度の関係について—, 自動車技術会論文集, Vol.45, pp.72-77 (1990).
- (1.33) 柳晟基, 井上克己, 加藤正名, 大西昌澄, 下田健二, 浸炭歯車の曲げ疲労強度に及ぼす表面処理の影響, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.60, No.572, pp.1391-1396 (1994).
- (1.34) 坪倉公治, 小出隆夫, 小田哲, 高濃度浸炭焼入れ歯車の負荷能力に関する研究, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.67, No.662, pp.3258-3263 (2001).
- (1.35) 井上克己, 北村賢一, 山中将, 増山知也, 浅野純一, 清浄鋼浸炭歯車の曲げ強度, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.68, No.669, pp.1615-1620 (2002).
- (1.36) K. Miyachika, W.-D. Xue, T. Koide, H. Mada, K. Nojima, S. Oda, H. Katanuma, “Residual Stress and Bending Fatigue Strength of Case-Carburized Thin-Rimmed Spur Gears With Asymmetric Web Arrangement”, ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, pp.845-854 (2007) American Society of Mechanical Engineers.
- (1.37) 宮近幸逸, 野嶋賢吾, 薛衛東, 岡村幸治, 浸炭焼入れ平内歯車の残留応力と曲げ疲労強度 (硬化層深さ, 浸炭部およびリム厚さの影響), 日本設計工学会 2013 年度秋季大会研究発表講演会 講演論文集, pp.147-150 (2013).
- (1.38) 野嶋賢吾, 宮近幸逸, 安藤和彰, 生田智章, 浸炭焼入れはすば歯車の残留応力と曲げ疲労強度に及ぼす硬化層深さおよびねじれ角の影響, 設計工学, Vol.48, No.8, pp.374-378 (2013).
- (1.39) K. Nojima, K. Ogata, M. Tanaka, R. Nishi, Y. Ono, T. Koide, Bending fatigue strength of case-carburized helical gears (In the case of large helix angles), Journal of Mechanical Science and Technology, Vol.31, No.12, pp.5657-5663 (2017).
- (1.40) 緒方健悟, 田中求, 山岡樹矢, 野嶋賢吾, 西遼佑, 小野勇一, 小出隆夫, 浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度に及ぼすねじれ角の影響 (大ねじれ角の場合), 中国四国支部総会・講演会 講演論文集, Vol.56, pp.516 (2018).
- (1.41) 浅野隆宏, 野嶋賢吾, 小出隆夫, 小野勇一, 西遼佑, 大ねじれ角浸炭焼入れはすば

- 歯車の歯元応力と曲げ疲労強度, 中国四国支部総会・講演会 講演論文集, Vol.54, pp.314-311-314-312 (2016).
- (1.42) 田中求, 山岡樹矢, 野嶋賢吾, 西遼佑, 小野勇一, 小出隆夫, 大ねじれ角はすば歯車の曲げ疲労強度に及ぼす浸炭焼入れの影響, 日本設計工学会 2018 年度秋季大会 研究発表講演会 講演論文集, pp.13-14 (2018).
- (1.43) 井上達雄, 高温変形のコンピュータシミュレーション その 1: 変態-熱-力学 -その考え方と相変態を伴う工学過程のシミュレーションへの応用, 材料, Vol.44, No.502, pp.973-980 (1995).
- (1.44) 山口豪, 王志剛, 井上達雄, 歯車の浸炭焼入過程における炭素濃度依存性を考慮した温度, 組織および応力の解析, 材料, Vol.33, No.375, pp.1470-1476 (1984).
- (1.45) 藤尾博重, 迫田雅治, 硬化層厚さをかえた浸炭焼入れ歯車の残留応力の理論解析, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.50, No.449, pp.179-186 (1984).
- (1.46) 宮尾光介, 王志剛, 井上達雄, 歯車の浸炭焼入過程における変態塑性を考慮した温度, 組織および応力の解析, 材料, Vol.35, No.399, pp.1352-1357 (1986).
- (1.47) 宮近幸逸, 小田哲, 薛衛東, 光井滋教, 藤尾博重, 難波千秋, 浸炭焼入れ歯車の残留応力に及ぼす側面浸炭焼入れの影響, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.67, No.658, pp.1980-1986 (2001).
- (1.48) 福本学, 吉崎正敏, 今高秀樹, 岡村一男, 山本憲司, ヘリカルギアの浸炭焼入れ3次元シミュレーション, 材料, Vol.50, No.6, pp.598-605 (2001).
- (1.49) 七野勇人, 熱処理データベースの構築とシミュレーション技術の向上, Komatsu technical report, Vol.51, No.1, pp.2-10 (2005).
- (1.50) 渡邊陽一, 熱処理 CAE を活用した浸炭歯車の焼入れ変形の予測と対策, 素形材, Vol.5, pp.11 (2008).
- (1.51) 芹澤崇宣, 坂井田喜久, 卍山下道哉, 早川邦夫, 弾塑性有限要素法による浸炭歯車の残留応力解析, 東海支部総会講演会講演論文集, Vol.2010, No.59, pp.411-412 (2010).
- (1.52) 沖田圭介, 堤一之, 岩崎克浩, 永濱睦久, 新堂陽介, 藤田学, 浸炭歯車の熱処理ひずみ予測技術 (2011).

- (2.1) 文献(1.9)と同じ
- (2.2) 文献(1.11)と同じ
- (2.3) 平見尚隆, 寺岡隆道, 森祐司, 喜多秀紀, 中沢正史, はすば歯車の実用歯元応力計算法, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.56, No.521, pp.142-147 (1990).
- (2.4) 林国一, はすば歯車における歯の接触線上の荷重分布 : 第 1 報, 基礎的考察, 日本機械学会論文集, Vol.28, No.193, pp.1093-1101 (1962).
- (2.5) 梅沢清彦, はすば歯車の負荷かみあい試験 : 第 1 報, たわみの近似式, 日本機械学会論文集, Vol.38, No.308, pp.896-904 (1972).
- (2.6) 梅沢清彦, 石川二郎, 歯車の歯面接触による近寄り, 日本機械学会論文集, Vol.38, No.315, pp.2979-2987 (1972).
- (2.7) 福永圭悟, かみあいを考慮した平歯車の強度解析 : 第 1 報, 主として歯の変形について, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.53, No.489, pp.1071-1076 (1987).
- (2.8) 福永圭悟, かみあいを考慮した平歯車の強度解析 : 第 2 報, 歯元応力について, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.53, No.489, pp.1077-1082 (1987).
- (2.9) 文献(1.10)と同じ
- (2.10) G.T. Sarkar, Y.L. Yenarkar, D.V. Bhope, STRESS ANALYSIS OF HELICAL GEAR BY FINITE ELEMENT METHOD, International Journal of Mechanical Engineering and Research, Vol.2, No.4, pp.322-329 (2013).
- (2.11) A.S. Achari, R. Chaitanya, S. Prabhu, A Comparison of Bending Stress and Contact Stress of a Helical Gear as Calculated by AGMA Standards and FEA, International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, Vol.4, No.5, pp.38-43 (2014).
- (2.12) S. Jyothirmai, R. Ramesh, T. Swarnalatha, D. Renuka, A finite element approach to bending, contact and fatigue stress distribution in helical gear systems, Procedia materials science, Vol.6, pp.907-918 (2014).
- (2.13) J. Venkatesh, M.P. Murthy, Design and Structural Analysis of High Speed Helical Gear Using Ansys, International Journal of Engineering Research and Applications, Vol.4, No.3, pp.215-232 (2014).
- (2.14) B. Vishwakarma, U.K. Joshi, Finite Element Analysis of Helical Gear Using Three-Dimensional Cad Model, international journal of engineering sciences & research technology, Vol.3, No.4, pp.1952-1958 (2014).

- (2.15) S.A. Mote, A. Gaur, A.B. Gujale, Design and FEM Analysis of Helical Gear, International Journal of Engineering Research and Advanced Technology, Vol.4, No.4, pp.14 (2018).
- (2.16) V. Singh, S.K. Srivastava, Finite Element Analysis of Contact and Bending Stresses in Helical Gear Pair, International Journal of Engineering Development and Research, Vol.6, No.2, pp.185-191 (2018).
- (2.17) 文献(1.30)と同じ
- (2.18) 野嶋賢吾, 小出隆夫, 大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析, 日本設計工学会 2015 年度秋季大会研究発表講演会 講演論文集, pp.59-62 (2015).
- (2.19) <<http://www.solidworks.co.jp/>> (accessed 2018-12-18)
- (2.20) <[http://www.khk-gears.co.jp/gear\\_technology/gcswforweb.html](http://www.khk-gears.co.jp/gear_technology/gcswforweb.html)> (accessed 2018-12-18)
- (2.21) 木村勝典, 非接触測定における反射防止スプレーの測定値への影響に関する研究, 精密工学会学術講演会講演論文集, Vol.2014A, pp.849-850 (2014).
- (2.22) <<https://ja3dsystems.com/press-releases/geomagic/releases-qualify-2012>> (accessed 2018-12-18)
- (2.23) <<https://www.solidworks.com/product/solidworks-simulation>> (accessed 2018-12-18)
- (2.24) “ANSYS Workbench Mechanical 接触解析セミナー” (2012) サイバーネットシステム株式会社.
- (2.25) <<http://www.cybernet.co.jp/ansys/product/release/ansys15/>> (accessed 2018-12-18)
- (2.26) 岸正彦 (非線形 CAE 協会監修), “構造解析のための有限要素法実践ハンドブック” (2006) 森北出版.
- (2.27) 成瀬長太郎, 灰塚正次, 根本良三, 黒川和司, 平歯車の摩擦損失, 温度上昇およびスコーリング限界荷重に関する研究, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.51, No.466, pp.1329-1337 (1985).
- (2.28) 小村政則, (NPO 法人 CAE 懇話会関西解析塾テキスト編集グループ監修), “<解析塾秘伝>有限要素法に必要な数学” (2012) 日刊工業新聞社.
- (3.1) 文献(1.1)と同じ
- (3.2) 文献(1.9)と同じ
- (3.3) 文献(1.10)と同じ
- (3.4) 文献(1.11)と同じ



- (3.5) 文献(1.4)と同じ
- (3.6) 文献(2.18)と同じ
- (3.7) 文献(1.2)と同じ
- (3.8) 梅沢清彦, 歯車のための有限幅ラック形片持はりのたわみと歯元応力 : 第 1 報, たわみ, 日本機械学会論文集, Vol.36, No.288, pp.1385-1393 (1970).
- (3.9) 文献(2.5)と同じ
- (3.10) 梅沢清彦, 石川二郎, 林国一, 歯車のための有限幅厚平板片持はりのたわみ, 日本機械学会論文集, Vol.35, No.270, pp.423-431 (1969).
- (3.11) 文献(2.6)と同じ
- (3.12) 梅沢清彦, 歯車のための有限幅ラック形片持はりのたわみと歯元応力 : 第 2 報, 歯元応力と実験, 日本機械学会論文集, Vol.37, No.297, pp.1041-1050 (1971).
- (3.13) 会田俊夫, 寺内喜男, 平歯車の曲げ応力について : 第 2 報, 歯の応力集中係数と曲げ応力計算式, 日本機械学会論文集, Vol.27, No.178, pp.862-868 (1961).
  
- (4.1) 文献(1.9)と同じ
- (4.2) 文献(1.11)と同じ
- (4.3) 文献(1.19)と同じ
- (4.4) 文献(1.15)と同じ
- (4.5) 岡本康治, 富永昌武, 苧野兵衛, 西山幸夫, トランスミッション用浸炭歯車の疲労強度解析 —材質的要因と疲労強度の関係について—, 自動車技術会論文集, Vol.45, pp.72-77 (1990).
- (4.6) 文献(1.38)と同じ
- (4.7) 野嶋賢吾, 緒方健悟, 田中求, 西遼佑, 小野勇一, 小出隆夫, 有限要素解析を援用した浸炭焼入れはすば歯車の曲げ疲労強度の推定, 設計工学, Vol.54, No.1, pp45-60 (2019).
- (4.8) 文献(1.41)と同じ
- (4.9) 文献(2.20)と同じ
- (4.10) 文献(2.19)と同じ
- (4.11) 文献(2.23)と同じ
- (4.12) 文献(1.30)と同じ

- (4.13) 文献(2.26)と同じ
- (4.14) <<https://www.deform.com/products/deform-ht/>> (accessed 2018-12-18)
- (4.15) 河田一喜, “本当によくわかる窒化・浸炭・プラズマ CVD: 高機能表面改質法の基礎と応用” (2012) 日刊工業新聞社.
- (4.16) 日本熱処理技術協会編, “熱処理ソースブック 第1巻(浸炭および浸炭窒化处理)”, pp.179-191 (2008) 日本熱処理技術協会.
- (4.17) ISO 6336-5, “Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 5: Strength and quality of materials” (2003).
- (4.18) E.A. de Souza Neto, D. Perić, D.R.J. Owen (寺田賢二郎 監訳), “非線形有限要素法: 弾塑性解析の理論と実践” (2012) 森北出版.
- (4.19) 巨東英, 焼入れシミュレーションの現状と展望 3. 浸炭・窒化・焼入れシミュレーション, 材料, Vol.55, No.7, pp.712-717 (2006).
- (4.20) 文献(1.46)と同じ
- (4.21) 文献(1.44)と同じ
- (4.22) 井上達雄, 有本享三, 変態-熱-力学に基づいた熱処理シミュレーション用 CAE システム"HEARTS"の開発と応用, 材料, Vol.44, No.496, pp.103-109 (1995).
- (4.23) K. Arimoto, H. Kim, M. Narazaki, D. Lambert, W. Wu, “Mechanism of quench distortion on steel shaft with keyway”, 21 st ASM Heat Treating Society Conference, pp.144-151 (2001).
- (4.24) 小田哲, 小出隆夫, はすば歯車の曲げ疲労強度に関する研究 : 第 4 報, 曲げ疲労強度に及ぼす転位の影響, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.50, No.450, pp.362-369 (1984).
- (4.25) 小田哲, 島富泰司, はすば歯車の曲げ疲労強度に関する研究 (第 1 報) 曲げ疲労強度に及ぼすねじれ角の影響, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.45, No.395, pp.826-833 (1979).
- (4.26) 戸部俊美, 加藤正名, 井上克己, 浸炭焼入れ平歯車の残留応力の簡易推定, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.52, No.476, pp.1402-1410 (1986).
- (4.27) 薛衛東, 浸炭焼入れ薄肉歯車の残留応力と曲げ疲労強度に関する基礎的研究, 博士論文, 鳥取大学, <[http://repository.libtottori-uacjp/ja/list/nii\\_type/Thesis%20or%20Dissertation/p/9/item/2624](http://repository.libtottori-uacjp/ja/list/nii_type/Thesis%20or%20Dissertation/p/9/item/2624)> (accessed 2018-12-18) (2004).
- (4.28) 文献(1.6)と同じ

- (4.29) 文献(1.45)と同じ
- (4.30) 文献(1.22)と同じ
- (4.31) 日本材料学会, “疲労設計便覧” (1995) 養賢堂.
- (4.32) 岡崎章三, 長谷川潔, 浸炭焼入材の疲労強度に及ぼす残留オーステナイトの影響, 関西造船協会誌, Vol.178, pp.113-120 (1980).
- (4.33) 中村宏, 堀川武, “金属疲労の基礎と疲労強度設計への応用” (2008) コロナ社.
  
- (5.1) 文献(1.7)と同じ
- (5.2) 文献(1.8)と同じ
- (5.3) 文献(1.40)と同じ
- (5.4) 文献(1.42)と同じ
- (5.5) 文献(4.25)と同じ
- (5.6) 文献(4.26)と同じ
- (5.7) 文献(4.27)と同じ
- (5.8) 文献(1.7)と同じ
- (5.9) 文献(4.33)と同じ
- (5.10) 文献(1.9)と同じ

## 付 録

### ■ バックラッシを考慮してはすば歯車対の中心距離を算出するプログラム

The screenshot shows a software window titled "はすば歯車 中心距離計算(機械工学便覧の式)". It contains the following data:

条件入力		中心距離 計算結果	
ねじれ角: $\beta$	20 °	正面かみ合い圧力角: $\alpha_{wt}$	21.7062 °
歯直角圧力角: $\alpha_n$	20 °	中心距離: $a$	115.3521 mm
歯直角モジュール: $m_n$	3 mm	かみ合いピッチ円半径	
歯幅: $b$	20 mm	歯車①: $r_{w1}$	57.6761 mm
歯数 歯車①: $z_1$	36 枚	歯車②: $r_{w2}$	57.6761 mm
歯数 歯車②: $z_2$	36 枚	正面圧力角: $\alpha_t$	21.173 °
正面円周方向バックラッシ: $j_t$	0.33 mm	正面モジュール: $m_t$	3.1925 mm
		作用線方向バックラッシ: $j_{bt}$	0.3077 mm
		※ $j_{bt} = j_t \cos \alpha_t$	

かみ合い率 計算結果		かみ合い率 計算結果	
歯車① 歯先円直径: $d_{a1}$	120.9312 mm	正面かみ合い率: $\varepsilon_\alpha$	1.4263
基礎円直径: $d_{b1}$	107.1728 mm	重なりかみ合い率: $\varepsilon_\beta$	0.7258
歯車② 歯先円直径: $d_{a2}$	120.9312 mm	全かみ合い率: $\varepsilon_\gamma$	2.1541
基礎円直径: $d_{b2}$	107.1728 mm	正面かみ合い長さ	13.3583 mm
正面法線ピッチ: $p_{bt}$	9.3526 mm	重なりかみ合い長さ	6.7880 mm
基礎円筒ねじれ角: $\beta_b$	18.7472 °	全かみ合い長さ	20.1463 mm

計算実行

Fig. A.1 Interface of program for computing working pitch circle diameter

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Windows.Forms;
```

```
namespace はすば歯車_中心距離
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();
        }
    }
}
```

```

//■入力変数の定義
double be           //ねじれ角
double an;         //歯直角圧力角
double mn;         //歯直角モジュール
int z1;            //歯車①歯数
int z2;            //歯車②歯数
double jt;         //正面円周方向バックラッシ
double b;          //歯幅

//■変数
double at;         //正面圧力角
double mt;         //正面モジュール
double jbt;        //作用線方向バックラッシ
double awt;        //正面かみ合い圧力角
double a;          //中心距離
double da1;        //歯車① 歯先円直径
double db1;        //歯車① 基礎円直径
double da2;        //歯車② 歯先円直径
double db2;        //歯車② 基礎円直径
double pbt;        //正面法線ピッチ
double ea;         //正面かみ合い率
double eb;         //重なりかみ合い率
double L;          //正面かみ合い長さ
double Lb;         //重なりかみ合い長さ
double be_b;       //基礎円筒ねじれ角

private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    //変数の読み込み
    be = double.Parse(textBox1.Text) / 180 * Math.PI; //ねじれ角
    an = double.Parse(textBox2.Text) / 180 * Math.PI; //歯直角圧力角
    mn = double.Parse(textBox3.Text); //歯直角モジュール
    z1 = int.Parse(textBox4.Text); //歯数①
    z2 = int.Parse(textBox5.Text); //歯数②
    jt = double.Parse(textBox6.Text); //円周方向バックラッシ
    b = double.Parse(textBox19.Text); //歯幅

    //計算
    at = Math.Atan(Math.Tan(an) / Math.Cos(be)); //正面圧力角
    mt = mn / Math.Cos(be); //正面モジュール
    awt = Solve_nibunhou(0.1, 0.6); //正面かみ合い圧力角
    a = (z1 + z2) / 2 * mt * Math.Cos(at) / Math.Cos(awt); //中心距離
    jbt = jt * Math.Cos(at); //作用線方向バックラッシ
    da1 = mt * z1 + 2 * mn; //歯車① 歯先円直径
    db1 = mt * z1 * Math.Cos(at); //歯車① 基礎円直径
    da2 = mt * z2 + 2 * mn; //歯車② 歯先円直径
    db2 = mt * z2 * Math.Cos(at); //歯車② 基礎円直径
    pbt = Math.PI * mt * Math.Cos(at); //正面法線ピッチ
}

```

```

L = (Math.Pow((da1 * da1 - db1 * db1),0.5)
    + Math.Pow((da2 * da2 - db2 * db2), 0.5)
    - 2 * a * Math.Sin(awt))/2;           //正面かみ合い長さ
be_b = Math.Atan( Math.Tan(be) * Math.Cos(at)); //基礎円筒ねじれ角
Lb = b * Math.Tan(be_b);                 //重なりかみ合い長さ
ea = L / pbt;                            //正面かみ合い率
eb = Lb / pbt;                           //重なりかみ合い率

//表示
textBox7.Text = (awt / Math.PI * 180.0 ).ToString("f4");
textBox8.Text = a.ToString("f8");
textBox9.Text = (at / Math.PI * 180).ToString("f3");
textBox10.Text = mt.ToString("f4");
textBox11.Text = jbt.ToString("f8");
textBox12.Text = da1.ToString("f8");
textBox13.Text = db1.ToString("f8");
textBox14.Text = da2.ToString("f8");
textBox15.Text = db2.ToString("f8");
textBox20.Text = pbt.ToString("f8");
textBox21.Text = (be_b / Math.PI * 180).ToString("f4");
textBox16.Text = ea.ToString("f8");
textBox17.Text = eb.ToString("f8");
textBox18.Text =(ea + eb).ToString("f8");
textBox22.Text = L.ToString("f8");
textBox23.Text = Lb.ToString("f8");
textBox24.Text=( L + Lb).ToString("f8");
textBox25.Text=( 2 * z1 * a / (z1 + z2) / 2).ToString("f8"); //かみ合いピッチ円半径
textBox26.Text=( 2 * z2 * a / (z1 + z2) / 2).ToString("f8"); //かみ合いピッチ円半径
}

//*****
// 【二分法により解を求める関数】
//*****
double Solve_nibunhou(double xl, double xr)
{
    double x_middle;           //xlとxrの中点
    double y_middle;          //f(x_middle)の値
    double x_left;            //解の左側の値
    double x_right;           //解の右側の値
    double y_left;            //
    double ep;                //差
    double eps = 1e-16;       //収束条件
    int n;                     //計算回数
    int nmax = 50;            //最大反復回数
    x_left = xl;
    x_right = xr;
    x_middle = x_left;        //初期値をxの左端と仮に設定

    for (n = 1; n <= nmax; n++)
    {
        y_left = f_inv_awt(x_left);
        x_middle = 0.5 * (x_left + x_right); //中央値を計算
    }
}

```

```

y_middle = f_inv_awt(x_middle); //中央値での関数値を計算
ep = x_right - x_left; //収束の度合いを計算

if (y_left * y_middle < 0) x_right = x_middle;
else x_left = x_middle;
if (Math.Abs(ep) < eps) break; //収束条件を満足したら計算を終了
if (n > nmax)
{
    MessageBox.Show("収束しませんでした");
    return -1;
}
}
return x_middle;
}
// (【二分法】 ここまで)
//*****

//*****
//【インボリュート関数】
//*****
double f_inv(double x)
{
    return Math.Tan(x) - x;
}

//*****
//【正面かみ合い圧力角awtを求める関数】
//*****
double f_inv_awt(double awt)
{
    return 2 * Math.Tan(an) * jt * Math.Cos(at) / (z1 + z2) / 2 / mn / Math.Sin(at) +
        f_inv(at) - f_inv(awt);
}

private void Form1_Load(object sender, EventArgs e)
{
}
}
}

```

■ ISO 6336-3の方法によりはすば歯車の最大歯元応力を算出するプログラム

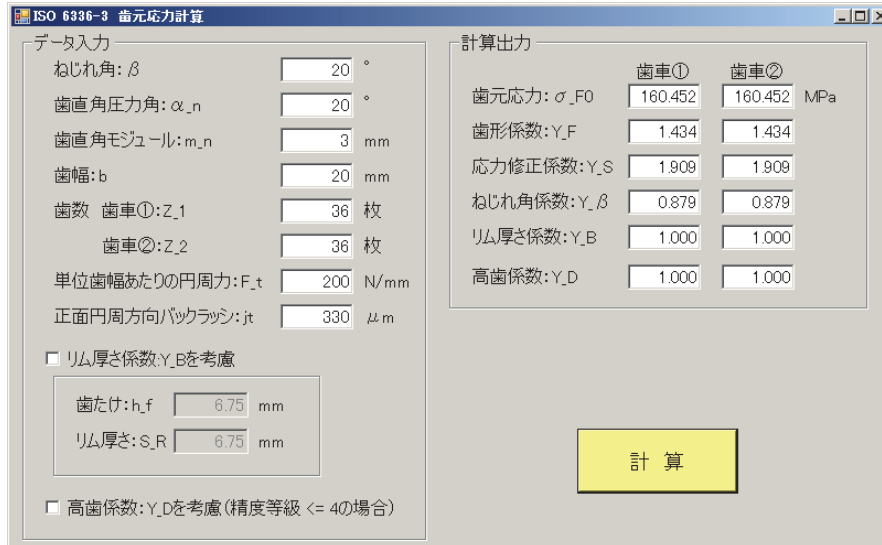


Fig. A.2 Interface of program for computing maximum root stress by ISO 6336-3

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Windows.Forms;
```

```
namespace WindowsFormsApplication1
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();
        }
    }
}
```

//■入力変数の定義

```
double be; //ねじれ角
double an; //歯直角圧力角
double mn; //歯直角モジュール
int z1; //歯車①歯数
int z2; //歯車②歯数
double jt; //正面円周方向バックラッシ
double b; //歯幅
double Ft; //単位歯幅あたりの円周力
```



```

//■変数
double at;           //正面圧力角
double mt;           //正面モジュール
double jbt;          //作用線方向バックラッシ
double awt;          //正面かみ合い圧力角
double a;            //中心距離
double da1;          //歯車① 歯先円直径
double db1;          //歯車① 基礎円直径
double da2;          //歯車② 歯先円直径
double db2;          //歯車② 基礎円直径
double pbt;          //正面法線ピッチ
double ea;           //正面かみ合い率
double eb;           //重なりかみ合い率
double L;            //正面かみ合い長さ
double Lb;           //重なりかみ合い長さ
double be_b;         //基礎円筒ねじれ角
double Y_F1;         //歯形係数 歯車①
double Y_F2;         //歯形係数 歯車①
double Y_S1;         //応力修正係数 歯車①
double Y_S2;         //応力修正係数 歯車②
double Y_beta;       //ねじれ角係数
double Y_B;          //リム厚さ係数
double Y_DT;         //高歯係数
double h_t;          //歯たけ
double S_R;          //リム厚さ
double E;
double G_1;
double G_2;
double H_1;
double H_2;
double sita_1;
double sita_2;
double s_Fn1;
double s_Fn2;
double ro_F1;
double ro_F2;
double h_Fe1;
double h_Fe2;
double T;
double h_fP;
double s_pr;
double ro_fP;
double ro_fPv;
double L_1;
double L_2;
double q_s1;
double q_s2;
double z_n1;
double z_n2;
double ep_an;
double d_n1;

```

```

double d_n2;
double d_an1;
double d_an2;
double d_bn1;
double d_bn2;
double d_en1;
double d_en2;
double p_bn;
double a_en1;
double a_en2;
double a_fen1;
double a_fen2;
double g_e1;
double g_e2;
double x_1=0;           //歯車①の転位係数
double x_2=0;           //歯車②      "

private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    //変数の読み込み
    be = double.Parse(textBox1.Text) / 180 * Math.PI; //ねじれ角
    an = double.Parse(textBox2.Text) / 180 * Math.PI; //歯直角圧力角
    mn = double.Parse(textBox3.Text); //歯直角モジュール
    b = double.Parse(textBox4.Text); //歯幅
    z1 = int.Parse(textBox5.Text); //歯数①
    z2 = int.Parse(textBox6.Text); //歯数②
    Ft = double.Parse(textBox7.Text); //単位歯幅あたりの円周力
    jt = double.Parse(textBox8.Text) / 1000.0; //円周方向バックラッシ
    h_t = double.Parse(textBox21.Text); //歯たけ
    S_R = double.Parse(textBox22.Text); //リム厚さ

    //中心距離やかみ合い率などの計算
    at = Math.Atan(Math.Tan(an) / Math.Cos(be)); //正面圧力角
    mt = mn / Math.Cos(be); //正面モジュール
    awt = Solve_nibunhou(0.1, 0.6); //正面かみ合い圧力角
    a = (z1 + z2) / 2 * mt * Math.Cos(at) / Math.Cos(awt); //中心距離
    jbt = jt * Math.Cos(at); //作用線方向バックラッシ
    da1 = mt * z1 + 2 * mn; //歯車① 歯先円直径
    db1 = mt * z1 * Math.Cos(at); //歯車① 基礎円直径
    da2 = mt * z2 + 2 * mn; //歯車② 歯先円直径
    db2 = mt * z2 * Math.Cos(at); //歯車② 基礎円直径
    pbt = Math.PI * mt * Math.Cos(at); //正面法線ピッチ
    L = (Math.Pow((da1 * da1 - db1 * db1), 0.5)
        + Math.Pow((da2 * da2 - db2 * db2), 0.5)
        - 2 * a * Math.Sin(awt)) / 2; //正面かみ合い長さ
    be_b = Math.Atan(Math.Tan(be) * Math.Cos(at)); //基礎円筒ねじれ角
    Lb = b * Math.Tan(be_b); //重なりかみ合い長さ
    ea = L / pbt; //正面かみ合い率
    eb = Lb / pbt; //重なりかみ合い率
}

```

```

//相当平歯車の計算
z_n1 = z1 / Math.Cos(be_b) / Math.Cos(be_b) / Math.Cos(be);
z_n2 = z2 / Math.Cos(be_b) / Math.Cos(be_b) / Math.Cos(be);
ep_an = ea / Math.Cos(be_b) / Math.Cos(be_b);
d_n1 = mn * z_n1;
d_n2 = mn * z_n2;
p_bn = Math.PI * mn * Math.Cos(an);
d_bn1 = d_n1 * Math.Cos(an);
d_bn2 = d_n2 * Math.Cos(an);
d_an1 = d_n1 + da1 - d_n1 * Math.Cos(be_b) * Math.Cos(be_b);
d_an2 = d_n2 + da2 - d_n2 * Math.Cos(be_b) * Math.Cos(be_b);
d_en1 = 2 * Math.Pow((Math.Pow(Math.Pow((d_an1 / 2) * (d_an1 / 2) - (d_bn1 / 2)
    * (d_bn1 / 2), 0.5) - Math.PI * (d_n1 * Math.Cos(be_b) * Math.Cos(be_b))
    * Math.Cos(be) * Math.Cos(an) / z1 * (ep_an - 1), 2) + (d_bn1 / 2)
    * (d_bn1 / 2)), 0.5);
d_en2 = 2 * Math.Pow((Math.Pow(Math.Pow((d_an2 / 2) * (d_an2 / 2) - (d_bn2 / 2)
    * (d_bn2 / 2), 0.5) - Math.PI * (d_n2 * Math.Cos(be_b) * Math.Cos(be_b))
    * Math.Cos(be) * Math.Cos(an) / z2 * (ep_an - 1), 2) + (d_bn2 / 2)
    * (d_bn2 / 2)), 0.5);
a_en1 = Math.Acos(d_bn1 / d_en1);
a_en2 = Math.Acos(d_bn2 / d_en2);
g_e1 = 0.5 * Math.PI / z_n1 + f_inv(an) - f_inv(a_en1);
g_e2 = 0.5 * Math.PI / z_n2 + f_inv(an) - f_inv(a_en2);
a_fen1 = a_en1 - g_e1;
a_fen2 = a_en2 - g_e2;

//係数を計算するための付加変数の計算
h_fp = 1.25 * mn; //基準ラックの歯元のたけ(1.25×m) m: モジュール
ro_fp = 0.38 * mn; //基準ラックの歯元R 0.38×m
ro_fpv = ro_fp; //外歯車の場合
s_pr = 0; //アンダーカットがない場合
T = Math.PI / 3; //外歯車の場合 T=π/3
E = Math.PI / 4 * mn - h_fp * Math.Tan(an) + s_pr / Math.Cos(an) - (1 - Math.Sin(an))
    * ro_fp / Math.Cos(an);
G_1 = ro_fpv / mn - h_fp / mn + x_1;
G_2 = ro_fpv / mn - h_fp / mn + x_2;
H_1 = 2 / z_n1 * (Math.PI / 2 - E / mn) - T;
H_2 = 2 / z_n2 * (Math.PI / 2 - E / mn) - T;
sita_1 = Solve_nibunhou_sita(Math.PI / 10, Math.PI, G_1, H_1, z_n1);
sita_2 = Solve_nibunhou_sita(Math.PI / 10, Math.PI, G_2, H_2, z_n2);
s_Fn1 = (z_n1 * Math.Sin(Math.PI / 3 - sita_1) + Math.Pow(3, 0.5)
    * (G_1 / Math.Cos(sita_1) - ro_fpv / mn)) * mn;
s_Fn2 = (z_n2 * Math.Sin(Math.PI / 3 - sita_2) + Math.Pow(3, 0.5)
    * (G_2 / Math.Cos(sita_2) - ro_fpv / mn)) * mn;
ro_F1 = (ro_fpv / mn + 2 * G_1 * G_1 / Math.Cos(sita_1) / (z_n1 * Math.Cos(sita_1)
    * Math.Cos(sita_1) - 2 * G_1 * G_1)) * mn;
ro_F2 = (ro_fpv / mn + 2 * G_2 * G_2 / Math.Cos(sita_2) / (z_n2 * Math.Cos(sita_2)
    * Math.Cos(sita_2) - 2 * G_2 * G_2)) * mn;
h_Fe1 = mn / 2 * ((Math.Cos(g_e1) - Math.Sin(g_e1) * Math.Tan(a_fen1))
    * d_en1 / mn - z_n1 * Math.Cos(Math.PI / 3 - sita_1) - (G_1 / Math.Cos(sita_1)
    - ro_fpv / mn));

```

```

h_Fe2 = mn / 2 * ((Math.Cos(g_e2) - Math.Sin(g_e2) * Math.Tan(a_fen2))
    * d_en2 / mn - z_n2 * Math.Cos(Math.PI / 3 - sita_2)
    - (G_2 / ath.Cos(sita_2) - ro_fPv / mn));
L_1 = s_Fn1 / h_Fe1;
L_2 = s_Fn2 / h_Fe2;
q_s1 = s_Fn1 / 2 / ro_F1;
q_s2 = s_Fn2 / 2 / ro_F2;

//係数の計算
Y_F1 = 6 * h_Fe1 / mn * Math.Cos(a_fen1) / (s_Fn1 / mn) / (s_Fn1 / mn)
    / Math.Cos(an); //歯形係数 歯車①
Y_F2 = 6 * h_Fe1 / mn * Math.Cos(a_fen2) / (s_Fn2 / mn) / (s_Fn2 / mn)
    / Math.Cos(an); //歯形係数 歯車②
Y_S1 = (1.2 + 0.13 * L_1) * Math.Pow(q_s1, 1 / (1.21 + 2.3 / L_1));
    //応力修正係数 歯車①
Y_S2 = (1.2 + 0.13 * L_2) * Math.Pow(q_s2, 1 / (1.21 + 2.3 / L_2));
    //応力修正係数 歯車②
Y_beta = f_Y_beta(be, eb); //ねじれ角係数
Y_B = f_Y_B(h_t, S_R); //リム厚さ係数
Y_DT = f_Y_D(ep_an); //高歯係数

//係数の表示
textBox10.Text = (Y_F1).ToString("f3"); //歯形係数 歯車①
textBox16.Text = (Y_F2).ToString("f3"); //歯形係数 歯車②
textBox11.Text = (Y_S1).ToString("f3"); //応力修正係数 歯車①
textBox17.Text = (Y_S2).ToString("f3"); //応力修正係数 歯車②
textBox12.Text = (Y_beta).ToString("f3"); //ねじれ角係数 歯車①
textBox18.Text = (Y_beta).ToString("f3"); //ねじれ角係数 歯車②
textBox13.Text = (Y_B).ToString("f3"); //リム厚さ係数 歯車①
textBox19.Text = (Y_B).ToString("f3"); //リム厚さ係数 歯車②
textBox14.Text = (Y_DT).ToString("f3"); //高歯係数 歯車①
textBox20.Text = (Y_DT).ToString("f3"); //高歯係数 歯車②

//歯元応力の計算
textBox9.Text = (Ft / mn * Y_F1 * Y_S1 * Y_beta * Y_B * Y_DT).ToString("f3");
textBox15.Text = (Ft / mn * Y_F2 * Y_S2 * Y_beta * Y_B * Y_DT).ToString("f3");
}
private void checkBox1_CheckedChanged(object sender, EventArgs e)
{
    if (checkBox1.Checked == true)
    {
        textBox21.Enabled = true;
        textBox22.Enabled = true;
    }
    if (checkBox1.Checked == false)
    {
        textBox21.Enabled = false;
        textBox22.Enabled = false;
    }
}
}

```

```

//*****
// 【二分法により解を求める関数①_awt用】
//*****
double Solve_nibunhou(double xl, double xr)
{
    double x_middle;           //xlとxrの midpoint
    double y_middle;          //f(x_middle)の値
    double x_left;            //解の左側の値
    double x_right;           //解の右側の値
    double y_left;            //
    double ep;                //差
    double eps = 1e-16;       //収束条件
    int n;                     //計算回数
    int nmax = 50;            //最大反復回数

    x_left = xl;
    x_right = xr;
    x_middle = x_left;         //初期値をxの左端と仮に設定

    for (n = 1; n <= nmax; n++)
    {
        y_left = f_inv_awt(x_left);
        x_middle = 0.5 * (x_left + x_right); //中央値を計算
        y_middle = f_inv_awt(x_middle);     //中央値での関数値を計算
        ep = x_right - x_left;              //収束の度合いを計算

        if (y_left * y_middle < 0) x_right = x_middle;
        else x_left = x_middle;
        if (Math.Abs(ep) < eps) break;      //収束条件を満足したら計算を終了
        if (n > nmax)
        {
            MessageBox.Show("収束しませんでした");
            return -1;
        }
    }
    return x_middle;
}
// (【二分法】 ここまで)
//*****

//*****
// 【二分法により解を求める関数②_0用】
//*****
double Solve_nibunhou_sita(double xl, double xr, double G, double H, double z)
{
    double x_middle;           //xlとxrの midpoint
    double y_middle;          //f(x_middle)の値
    double x_left;            //解の左側の値
    double x_right;           //解の右側の値
    double y_left;            //
    double ep;                //差

```

```

double eps = 1e-16;           //収束条件
int n;                        //計算回数
int nmax = 50;                //最大反復回数

x_left = xl;
x_right = xr;
x_middle = x_left;           //初期値をxの左端と仮に設定

for (n = 1; n <= nmax; n++)
{
    y_left = f_sita(x_left, G, H, z);
    x_middle = 0.5 * (x_left + x_right); //中央値を計算
    y_middle = f_sita(x_middle, G, H, z); //中央値での関数値を計算
    ep = x_right - x_left;           //収束の度合いを計算

    if (y_left * y_middle < 0) x_right = x_middle;
    else x_left = x_middle;
    if (Math.Abs(ep) < eps) break; //収束条件を満足したら計算を終了
    if (n > nmax)
    {
        MessageBox.Show("収束しませんでした");
        return -1;
    }
}
return x_middle;
}
// (【二分法】 ここまで)
//*****

//*****
// 【インボリュート関数】
//*****

double f_inv(double x)
{
    return Math.Tan(x) - x;
}
// (【インボリュート関数】 ここまで)
//*****

//*****
// 【正面かみ合い圧力角awtを求める関数】
//*****

double f_inv_awt(double awt)
{
    return 2 * Math.Tan(an) * jt * Math.Cos(at) / (z1 + z2) / 2 / mn / Math.Sin(at)
        + f_inv(at) - f_inv(awt);
}
// (【正面かみあい圧力角を求める関数】 ここまで)
//*****

```

```

//*****
// 【ISO6336-3においてY_Fを計算するためのθを求める関数】
//*****
double f_sita(double sita,double G,double H,double z)
{
    return 2 * G / z * Math.Tan(sita) - H -sita;
}
// ( 【ISO6336-3においてY_Fを計算するためのθを求める関数】   ここまで)
//*****

//*****
// 【ねじれ角係数Y_betaを求める関数】
//*****
double f_Y_beta(double beta, double e_beta)
{
    beta = beta / Math.PI * 180; //radをdegに変換

    if(beta > 30.0)    beta = 30.0;
    if(e_beta > 1.0)  e_beta = 1.0;

    return 1 - e_beta * beta / 120;
}
// ( 【ねじれ角係数Y_betaを求める関数】   ここまで)
//*****

//*****
// 【リム厚さ係数Y_Bを求める関数】
//*****
double f_Y_B(double h_t, double S_R)
{
    if(checkBox1.Checked == false)
    {
        return 1.0;
    }
    else if(S_R / h_t >= 1.2)
    {
        return 1.0;
    }
    else if(S_R / h_t > 0.5)
    {
        return 1.6 * Math.Log(2.242 * h_t / S_R);
    }
    else
    {
        return 10000;
    }
}
// ( 【リム厚さ係数Y_Bを求める関数】   ここまで)
//*****

```

```

//*****
// 【高歯係数Y_DTを求める関数】
//*****
double f_Y_D(double ep_an)
{
    if (checkBox2.Checked == false)
    {
        return 1.0;
    }
    else if (ep_an > 2.05 && ep_an <=2.5)
    {
        return -0.666 * ep_an + 2.366;
    }
    else if (ep_an > 2.5)
    {
        return 0.7;
    }
    else
    {
        return 1.0;
    }
}
// ( 【高歯係数Y_DTを求める関数】 ここまで)
//*****
}
}

```



■ 第3章 大ねじれ角はすば歯車の歯元応力解析 (すべての計算結果)

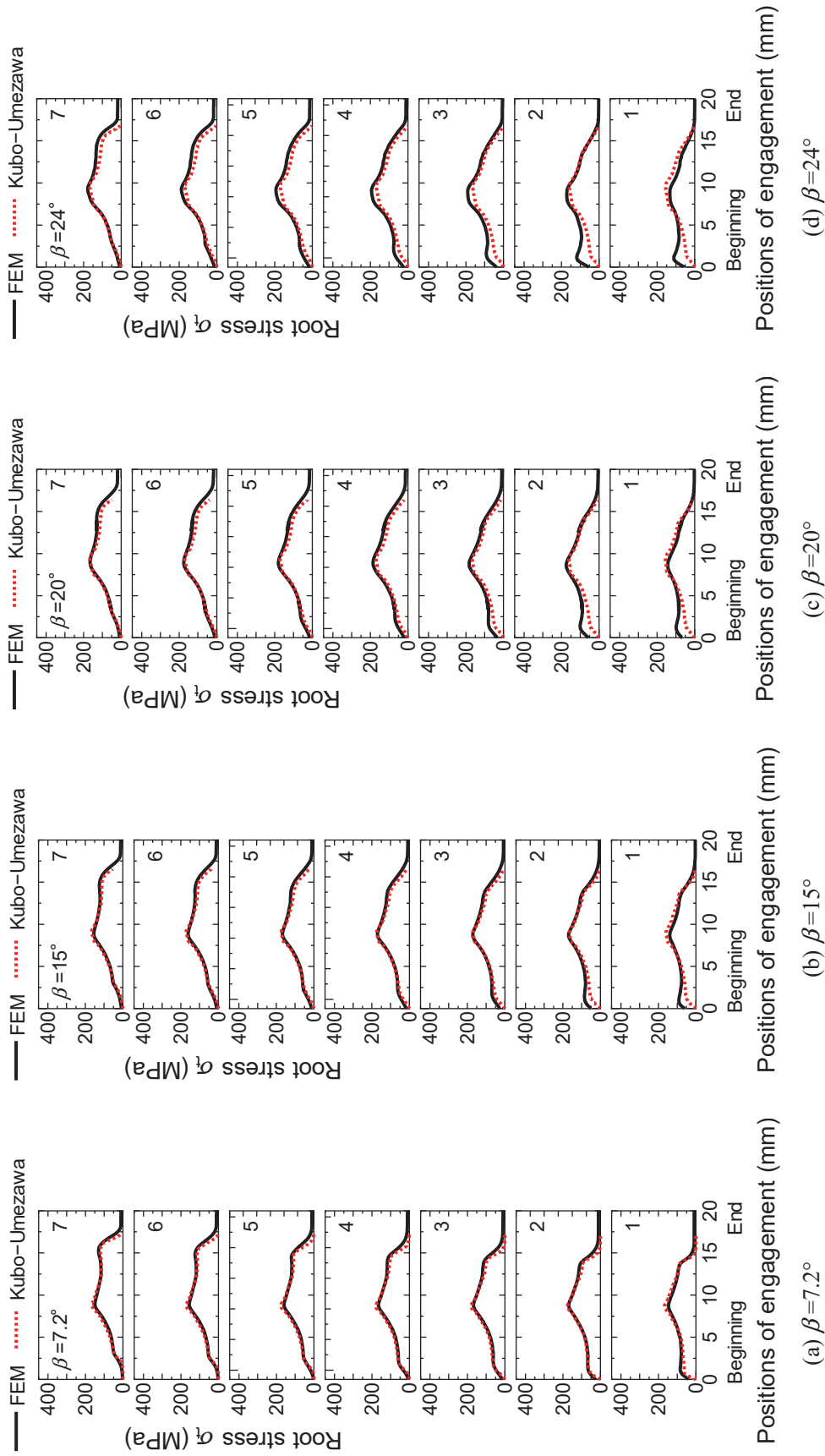


Fig. A.3 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=0.4$ ) (Part 1)

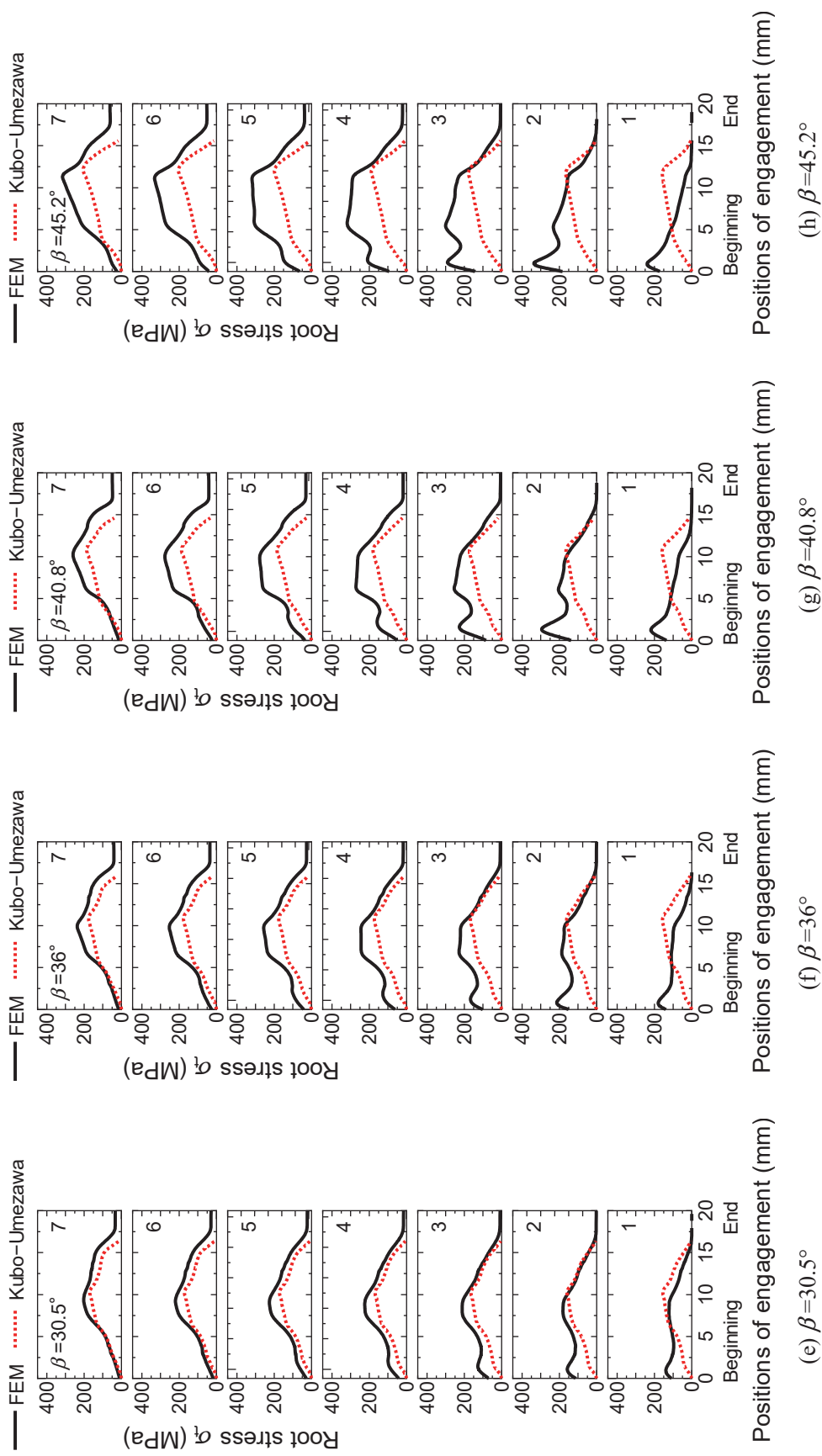


Fig. A.3 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=0.4$ ) (Part 2)

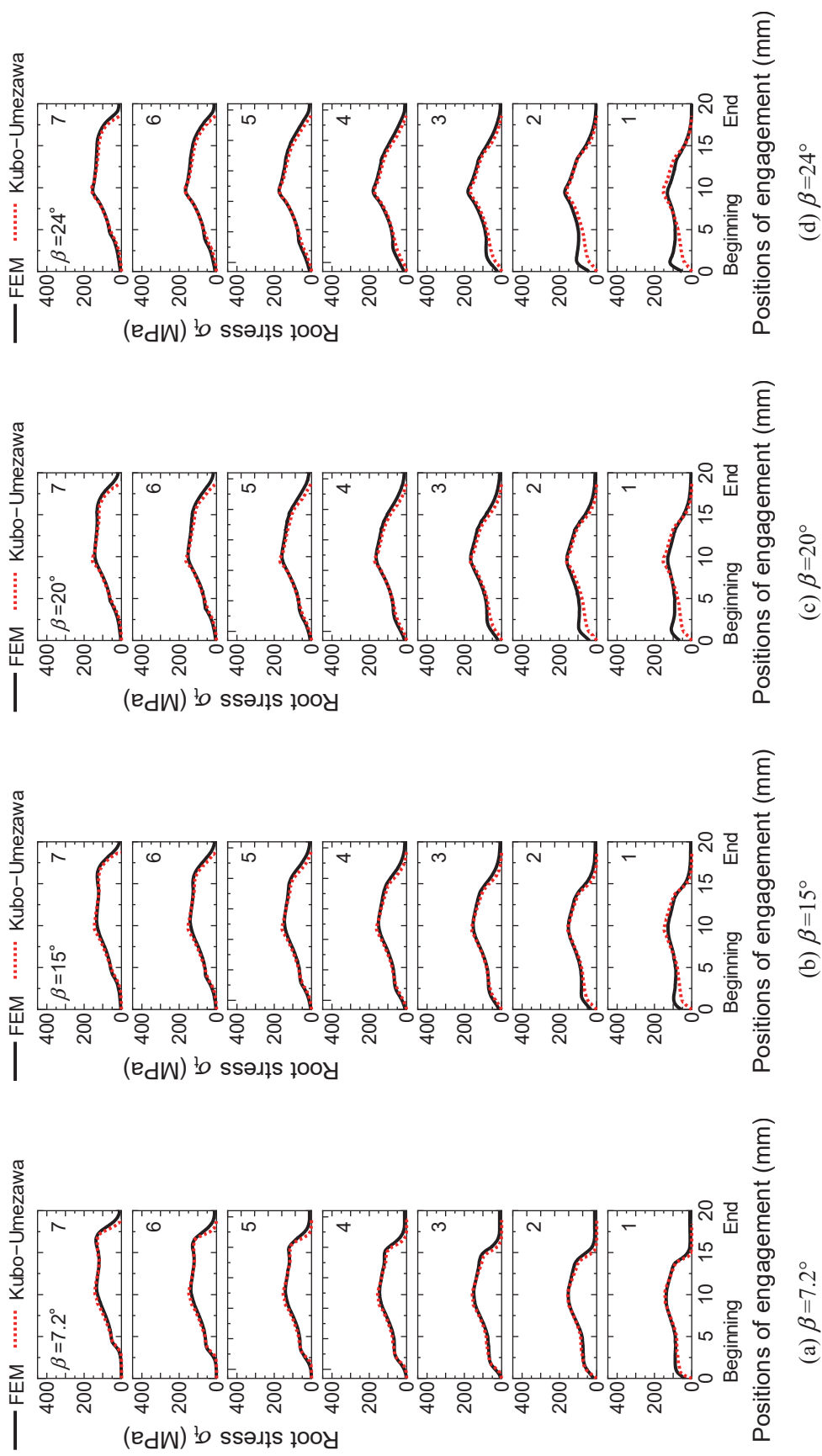


Fig. A.4 Root stress wave forms ( $\varepsilon_\beta=0.6$ ) (Part 1)

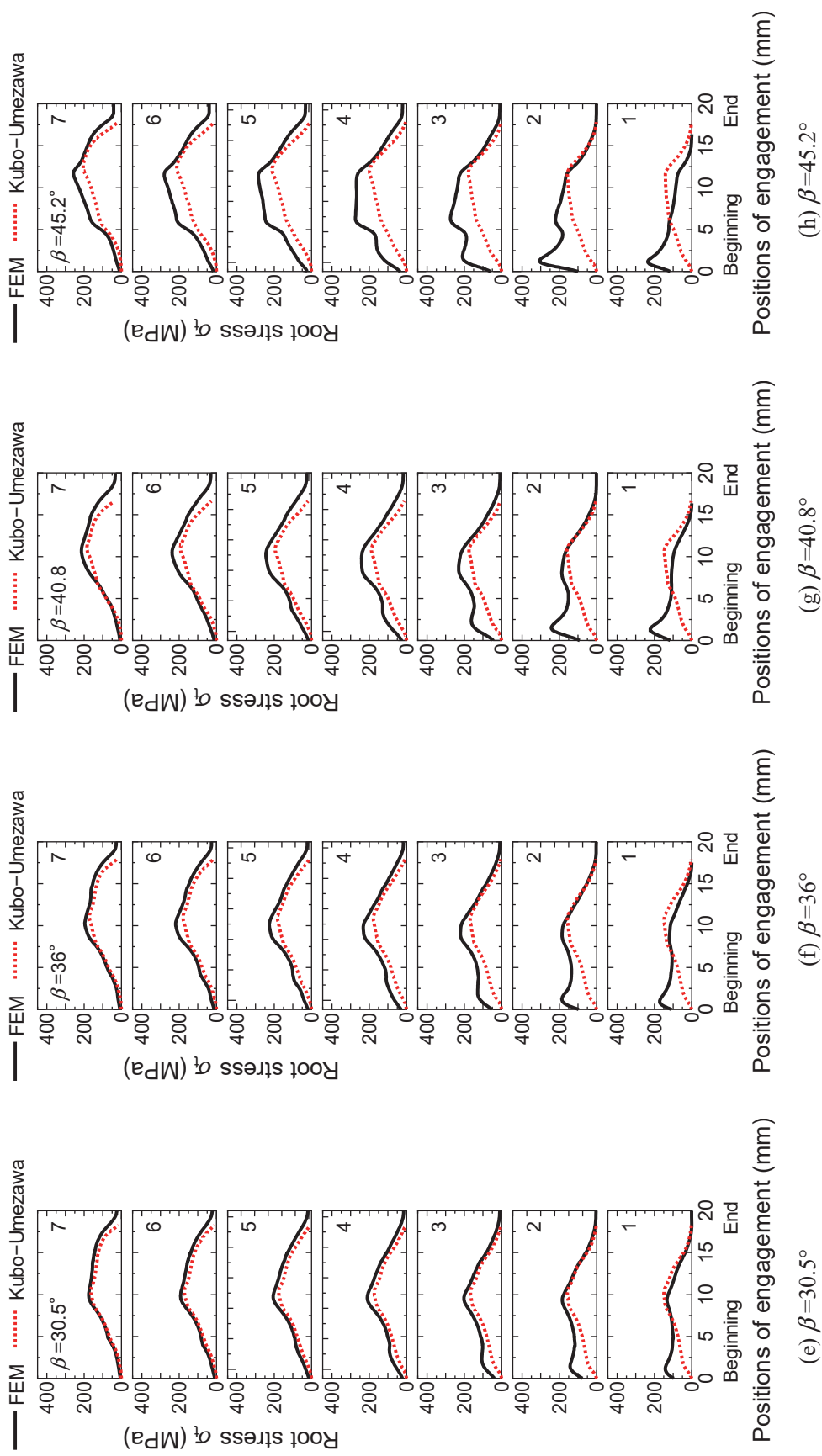


Fig. A.4 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=0.6$ ) (Part 2)

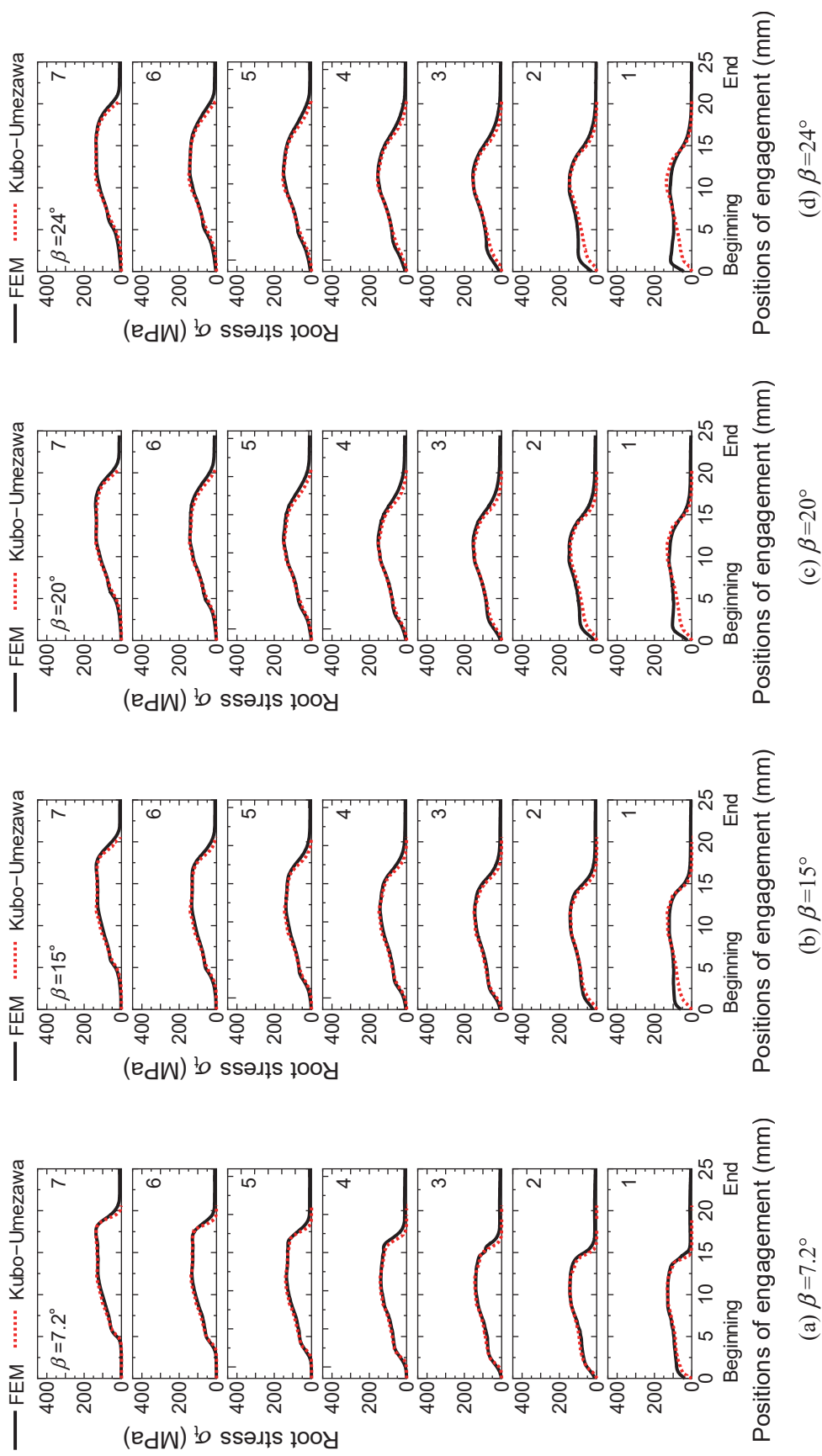


Fig. A.5 Root stress wave forms ( $\varepsilon_\beta=0.8$ ) (Part 1)

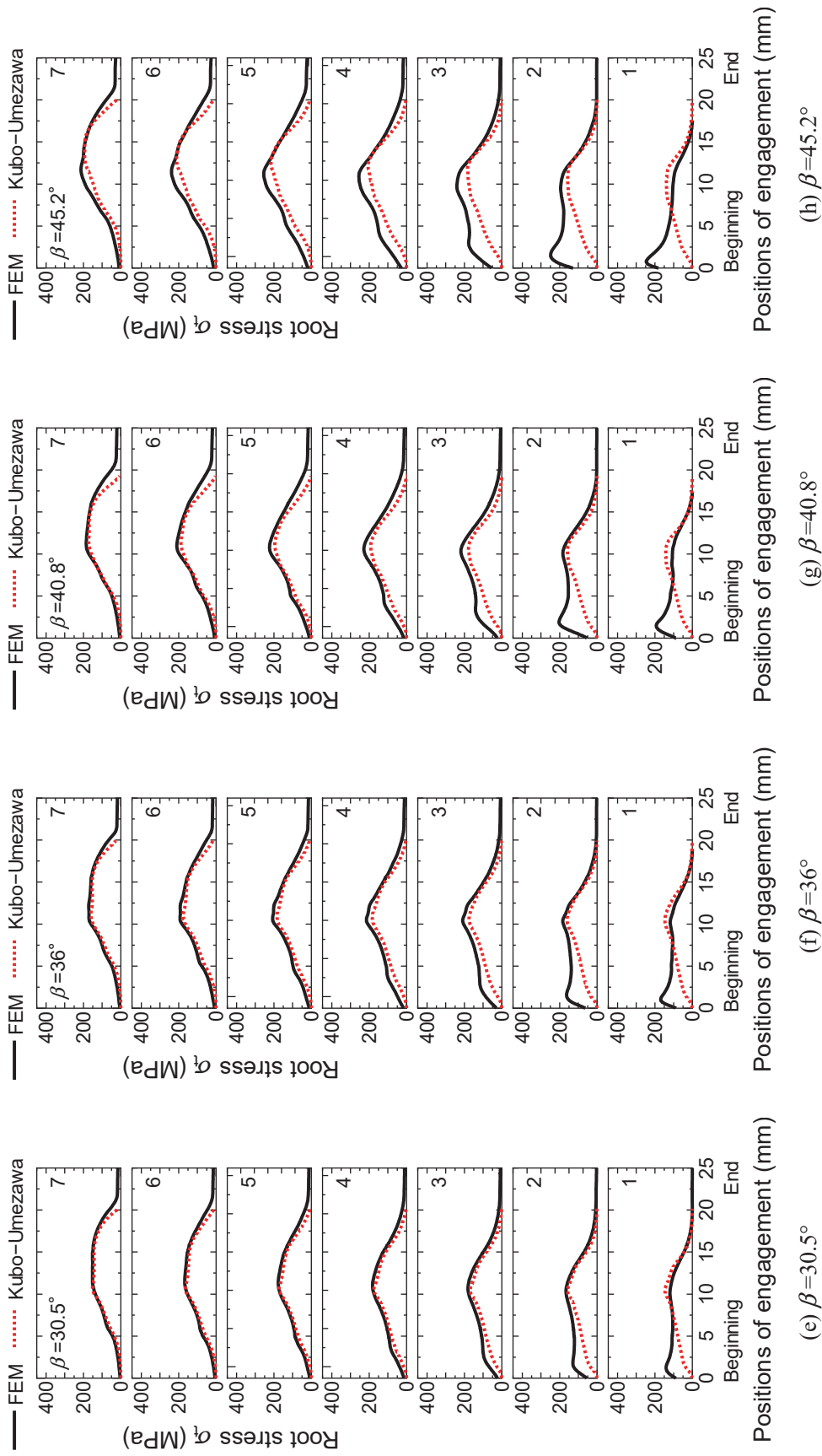


Fig. A.5 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=0.8$ ) (Part 2)

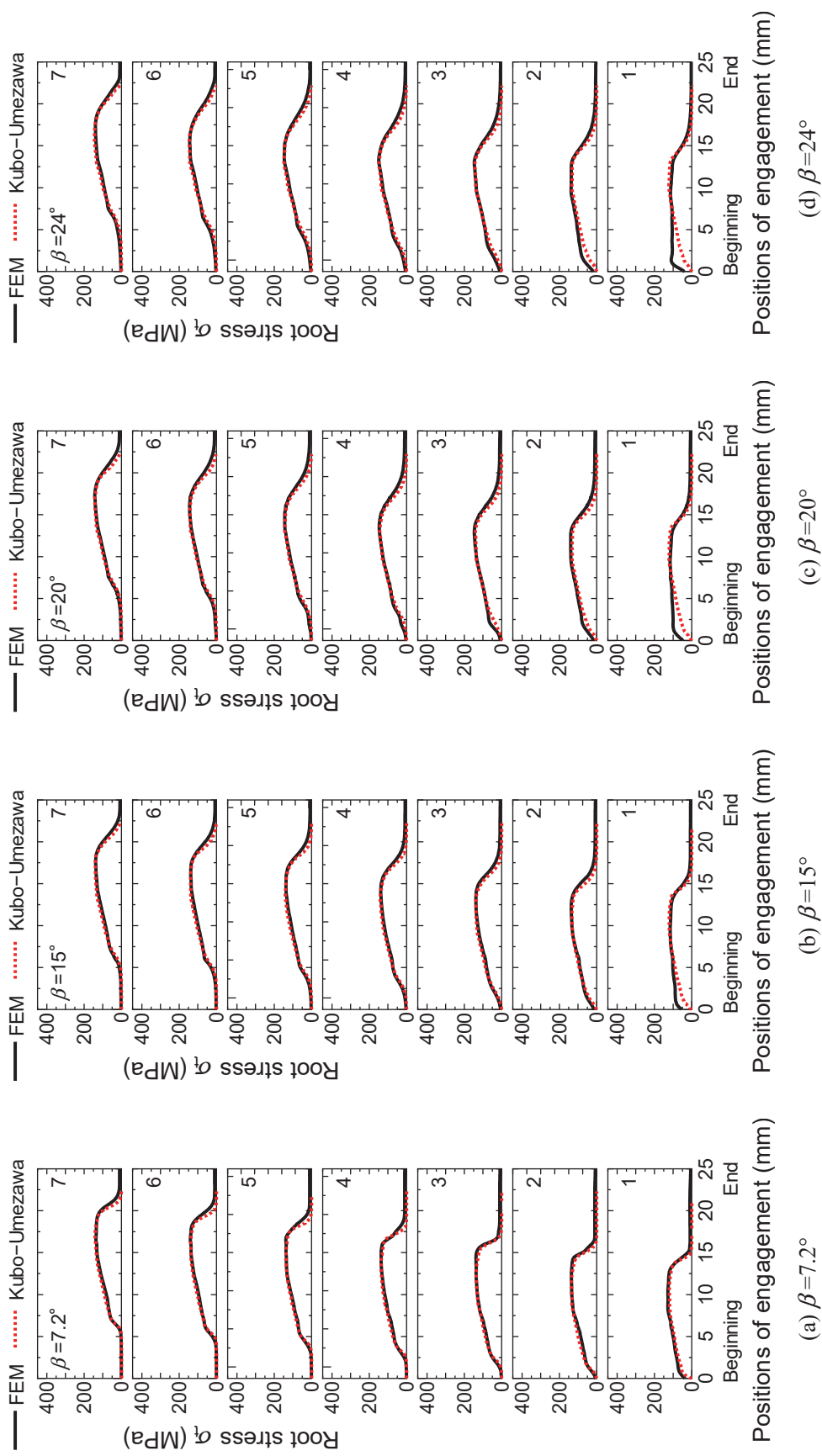


Fig. A.6 Root stress wave forms ( $\varepsilon_\beta=1$ ) (Part 1)

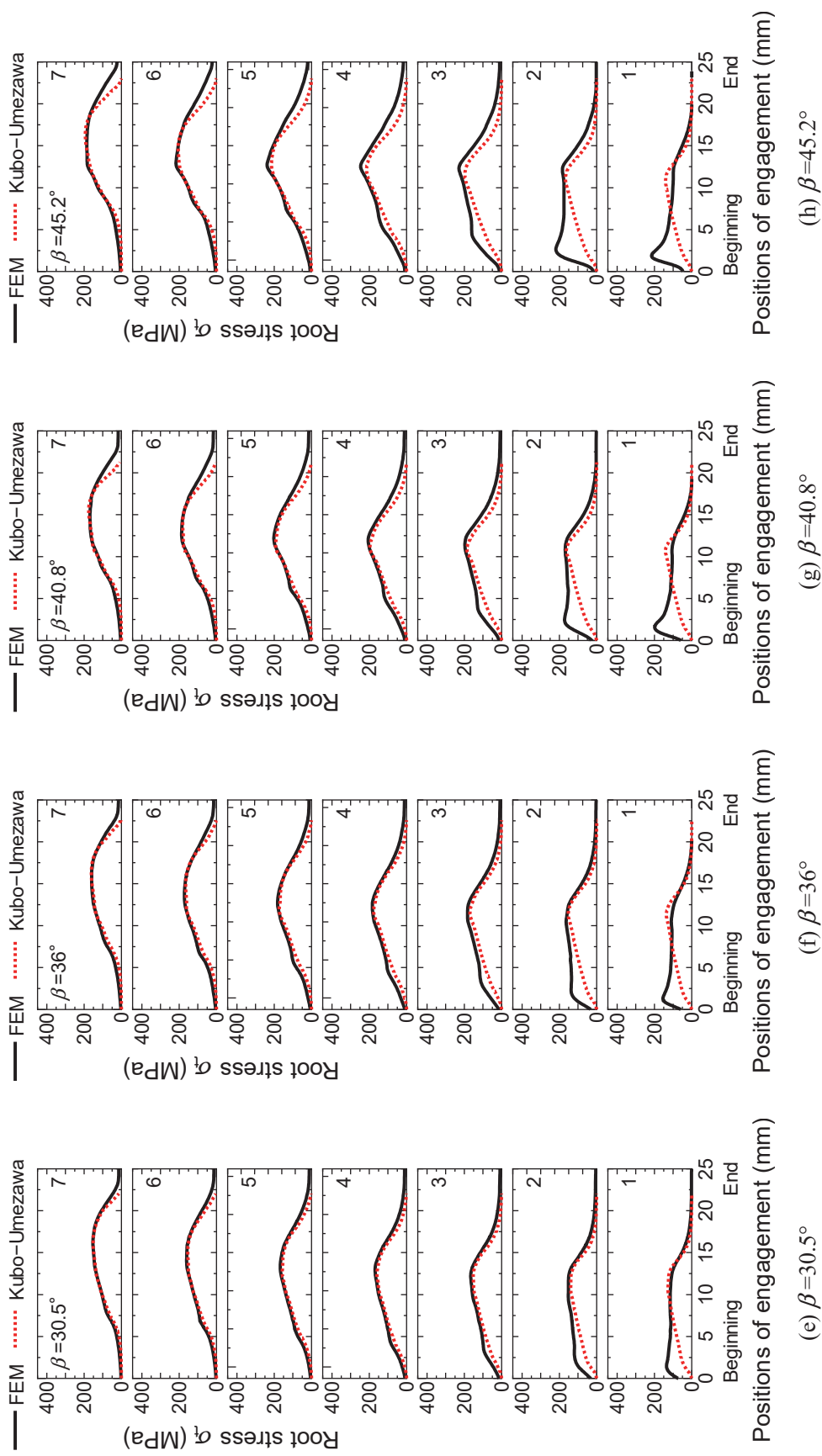


Fig. A.6 Root stress wave forms ( $\varepsilon_\beta=1$ ) (Part 2)



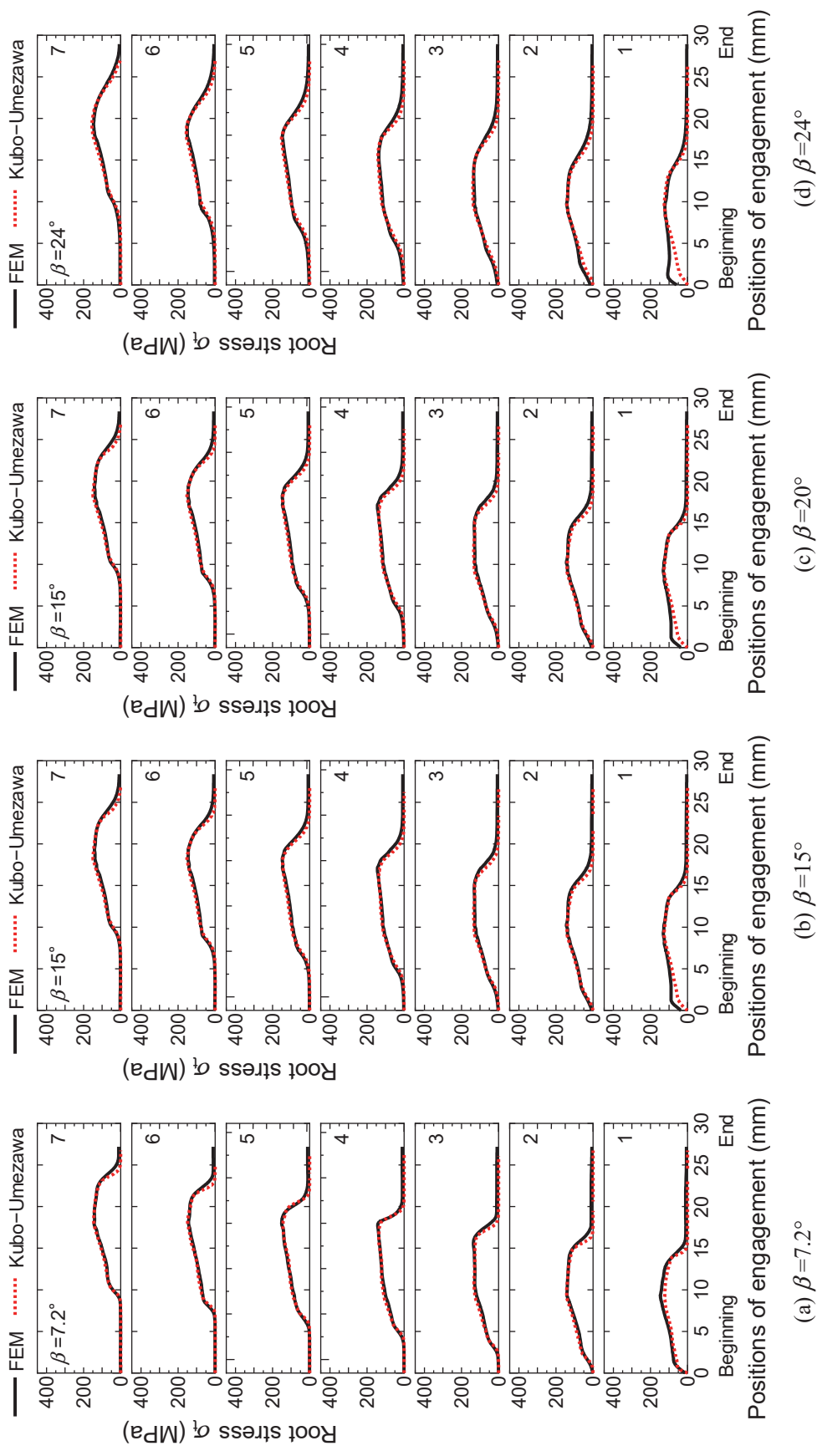


Fig. A.7 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta = 1.5$ ) (Part 1)

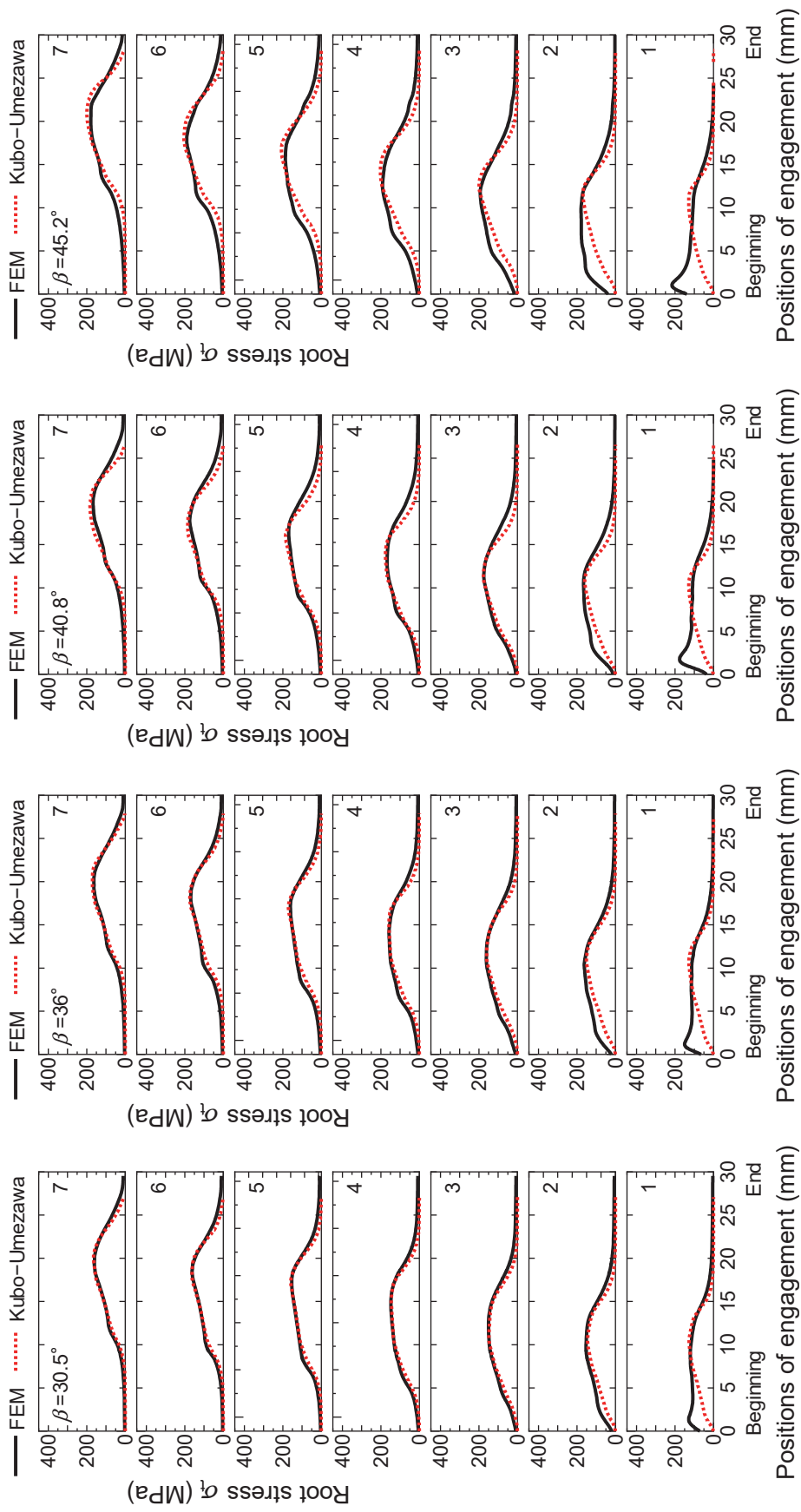


Fig. A.7 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=1.5$ ) (Part 2)

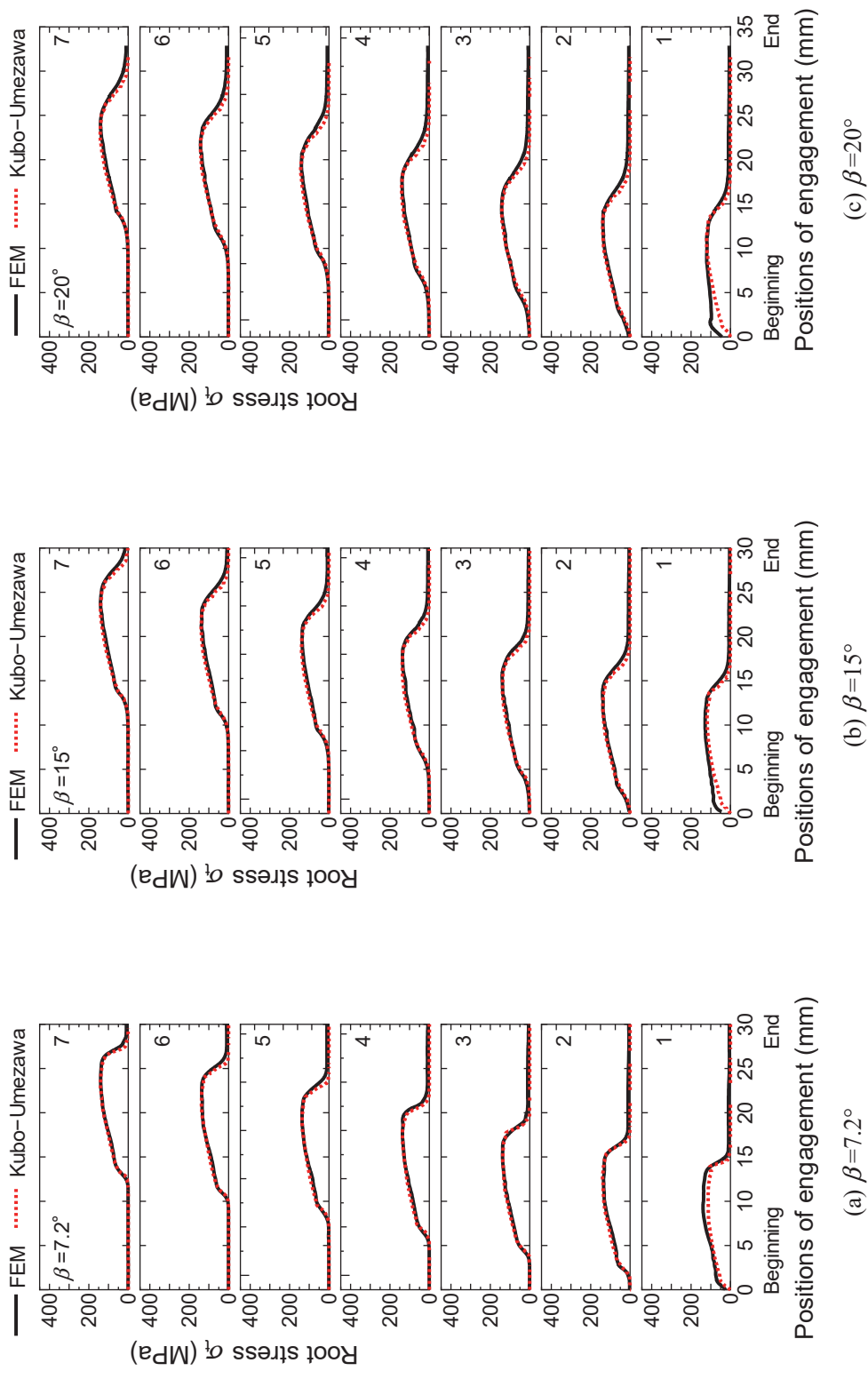
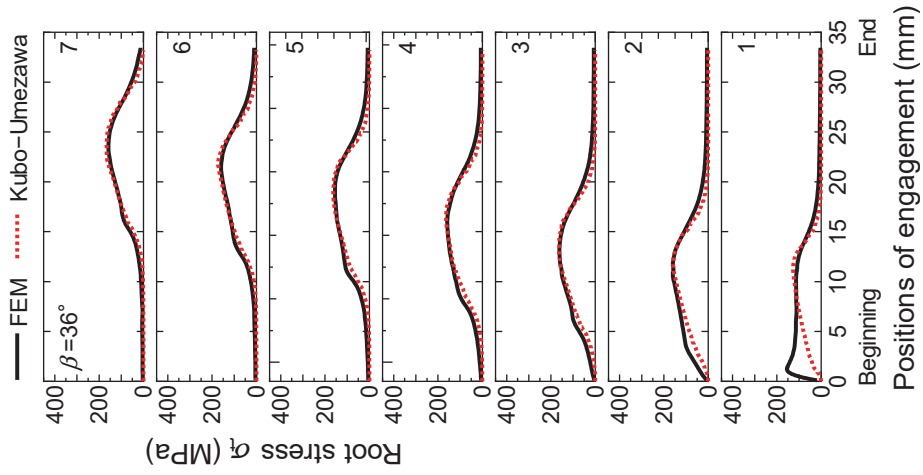
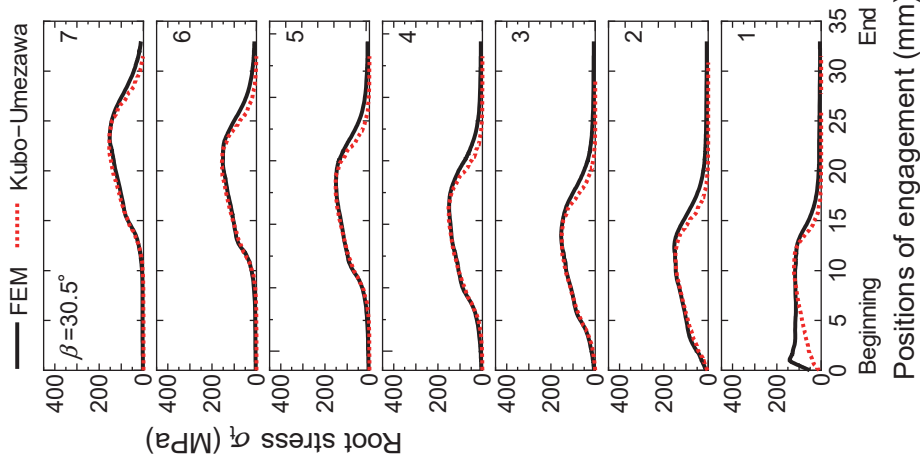


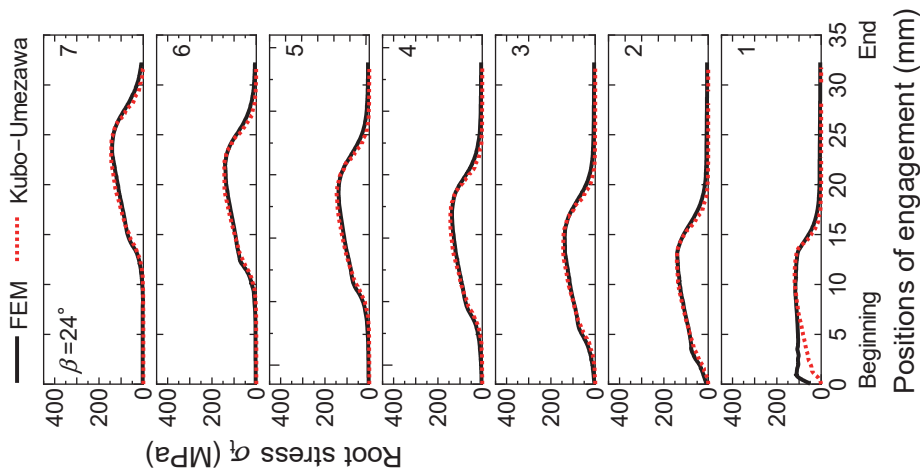
Fig. A.8 Root stress wave forms ( $\varepsilon_\beta=2$ ) (Part 1)



(d)  $\beta = 24^\circ$

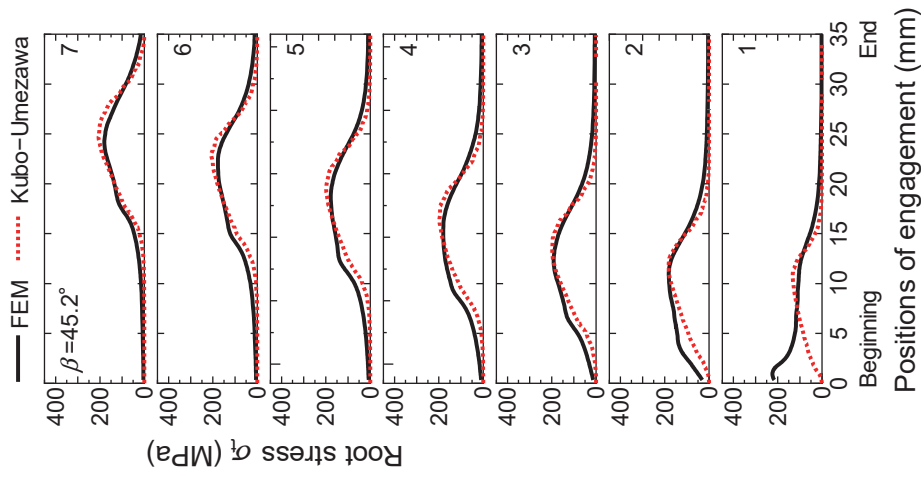


(e)  $\beta = 30.5^\circ$

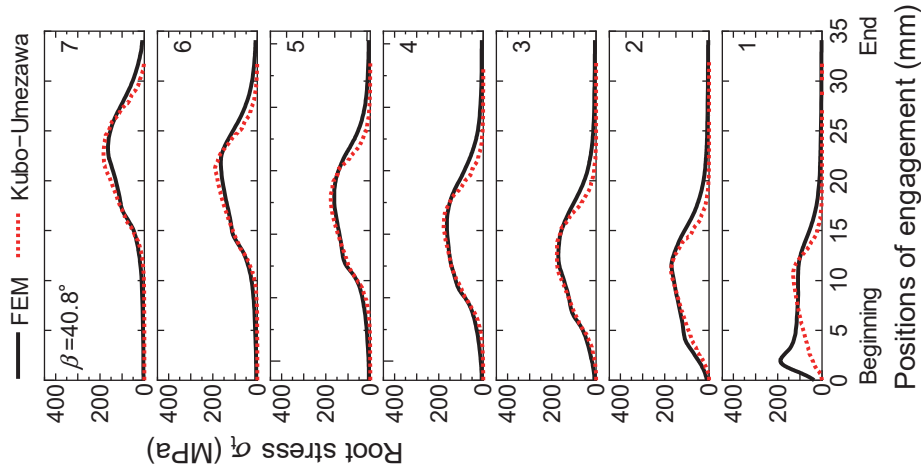


(f)  $\beta = 36^\circ$

Fig. A.8 Root stress wave forms ( $\mathcal{E}_\beta = 2$ ) (Part 2)

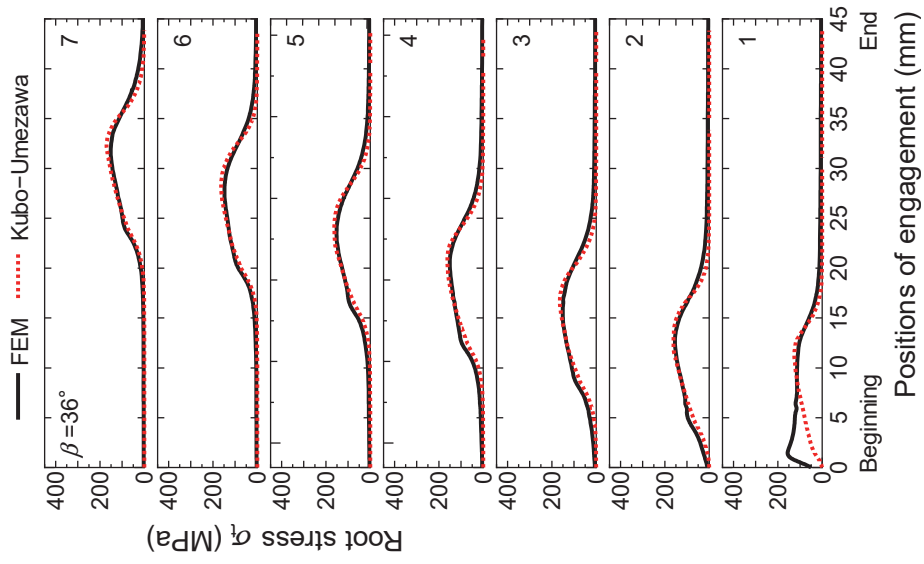


(h)  $\beta=45.2^\circ$

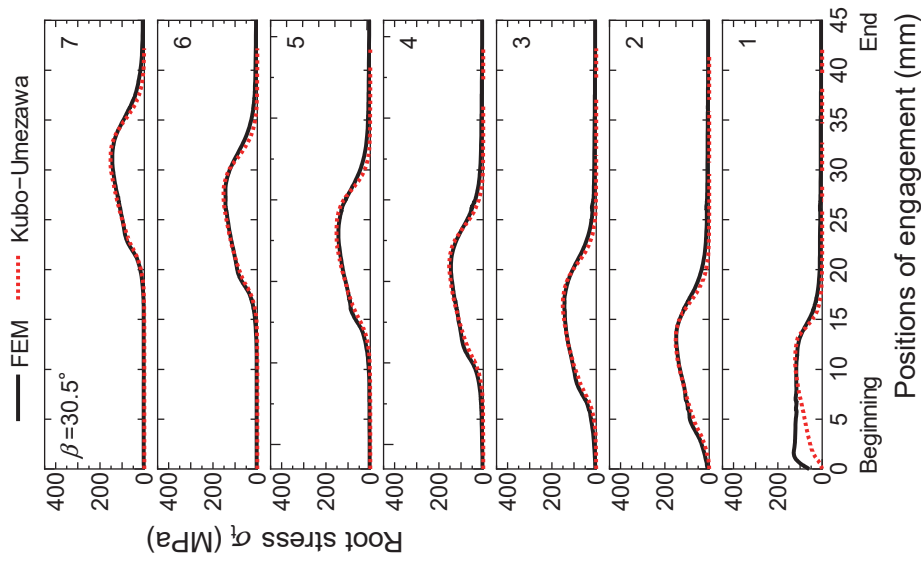


(g)  $\beta=40.8^\circ$

Fig. A.8 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=2$ ) (Part 3)

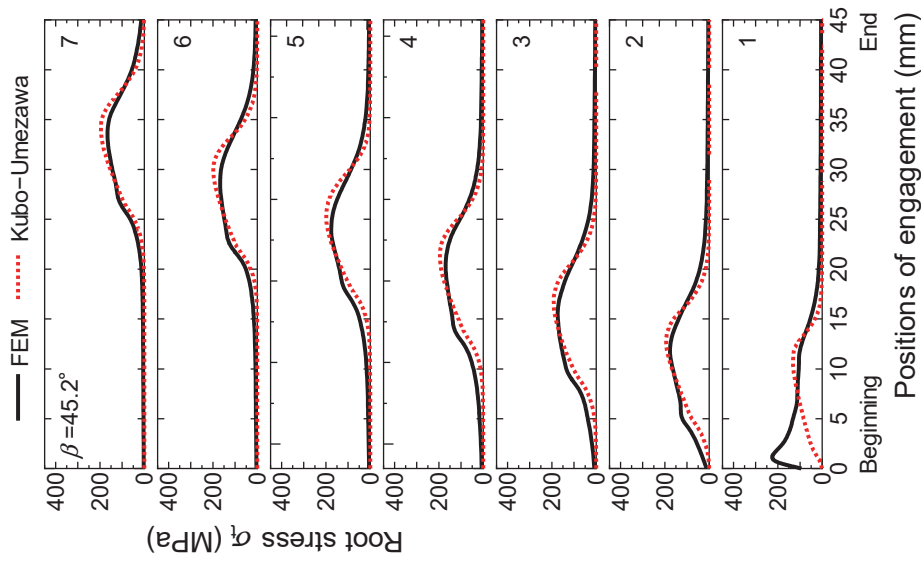


(b)  $\beta=36^\circ$

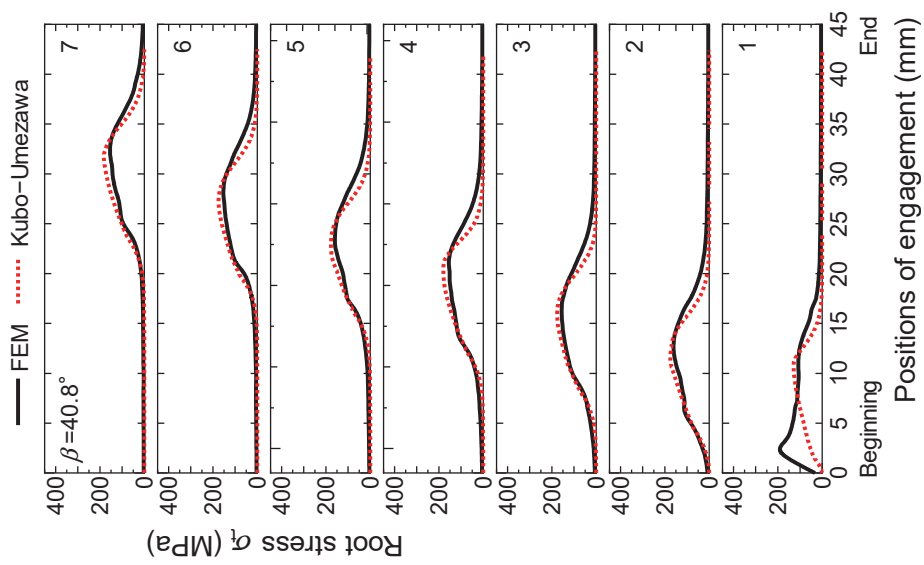


(a)  $\beta=30.5^\circ$

Fig. A.9 Root stress wave forms ( $\varepsilon_\beta=3$ ) (Part 1)



(c)  $\beta = 40.8^\circ$



(d)  $\beta = 45.2^\circ$

Fig. A.9 Root stress wave forms ( $\epsilon_\beta=3$ ) (Part 2)

## ■ 第 5 章 大ねじれ角はすば歯車の疲労強度設計法

(A. end 部の歯元における深さ方向の熱処理解析結果)

図 A.10 に示すとおり，A. end の歯幅端から軸直角断面で 0mm～3.2mm の歯幅位置における歯元において，歯面から歯面法線方向の距離  $d$  における炭素濃度，残留オーステナイト量および残留応力を熱処理解析により求めた．Case T および Case TS の場合の結果をそれぞれ図 A.11 および図 A.12 に示す．

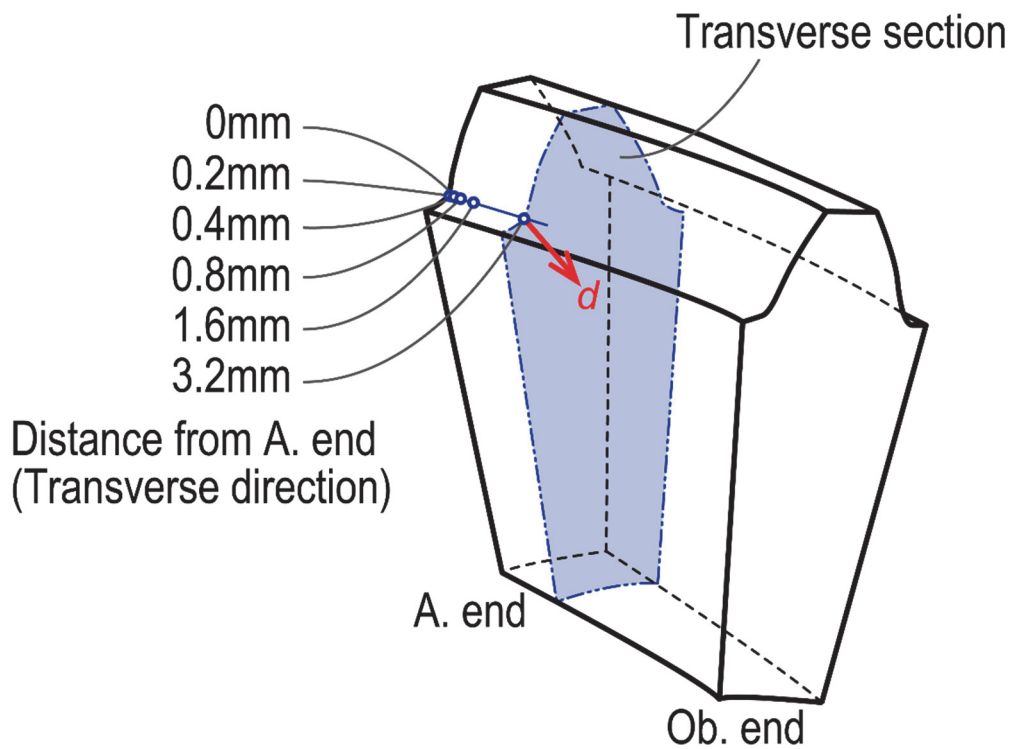


Fig. A.10 Evaluation positions in heat treatment analysis



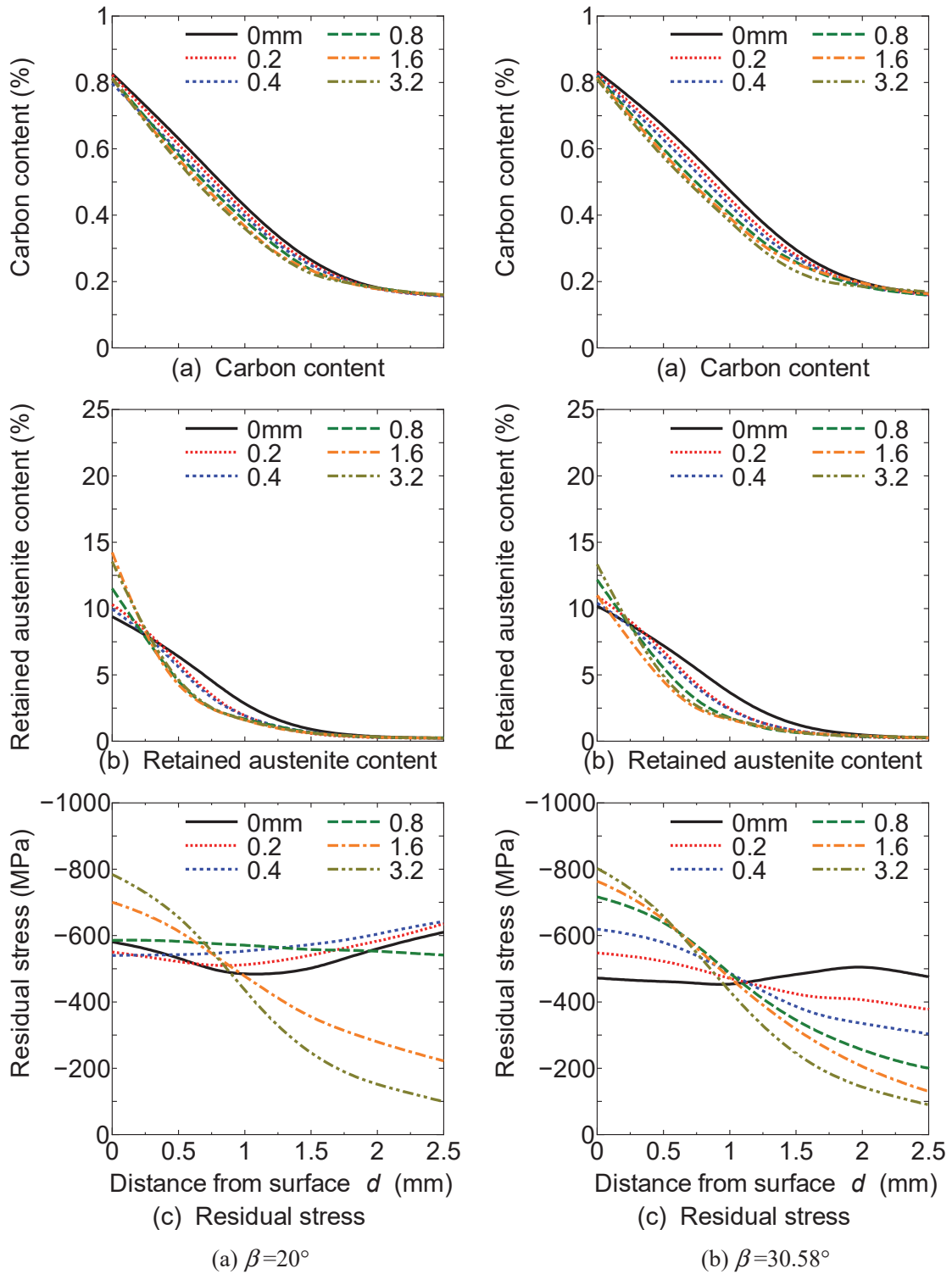


Fig. A.11 Results of heat treatment analysis (Case T) (Part 1)

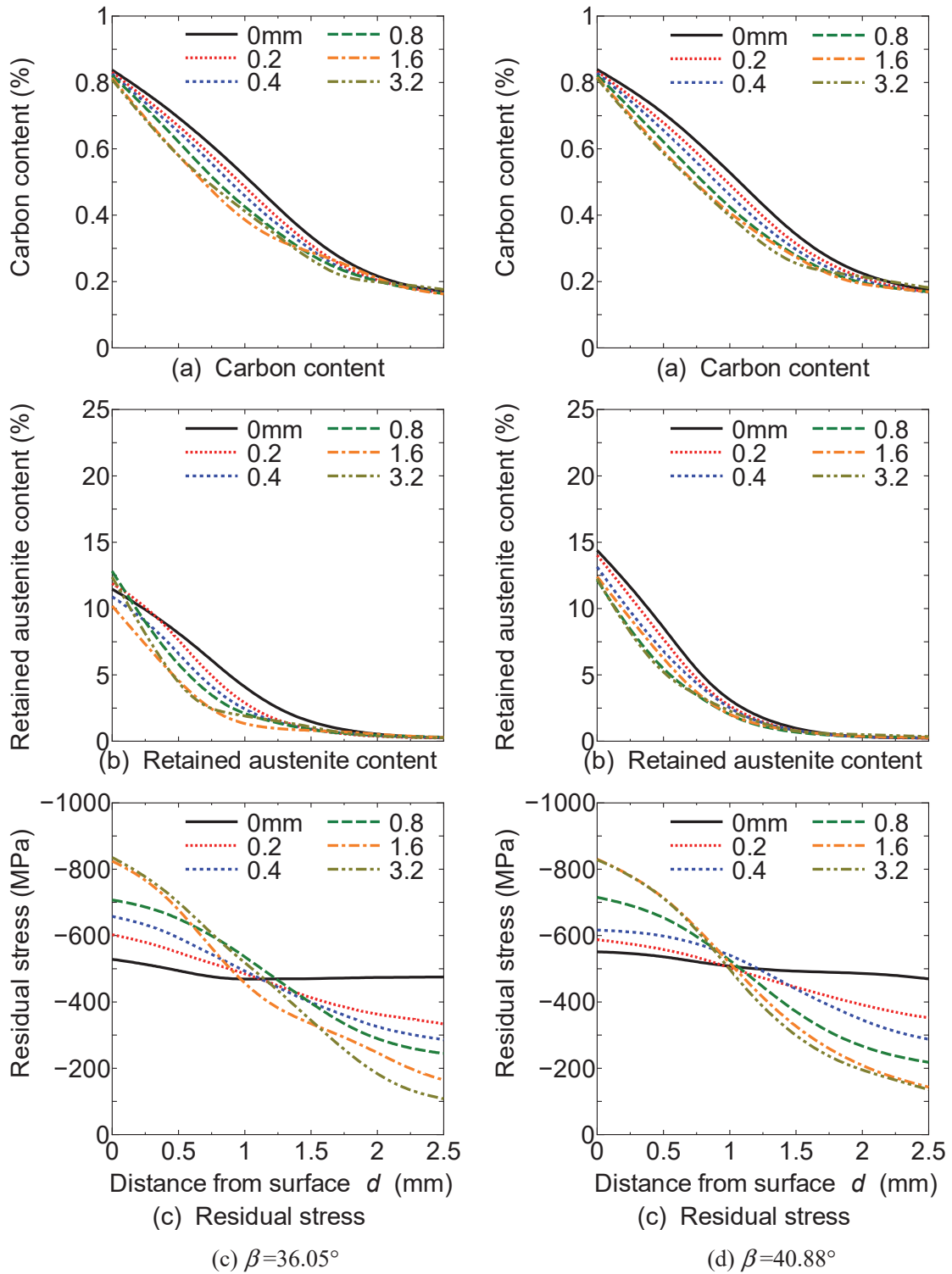


Fig. A.11 Results of heat treatment analysis (Case T) (Part 2)

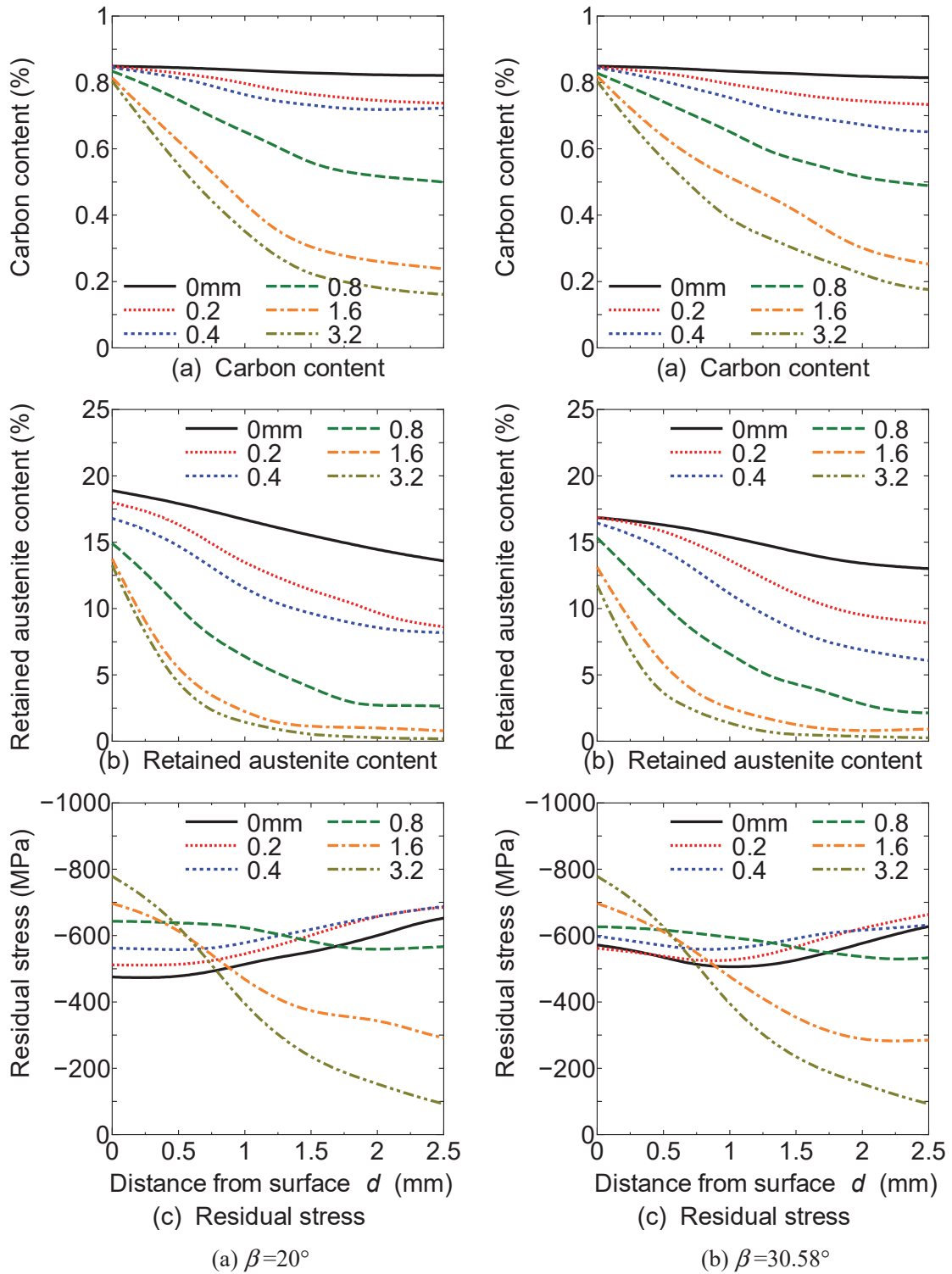


Fig. A.12 Results of heat treatment analysis (Case TS) (Part 1)

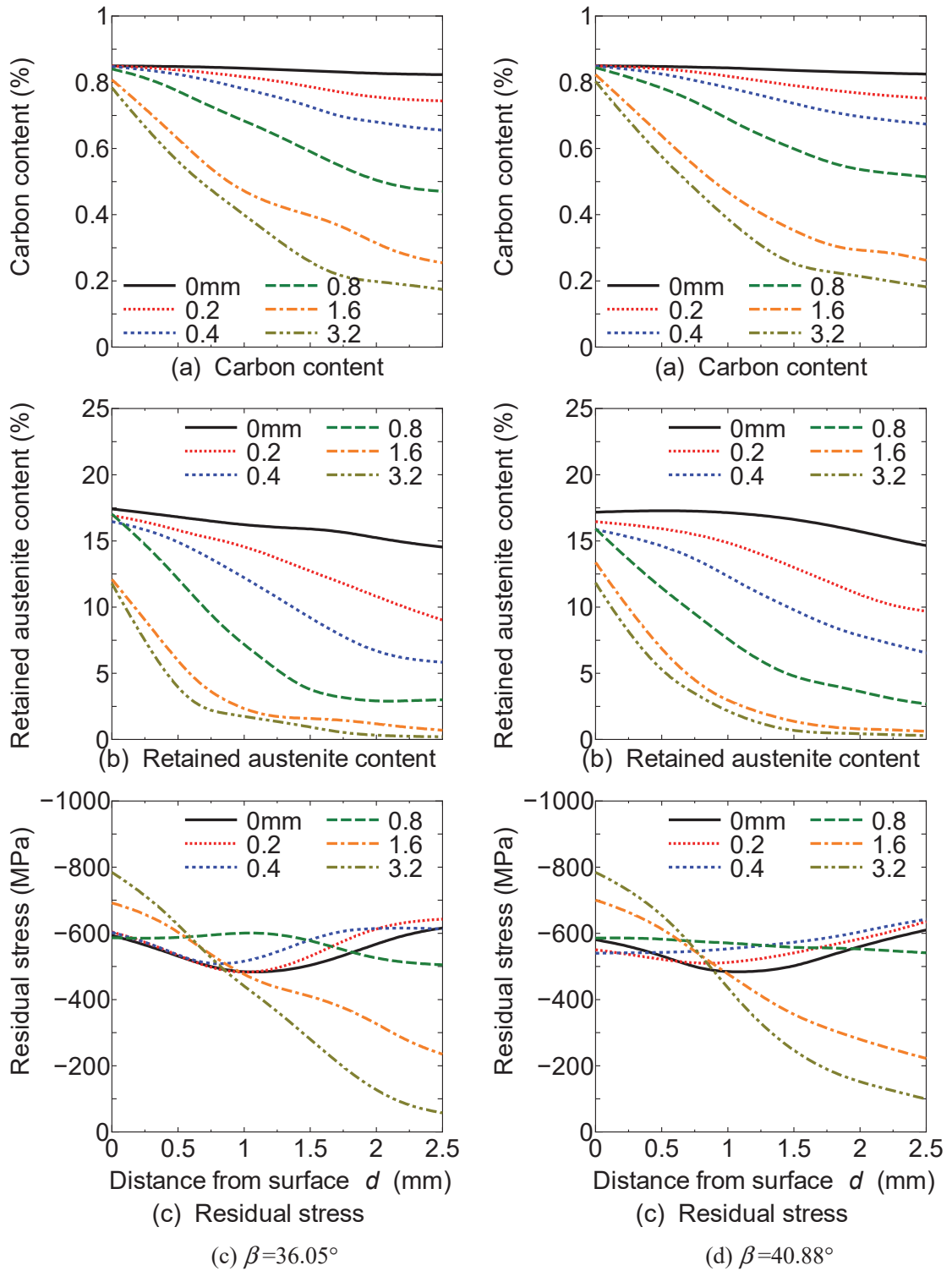


Fig. A.12 Results of heat treatment analysis (Case TS) (Part 2)