算数における計算指導の見直しとその改善

数学教育講座　笹　田　昭　三
齋　尾　宏　伸*
数学教育講座　矢　部　敏　昭

An Examination and an Improvement on the Teaching of Calculation in Arithmetic

Shôzô SASADA, Hironobu SAIO*, Toshiaki YABE

I　はじめに

現代社会は，価値観の多様化，情報化の進展とともに，様々な教育の問題を呈している。今日の教育社会には，受験体制の歪み，不登校の児童・生徒などにみられる心の問題，いじめ，校内暴力，家庭内暴力などの多くの問題があげられる。

健全な青少年の育成を願い，昭和58年中教審審議経過報告などを経て，昭和60年教育課程審議会では[1]，①心豊かな人間の育成，②自己教育力の育成，③基礎・基本の重視と個性教育の推進，④文化・伝統の尊重と国際理解の推進といった改訂の基本方針のもとに，教育課程の改善に向けて検討が進められ，その結果として新学習指導要領が平成元年に示された。

変化の激しい社会を迎えて，社会の変化に対応する学校の役割は，知識・技能そのものより，それらを獲得するのに必要な資質を子どもに与えておくことである。子どもたちの将来にわたって大切な自己教育力についてみてみると，中教審の報告では，次の４つの柱をあげている[2]。

１）主体的に学ぶ意志，態度，能力

２）学習への意欲

３）学習の仕方の習得

４）これからの激しい社会の変化における生き方

これらは，共通して，自ら学ぶという活動に密接に結び付いている。価値観の多様化が進む中，自己教育力と個性はともに重要な資質であるといえる。

*鳥取県教育委員会中部教育事務所指導主事（平成３年度　科学教育研究室　内地留学生）
Teacher's consultant, the Central District office of Board Education, Tottori Prefecture

算数・数学に転じて考えるとき，技術革新や高度情報化といった科学・技術の進歩に寄与してきた面は大きいが，いわゆる「落ちこぼし」「落ちこぼれ」などといわれるように，学習不適応教科として算数・数学が一番にあげられ，問題にされることが多い。なぜ，算数・数学が学習不適応教科になるのか。それには，さまざまな理由があげられよう。しかし，第一には，算数・数学の教師が，学習における数学的活動とか理解について正しい認識を欠き，安易に「できること」を主眼とした指導をしてきたことによるものと考える。たとえば，意味の指導を十分にしないままに，答えを求めることを性急に教え込み，あとはドリルで詰め込む（定着を図る）といった効率主義・結果主義の授業のあり方が，その大きな原因であるように思われる。

このような知識・技能に重点をおいた効率主義・結果主義の授業のあり方から脱却し，学習のプロセスを大事にし，豊かな学習活動が展開できる授業のあり方をめざしていくことが，これからの算数・数学教育の重要な課題である。算数科における計算指導においても，計算技能を中心とした「見える学力」として，計算の正答という「できる」ことが問われることが多い。やはり，計算の意味の理解を重視する指導を行うことによって，「見えない学力」といわれる，数学的な考え方や数学的な態度の育成を一層充実していくことが，子どもたちの将来にわたって生きて働く力になり得るし，先に述べた学習不適応の解消にもつながっていくものと考える。

この小論では，上記の問題意識に立ち，算数科における計算指導の現状の問題点やその改善の視点について考察するとともに，今後の計算指導のあり方について論究する。そのための一つには，学習・理解という観点から計算指導のおける「意味の理解」の重要性について論ずる。二つには，計算指導の現代的な意味や自己教育力の育成の観点から，計算指導の見直しについて論ずる。三つに，これらの知見に基づき，計算指導の改善のための若干の具体案を提示したい。

II　計算指導における諸問題

§1　児童の実態

1．算数嫌いの子どもの増加と算数の学力のゆがみ

1986年に実施した日本数学教育学会の「児童の算数に対する意識の調査」の中間発表によると，算数嫌いの子どもが，10年前に比べると10％以上を超えて増えていることが明らかになった（表1）。

表1　算数嫌いの子どもの率[3]

調査年	1年	2年	3年	4年	5年	6年
1976年	*	25％	19％	21％	22％	21％
1986年	24％	31％	28％	34％	31％	33％

（注）1976年は，1年の資料はない。

表2　各領域の問題の通過率[4]

領　域	5年	6年
数と計算	71.4％	77.3％
量と測定	54.2％	73.3％
図　形	69.2％	74.2％
数量関係	67.7％	66.4％

1981年に実施された「教育課程実施状況調査報告書」は，算数の内容を４つの領域に分けてそれぞれの通過率を紹介している（表２）。

また，1982年に実施された教育課程達成状況に関する調査では，2/7÷3/4という問題では，93.2％という驚くべき通過率を得ている一方で，「水槽に水を入れています。2/3分間に5/6ℓの水が入ります。同じ割合で水を入れると１分間では何ℓ入りますか。」という問題では，35.2％という低い通過率に留まっている。計算はできるけれど，文章問題は不得手ということがいわれるが，本当は，計算自体も十分に理解されていないということである。

数値がどうであろうと同一場面では適用される演算に変わりがない。それなのに，扱われる数が整数であったり，分数であったりすることによって立式に違いがみられるのは，演算の意味の理解が不十分であることを物語っている。形式的な計算ができても，その計算を問題場面に適用していき解決できなければ，その計算力は活用能力としての学力とは言えない。

２．鳥取県算数診断テストの考察からの計算指導の問題点

(1)　「数と計算」領域の正答率から[5]

数と計算では目立って近年大きな変動はないが，その領域の正答率60％台であるということは，逆に30％以上の児童が誤答なり無答であるということを示す。指導している以上，基礎・基本となる計算はなんとかできるようにしたいという思いがあるにもかかわらず，20％～30％ができないということであり，計算の意味や計算の仕方がわかっていない子どもはもっと多いはずである。

表３　「数と計算」領域の正答率

数と計算	２年	３年	４年	５年	６年
平成４年	89％	81％	77％	68％	69％
平成５年	88％	80％	77％	67％	65％
平成６年	86％	79％	77％	72％	64％
平成７年	89％	80％	75％	68％	67％

(2)　『算数診断テスト30年のまとめ』[6]の実態の考察から問題点を探る

基本的な演算の正答率をみると，ある程度の基本演算はできるが，新しい内容とつなぎ合わせて構想する力が弱いことがわかる。さらに，少し計算力を使う問題をみると，分析する力・構想する力がついていないことがわかる。これは，単に計算の結果主義，できればいい，できればわかってくるという教師の指導観が背景にあると考えられる。できることが主眼となっていて，実際に活用できない計算力であることがわかる。

これらの問題点を要約すると，

ア　演算の意味の理解ができていない。

イ　数の拡張と概念の形成がともなっていない。

ウ　計算の仕方が自分で考えだされた体験をもっていないので，本当の意味がわかっていない。

エ　具体的な操作活動や線分図などに表すなどの子どもの主体的な豊かな思考活動になっていない。

オ　算数・数学のよさでもある筆算なども形式的な理解に終わっていて，空位や末位，小数点の位置の意味などが理解されていない。

カ　深く考えずに，直感にたよっていることも指摘されていて，数学的な考え方や態度が育っていない。

などがあげられる。

3．計算の指導について

算数教育では，前述のように，算数嫌いの子どもの増加，算数の学力の偏りが指摘されている。このような状況を改善していくためにも，計算指導は，単に答えが合えばよいという結果主義・点数主義であってはいけない。

計算は，本来，その計算を生み出す問題場面に出合い，何かよい解決の仕方を求めて，その問題を解決する過程で形成されたものである。計算の指導がこうした計算の成立の過程にふれずに，出来上がった計算技能のみを身につけさせようとするならば，子どもを指示に従う単なる計算機に仕上げていることになる。四則計算については，その計算が適用される場面とその計算に対応する量の間の関係や操作の理解を図ることで，演算決定の手がかりが得られるような指導が必要である。

加減は同種の量の間に成り立つ演算であり，乗除は一般には異種の量の間に存在する演算であることは，その学年なりに理解できるように，他の演算と関連づけて指導する必要がある。

量と演算に対応する操作を明確にすれば，演算決定は容易になる。また，計算の意味の理解が不十分なので，主体的な活動を通して理解させる必要がある。演算決定能力を育成すること，計算の意味の理解をすること，計算の適用の場の理解を深めることが大切である。

今回の学習指導要領の改訂にあたって，具体的な操作などの活動，実験・実測などの積極的な導入，思考実験のような問題解決の手法の導入にみられるように，体験活動の重視，内面化を図ることの重要性，見通しをもち，筋道立った論理的な思考力の大切さなどが強調されている。指導法を含めて算数教育の質にかかわっていることを問題にしている点に注目しなければならない。

§２　学習指導上の課題

1．算数・数学教育の指導上の問題点

平成３年末ＮＨＫテレビで，「わからない数学」がとりあげられ，「何のためにする数学か」と問われている。そこでは中学校の数学教育が俎上にあげられていたが，その基礎をなしている算数教育もその責任の一端を負わなければならない。

算数教育の現状も，あまり喜ぶべき状況でなく，「自ら学ぶ意欲」を育成することにも，「社会の変化に主体的に対応できる能力」の育成にも，ほとんど考慮されず，教科書に従った教師主導型の授業が行われていることもある。教師が数学的な知識や技能を解説し，児童はそれを記憶することに努め，そのための練習を行っているような傾向が強い。

そこで，算数・数学教育の現状の改善を図るために，「なぜ，何を，どのように」という視点から問い，その問題点を明らかにしたい。

(1)　なぜ算数を学ぶのか

ここで，算数を学ぶことによって培われる人間形成の側面を忘れてはならない。それと同時に日常生活を営む上で，社会の変化に主体的に対応できる力を養うために必要なことは，即，分数の乗除ができることではなく，その学校で培われる見方・考え方・態度であることを忘れてはならない。思考の過程そのものが１つの目標であるにもかかわらず，結果のみを大事してしまい，問題解決を通して，基礎的な技能や基本的な知識を身につける場としていないことがある。子どもたちが活動していく姿そのもの，すなわち，豊かな学習活動を目標としなければならない。

つまり，算数を学ぶのは，普通の生活を送るのに必要な内容があるからであると同時に，算

数を通して，ものの見方，考え方を育てることをねらっているからである。さらに，算数のよさを味わうことによって，人間の素晴らしさを知ることも大事なことである。

(2)　算数で何を学ぶのか

現代人にとって，数学的な知識・技能はともかくとして，数学的な考え方や態度は必須のものになっている。ところが，IEAの調査では，我が国の計算力は世界一だが，生活や事象への活用能力は乏しく，「見積って考える力」や「検討する力」が育っていないといわれている[7]。

何を学ぶかという視点がなくて，単に計算ができた，問題が解けたということや，解法をパターン化して，反復練習，覚え込みさせている傾向が強い。わけもわからず，こういうときはこうすると教師から示されたレールの上で解法し，あたかも自分でやったような気になっているのではないか。なるほど，解は得られるが，解のみを得るために学習しているようなものである。答え合わせといって，最後の答えを読んでもらい○つけをしているようなこともある。

算数では，算数を生み出す過程で，内容を学び，その学び方も学んでいくのである。例えば，計算指導の筆算の指導においては，技能を身につけさせるだけでなく，アルゴリズム化する過程を学ばせることが大切である。その過程での数学的な考え方を学んでいき，と同時に，問題解決を通して，解法の方略を使うこと，見通しを立てて考えることや，既習事項を生かすことなどの学び方の学習も算数教育では極めて大切なことである。

(3)　子どもにとっての算数か

算数は，過程そのものを学習することと述べたが，果たして算数の学習が本当に子どものものになっているだろうか。子どもの思考のプロセスを大切にするより，こういうときはこうするというように教師の解説であったり，一見子どもの考えを引き出しているようだが，教師がねらっている答えがでたら，ねらいとしている正答だけを取り上げたりする授業が多い。

問題設定は，児童の介入する余地はなく，設問がいきなりでてきて，必然性もなく，内発的動機づけも不十分なまま，これを解けといった場合もある。また，単元を見通した導入問題でなく，子どもにとって，現実の生活とかけ離れたものになっていたり，与えられるだけの問題で課題意識がなかったりする場合が多い。子どもを巻き込む，工夫された学習場面であれば，何かこれを解決したい，何かしよう，どういう工夫をすればよいかなどと，子どもたちは，意欲的に学習していくものである。しかし，実際の授業では，このような学習展開は極めて稀である。

やはり，子どもたちにとって生き生きとした学習にするためには，ものを考える力，ものごとに対する望ましい姿勢や態度を育て，自ら学ぶ主体性をもった人間を育てるという気持ちで，教師が授業に臨むことである。そして，子どもたちの豊かな活動を保障し，認めていくように心がける必要がある。つまり，子どもが主体的に活動する，子ども自身の算数学習になっていなければならないのである。

2．計算指導の指導上の問題点

計算指導は，１～６年の算数の学習内容の約36%にあたる[8]ので，その問題点を考えてみることは，基礎・基本の重視とともに，他の領域との関連でも大切である。具体的に，計算指導の問題点をとり上げてみることにする。

(1)　今までの計算の指導のあり方

新しい演算の概念を形成するとき，生み出す過程を軽視して，教師が解説してしまっていることが多い。児童は，十分に意味がわからないまま，計算練習に時間を注ぎ，速さ，量，正確

さばかり求められ，教師には，できるようになっているから，わかっているのだという安易な思い込みがあり，計算指導の実態は，結果主義，点数主義，効率主義に陥っている。アルゴリズムを解説して反復練習と機械的な習熟に終始しているため，子どもの豊かな活動をする時間的余裕がないことである。例えば，概念形成では，試行錯誤しながら，発見し，つくり出すことが大切なのにもかかわらず，そのための具体的な操作活動を設定しなかったり，思考や活動のために必要な十分な時間も与えず，効率的に教科書通りに進んでいくことになっていることがある。

笹田は，計算指導の一般的ステップを，①計算の意味，②計算の仕方，③計算技能の習熟の３つに区分している。[9]そして，従来の計算指導の問題点として，③のステップだけに力が注がれ，さらに評価も③の視点で行われ，「正確に，速く」という見方で子どもたちを追い込んでいることを指摘している。すなわち，笹田は，①と②の欠落と③の過重視が従来の計算指導の問題点だと指摘していて，①～③の適切にバランスのとれた計算指導を志向すべきであると指摘している。

つまり，バランスのとれた計算指導でなく，子どもたちは，うんざりするほどたくさんの計算練習で，受動的な学習になり，意欲を失っている。そして，計算の意味や計算の仕方の指導は，教師の解説に終わっていて，子どもたちの十分な理解が得られていない。

(2)　計算指導の誤解や誤り

片桐氏は，計算指導の誤解や誤りについて，ア）指導の目標のとりちがえ，イ）除法の意味の理解の指導者の考えの誤り，ウ）キーワードにたよる演算決定の指導の誤りといった３つの指摘をしている[10]。指導者としては，十分な教材研究をするとともに，ねらいをもった指導に心がけなければならない。

(3)　子どもが問い続ける学習に

算数では，問題そのものが，教師の一方的な提示になりがちである。計算指導において，計算のアルゴリズムや仕方を教師が先行解説し，子どもが問いかける学習になっていないことが多い。

計算指導は，先人の長い歴史の築いた文化の遺産を，凝縮して追体験することである。計算指導の一般的なステップのうち，①計算の意味，②計算の仕方を，子どもが問いかける学習によって，子ども自らがつくることができれば，どんなに感動的で，よさも感得することができると考える。

時間の関係で，自力解決の時間や集団解決の時間が得られないのは，反復練習にとられる時間が多過ぎるのである。ドリルの練習の時間は，基本的な問題をきちんと定着させることに使い，内発的な意欲に支えられた学習で，効果のある練習になるように配慮していく必要がある。そのために，子ども自身が問い続ける学習にしなければならない。

以上のような算数指導上の課題としてあげられるので，その改善を考えなければならない。

§３　諸外国の動向と計算指導

１．アメリカの教育改革

アメリカにおける教育改革は，「学校教育のためのカリキュラムと評価のスタンダード」を中心に進められていて，21世紀を目指した教育が考えられている。

(1)　カリキュラムスタンダードの内容と改善の特徴

「カリキュラムスタンダード」と「21世紀に必要な12の数学」の内容[11]は，①コミュニケー

ションの強調，②方法的には具体的操作を低学年から強調していること，③内容的にはグラフを低学年から入れたことが，強調点として上げられる。

伊藤氏は，その特徴を次の3つにまとめている[12]。特徴の1つに指導法の改善を求めていることをいっている。特徴の2つに，算数・数学の学習を通して児童・生徒が達成すべき目標を新しい立場から設定し直していることである。特徴の3つに，電卓を活用し，計算の大改革を実行することをあげ，現行の計算指導における複雑な計算アルゴリズムの習熟にかかっている時間の浪費を減少させ，同時に，児童と教師のそのための労力をも削減しなければならないとしている。大きな特徴としては，子どもたちが創り上げていく経験が重視されていて，主体的な豊かな学習活動を目指していることがあげられる。

(2)　計算指導の位置づけと計算指導についての考え

さらに「スタンダード」では，見積りと計算を行うときの位置づけが示されている。

筆算の軽減とは逆に，カリキュラムで強調されたのは，計算の意味づけ，４つの計算の方法（筆算，見積り，暗算，電卓）についての技能，問題場面における適切な計算方法の選択の能力などを関係づけている[13]。

計算指導の全体を左図のように6つの要素としてとらえ，すべての計算は，「意味づけ」「問題解決」の2つでみることができ，方法として，「電卓」「見積り」「暗算」「筆算」を子どもたちが必要に応じて選択することをいっている。

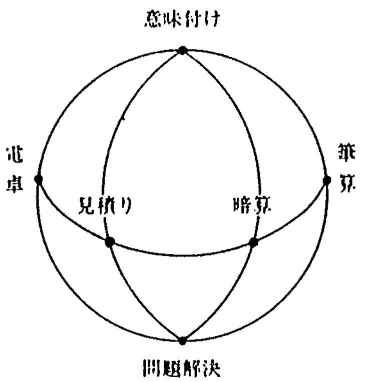


図１　計算指導の全体図

見積りの学習を早期から導入することを提言するとともに，桁数の多い整数や小数の計算は概数を用いること，暗算の力を伸ばし，簡単な暗算は見積りができるようにすることを強調している。また，電卓の活用を全面的に推進しようとしている。社会の変化に対応できるように，冒頭の図のように計算における技能を支える見積りを行うことを重要視している。

コバーンの将来の計算指導についての考察の論点として，

ア）計算の意味を従来よりも広げること

イ）カリキュラムでの計算指導の重要性を明らかにし，再確認すること。
　　筆算の技能については一定の制限を設けること。

ウ）計算の指導をより効果的に行うようにすること。

をあげている[14]。

暗算や見積りは，ａ）実用的技能，ｂ）計算の意味や数量関係について考える助けになる，ｃ）数学的な概念や考え方の指導にもプラスになることをおさえる。また，電卓を使うとき，子どもに今何をやっているのか明確にさせることに気をつける。さらに，筆算についても，軽減を主とした提案を行っている。

これらから，計算指導では，計算の意味を正しい答えばかりでなく，見積りの重要性を強調してあり，計算の効果的な指導を目指していることがわかる。

以上のように，アメリカにおけるスタンダードや最近の動向を調べると，筆算の軽減もある

が，カリキュラムで強調されたのは，４つの計算の方法（筆算，見積り，暗算，電卓）についての技能，問題場面における適切な選択の能力を重視している。そして，算数・数学を創り上げる体験を大切にすること，問題解決，コミュニケーション，推論をどの学年段階でも大きく取り上げられていることに注目しなければならない。

２．イギリスの教育改革

学力格差の是正と教育水準の向上を目的とした全国共通のナショナル・カリキュラムを導入した。「コミュニケーションの本質的要素としての数学」をねらい，数学教育において最も重要なことは，諸種の情報や概念を分析し，その意味を伝達する能力を育成すること。単なる数字や記号の操作は２次的な重要性をもつにすぎないとしている(15)。

カリキュラムの構成として，

構成：５つの領域　＜数，代数，測定，形と空間，データの取扱い＞
３つの構成要素（構成要素１＝数，代数，測定の知識・技能・理解）
（構成要素２＝形と空間，データ処理の知識・技能・理解）
（構成要素３＝それらを校内外の様々な文脈で適応する能力）

カリキュラムの特徴として，

特徴①　構成要素として実際的応用が設けられていること
特徴②　達成目標に「見積りや近似」「パターン認知」をおいていること
特徴③　「データ処理」の領域を設けていること

イギリスにおいては，すべての生徒の達成水準を高め，離学後に21世紀の情報化社会，高度テクノロジー社会の中の有能な市民，労働者として十分対応できることをねらっている。数学を問題解決の道具として機能することをねらって，方法を学習することを含めて実際的応用力の向上とともに，数学的にコミュニケーションする技能を重視している。学校教育のおける基礎・基本の見方を細かに示し，電卓やコンピュータの使用に熟知するだけでなく，そのデータを解釈することができることを基礎的能力としてとらえている。計算指導については，カリキュラムの特徴にあげられるように，かなり計算の実際活用まで考えられている。

３．諸外国の改革からの計算指導に対する示唆

我が国の算数教育において，このように諸外国の改革の動向に学び，新しい計算指導のあり方を検討し，次のような視点からの改善・充実を図っていく必要があると考える。

(1)　数学的にコミュニケーションしていくという観点から，計算指導のあり方を検討していく必要がある。

(2)　教育の成果というのは，通常の算数テストの成績のみをさすものでなく，算数を価値あるものと認めること，算数が好きになること，といった態度面や情意面の目標をもっと強調していく必要がある。

(3)　算数・数学のねらいは，実用面や活用ばかりでなく，算数・数学のよさやものの見方・考え方にまでかかわっていくことであり，算数・数学をつくるという体験を重要視していかなけらばならない。

(4)　計算の役割，位置づけを再考し，暗算，筆算の役割の変化，見積りの重要性を考えていき，電卓やコンピュータの教育利用をもっと取り入れる必要がある。

Ⅲ　計算指導の見直しの視点

§1　意味理解の重視の視点

1．意味の理解の重要さ

(1)　第2の言語としての数学

数学は，自然現象，社会現象や日常事象を数理事象としてとらえ，数理の世界で，先人が記号化，簡潔化，抽象化しながら，さらにより新しいものより完全なものを求めて，人類が長い間かかって体系化してきたものである。それゆえ，数学は，母国語に次いで世界共通の第2の言語として，数理の世界で，コミュニケーションできるものである。第2の言語として位置づけるには，数の意味するところや記号や用語の意味，それぞれの演算の意味を正しく理解していなければならない。

(2)　生きてはたらく計算力

「計算ができる」と「計算がわかる」とはちがうことである。計算力は，「計算問題で答えを求めることができる」ことだけでない。計算力を，ア）演算を決定する力，イ）立式の力，ウ）計算をつくりだす力，エ）確かめる力（検算する力），オ）適用して問題を解く力，としてとらえることができる。計算力は，ただ計算して答えを出すのでなく，演算決定することから，適用して問題を解く幅広い力である。計算力を，a）生活場面の中で生きてはたらく計算力，b）新しく問題に出くわしたとき生きてはたらく力とみるとき，計算の意味や仕方をしっかりとらえていないと，その計算力は生きてはたらくことはできない。つまり，計算がわかるということは，意味の理解がなされ，計算の仕方が理解できていないといけない。「計算ができる」だけの結果主義でなく，主体的な活動を通して，「計算がわかる」ことが大事である。つまり「理解」について考えなければならない。

2．「理解」の本質と数学の学習活動のおける，「理解重視」の視点

(1)　「理解」と主体が学習すること

ブラオネルは，『理解の本性』(1946)において，理解は状位（学習場面）に関連していることを指摘している[16]。その関連について，平林氏は，状位と主体との関係を[17]，図2のようにとらえ，状位の構成は，算数・数学の革新的な課題であると考えられ，さらに，この活動を価値ある理解としてとらえ，これらの活動の意識化，内面化を通して，理解を一層確かなものにしようとしている。

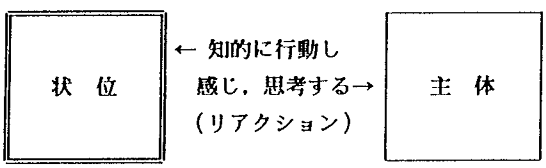


図2

数学における「理解」とは，「数学的構造の理解」であるととらえ，ピアジェも，知的発達には段階があり，しかも各段階に密接な関係があるといっていることからも，教科の構造に知能の構造を対応づけて考えなければならない。「理解」を「構造の理解」というとき，「構造」はじばしば客観的に解釈されがちであるが，純粋に客観的なものでなければ，純粋に主観的なものでもなく，主客の交互作業

という形で展開される“活動の形式”であると解釈されるべきである。

児童が主体として，状位（学習場面）に積極的にはたらきかけ，知的に行動することによって，初めて状位から感じ，思考するリアクションにより，変化した状態がでてくるのであり，それが主体としてわかっていることであり，認知していることである。学習は，あくまで主体である児童自身の問題としてとらえ，どうはたらきかけたかという学習の中に存在するので，知的に行動することを重視していくことが必要である。

そして，教師は，状位（学習場面）の選択が大切となり，主体である児童の実態と既習内容を精査して，実践の可能性と数学性を基準としなければならない。

(2)　理解の活動として，内的理解と外的理解を関連させた指導

ブラウンは，「理解」の活動において，ア）「内的理解」と，イ）「外的理解」の２つに区別している[18]。「内・外」の概念は，ある枠を設定してはじめて確定するものである。数学教育では，しばしば内的理解のみが重視されているが，内的理解と外的理解の違いをはっきりさせる必要がある。それは，対象があると，自分自身のうちに，「理解の網」とも言える一種の関係網をもっていて，まず，外的理解により，多視点的に総合的にとらえて，既存の関係網にひっかけることをして，その対象が既有の知識体系のどこに位置するものか大ざっぱに理解する。次に，内的理解により，その対象の枠の中で分析的に考察することによって，その対象の内部構造として，新しい関係網を構築する。この後で，対象を一層理解するために，外的理解の活動に入る。外的理解により，新しい関係網が，その発展として一層意味理解ができ，他の関係網とのつながりが強化されるとともに，応用として新しい関係網の上で，現実世界に広げることができる。学習過程及び単元の指導計画に，このような内的理解と外的理解を関連させた指導に位置づける必要がある。（図３参照）

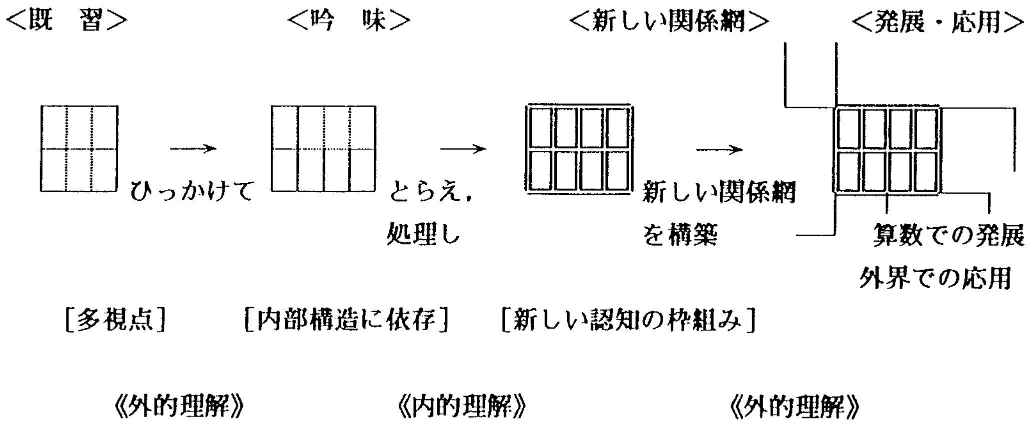


図３

例えば，3/4×1/2を既設の関係網でみて，

ア）×1/2を×0.5へ

イ）×1/2を×１÷２へ　　　　　（外的理解）

ウ）×1/2を整数化して1/2× 2 ÷ 2　　としていくといずれも，（3 × 1）/（4 × 2）となり，内部構造をみていくと，「分子は分子同士，分母は分母同士の積」となっていること（新しい関係網）がわかる。さらに，その新しい関係網で，応用した外的理解を広げていく意味理解を，内的理解だけでとらえると，単視点的になって，そのことがつまずくと一切がだめになってしまうことになる。そこで，外的理解を十分にし，既設の関係網を多視点的にとらえることを重視したものにすることによって，有効に機能するようになる。そのことから，意味の理解を上記のような視点で十分にしなければならない。

(3)　数学教育のシェマの概念と構造

算数教育における意味の理解は「構造の理解」であるから，教材の内的関連の理解と教材の外的関連の理解が大切になってくる。「同化」と「調節」の両側面で，柔軟に有機的に交代しあうことが，理解におけるシェマの役割である。

誰しも，誤っているか正しいかに限らず，自己のシェマをもっていて，それは，主観的構造となっている。客体である教材も属性をとりはらうと客観的構造をもっている。学習は主客の交互作用といわれるように，自己のシェマを用具あるいは戦略として，子どもがその教材の客観的構造を内に取り入れ，同化（今までの概念と一緒にさせる），調節（今までにもっていた概念を変化させる）することにより，新しい認知構造を構築し，自己のシェマを変化させていくものである。

学習における意味の理解は，既有の意味についてのシェマをもとに主観的構造を，客観的構造との交互作用で成長・発展させていかなければいけない。同化，調節をしながら，理解していくときに，シェマは大切であり，いかに客体の客観的構造の理解に利用されるかを考えて意味の理解を重視した状位（学習場面）を選択しなければならない。

(4)　関係的理解を重視した指導

スケンプは，「理解」を機能の上で，「関係的理解」と「用具的理解」に区別している[19]。この分類は，理解をするときに，関係網をどう機能させていくかということを問題にしている。用具的理解は，規則を用いる能力であり，理由なしの規則ということもある得る。関係的理解は，「何をするのか」，「なぜするのか」ということの両方の知識として機能するものである。

まず，指導のスタートにおいて，子どもの既有のシェマを探り，最初から詳細な解説や分析をせずに，見通しや課題づくりなどの学習活動を通して，漠然としたことから子ども自身が自分の内にシェマを構成していくように配慮する。

子どもの無意味のような遊びや作業を子ども自身が行うことによって，組織的な指導に対しての示唆や手がかりが見つかり，試行錯誤することから，関係的な理解が得られるのである。それにふさわしい適切な場面を与え，具体的な操作や思考実験をすることにより，子どもの内につくっていくことができるのである。自分で支配可能な範囲で理解が始まるのであり，そこに還元させて理解させ，発展させて理解の拡大を図ることができるのである。一足飛びに押しつけたり，天下り式に教え込んだりする用具的理解では，真の理解とはいえない。計算指導では，計算ができるときに，関係的理解がなければ，１つの路線が崩れたら，もうお手上げということになってしまい，応用力もなく，また一から覚え込まなくてはならない。

例えば，15－８で，10－８に５を加えることを式の上で教えこんでいるより，おはじきなどの操作により，15から５を引いて10から３を引くようなことをしたり，１つずつ取っていくことをしたら，15－８の減加法を即理解するよりも理解の度合いが深く，他の場合にも，関係づ

けて理解することができるようになるのである。

計算が子どもたちの第2の言語として機能していくためには，その前提として意味の理解が不可欠なことである。したがって，計算指導では，上記のような視点で，計算の意味の指導を丁寧にしていかなければならない。

§2　数学的なよさを感得させる視点

1．新教育課程の精神と算数科からみたよさ

新教育課程の4つの柱を基本的なねらいからみて，個性を生かすためには，児童が自らのものの見方・考え方をもって判断し，行動できるようにすることが重要である。また，思考力，判断力，表現力などの能力の育成が大事で，特に，新しい発想を生み出すもととなる構想力や思考の駆動力として，直観と論理的な思考力のバランスのとれた育成を図っていく必要がある。加えて，体験的な学習や問題解決的な学習の充実を図ることによって，主体的な学習の仕方を身につけ，学ぶことの楽しさや成就感を体得させ自ら学ぶ意欲を育てるように配慮していくことである。

算数教育の目標も，小学校教育の目標で目指している人間形成に即して，受け持つべき視点が端的に示してある。新学習指導要領において，目標と内容の特色[20]をみると，よさの感得や活用能力の育成が強調されている。これは，今までの認知的な側面の偏りを反省して，算数学習におけるよさの理解は，情意面の育成という観点から一層強調されているのである。子どもたちに算数・数学のよさをわからせるように指導するということは，実は，それが算数教育の本来の姿にならなければならないということである。

これからの教育は，社会の変化に自ら対応できる心豊かな人間教育の育成を図ることを根幹においているが，このねらいの達成に算数科としては，数理的な処理のよさがわかることが強調されるようになった。このことは，内発的な意欲とのかかわりも大きく，算数では，どのようなことを問題にするのか，どのような価値を追究するのかということに関係する。

算数のよさを追究する学習過程は，よりよいものを求める活動が展開されることであるから，ものごとを発展的に考えたり，統合的に考えたりする場が必要になる。そのような過程を通して，しだいに発展的に考えたり，統合的に考えたりすることができるようになってくる。

2．算数・数学のよさ

(1)　算数・数学のよさ

算数・数学のよさは同一の対象でもいろいろなよさを含んでいるものであり，感じとり方も多様である。算数のよさは，数学の特性とも関わっていて，

○数量性，図形性，記号性，図表・図式性
○明瞭性・明確性，的確性・正確性，精密性
○簡潔性・単純性，能率性・効率性
○合理性・合目的性
○一般性・拡張性，統合性，発展性
○組織性・体系性，無矛盾性・一貫性

などがあげられる[21]。上のような数学の性格は，いつでも好意的に受け入れられているものでないので，低学年で特に数量や図形に関心や親しみを持たせることを積極的に強調している。

(2)　算数・数学のよさがわかるようにすることの意義

算数・数学のよさがわかるということは，算数・数学のもっている種々の長所，効用，メリッ

ト重要性，有用性，すばらしさ，不思議さ，おもしろさなどを意識し，さらにそれが実感として体得できるようになることである。そのことから，児童が算数に親しみや興味・関心・好奇心をもち，意欲的に算数を楽しく学習することになったり，算数の内容がよりよく理解できて好きになったり積極的に算数・数学のよさを学習場面や生活場面に活用していくことになると考える。

(3)　算数・数学のよさがわかるようにする指導について

算数・数学のよさを児童にわかるようにする指導についての着眼点を平岡氏の考え[22]と文部省指導資料[23]の２つのことをもとに，視点として，

1）よりよいものを求めていこうとし，練り上げの場を設ける。
2）算数・数学がつくられてきた過程を大切にし，追体験させる。
3）具体に戻したり，発展させたり，よくないものと対比させたりして，よさがよりよく分かる場を工夫する。
4）常に，簡潔，明瞭，的確に表したり説明したりし，多様な見方，アイディアを生かして用いるように心がける。
5）よさを積極的に生かして使うようにする。
6）やったことをふり返って場を設定する。
7）算数・数学の美しさ・不思議さ・おもしろさに気付かせ，感動を大切にする。

ことを挙げる。

よさの鑑賞は，感性などの情意に関係するので，知識や技能をただたくさんもっているというだけでは，児童の算数のよさの感得・理解につながらない。教師の仕事として，的確に実態を把握し，どのような状位（学習場面）を設定するか，ということに係わってくる。加えて，児童が「第２の自分」において，自己評価するメタ認知は，集団思考での認知より効果的に内面化することができ，よさの感得につながるものである。普段の学習で機会あるごとに，算数・数学のよさに意識を向けさせる指導をすることが大事である。

３．計算指導におけるよさ

(1)　数の感覚を豊かにすること

数についての豊かな感覚を育てることは，およその大きさをとらえ適切に判断することができ，見通しをもち，算数の活用を図り，算数のよさがわかる上で大切なことである。

数の感覚を豊かにする意義の第一は，数に親しみや関心を高めることができることで，特に，低学年の指導の充実にかかわって強調されている。例えば，１つの数をほかの数と関連してとらえたり，数の相対的な大きさについて理解したりすることである。また，数についての理解で８を２＋６，10－２，２×４，16÷２などとしてとらえ，四則を学習するごとに，深まりや広がりができ，一層，数の構成への理解を深めたり，計算の仕方を工夫をしたり，結果を確かめることができるなど，数の多面的な見方の指導につながる。

意義の第二に，算数を目的に応じて柔軟に用いる力を支えることができることが上げられる。数について豊かな感覚を育てると，考察や処理の場面で目的に応じ柔軟に対応できるようになる。数の相対的な大きさに着目し，既習内容と関連付けたり計算の確かめをしたりすることができる。例えば，5000＋7000→５＋７，800×５→８×５，900÷３→９÷３と関連づけてみることや2652÷４で商の首位を決めたり大きさを見積ったりすることなどがある。

数についての豊かな感覚が，知識でなく，数の活用を促し適切に用いることまで高めること

により計算の指導におけるよさにつながる。そのためには，数についての多面的な見方を機会あるごとに経験させ，豊かにし，その生かす場面を意図的，計画的に設け，数を多面的に見ることのよさがわかるようにしていくこと，具体的な活動をすること，目的に応じ適切に処理することなどがある。例えば，数の相対的な大きさとして1.68を0.1が16と0.01が８または，0.01が168とみると，小数の乗除の計算に有効にはたらき，1.2×４で0.1が12個とみることができたり，3.16÷４で1/10の位で0.1が31個として計算することができる。

ただ与えられた数を計算すればよいという考えでなく，算数指導におけるよさを生かすためにも，数の感覚を豊かにすることを一層重視していかなければならない。

(3)　「式に表す，式をよむ」こととよさ

式は，数量の関係を的確に，また簡潔にかつ一般的に表すことができるすぐれた表現方法である。ことがらを簡潔に表現できるという式のよさだけでなく，他にも目を向けるようにしたい。例えば，形式的な処理が可能になることもよさの１つである。

数字，演算記号，言葉の式，□や△などを用いて表すことや，数を当てはめる活動を重視し，目的に応じて上記の観点などから式の表す意味を十分によみとることにより，式のよさがわかるようにすることが大切である。式をよむことは，育てるべき究極の能力として考えるのではなく，価値あるものをみつける手段であり，お互いが，「よむ」姿勢をもち，子どもとともに価値あるものをみつけていくことを第一と考えるべきである。「数と計算」領域が単独にあるのでなく，数量関係が密接に関係していて，計算の意味理解をする上では，「式をよむ」ことが重要なポイントになり，よさを感得することにつながるものである。また，式の扱いを「第２の言語」教育という観点で考えるとき，「式をよむ」ことは言語の解釈でもあり，「式に表す」ことは言語の表現でもある。よって，式の表す具体的な意味の理解を確かにし，さまざまな事象との関連の中で活用できるようにしていくことが大切である。

４．よさの感得を促す学習指導

算数・数学のよさがいくらあっても，最終的には，児童が，自分自身で体得し，感じなければなにもならない。よさの感得は，内面にかかわり，情意面にかかわるものである。

事象を算数の舞台にのせ，ねらいを達成できる数学的な問題やモデルとしてとらえ，理想化・抽象化していることにもかかわらず，子どもは数理化の「よさ」になかなか気付いていない。いろいろな属性を捨象して必要な属性をとりだし，一般化できることを体験することを意図した指導を行うことによって，初めてよさを感得することができるものである。それには，例えば，３＋５を様々な事象に適用させ，どの場合でも３＋５と表してもいいということを，指導の場でおさえ，感じさせることである。算数のよさの学習や場面では，適切な助言により，児童に感得させることである。例えばガウスが，１＋２＋‥‥‥＋100を求めるとき，アイディアを用いて，101をつくって解いたことなどにもふれながら指導するならば，一層算数・数学のよさは感得できる。

学習場面の中に意図して，そのようなよさがでる状位（学習場面）の設定とそれにふさわしい活動が起こり得るよい問題を開発することも重要である。よさの感得には，そのような活動とその活用が図られ自分のものとして，言語のように使えることも，指導上の重要なポイントである。

また，素晴らしいアイディアや発見など，よさを発見したときを逃さず，肯定的評価やとりあげ評価で認めることも大切であり，その時の気持ちが大きな支えとなってよさを実感するであろう。そのすばらしさを友だちと共有することにより，一層効果的に，子どもはよさを感得できる。

§3　計算指導の現代的な意味

1．計算指導における見積りの重要性

(1)　見積りの力の現代的な意義

見積りの指導では，「どのように見積るか」という技能の観点よりも，この「なぜ見積るのか」という観点を明確にすることがまず大切になる。なぜなら，見積りは，ある判断（意志決定）を求めて行われる目的志向的な活動とみられるべきものであるからである。このように，見積りは，算数・数学ばかりでなく，判断を求められ，合目的的に行われる活動においては，重要な働きをする。したがって，これからの高度情報化社会に生きる人間の資質として，この見積りの力は不可欠なものであると言わなければならない。

見積りは，およその数を求める計算と，それを行う目的とが伴っているのである。形式的に概数を求めることより，目的をもって見積ることに，「見積り」の指導の重要な意義があるのである。指導の全体にわたって見積りを配慮するとともに，適切な見積りができるようにし，見積りを生かした指導の工夫をしていくことが大切である。見積りは，計算見積りだけでなく，数の性質や場面の把握，問題の構造などをとらえるのに有効な手段であることも配慮しておかなければならない。

見積りが重視されるもう一つの理由として，学習の主体者は子どもであり，主体的な学習態度の育成をねらって，児童自らの「見通しをもった活動」としての見積りが強調されている。その背景として，2つの点があげられている。

○社会の情報化の進展に伴い，情報の選択，判断，処理などをしていくこと。つまり，見通す力というものが一層必要になると考えている点。

○社会の変化に主体的に対応していく上で，自分のものの見方・考え方をもって，自ら判断し，主体的な学習を展開していくという，子ども主体の学習を進める上で，重要な役割を担うものであると考えている点

主体的な学習態度の育成

⇧

見通しをもった活動

⇧

見積りを生かした指導

新学習指導要領では，算数科学習指導の改善の要点として，第1に，問題解決にあたり，見通しの立てられる子ども，第2に，今まで学習してきたことが活用できる子ども，第3に，数理的の処理のよさがわかる子どもの育成が期待されている。そのことがあげられた背景について，主体的な学習態度の育成というねらいにより，その具体的な視点として，矢部は，①子どもの思考過程を一層重視していくこと，②学習の目的を明確にした合目的的な活動の実現を目指すこと，③主体（子ども）の判断を積極的に算数の学習の中に盛り込んでいこうとする精神があると述べている[24]。

このように見積りを重視する背景には，21世紀に生きる子ども達に期待される重要な資質にかかわるものが含まれていることがわかる。つまり，見積りの目的は，子どもたち一人ひとりの活動を見通しをもった活動にすることにあり，このことは，主体的な学習態度の育成を目指しているととらえることができる。

(2)　計算指導における見積りの活動

計算指導における見積りのねらいは，計算の指導においては，[25]

① 見通しをもって考えを進めていくことができる。
② 既習内容を活用し，新たなものを生み出すきっかけとなる。
③ 大きな誤りを防ぎ，自分の判断に責任を持つことができる。
のような3つのよさがあげられる。

そこで，見積りのよさを体験させる場を設定しておくことが必要になる。今までは，指導者も算数学習における見積りの重要性をあまり意識せずにきているので，今後は，その重要性を認識していくとともに，子どもたちの見通しの体験学習の場として，どのような場があるのかを指導者が十分把握し，それを算数学習に生かしていかなければならない。漠然とした予想と確かめにとどまることでなく，大きな誤りを防ぐという意味でも，予想する見積りと結果の確かめをワンセットで考えておかなければならない。

見積りは，主体的な学習活動を行うために，見通しをもって学習するための1つの具体的な方法である。結果の見積りや方法の見通しがなくては，子どもにとって，学習活動が主体的になりがたく，今までの与えられた問題をやらされていることになってしまう。したがって，問題解決においては，見積りをして，見通しをもつことは，重要な役割を果たす。算数科では，その特質からも課題設定にからんで，論理的な思考力と直観力を今回の改善のねらいとしているが，見積りをすることによって，見通しをもった活動が期待できる。結果の見通しや方法の見通しの場を設けて，主体的な学習として，まず，認めていくことによって，見通しをもつことが，だんだんできるようになると考える。そのためには，低学年からの指導が望まれることである。

解決の後に，その過程をふり返ることも重要である。結果の見通しや方法の見通しを自己評価することによって，よりよいものを生み出すことになる。見積りの仕方の指導も自己評価とからめて，よりよい方法やこんな方法もあることを知らせていくことも必要になってくる。

計算の指導に際して，「見積り」は，見通しをもちながら，既習内容を活用し，演算決定や解決の活動を行いながら，新しいものを生み出すことができる契機になるのである。意味の理解を深めること，算数の数理的処理のよさの感得，数学的な考え方を伸ばすこと，数の感覚を豊かにすることなど，その意味するところは大きく，算数で，よりよいものを作り出すときに，見積りの活動を生かした見通しをもった活動が重要である。

2．計算のアルゴリズムとしての計算指導

(1) 演算の意味

演算の意味の指導のもつ意義について考えると，計算の本質は，数学で集合の構造にかかわる特定の操作といった抽象的な見方（加法では，合併・増加など）まで発展する概念である。算数では，四則計算として，加法，減法，乗法，除法が取り上げられているが，「演算の意味」ということは，15＋4とか，15×4とかいった計算についての答えが19か60として出す手続きができる計算の技能面より，

〇式が，それぞれ2つの数に対してどんな操作をするのかを表しているのか
〇ほかの操作とどんな関係になっているのか

ということを問題にしている。「演算の意味」の指導は，算数のねらいを達成する上からも重要な意味をもっていて，「数学的な考え方を伸ばす」という一層創造的な活動ができるようにすることをねらっている。

「演算の意味」の指導の意義として，中島氏は，ア）計算の適用判断のために，イ）計算方

法とその発展的な見方のために，ウ）計算の意味の拡張と数の創造のために，エ）価値観の育成と多様化のために，の４点をあげている[26]。

(2) 計算の意味の理解とその適用の場

問題解決能力を支えるのが，「計算の意味の理解とその適用の場の理解」である。そのためには，意味の理解を十分に図るとともに，日常の生活場面などから演算が用いられる場を豊かに経験させ，現実の問題から式，式から現実の問題の往復的な経験をふまえ，数量の関係を抽象する豊かな活動を大切にすることである。その際の指導のポイントとして，笹田は，次の４つの点をあげている[27]。

１）操作などによる演算の場の統合的把握
２）演算の場面の一般化
３）演算の関係の構造の図示
４）演算の意味の拡張

１）に関しては，加法の場としては，合併，増加，順序数などがあげられるが，これをおはじきや数え棒などの操作に置き換えると，すべてその半具体物（おはじき，数え棒など）の集合の合併とみることができ，加法の場としての統合的な把握になる。他の演算についても，同様であるが，特に，除法の等分除と包含除の統合が難しい。それは，両者とも１つの集合を対等な部分集合に分けるという操作は同じであるが，等分除はその部分集合の大きさを求めるものであり，他方包含除は，できた部分集合の個数を求めるというちがいがあるからである。しかし，これも，カード配りなどの操作を通して，実は等分除も包含除と同じとみることができるという統合に導くことができる。

２）に関しては，実際にはいろいろな場面での問題であり，量の単位，大きさ，種類のちがいはあるが，その種々の条件を捨象して，演算の適用の場面を拡大し，一般化していくことが大切である。それによって一層意味の理解が強化され，その適用する場の理解が深化する。

３）に関しては，演算操作の量的関係を抽象することを，発達段階に応じて行い，絵図，帯図線分図（１段階，２段階）などに図示することである。みかんを絵図できちんとならべ，あたかも，数直線になっているように表現し，その関係をとらえ，みかんの個数を数値化して数直線上に図示していくようになり，関係を数直線の上で把握できるようになる。乗法では，具体物をアレイ図で表すことや帯図での関係を単位量をはっきり位置づけて表すことをふまえ，数直線上に図示することに発展させることができる。図示することによる関係把握によって，演算の意味が明確になる。

４）に関しては，整数の演算から，小数・分数への乗法の拡張を行う際に，累加の考えから，倍概念，単位量の概念への拡張である。（基準量）×（基準量を単位として測った数）として乗法をとらえ，乗数に比例した大きさを表す意味を具体的な操作の上で理解させ，数直線を積極的に用いて，関数的な扱いをしていくことである。

指導のポイントの示唆にもとづいて，主体である子どもに豊かな活動を体験させ，数量の関係を抽象する活動を設定し，計算の意味とその適用の場の理解を一層重視し，指導の改善に努めなければならない。

(3) 計算指導の現代的な意味としてのアルゴリズム

さらに計算指導の改善で目を向けなけらばならないことは，時代の進展や社会の進歩に伴う，計算指導における新しい意義についてである。

従来の計算指導は，プロセスより結果に重点がおかれ，「正確に，速く」ということにエネルギーの大半が費やされていた。このような計算練習は，電卓等の普及によってその実用上の効用は失っている。しかし，今日，別の新しい観点で，計算指導の重要性がクローズアップされているのである。それは，計算の意味とその仕方を学習することが，情報社会に生きるために必要な，「アルゴリズム」を表現する能力を育成する上で極めて大切なことだということである(28)。

これからの算数教育では，四則計算の意味や仕方を学ぶプロセスを大事にして，子どもたちがそのアルゴリズムを他人に説明し，表現できる能力を養っていく必要がある。つまり，計算の仕方や仕組みを重視することが大切である。アルゴリズム化する能力と極めて密接な関連をもつのは，計算指導である。計算指導で，計算法則をもとにして考えることや，筆算形式などの計算方法を自ら作り出すことは，子どもたちが，アルゴリズム化の能力の基本を学習していることなのである。

筆算形式は，いろいろなアイディアを考え出し，数学的な考え方の育成につながる大切な教材である。長い人類の歴史の中で，工夫され，改良された筆算形式には，優れたアルゴリズムが内蔵され，筆算の計算を作り上げ，数の範囲を広げることができる。その際，既習事項に帰着して考えること，見当をつけて計算方法を見いだすこと，論理的な理由づけから形式化することなどのアルゴリズム化をする過程を大切にしなければならない。

計算の仕方やしくみを重視することは，意味の理解を一層深めるとともに，合理的な計算指導に役立ち，自分のものとして，与えられた一問を解くことでなく，活用できることにつながる大事なことである。

計算のアルゴリズムを生み出す過程では，次のようなことが学習指導のポイントである。

ア）　数について，豊かな感覚を育てること
イ）　既習の概念を活用し，発見的に新しい概念を導くようにすること
ウ）　具体的な活動を重視すること
エ）　用語や記号を適切に用い，簡潔，明瞭，的確に
オ）　筋道立てて，論理的な理由づけから形式化すること
カ）　概念や原理・法則の有用性を知らせ，活用能力を高めること

このように，計算のアルゴリズムを子ども自身が作り上げることを学習過程に設定し，その追求を通して，素晴らしい文化遺産でもある計算のアルゴリズムを作ることを追体験することができる。このような学習は，今後の計算指導で極めて大切なことである。

計算指導の現代的な意味に，演算の意味の理解とともに，その適用する場を理解することがあげられる。また，計算の仕方やしくみを論理的に説明できることによって，演算の意味と筆算などのアルゴリズムの理解を深めることになる。そのためには，既習事項に帰着し，数学的な考え方を十分に活用し，論理的な理由づけで形式化するアルゴリズムを作り上げることである。

指導者としての大事な役目は，計算の意味の理解，仕方やしくみの工夫などに精通し，そのような学習が展開されるために，子どもが豊かな活動を行える状位（学習場面）の設定をすることである。

§4　算数教育における授業改造の視点

計算指導の現代的な意味をみてきたが，これからの計算指導を考えるにあたり，基本的に算数教育の目指すことを3点あげてみる。

(1) 第2の言語教育としての算数教育
(2) 主体的・発見的方法を重視した自学自習の精神
(3) 問題解決の思考過程（プロセス）の重視と学び方

これらの3点について以下に論じる。

1．第2の言語教育としての算数

情報化社会，国際化社会と言われる現代において，他人に自分の考えを伝えるコミュニケーションは重要であり，この意味からも算数・数学の果たす役割は大きい。

算数・数学は，世界共通の用語・記号を用い，どの国でも1mは1mであり同じ長さを表すことができる。また，2×3は，かけるという演算がどんな意味で，どんな結果を得るかは，共通であり，言語として他人と同じ意味で使うことができるのである。このような意味からも，算数・数学は，母国語に次いで第2の言語であるといってよいし，また，算数・数学教育は第2の言語教育として考えることができるのである。

普通，言語教育は，自分の考えを音声言語や文字言語に代え，正しく相手に伝えたり，相手の考えを伝えられることがある。国語教育では，「話す・聞く」という音声言語と「読む・書く」という文字言語を通して，正確に理解し，適切に表現する能力を育てることをねらっている。ところが，幼い子どもは，家庭などで小耳にはさんだ言葉を意味もよくわからないままに使い，そのことから自分なりのまちがったシェマを形成している場合がある。つまり，その場では適切のようではあるが，本当の意味は正しくつかんでいないことがある。言語教育は，このような言語についてラフなシェマ形成を正しくしていくとともに，児童が言語の意味とその表現を正しく理解して，自由に活用できるようにしなければならない。

児童の実態において，意味の理解が十分でないことが指摘されているように，どんなに素晴らしい原理や法則もその正しい理解がなければ有効に生かされない。訳も分からずに　算数・数学の用語や記号を使ったり，これはかけ算だからかけ算の手順に当てはめて計算ができるだけでは，言語教育ではなく，ただそのことを使っているに過ぎない。例えば，3×20は，「三二が六」だから，6に後で0をつけて，答えを求めていることがある。これは，計算のごく省略された解法パターン（この例では，上位の桁の乗法九九をして，その答えの右に0をつける）を覚えていて，現実の適用の場の理解もなく，何十のかけ算はこうしてこうするのだという紋切り型の知識を使っている例である。このような場合は，往々にして子どもたちは，かけ算の意味もわからず，時間を費やしドリル形式の練習をせっせとして，とりあえず計算ができるようになっている。これでは，言語教育とは言えないのである。

すぐれた筆算のアルゴリズムは，長い間かかって先人が創り上げげたものであるが，子ども自身が，その創り上げられた発見的な思考を追体験すると，そのアルゴリズムを使うのみでなく，どのようにしてそのような手順が創り上げられたのかがわかり，そのよさを知ることもできる。

これからの算数教育は，正しく他人にわかりやすく伝えることのできる算数のよさを知らせるとともに，言語教育として，自分の意志を的確に伝えたり，逆に他の情報を正しく判断することにも役立つものでなければならない。

算数教育において，授業をどう変えるかというときに，「数学は，第2の言語」として，言語教育であるという視点をもって指導にあたることが大切である。そのためには，人が乳幼児からいかにして母国語を獲得していくかといった，言語獲得のプロセスにも学びながら，算数教育を考えていく必要があると考える。

2．主体的な学習における発見的方法での自学自習の姿勢を

自己教育力の育成のために，１つには，主体的に学ぶ意志・意欲・能力の育成，２つには，学習の意欲，３つには，学び方の習得，４つには，社会の変化への対応・生き方へのかかわりの4点が強調されている。そこで，自ら学ぶ意欲，思考力，判断力，表現力を基礎とする学力観で，子どもたちを育てていかなければならない。

そもそも学習とは，主体者である子どもが，自ら客体である教材にはたらきかけ，教材からのリアクションによる交互作用を通して，教材の構造を意識し，それを内面化するものである。主体的な活動がなくては，学習は成立しないのである。

また，理解についても，Ⅲ§１，２で述べたように，主体的に状位（学習場面）への知的な行動をし，子ども自身の感性と思考でのリアクションで反応することである。理解は，「構造の理解」であるから，自分のもっている心的な構造と，内容的な教材の構造の交互作用で，主観的な構造から客観的な構造としての新しい構造を内面化することにより，認知するのである。どんなに素晴らしい原理・法則や計算方法を与えられても，子ども自身が，主体的に既設のシェマを改善していく活動がないと，新しいシェマはできない。いきなり，教材の内容を天下り式に教え込まれたり，記憶すればよいというのことでは，主観的な構造を無視してしまうことになり，興味関心も，意欲も生まれない。そのために，豊かな学習活動が期待できる状位（学習場面）の存在が大切になる。そのような状位（学習場面）があって，主体的な学習が成り立ち，理解が得られるのである。

学習と理解の本質についてはⅢ§１，２で述べてきたが，ここで大切なことは，学習は受動的なものでなく，主体者である子どもの活動である。主体的な活動なくしては，どのようなよい状位（学習場面）があっても役に立たないもので，自学自習の学習はできないのである。

方法的には，子ども自身が，客体の構造に対して発見的に追究することが大切である。学ぶ意欲や興味は，導入で子どもの知的な欲求を喚起することも大切であるが，トピック的な導入に左右されるのでなく，客観的な内容に本質的に依存するのである。そのような意欲や興味は，子ども自身が発見的に問題の解決に当り，自分の英知を存分に使い，既習事項の想起とアイディアや数学的な考え方を使うことによって，内発的な動機づけとして生まれてくるものである。

理解の観点からみても，子どもの認知活動である主体的な活動は，一足飛びに進むのでなく，既設のシェマから探りを入れ，見通しをもって，漠然としたところから子ども自身が試行錯誤しながら解決することである。具体的な操作などの活動を通して発見的な認知活動をすることによって，子ども自身が，自分のシェマを作っていくことができるのである。自ら問題を発見し，解決の糸口を模索しながら問題解決する一連の学習活動は，発見的方法を根本にした自学自習の学習を支えるのである。

つまり，主体的な活動と発見的方法による認知活動は，自学自習の態度を育てることになり，これからの算数教育を進める大きな視点の１つである。

3．問題解決の思考過程を重視することと学び方を学ぶこと

算数は，指導内容が系統的で，概念，原理・法則及びその表記など，約束の上に成り立っている教科である。したがって，その学習は，問題解決学習の形態をとらなければ，注入主義に陥いってしまい，子どもの自主性は育たない。子どもの自主性は，問題解決において，自らがどう課題に立ち向かい，どのように追究するかを自分で判断していくことによって育っていく。つまり，子どもが，見通しをもって，既習内容を生かしたり，いろいろな考え方やアイディアを考え出し

たりし，自ら選択判断しながら，追究する思考過程をふむことである。そのような思考過程を重視する学習過程によって，子ども自身の学習になるのである。

問題解決の学習過程として，1）問題形成・問題把握の段階，2）解決の見通しを立てる段階，3）解決の実行の段階，4）解の論証的組織化の段階，5）検証の段階というような段階をふみながら，新たな問題から結果を導くまでの思考過程を重視しないと，結果だけに注目してしまい，そこで使った数学的な考え方やアイディアは見えてこない。どんな考え方を使い，どうアプローチしたかを問うことによって，また新しい問題に出合ったときの解決の力になるのである。指導にあたっては，子どもの思考過程を想定した状位（学習場面）の設定はもちろんであるが，とりわけ，実際の子どもの思考過程を大切にした指導がなされなければならない。

その問題解決の段階で，絶えず，子ども自身が課題に対してどう取り組んでいるのか，どんな方略や数学的な考え方，態度で取り組んでいるのかを，自分自身を対象化して，よりよいものを求めることが大切である。例えば，解決の実行のときに，「これは複雑だ，ゆっくり一段一段注意深くやるべきだ」とか，「この方法はうまくいかないから別な方法にしてみよう」などと，その都度，自分で問い続けることが大切である。

また，問題解決では，内容的なことが理解でき，解決できるようになることばかりでなく，その過程を通して，子ども自身が学び方を学ぶことが大切である。しかし，学び方は，知的レベルで取り上げて指導するものではなく，学ぶ内容を通して，学習しながら身につけるものである。何も意識せずにいては，子どもの学び方は育たない。何を教えるか．どのように教えるかを両面で考えながら，学び方に重点をおいた指導にしていかないといけない。そのことによって，学習における子ども自らの学習に対しての取り組みが一層自主的なものになっていくのである。

特に，学習の最後には，子ども自身が学習を「ふり返る」場の設定をすることが重要であり，そのことによって自分自身を対象化してモニターし，自分を自覚することである。たとえば，前に使ったやり方をしてよかったとか，小数のたし算は整数のたし算と同じ方法でするように考えてよかったとか，おはじきを使って考えたのでよくわかったとか，見通しを立てたときにたし算と同じように計算法則を使えばかけ算でもできると思ったのでよかったなどと，自己を自覚することができる。

このように，問題解決の学習において，問題解決の結果を問うより思考過程を大切にした指導を行うことによって，子どもたちは「学び方」を学び，数学的な考え方や態度を身につけ，これが，新しい問題に出合ったときの解決力に育っていくのである。この考えは，学び方を見つめ，さらによりよい学習にしていこうとする内発的動機づけにもなるのである。つまり，問題解決の思考過程を重視し，学び方を学ぶ指導を算数教育の基本としなければならない。

Ⅳ　これからの計算指導をめざして　－計算指導における改善と充実－

本章では，Ⅲで考察した計算指導の見直しの視点に基づき，とりわけⅢ．4の授業改造の3視点を中心として，これからの計算指導のあり方について論ずる。

§1　見通しを生かした指導

主体的な学習態度の育成を図るために，見通しをもった活動が強調されている。ここでは，計算

指導の現代的な意味として，見積りをする力を考えた見通しを生かした計算指導について論じていく。

1．見積りの指導をすることによる見通しの指導の生かし方

(1)　見積りの問題解決の学習過程でのはたらき

見積りのねらいは，見通しをもった行動をするためのものであり，そこには，適切な判断と能率的な処理の創造があるといえる。見通しをもつために，問題解決の学習過程において，見積りはどのようにはたらくかを考えてみると，ア）問題の把握における見積り，イ）解決の見通しにおける見積り，ウ）結果の検討における見積りの３つの場面があげられる。大まかに，それぞれの過程でどのようなはたらきをするかというと，①本時と既習との違いを明確にする問題把握，②解決方法の予測や選択などの解決の見通し，③計算の結果の検討や妥当性の根拠のように，主に３点あげられる。

見積りは，問題解決の場面や状況，目的や手段などによって，子どもの学習過程の中に随時位置づけることができる。見通しをもつときにどうような見積りが行われ，どんなはたらきをするのか考えてみる。

見通しをもつことは，子どもが，問題に出合ったとき，既習内容，既習事項や日常の経験などを手がかりとして，直観や数学的な考え方をはたらかさせながら，問題解決の結果や方法を予測することである。「結果の見通し」と「方法の見通し」の例をあげて，見積りとの関係をみていく。

a）結果の見通し

「結果の見通し」とは，例えば，３年で，67×43の計算を考えていくときに，既習の計算をもとに，積が67×40＝2680よりも大きいと予想したり，67×43を70×40と考えて，積は2800位だと予想したりすることである。

（例）　３年　かけ算　（２位数）×（２位数）

既習：67×40＝2680　　　　<結果の見通し>

67×50＝3350

↓①

問　題　67×40　──③──→　積は2680より大きくなるよ。積は2800ぐらいになりそうだ。

↑②

豊かな数の感覚：67は70より３小さい→数を丸めて見る

43は40より３大きい　70×40＝2800

①において，かける数の43を40や50と見積ることにより，問題の把握にかかわり，本時と既習の違いとして，２位数×２位数のかけ算を明確にすることができる。そして，既習の何十の計算方法から，方法への見通しにつながることができる。このことは，子どもが，既習の計算方法を選択する力になる。

②においては，67＝70－３，43＝40＋３と豊かな数の感覚を使って，大まかな問題の構造をつかむことができる。数を丸める方法で見積りを行い，結果を既習の70×40の計算により見積ることができる。このことは，大まかな計算ができ，解決の意欲となる。

③においては，既習内容に計算で，結果の予想ができ，結果の妥当性を判断することができる。このことは，子どもの主体的な判断を促すことになる。

ｂ）方法の見通し

また，「方法の見通し」とは，67×43の計算の仕方を考えていくとき，例えば，67×４の学習をしたときに，67を60と７に分けて考え，既習の60×４や７×４を使って解決した経験からこの計算も，「かける数の43を40と３に分ければよいのでないか」というように，解決の方法を予想することである。

既習：67×４＝60×４＋７×４

＜方法の見通し＞

問　題　67×43　→　↓④　↑⑤　⑥　かける数の43を40と３に分けてみよう

既習：67×40＝67×４×10

④においては，43を上から１けたでみて４だけを問題にして，既習の解決の方法である分配法則に適合させていることから，解決方法の予測ができる。⑤においては，何十をかける計算方法の根拠を示すことで，解決の見通しをもつことができる。④と⑤は，既習内容からの解決の方法の予測から選択し判断することになる。

⑥においては，既習内容から，解決の方法の見通しをもつことができ，思考過程を大切にしながら，発見的方法で新しいものを生み出すことになる。

この「結果の見通し」と「方法の見通し」は，１つの解決活動の中で，必ず２つとも用いなければならないというものでなく，いずれか一方を軸に展開されていく場合もある。特に低学年では，結果を見積ることによって，計算の仕方を考えだしたり，確かめたりする。つまり，判断や処理を考え出していくのに活用しようとする態度となる。

２．見通しを生かした指導

見積りを生かすことは，出合った問題と，既習の学習経験や知識と対比して，どこが同じで，どこが違うのかを明確にし，解決への見通しをもったり，もった見通しにそって，既習の経験や知識を活用しながら，筋道の通った問題の解決をすることである。また，それだけでなく解決した過程をふり返り，それによってより明確なものにしたり，これを筋道を立てて他人に説明したりすることも，筋道を立てて考えることに含めなければならない。筋道を立てて考えていくことと，見通しをもつことは，相補的なはたらきをする。

そこで，問題解決にあたっては，解決する問題の既習事項がどのように関係づけられたときに見通しをもち，筋道を立てて考える問題解決の活動が実現するように例をあげながら考えてみたい。

（例）小数のかけ算（小数）×（１位数）３．６×４

［既習事項や計算法則，考え方］

＜見通しをもつ＞

◇結果の見通し

○答えは，12より大きい。

＜既習のかけ算＞

● ３×４　→乗法九九

● 30×４　→10の３×４

○答えは，16より小さい。
◇方法の見通し
○かけられる数を整数にして計算する。
○0.1を単位にしていくつ分かをみる。
○3.6を３と0.6に分ける。

●36×４　→30×４と６×４
●３×40　→3×4の10倍（3×10の4倍）
●36×42　→２位数×２位数
●0.3×４　→0.1の３×４倍

＜見　積　り＞
●3.6＞３とみて→３×４
●3.6＜４とみて→４×４

⇩

＜筋道を立てて考える＞
◇考え方の筋道
○3.6が0.1のいくつ分か考えて，
$(0.1\times36)\times4=0.1\times(36\times4)$
$=0.1\times144$
$=14.4$
○3.6を10倍して整数にして考えて，
$(3.6\times10)\times4\div10=36\times4\div10$
$=144\div10$
$=14.4$
○3.6を３と0.6に分けて，
$3\times4+0.6\times4=12+2.4$
$=14.4$
◇筋道立った説明
○0.1を単位にしたり，かけられる数を10倍したりすると，整数の計算で答えが求められる。

＜既有の方略＞
●0.3×４の計算で，３×４の計算が使えるように工夫したことから
● $(0.1\times3)\times4=0.1\times(3\times4)$
$=0.1\times12$
● $(0.3\times10)\times4\div10=3\times4\div10$
$=12\div10$
●36×４の計算で．36を30と２に分けて計算したことから
●30×４＋６×４

＜結果の妥当性＞
14.4は12より大きく，16より小さい

⇩

結果　　14.4

⇨

新しいものを生み出す
（整数）×（小数）の計算方法

このように，子ども自身が，既習内容を関連づけて，見積りを有効に活用して，見通しをもち筋道を立てながら，発見的に追求し，新しいものを生み出す学習活動を展開するために，見通しをもつことが大切である。

３．見通しをもち筋道を立てて考える指導の留意点

見通しをもち，筋道を立てて考える指導をするために，

ア　既習内容を整理しておくとともに指導内容を明確にすること

イ　見通しを立てる活動を保障すること。

ウ　子ども自身が筋道を選択する活動を認め，考えを大切にすること。

エ　子ども一人ひとりが見通しをもち続けるような活動がなれるようにすること。

オ　自分自身に問いかけながら，考えを進めることを大切にすること。

カ　どのように解決したか，ふり返る活動を位置づけること。

のようなことを，配慮しなければならない。

見通しを生かした指導をすることは，内容面と学び方の両面で子どもを育てることである。解決の実行にあたっては，筋道を立てた解決活動をすることであり，その活動を通して，新しいもの生み出すことになるのである。そうすることによって，主体的が学習態度が育成できるのである。つまり，計算指導において，見通しを生かした指導をすることによって，新しいものを生み出すことができ，主体的な学習態度の育成になるのである。

§２　具体的な操作などの活動と計算のアルゴリズム

１．問題場面での主体的な活動としての具体的な操作などの活動

理解は，学習の主体者である子どもの主体的な活動を通して成立するのである。すなわち，状位（学習場面）に対して，子どもが自分のシェマを客体である教材の構造に対してはたらきかけることである。子どもたちは，課題に対して，自分で既習内容や数学的な考えを活用しながら，自分の処理可能な範囲で，多様な考えでアプローチし，内面化を図るのである。

これまでの算数の指導では，学習のねらいを意図して，行動を通して対象を扱っていくことを「操作活動」としてとらえていた。例えば，数え棒やおはじきを使って数える，器具を使って量を測るなどという活動で，手などで対象を扱うものである。また，念頭操作といって，対象を直接扱わなくても，直接扱ったように頭の中で思考する活動としてとらえていた。しかし，新しい指導書（文部省平成元年版）では，手作業などを通した活動から，念頭で行う内面化された操作まで高めていくことを，「具体的な操作などの活動」としてとらえている。この具体的な操作などの活動は，子ども自身に内面化されたものであるから，学習場面設定の工夫によっては，子どもの主体的な思考活動を促し，多様な考えを生み出すことにつながっていくのである。

その際，子どもの知的発達段階からみると，子どもは，論理的な推論だけを駆使して結論を導くことは難しいが，具体的なものを介しての論理の組立ては可能である。したがって，頭の中でおはじきを操作する行為を再現したり，模倣したりしてひき算の計算をするような念頭操作はできるのである。具体的操作などの活動によって，子どもは，主体的に思考し，解決のための主体的な活動が展開できるのである。

このような具体的な操作などの活動は，問題の把握や結果の見通し，方法の見通しをもつ場面などでも生かされるが，最も効果を発揮するのは自力解決の場面である。子どもが，自由な試行による具体的な操作などの活動を積極的に展開させ，その活動をふり返らせることによって，自分の立てた見通しに従って，どのような過程を経て解決したか筋道立てて説明することが容易になる。また，具体物や図などを活用したり，念頭で操作することによって，子どもたちは，新しい概念や原理，法則などを視覚的なイメージを通して，具体的に把握することができ，その論理的意味も理解できるのである。

このように，算数学習における「具体的な操作などの活動」は，第２の言語教育という観点からみれば，とりわけ不可欠な学習活動であると言わなければならない。

２．具体的な操作などの活動を通して多様な解決を図る指導

子どもは，結果や方法についての見通しが立てられると，具体的な操作などの活動を通して，自分なりのやり方で問題解決に挑むことになる。子どもに多様な解決が求められるのは，一人ひとりの考えを認めることによって，それぞれの子どもに自力解決の成就感を味わわせ，学習に対

する意欲を高めることであり，自力でよりよい方法を求めることができる自学自習の態度を育てることである。

多様な考え方をもつことは，自分の考えや方法を確認させ，自分なりの取り組みに責任をもちやりっぱなしでなく，自分の考えたことをもとに，よりよい方法を求める態度が期待できるからである。そして，自分なりの考えをもつことによって，集団解決の場で，それぞれの考えを比較・検討し，組織化していくときに，一層の理解が得られ，確かなものになるのである。

子どもが，自分なりの方法や考え方に基づいて，多様な解決を図るのは，自力解決の場面である。具体的な操作などの活動を通して多様な解決をさせる例をあげながら考えてみたい。

(例) 3年「かけ算」(2位数) × (1位数) (部分積がみな1けた)

既習のかけ算
○乗法九九
○10の段の乗法
○何十の乗法

1まい32円のふうとうを3まい買いました。代金はいくらでしょう。

[予想される解決方法]

(A) 既習事項である同数累加を使って考える ……(A)
(B) 分配法則を使って考える。 ……(B)
(C) 模型の硬貨などを操作して考える。 ……(C)
(D) 図を使って考える。 ……(D)
(E) 筆算形式で計算する。 ……(E)

結果の見通し
30× 3
40× 3

[考え方・方法]

(A) 同数累加を使って

(1) 32+32+32=96

(2) 30+30+30=90
　　2 + 2 + 2 = 6
　　90+ 6 =96

(3) 32
　　32　2 × 3 = 6
　　+32　3×3=9
　　96

(1)は3口のたし算をしている
(2)は念頭で30のかたまりを作っている
(3)は念頭で⑩と①を分けて考えている

(B) 分配法則を使って　　(形式化)(演繹化)

(1) 32を10+10+10+ 2として，
　　10× 3 =30
　　10× 3 =30
　　10× 3 =30
　　2 × 3 = 6
　　30+30+30+6=96

(2) 32を30+ 2として，
　　30× 3 =90
　　2 × 3 = 6
　　90+ 6 =96

(1)は，念頭で⑩を意識した考え方である
(2)は操作的

(C) 模型の硬貨を使って　　(具体化)

(1) ⑩⑩⑩　①①
　　⑩⑩⑩　①①
　　　　　①①

(1)は具体的な操作を行い，内面化を図る

(D) 図を使って　　(構造化)(抽象化)

(1) 32+32+32

(10× 3 × 3)　2 × 3
30× 3
32× 3

(2)

①①　①①　①①
⑩⑩　⑩⑩　⑩⑩
⑩　⑩　⑩

(2)は硬貨と封筒を対応させ式の意味から考える

(E) その他
(1) (40−8)×3=120−24=96

(発展化)
分配法則の変形である
(4年の内容)

32	32	32

(2) 32+32=64　64+32=96

まい 0　1　2　3

円　0　32　64　96

(3) (30+30+30)+(2+2+2)

⑩⑩⑩ ①①	⑩⑩⑩ ①①	⑩⑩⑩ ①①

(1)は累加の考え

(2)は倍の考えが加わり単位量への発展

(3)は数量を⑩と①を意識して図に表す

問題場面について，自分の立てた見通しに従って，方法に関した数学的な考え方を活用して，内容に関係した数学的な考え方をもとにしてアプローチしているが，具体的な操作は強要されたり，指示されるのではなく，自分の認知の活動の１つとして，子どもの自主的な選択を大切にする。もちろん，教師は援助者として，具体物や半具体物などの準備をしておき，解決に困っている児童には適切な助言を与えることが必要である。

下学年では，方法の見通しができなくても，結果の見通しを見積りによって考え，方法を考え出すことが多い。ここでは，30× 3 や40× 3 で十の位と一の位に分けて考えたらできると考える子どもも多い。

こうした自力解決の活動では，自分の立てた見通しに従って解決の実行をするわけだが，絶えず今の自分はどうかと自己を対象化してみる「メタ認知的な構え」が重要である。

また，具体的な操作などの活動を通して多様な解決をさせるために，次のようなことを指導上の配慮として考えなければならない。

① 子どもの既習事項の達成状況や児童の思考のようすを事前につかみ，指導の手立てなどを考えておく。

② 子どもが活用できるように，個人の教具を用意させておくとともに，具体物や半具体物などが，自由に活用できるように準備しておく。

③ 解決の方法が適切でなかったり，解決の過程で迷っている子どもには，自力解決ができるように，個別指導での助言・ヒントなどや，小集団指導などの援助を行う。

１つの方法で解決できた子どもには，第２，第３のよりよい方法を考えさせたり，自分が解決した過程を筋道立てて説明できるようにさせる。

発表を意図的にするため，机間巡視において，多様な考えを整理してとらえておく。予想されない方法を考えだしたときには，それぞれを認めながらなるべく多く扱う。

３．集団思考で，計算のアルゴリズムを生み出す指導

解の論理的組織化をはかる段階では，集団思考によって，多様な解決方法の共通理解を図るとともに，方法の類似点や相違点を明らかにして，分類・整理して，それらの考えの共通する考えを導き出すことである。

この組織化のねらいで具体的な操作などの活動の生かし方を考えてみると，

- ○第１に，具体的な操作などの活動を単なる操作のための操作に終わらせないで，既習の考え方や数学的な考え方に関連づけて，具体的な操作などの活動の意味を深くとらえさせることである。
- ○第２に，多様な考え方を集団で検討することにより，よりよい方法，よりわかりやすい方法，他に応用できる方法など，よりよい方法を探求する根拠に，具体的な操作などの活動が役立つことである。
- ○第３に，自力解決をした過程を筋道立ててわかりやすく説明できるように，操作したことを演示したり，図などで視覚的に表現したりすることができることである。

などのことがある。

前の例で，筆算形式に組織化していくことをみてみることにする。

３年「かけ算」（２位数）×（１位数）

１まい32円のふうとうを３まい買いました。代金はいくらでしょう。

（A）
同数累加
30＋30＋30＝90
2＋2＋2＝6
90＋6＝96

（B）
分配法則
32を10＋10＋10＋２とし
10×３＝30
10×３＝30
10×３＝30
２×３＝６
30＋30＋30＋６＝96

（C）
硬貨の模型
⑩⑩⑩　①①
⑩⑩⑩　①①
⑩⑩⑩　①①
２×３
30×３
32×３

（D）
図示
⑩⑩⑩⑩⑩⑩⑩⑩⑩
①①　①①　①①
(30＋30＋30)＋(2＋2＋2)

→

分配法則の考えを使って
32を30と２に分けて
30×３＝90
２×３＝６
90＋６＝９６

⇨ ⇦

筆算形式

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 6 \\ 90 \\ \hline 96 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 96 \end{array}$$

↑　↓　↑

既習内容
30×３＝90

発展
312×３

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 90 \\ 6 \\ \hline 96 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 6 \\ 9 \\ \hline 15 \end{array}$$

（統一へ）（誤り追究）

方法を分類することによって，分配法則の考え方で説明できることに気づくであろう。この方法は，30×３を発展させた考え方であり，同時に，被乗数を分割する考え方を活用することによって，312×３へ発展する考え方である。分配法則の方法(Ｂ)の考え方と他の方法を比較することによって，32を30と２に分ければよいという考え方に組織化することができる。この考え方で最終的なねらいである筆算形式は，具体的な操作と対比することによって，機械的な教え込みの指導でなく，意味の理解ができるのである。

この場合，筆算形式を天下り式に，そのアルゴリズムを教え込んだら，その手順に従って計算はできるのであるが，子どもたちは，筆算の意味を理解しないままであり，その考え方がこれからの問題解決に生きてはたらくことにはならない。よりよい方法に着目させることにより，筆算の簡潔なよさに気づかせたり，わかりやすい方法，数が大きくなっても使える方法として，被乗数を分けるという考え方のよさに気づかせることになる。

したがって，計算のアルゴリズムを生み出すには，具体的な操作などの活動をもとにした子どもたちの多様な考えを引き出し，考え方の根拠となることを集団思考で比較・検討することが大切である。

§３　計算の意味理解を深める指導

１．計算の意味理解の重要性

意味理解の重要性については，Ⅲ．１で論じてきた。「計算の意味」の指導では，数学的な考え方を伸ばす上でも，計算力が生きて働く力となるためにも，さらに第２の言語教育としての算数教育という視点からしても，極めて重要な意義をもつものである。また，計算の意味を深める指導では，Ⅲ．１でみてきたように，それは理解の構造とかかわっており，子どもの主体的な対象への働きかけと発見的方法による新しい認知構造の形成，といった極めて内面的な学習活動が不可欠なことである。そこで，本節では，Ⅲ．１，２における「内的理解と外的理解」「関係的理解」の概念を援用して，計算の意味を深める指導のあり方について考察する。

２．計算の意味の理解を深める指導

意味の理解は，子どもの内面における認知活動であり，答えの求め方がわかるのでなく，その計算の意味がわかることが大切なのである。

多くの学習が，計算の意味の理解をさらりと扱い，「概念の拡張」があったとしても無頓着であったり曖昧にしたりして，教師の説明などで計算の仕方を求めることに走ってしまいがちである。ここでは，意味の理解を深め，概念の拡張を例にあげながら考えてみたい。

［例］　５年　小数のかけ算　（整数×小数での小数のかけ算の意味）

１）指導の目標と内容

乗法の意味の（整数から小数への）拡張の必要とその手法を理解させ，このような創造的な過程に対しての関心を高めることをねらいとしている。

① 整数に小数をかける場合にも，「かけ算」が用いられるようにすることの意義を知らせる。
② 乗数が小数の場合の「かけ算」の意味を，整数のかけ算をもとにして，どのような考えに基づいて一般化（拡張）するかを理解させる。
③ 上で決めたかけ算の新しい意味に基づいて，小数の場合にも計算の仕方が考えられることを知らせる。

ところが，従来は次のような指導が行われている。教師が一方的に小数を既習の整数に置き換え

て整数の場合から類推させたり，整数の場合に成り立っていた言葉の式を小数の場合に適用できることを説明したりするだけで軽く扱われたりする傾向にある。そのため，乗法の意味の拡張を扱わないと形式的な計算の仕方がわかっていても，小数の乗法を理解しているとはいえない。

2）子どもたちの既有の「かけ算」の概念

算数では，子どものこれまでの経験や知識をもとに創造的に構成していく方法が基本であるから，これまでの子どものかけ算の概念を考えてみる。

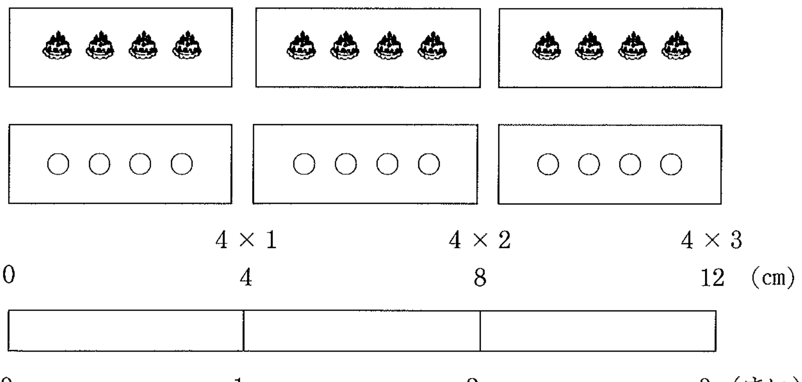
まず，乗法は勝手に自分が決めたのではなく，加法との関連のもとにしている。例えば，1皿に4個のケーキがあります。3皿ではいくつになるかというとき，それを簡潔に表す必要のもとに，4×3として，4＋4＋4を表す。……（ア）つまり，aの大きさのものがp個ある場合，a×pと表し，その意味は，a＋a＋‥‥＋a（p個たす）という累加の考えで乗法をとらえている。

また，測定の考えと乗法を乗数に比例した大きさを求めるものとして，意味づける考えを基盤としたもので，連続量を念頭におきながら，操作的な取り扱いも考慮されている。例えば，1まい4cmのシールがあります。3まいでは何cmでしょうというように，4×1，4×2，4×3として考えて3まい分の長さを求めている。……(イ)つまり，言葉の式では，

（基準とする大きさ）×（基準とする大きさで測った数）　となるのである。

（ア）

（イ）



（1つ分の長さ）×（まい数）

［既習内容］
○2×3
○20×3
○23×3
○2×30
○23×32
○0.2×3
○2.3×3

(イ)においては，連続量として小数の場合も4年で学習しているが，基本的には，上記の2つの概念を有している。つまり，同数累加の考えをもとに，連続量をみることができるようになっている。また，かけ算をすれば，答えは被乗数よりも大きくなる考えが大きく支配していることも事実である。

3．意味の拡張における理解と概念形成

既習の小数×整数の計算の意味は，これまでのように何倍かに当る大きさを求めることといいながらも，累加の意味でとらえていても差し支えなかった。かけられる数が小数に拡がったことによって，1つ分の大きさが，連続量の範囲まで拡がったという意識をもたせるような指導が必要である。何倍かして，整数の計算に帰着させるところがちがっていただけで，かけ算の概念そのものに大きな変化はなかった。ところが，計算の上では，小数点を度外視すれば，整数×整数のかけ算と同じであるが，かける数が小数になると，累加の考えは使えず，かけ算の意味の拡張が必要になる。このかけ算の意味の拡張における理解と概念形成について考えてみたい。

《指導の流れ》

＜問題提示＞

> 1 mの値段が80円のリボンがあります。プレゼントに包むのに□m必要なので買いにいきました。代金はいくらでしょうか。

＜問題把握＞

○子どもにリボンの長さを決めさせながら，問題把握を行う

○整数の数値を入れながら，立式をしあてはめることによりり，かけ算の演算決定を行う。　80×□

80×２，80×３，80×５……　80×1.4

○子どもの長さの設定で小数のものに立式をあてはめる。

（出なければ，教師による問い）　80×2.4

小数を入れてもいいのかなあ

＜課題設定＞

○80×2.4の式でもよいわけを考えよう

＜見通し＞

○結果の見通し80×２＜80×2.4＜80×３で，160と240の間

○方法の見通し

ア）10cmの長さをだして考える（単位の考え）

イ）0.1mの長さをだして考える（単位の考え）

ウ）2.4を２と0.4に分けて考える（基本的性質の考え）

エ）10倍して，あとで10で割る（式についての考え）

オ）２倍，３倍と整数と同様に（帰納的な考え）

カ）線分図を書いて考える（構造化の考え）

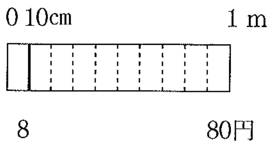
＜見通しに従って自力解決＞

ア）１mは80円だから，

10cmは８円

2.4mは240cmで10cm24こ分

８×24＝192

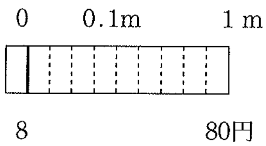


イ）１mの1/10が0.1mだから

80÷10＝８

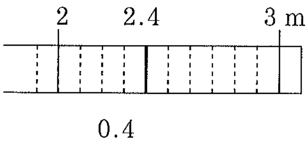
2.4mは0.1mの24こ分

８×24＝192



ウ）2.4mは２mと0.4m

（２mと40cm）



エ）2.4＝2.4×10÷10＝24÷10

《理解と概念形成》

○問題を提示するときに，条件不足な問題を提示することにより子どもの関係網にひっかける。何mかな？，何算かな？

○子どもの認知の内部構造である既有のかけ算の意味で，演算決定や計算を行う。

○連続量を累加の考えでかけ算を決定しているが，小数になるとどうかという問いが起こる。

○帯小数を使い，かけたら大きくなることは保つ。（留意点）

○いったいこのような計算はどうすればいいかという内発的動機づけとなる。

○既設の関係網で多視点的な理解を自力で行う。（外的理解）

○自力解決で，自分の関係網を駆使して解決にあたるとき，絵や図などに表して関係づけて考えていく。（関係的理解）

○場合によっては，リボンの代わりに紙テープによる具体的な操作や測定によって，理解することができる。（関係的理解）

○自力解決のとき，自己を対象化してみて，どんなことがわかったか，どう課題に対してアプローチしているか，どんな方略を使っているか，どんな態度で自分は取り組んでいるかとモニターしてみることにより，「……

80×2.4＝80×24÷10＝1920÷10＝192

オ）80×２＝160

80×３＝240

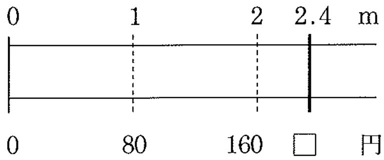
・・・・・・・

80×24＝1920　　24ｍが1920円

カ）80×１＝80

80×２＝160

80×2.4＝□



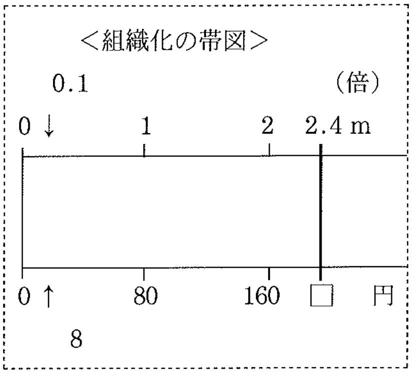
＜集団思考で，組織化＞

(1)　単位の考えを

ア）の考えでは10㎝

イ）の考えでは0.1ｍを１つ分として，10㎝0.1ｍ当りの値段を求めそれを24倍することに気づき，数直線（帯図）に表すことができる。

80×2.4＝（80÷10）×24で倍概念を根拠としている。



(2)　分配法則の考えを

2.4を２と0.4に分けて，考えたとき，２倍して残りというときに，残りの0.4も0.4倍とみることができる。イ）の考えを使うが，倍の概念を２倍から帰納的に考えることができ，結果の見積りでの２倍，３倍の考えが生きてくる。

(3)　式の考えを

80を１とみて式の変形をして，2.4は何倍にあたると考え24倍して，10に分ける。倍概念をもとにして考えることで，式の考えが生きてくる。

(4)　帯図の考えを

80を１とみたときに，2.4にあたる大きさを求めることが視覚的にわかり，小数倍を（ｍ）の単位でつかってわかり，倍の概念を小数まで拡張して，かけ算の意味を拡張することができる。

しようとしている」というメタ認知的な構えを大切にしていくことにより，内容ばかりでなく考え方，学び方への理解が深まる。　（メタ認知的構え）

○外的理解を出し合い，比較・検討することによる相互作用で，新しい計算を分析，吟味することができ，小数をかける内的構造をみることができ，新しい関係網ができる。倍の概念を小数までに拡張して考えることができる。かけ算の意味の拡張をすることができる。（内的理解）

○帯図を使いながら，80を１として，2.4にあたる大きさを求めることで，小数倍を含めて，何倍に当る大きさをもとめることを数直線上の位置関係に着目して，拡張することができる。

（関係的理解）

○総合式による関係から，同じ構造に気づくことができる。

○帯図で視覚的に，（整数）×（小数）で，かけ算の意味の拡張ができる。

○その適用の場として，５ｍでも1.6ｍでもできることを帯図の上で見ることができる。

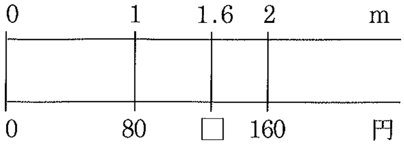
＜その適用の場：検証＞

その適用を帯図の上で行うことができる。　(倍)

(倍)

80×5＝400

80×1.6＝128



＜ふり返る＞

学習をふり返ってみることで一層の理解を得る。

内容，方法，考え方，態度など全体をふり返る

0.8の純小数倍の適用をすることの応用も考えられる。

(外的理解)

○他の問題場面への応用，筆算形式をつくること。(外的理解)

○分数のときはどうかという発展が考えられる。　(外的理解)

○適用の場の理解を深める。

この場合，計算の仕方のもとは，(整数)×(整数) となり，整数同士の場合と同じだから，小数点のつけ方を小数点以下の桁数によってきめればよいと天下り式に，教え込んでも計算はできる。それは，乗数が小数のかけ算の数の拡張ができているようにみえるが，本質的な概念である「かけ算の意味」の拡張ができないことになる。

つまり，計算の意味の理解を深める上で，内的理解と外的理解，関係的理解による「構造の理解」を考えた指導が重要であることがわかる。そのことにより概念形成ができると外的理解により，積極的な発見的方法による自学自習の主体的な学習態度が育成できるのである。

§4　問題解決における「ふり返る」学習活動の重視

1．「ふり返る」場の位置づけ

(1)　問題解決への筋道での「ふり返る」場

Ⅳ.§2でふれたように，主体的な学習態度の育成のために，問題解決の学習を進めていくわけだが，その1つ1つの活動の一層の理解を深める場として，「ふり返る」場がある。ふり返る場では，子ども自身が自己を対象化し，もう一人の自分が問題解決の学習活動全体を「メタ認知」する場として位置づけている[29]。(図4)

笹田は，メタ認知とは，自らの認知状態や認知活動に対する認知のことであり，「自分が覚えているかどうか」「かわっているか否か」「自分は今何をどのように考えているのか」というように，自分の記憶や思考の状態をモニターすることをメタ認知であるといっている。この「メタ認知」機能がはたらかないと，理解も記憶も悪く，思考がはたらかないのである。

子どもの「メタ認知」機能を促進するために，授業の中で，子どもの自己評価活動をどのように位置づけ，どのように機能させるかということが大切である。そのため，答えを出した後の「ふり返る」場の重視が考えられ，図4のように位置づける。

「ふり返る」学習を充実させることによって，学習したことの価値やよさを気づかせたり，それをわかりやすく整理することが，子どもたちの理解と定着を促し，思考力と活用能力の育成にもつながるのである。

(2)　絶えず自己を対象化して

問題解決においては，「ふり返る」場とは別に，自己を対象化することを絶えず行わなけらならない。見通しを立てて学習しているものの，よりよい解決の方法や方略を見つけるために，選択・判断を迫られる場面が多い。そのとき，「‥‥しようとしている」と自己を対象化して，ふり返ってみることを行い，修正したり，付け加えたりしながら，解決していくのである。「メタ認知的な

構え」により，課題についての見方や，方略についての見方，自己についての見方が一層深まるのである。ふり返るという場面を設定しなくても，絶えず自己を問っている学習態度を大切にしなければならない。

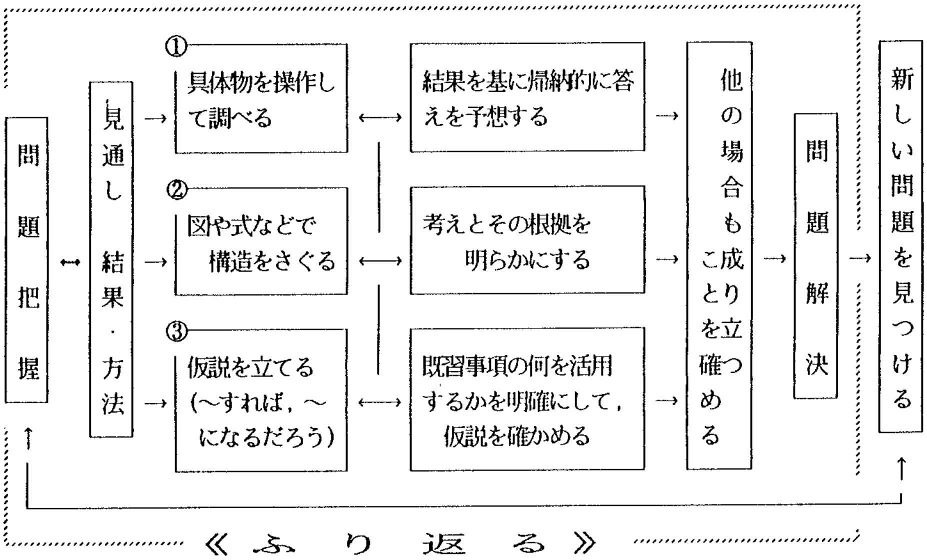


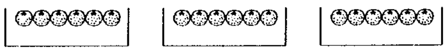
図4　ふり返る活動

2．児童の活動を「ふり返る」

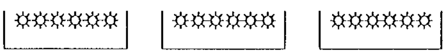
学習過程で，問題解決が終わった後に，「ふり返る」活動がなされるが，どのようなことを児童に指導していくことができるのか，例をあげて，考えてみることにする。

［例］　2年　かけ算　6のだん

みかんを6つ入れた皿を3皿ではいくらかという問題は，具体的な操作では，

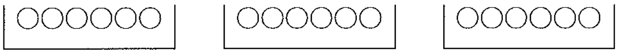


となり，これを半具体物での操作を行うと，

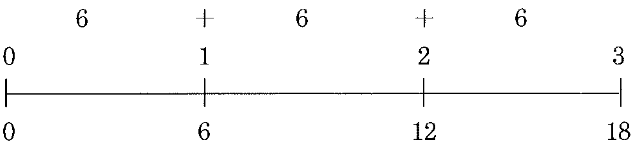


と，おはじきを使っての操作が可能である。

これを，ノートに表すには，



と表すことになる。



（数直線への発展）

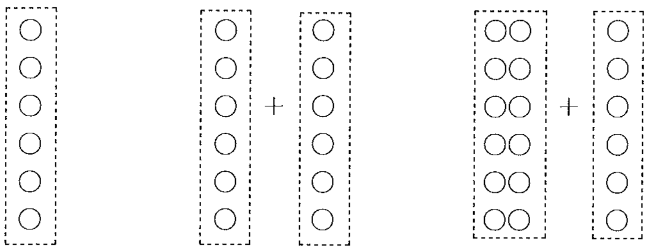
これを発展させると，上図のように，数直線での表示がスムースにでき，倍概念をつくることができるというよい面がある。（2学年では，抽象的思考が多く難しい面もある）

しかし，このように表すことができても，6×4，6×5としていくときには，何度も＝（おは

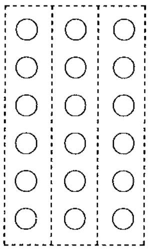
じき）を使うか，○（記号）を使って，また，6こずつ表すようにしなけらばならない。

同数累加の考えでは，$6\times3=6+6+6$と考えることが基本であるが，アレイ図によるモデルを用いることにより，視覚的に同数累加を操作と関連させて，一度に表すことができるよさがある。横1列分の大きさとして，全体の○の数を求める場面にかけ算の意味を置き換えることができる。さらに，下図のようなこともできる。

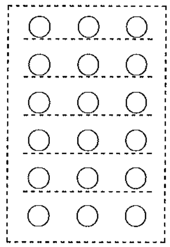
（A）　（B）　（C）



（A）$6\times1=6$
（B）$6\times2=6+6=12$
（C）$6\times3=12+6=18$
・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・
（D）$6\times6=30+6=36$



6×3



3×6

これにより
（E）$6\times3=3\times6$

アレイ図を使うと，上図の(A)〜(D)（図(D)は省略）まで付け加えながら進めることによって，かける数が1ずつ増すと，答えが6ずつ増すことも○を6こ増やす操作に対応させてよくわかる。また，縦1列を1つ分の大きさ，横1つ分を1つの大きさとみて，$3\times6=6\times3$を直積図として，同じだとみることができる。

<想定される児童のふり返り>　（注：子どもの表現とは多少違う）

ア　かけ算で　○を使うと，6こずつふえることがわかる。
イ　かけ算で，かける数とかけられる数を逆にしても，同じであることがわかった。
ウ　予想していたように，6飛びの数をいえば，6の段ができる。
エ　図を書いてみれば，6の段の仕方がよくわかった。
オ　6ずつ図でたしていけば，かけ算と同じになる。
カ　6ずつ図でたしていくようにすれば，他のかけ算でもすぐにできる。
キ　ぼくが，6ずつたしていったのより，図を使ったK君の説明はよくわかったので，今度は図を使って考えよう。

この例では，ふり返る指導をすることによって，児童が同数累加の基本的な内部構造を理解することができることを示した。操作活動はしていても，内面化が十分にできていない場合がよくあるが，その際にも，ふり返る活動によって，子ども一人ひとりが，自分の思考過程を対象化し内容的なレベルでの内面化ができる。そればかりでなく，問題の内部構造を一層確かなものにし，その構造の外的理解による計算法則を見いだすなどの応用・発展ができるので，理解が一層深まるのであ

る。また，集団思考での考え方をもう一度自分のものとして，とらえ直すことができ，友だちの考えや考え方のよさも学ぶことができる。数学的な考え方も，どんな考え方やアイディアを使ったのか反省的思考ができ，他の場合にも使える力となったり，数学的な態度として，これから自分自身の問題解決の態度の育成につながるのである。

つまり，「ふり返る」学習をすることによって，問題解決の思考過程をふり返ることができ，子どもたちは，内容と共に学び方を身につけることができる。さらに，子どもたちの主体的な学習態度も育ち，新しいものを創り出す学習に発展していくことも期待できるのである。

Ⅴ　結　　語

算数科で計算指導にかけるウェートはかなり大きい。小学校１年から６年までの算数の授業で，全体の36％の時間が計算指導に注がれているとも言われる。しかし，その指導の実際と成果はどうであろうか。

計算指導では，一般に，次の学習ステップ

①計算の意味　　　　②計算の仕方　　　　③計算技能の習熟

を踏む。しかし，多くの算数の授業では，その指導の重点が③に注がれ，子どもの学力評価も③の観点で行われる。さらに，「正確に，速く」が要求されるのが，計算指導の現実である。このような従来の計算指導のあり方に対して，今日大きな反省がなされている。それは，ＩＥＡ（国際教育到達度評価委員会）の調査結果などでみられるように，日本の子どもは計算力では世界一だが，その反面，生活や事象への活用能力に乏しく，計算指導で本来重視すべき「見積って考える力」や計算後ふり返って「検討する力」も育っていない，ということである。

また，先の計算指導のステップで言えば，①，②は，長い年月をかけて人間の知恵を積み重ねて生み出した結果である。特に，「①→②」の学習のプロセスは，算数のアイディアや考え方を多く含み，学習展開の工夫によっては，子どもたちの豊かな学習の場になり得るところである。数学的な考え方の育成が算数教育の主要目標の一つであるとすれば，当然のことながら，③に偏した指導ではなく，①，②，③のバランスがとれた計算指導に切り換えていかなければならない。

さらに，計算指導における現代的意味を見失ってはならない。従来の計算指導は，プロセスより結果に重点がおかれ，「正確に，速く」ということにエネルギーの大部分が費やされている。このような計算練習は，電卓の普及によって，実用上の効用を失っている。しかし，別の新しい視点で，計算指導の重要性がクローズアップされている。それは，計算の意味とその仕方を学習することが，情報社会に生きるために必要な，「アルゴリズム」を表現する能力を育成する上で極めて大切なことである。これからの算数教育では，四則計算の意味や仕方を学ぶプロセスを大事にして，子どもたちがそのアルゴリズムを他人に説明し，表現できる能力を養っていく必要がある。

このような課題意識に立って，本論文では，小学校における計算指導に関して，現状の問題点を整理するとともに，これからの計算指導のあり方についての改善の視点と重点，あるいは指導者の意識変革の必要性などについて論及した。

特に，Ⅲでは，計算指導の変革のために４視点を取り上げ，その観点から計算指導の見直しについて論述した。§１では，学習・理解という教育心理学的観点から，計算指導における「意味の理解」の重要性とその指導のあり方について論じた。§２では，新学習指導要領が強調している情意

面の育成という観点から，計算指導における「よさの感得」を促す学習指導がいかにあるべきかを論じた。§3では，計算指導の現代的な意義として，計算指導における「見積り」や「アルゴリズム化」の学習活動の重要性について論及した。さらに，4では，今後の算数授業において，特に重視し，考慮すべき点について論じている。

Ⅳでは，Ⅲで考察した計算指導の見直しの視点に基づき，とりわけⅢ，§4の授業改造の視点を焦点として，これからの計算指導のあり方について論及した。また，Ⅳの各節で取り上げている指導事例については，著者の一人（齋尾）が自ら再度の授業実践を行い，その指導の可能性と有効性に関しては，内部的に裏打ちされたものである。

今後，他校・他者による授業実践なども重ね，より確かで，普遍的なプログラムに整備していきたいと考えている。

引用文献

(1) 梶原康史共編，『教育課程の経営』，東京書籍，1990，p.1

(2) 北尾倫彦，『自己教育力を育てる先生』，図書文化，1986，pp.21〜24

(3) 野沢茂編，『21世紀を生きる算数科の授業』，ぎょうせい，1989，pp.2〜3

(4) 同上書，pp.2〜3

(5) 県小教研算数部会編，『鳥取県算数診断テスト第34号』，鳥取県小教研算数部会，1992，
県小教研算数部会編，『鳥取県算数診断テスト第35号』，鳥取県小教研算数部会，1993，
県小教研算数部会編，『鳥取県算数診断テスト第36号』，鳥取県小教研算数部会，1994，
県小教研算数部会編，『鳥取県算数診断テスト第37号』，鳥取県小教研算数部会，1995，

(6) 県小教研算数部会編，『鳥取県算数診断テスト　30年のまとめ』，鳥取県小教研算数部会，1990，pp.17〜41

(7) 笹田昭三，「計算指導に対する意識の変革とこれからの計算指導」，『新しい算数研究』，東洋館出版，NO.232，1990，p.6

(8) 同上書，p.6

(9) 同上書，p.6

(10) 片桐重男，「算数指導の誤解・誤り」，『新しい算数研究』，東洋館出版，NO.229，1990，巻頭（今月の話題）

(11) 新算数教育研究会編，『算数授業の新展開講座：8算数教育の基礎理論』，東洋館出版，1990，p.206　（スタンダード引用）

(12) 伊藤説朗，「算数教育の新・現代化にむけて」，『新しい算数研究』，東洋館出版，NO.211，1988，巻頭（今月の話題）

(13) 吉川成夫，「計算指導における筆算の位置づけ」，『新しい算数研究』，東洋館出版，NO.233，1990，p.4（スタンダード引用）

(14) 同上書，pp.2〜3　（コバーン：引用）

(15) 前掲書(11)，石田淳一，pp.212〜223

(16) 平林一栄，『数学教育の活動主義的展開』，東洋館出版，1987，p.286〜288（ブラオネル引用）

(17) 同上書，pp.285〜290

(18) 同上書，pp.304〜307，pp314〜316（ブラウン引用）

(19) 同上書，pp.333〜337（スケンプ：引用）

(20) 文部省，『小学校指導書　算数』，東洋館出版，1989，pp.8〜60
文部省，『小学校算数指導資料：指導計画の作成と学習指導』，東洋館出版，1991，pp.4〜32

(21) 前掲書(20)，pp.129〜131

(22) 平岡忠，「算数・数学のよさの鑑賞」，『新・算数指導事例講座：1；算数教育の課題と展望』，金子書房，1991，pp.120〜124

(23) 文部省，『小学校算数指導資料：指導計画の作成と学習指導』，東洋館出版，1991，pp.21〜24

(24) 矢部敏昭,「問題解決の指導における見積もりの意義」,『算数数学指導小学校編』通257号, 大阪書籍, 1991, p.1
(25) 前掲書(23), pp.138～140
(26) 中島謙三, 新算数教育研究会編,「２. 演算の意味の指導」,『教材の本質とその究明』, 東洋館出版, 1990, pp.22～24
(27) 前掲書(20), p.8
(28) 赤摂也,『数学と文化』, 筑摩書房, 1988, pp.184～185
(29) 前掲書(23), p.196参照

参考文献

(30) 中島謙三他,「算数のスタンダードにみる新しい動向」,『新しい算数研究』, 東洋館出版, NO.213, 1988
(31) 片桐重男,「問題解決力の育成」, 吉川成夫,「見積り」,『新・算数指導事例講座：１；算数教育の課題と展望』, 金子書房, 1990
(32) 吉川成夫,「小学校, 中学校のカリキュラムにおける数と計算の指導の関連性」,『算数・数学科におけるカリキュラムの関連性：研究ノート４』, 国立教育センター, 1991,
(33) D.L.クロル, F.K.レスター, 清水美憲訳,「Why Should Children Study Mathematical Problem Solving ?(子どもたちはなぜ数学の問題解決を学ぶべきなのか?)」,『新しい算数研究』, 東洋館出版, NO.231,1990
(34) 手島勝朗,『算数科の問題解決の授業』, 明治図書, 1985
(35) 笹田昭三,「課題設定と自己評価・“ふり返ってみる”学習の重要性」,『新しい算数研究』東洋館出版, NO.220, 1989, 巻頭（今月の話題）
(36) 文部省小学校課編,『初等教育資料　10月臨時増刊』, 東洋館出版, 1991
(37) 新算数教育研究会編,『計算の意味と計算法則を活用する』, 東洋館出版, 1991
(38) 栁瀬修編,『子どもとつくる算数の授業』, 東洋館出版, 1987
(39) 大阪市立堀川小学校,『研究紀要』, 1989（S62,63年度文部省指定教育課程指定校）
(40) 釧路市立日進小学校,『研究紀要』, 1991（H2,3年度文部省指定教育課程指定校）
(41) 長崎県森山東小学校,『研究紀要』, 1991（H2,3年度文部省指定教育課程指定校）
(42) 福田博雅, 町田彰一郎,「今月の指導：小数のかけ算」,『新しい算数研究』, 東洋館出版, NO.242
(43) 小関恵美子, 畦森宣信,「今月の指導：小数のかけ算」,『新しい算数研究』, 東洋館出版, NO.229
(44) 戸田義二, 三輪辰郎,「今月の指導：６のだんの九九」,『新しい算数研究』, 東洋館出版, NO.130
(45) 上記引用文献の前掲書