

# 波—潮流—構造物の相互作用を考慮した 有脚式海洋構造物の不規則応答解析

谷口朋代<sup>1</sup>・河野健二<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 博士(工学) 川崎重工業株式会社 装置技術部 (〒675-0155 兵庫県加古郡播磨町新島8 番地)

<sup>2</sup>正会員 工博 鹿児島大学工学部海洋土木工学科 教授 (〒890-0065 鹿児島市郡元1-21-40)

波力と潮流力を同時に受ける海洋構造物の動的応答解析法について検討を行った。まず、外力に波と潮流の速度に関する非線形抗力を考慮した波力と潮流力を受ける海洋構造物の運動方程式を導いた。そして、潮流の流速を一定とし、水粒子の運動と海洋構造物の動的応答にはエルゴード性があり、平均値0の正規分布に従うと仮定して、非線形抗力を等価線形化抗力に置換し、線形化した運動方程式を導いた。また、付加減衰を含む減衰のモード間の連成が無視できることを示し、不規則振動論の手法に則って海洋構造物の動的応答値が求められることを示した。等価線形化抗力や慣性力に及ぼす潮流力の影響を明らかにし、海洋構造物の動的応答に及ぼす影響について検討を加えた。

**Key Words:** offshore structure, wave-current-structure interaction, random vibration analysis, equivalent linearized drag force, root mean square optimization

## 1. はじめに

海洋構造物は、波とともに潮汐や地球自転に起因する潮流の影響を受けるので、海洋構造物を適切に設計するためには、潮流が海洋構造物の動的応答に及ぼす影響を明らかにする必要がある。Huang らは<sup>1)</sup>、海面上昇量の変動がパワースペクトル密度関数で表わされる波を対象に、潮流が波高の分布に及ぼす影響について検討を行い、潮流による波の変形を表わす修正パワースペクトル密度関数を示した。一方、波と潮流を受ける海洋構造物の動的応答解析についてはKawano らの研究があるが<sup>2)</sup>、波と潮流による非線形抗力の取扱いや、波—潮流—構造物の動的相互作用についての検討が、十分になされていない。

本研究では、波力と潮流力を受ける海洋構造物の動的応答解析を行うために必要な基礎理論の構築を行った。波力と潮流力が作用する海洋構造物の運動方程式を導き、波力と潮流力から成る外力が、慣性力と抗力の和で表わされることを示した。そして、潮流の流速が、波高、水粒子の速度や加速度のパワースペクトル密度関数や、等価線形抗力と慣性力に及ぼす影響を明らかにした。また、抗力は潮流の流速、波による水粒子の速度と構造物の応答の速度が連成する非線形な力であることを示し

た。そこで、潮流の流速を一定値とし、潮流による波の変形効果を反映した波による水粒子の運動とそれに伴う力を受ける海洋構造物の動的応答はエルゴード性を示し、その出現確率が平均値0の正規分布に従うと仮定して、Malhotra らが示した等価線形化手法を参考に<sup>3)</sup>、線形化した運動方程式を導いた。ここでは、非線形抗力を等価線形化抗力に置換する際に生じる誤差の二乗平均値が最小になるように等価線形化抗力に付する係数を定めた。また、モーダルアナリシスによって応答解析を行う場合、一般化座標上では等価線形化付加減衰を含む減衰項のモード間の連成が無視できることを示し、一般化座標変換によって得られる独立した線形微分方程式を用いて、不規則振動論の手法に従って海洋構造物の動的応答値が求められることを示した。

最後に、潮流の流速が海洋構造物の動的応答に及ぼす影響について検討を加えた。

## 2. 運動方程式

波力と潮流力を同時に受ける海洋構造物の運動方程式は節点の変位ベクトル $\{X\}$ を用いて、次のように表わすことができる。

$$[M]\{\ddot{X}\}+[C]\{\dot{X}\}+[K]\{X\}=\{P\} \quad (1)$$

ここで $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスであり、 $\{P\}$ は波と潮流による外力を表わすベクトルである。モリソン式に従えば、 $\{P\}$ は波による水粒子の速度ベクトル $\{\dot{V}_u\}$ 、加速度ベクトル $\{\ddot{V}_u\}$ と潮流による水粒子の速度ベクトル $\{\dot{V}_c\}$ を用いて次のように表わすことができる。ただし、本研究では、付加質量と排水質量を区別して扱う。

$$\{P\}=[C_A]\{\ddot{V}_u\}+[C_M]\{\dot{V}_u\}+[C_D]\{(\dot{V}_c+\dot{V}_u)\dot{V}_c+\dot{V}_u\} \quad (2)$$

ここで、 $[C_A]=[\cdot\cdot\rho(K_M-1)V\cdot\cdot]$ 、 $[C_M]=[\cdot\cdot\rho V\cdot\cdot]$ 、 $[C_D]=[\cdot\cdot\rho K_D A\cdot\cdot]$ であり、 $\rho$ ：海水の密度、 $K_M$ ：質量係数、 $V$ ：水粒子の運動方向に投影した構造物の体積、 $K_D$ ：抗力係数、 $A$ ：水粒子の運動方向に投影した構造物の面積である。式(2)の右辺第3項は、水粒子速度に関する非線形な項を含んでおり、直ちに応答計算を行うことができない。そこで、以後に示す操作により本項を等価線形化し、応答計算を行うことにした。

柔な構造物の変形の数や加速度は、波や潮流による水粒子の速度や加速度と同程度であると仮定して、式(2)を式(1)に代入して、波、潮流と構造物の相互作用を考慮した運動方程式を得る。

$$[M]\{\ddot{X}\}+[C]\{\dot{X}\}+[K]\{X\}=[C_A]\{\dot{V}_u-\ddot{X}\}+[C_M]\{\dot{V}_u\}+[C_D]\{(\dot{V}_c+\dot{V}_u-\dot{X})\dot{V}_c+\dot{V}_u-\dot{X}\} \quad (3)$$

ここで、小さな波数 $\kappa$ を有する波では、水粒子の速度や加速度は、構造物の変形の数や加速度とは無関係に、潮流による波の変形を含んだ海面運動の上昇量を用いて、海中の水粒子の位置に応じて十分な精度で求められるとする。これより、外力の周期的成分である水粒子の速度と加速度は、波数 $\kappa$ の関数として与えられるものとする。

$$\{\dot{V}_u\}=\{\dot{V}_u(\kappa)\}, \quad \{\ddot{V}_u\}=\{\ddot{V}_u(\kappa)\} \quad (4)$$

また、潮流の速度は、粘性底層の影響がある海底付近を除けば、一様な流れと見なせることから、水深や構造物の応答とは無関係な時間的変動のない一定値であるとする。

$$\{\dot{V}_c\}=\text{const.} \quad (5)$$

式(4)を式(3)に代入して、構造物の変位と波による水粒子の位置との相対変位ベクトル $\{r\}=\{V_c\}-\{X\}$ を用いて整理する。

$$[M+C_A]\{\ddot{r}\}+[C]\{\dot{r}\}+[K]\{r\}+[C_D]\{(\dot{V}_c+\dot{r})\dot{V}_c+\dot{r}\}=[M-C_M]\{\ddot{V}_c\}+[C]\{\dot{V}_c\}+[K]\{V_c\} \quad (6)$$

式(6)の減衰に関する項をまとめて、次式を得る。

$$[M+C_A]\{\ddot{r}\}+[\tilde{C}]\{\dot{r}\}+[K]\{r\}+\{E\}=[M-C_M]\{\ddot{V}_c\}+[C]\{\dot{V}_c\}+[K]\{V_c\} \quad (7)$$

$\{E\}$ は次式で表わされる誤差ベクトルである。

$$\{E\}=[C]-[\tilde{C}]\{\dot{r}\}+[C_D]\{(\dot{V}_c+\dot{r})\dot{V}_c+\dot{r}\} \quad (8)$$

ここで、構造物に作用する波と潮流による力の性質より、誤差ベクトル $\{E\}$ の第 $j$ 成分は相対速度 $\dot{r}_j$ 成分にのみ依存する。誤差ベクトル $\{E\}$ の二乗平均値を最小化することで、 $[\tilde{C}]$ に含まれる抗力に付する係数の最適値を求めることができる。

$$\left\langle \frac{\partial E_j^2}{\partial \tilde{C}_{jj}} \right\rangle = 0 \quad \text{より、} \\ 2\left\langle (-\dot{r}_j) \cdot \left\{ (C_{jj} - \tilde{C}_{jj})\dot{r}_j + C_{Dj}(\dot{V}_{cj} + \dot{r}_j)\dot{V}_{cj} + \dot{r}_j \right\} \right\rangle = 0 \quad (9)$$

$\langle \rangle$ は時間平均であり、式(9)より $\tilde{C}_{jj}$ 成分が次のように求められる。

$$\tilde{C}_{jj} = C_{jj} + C_{Dj} \frac{\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{cj} + \dot{r}_j) \dot{V}_{cj} + \dot{r}_j \rangle}{\langle \dot{r}_j^2 \rangle} \quad (10)$$

ここで、 $C_{Dj}$ の定義から、最適化された減衰マトリックスの一般項は次のようになる。

$$\tilde{C}_{ij} = C_{ij} \quad (i \neq j \text{ のとき}) \\ \tilde{C}_{ij} = C_{ij} + C_{Dj} \frac{\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{cj} + \dot{r}_j) \dot{V}_{cj} + \dot{r}_j \rangle}{\langle \dot{r}_j^2 \rangle} \quad (i = j \text{ のとき}) \quad (11)$$

また、前述のように最適化された $[\tilde{C}]$ を用いれば、誤差ベクトル $\{E\}$ の影響を無視できると考え、式(6)を次の

ように表わすことにした。

$$\begin{aligned} [M + C_A]\{\ddot{r}\} + [\tilde{C}]\{\dot{r}\} + [K]\{r\} \\ = [M - C_M]\{\ddot{V}_o\} + [C]\{\dot{V}_o\} + [K]\{V_o\} \end{aligned} \quad (12)$$

一方、潮流による波の変形の影響を含んだ水粒子の運動に伴って発生する力の出現確率が、平均値0の正規分布に従うと仮定すれば、構造物の応答を含む相対変位ベクトル $\{r\}$ の出現確率も平均値0の正規分布に従う。この性質より、式(10)に含まれる時間平均に関する項が、次のように計算できる。

$$\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{oj} + \dot{r}_j) | \dot{V}_{oj} + \dot{r}_j \rangle = 4\sigma_{r_j}^2 \left\{ \sigma_{r_j}^2 z(\dot{V}_{oj}) + |\dot{V}_{oj}| Z(\dot{V}_{oj}) \right\} \quad (13.a)$$

$$\langle \dot{r}_j^2 \rangle = \sigma_{r_j}^2 \quad (13.b)$$

$$\frac{\langle \dot{r}_j (\dot{V}_{oj} + \dot{r}_j) | \dot{V}_{oj} + \dot{r}_j \rangle}{\langle \dot{r}_j^2 \rangle} = 4 \left\{ \sigma_{r_j}^2 z(\dot{V}_{oj}) + |\dot{V}_{oj}| Z(\dot{V}_{oj}) \right\} \quad (13.c)$$

$$z(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{r_j}} \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_{r_j}^2}\right] \quad (13.d)$$

$$Z(\dot{V}_{oj}) = \int_0^{\dot{V}_{oj}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{r_j}} \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma_{r_j}^2}\right] dr = \int_0^{\dot{V}_{oj}} z(t) dt \quad (13.e)$$

ここで、式(13.a)の導出過程については、付録に示す。式(13.c)を用いて、式(10)を次のように書換える。

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{jj} = C_{jj} + 4C_{Dj} \left\{ \sigma_{r_j}^2 z(\dot{V}_{oj}) + |\dot{V}_{oj}| Z(\dot{V}_{oj}) \right\} \\ (j = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)を式(12)に代入し、再び $\{r\} = \{V_o\} - \{X\}$ の関係を用いて運動方程式を整理して次式を得る。

$$\begin{aligned} [M + C_A]\{\ddot{X}\} + [\tilde{C}]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} \\ = [C_M]\{\ddot{V}_o\} + [\tilde{C}_D]\{\dot{V}_o\} \end{aligned} \quad (16.a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{Dij} = 0 \quad (i \neq j) \\ = 4C_{Dj} \left\{ \sigma_{r_j}^2 z(\dot{V}_{oj}) + |\dot{V}_{oj}| Z(\dot{V}_{oj}) \right\} \quad (i = j) \end{aligned} \quad (16.b)$$

ここで、 $[C'_M] = [\cdot \cdot \rho K_M V \cdot \cdot]$ である。式(16.b)より等価線形化抗力を求めるためには、反復計算が必要になることが分かる。また、式(16.a)の右辺は、Tungらが示した剛な杭に作用する波と潮流による力と同様の表記であり<sup>4)</sup>、潮流の流速を0にすれば、Borgmanが示した波による力の表記に一致する<sup>5)</sup>。そして、潮流の流速が0の

場合には、式(16.a)はMalhotraらが示した波力を受ける海洋構造物の運動方程式と同様の表記になることから<sup>3)</sup>、本研究で示した潮流と波による力と潮流と波を同時に受ける海洋構造物の運動方程式は、潮流の有無に関らず一般的に成立つことが分かる。

また、抗力項を等価線形化する際に、外力 $\{P\}$ のうち潮流力に相当する時間的に変動のない力の成分が除去されている。式(1)は線形同次方程式であるから、式(2)の波と潮流による力のうち、時間的に変動のない潮流力とそれ以外の力とは分離して計算することができる。これより、対象となる海洋構造物の全応答値は式(16.a)の運動方程式から得られる動的応答値に、時間的に変動のない潮流力による静的応答値 $\{X_s\}$ を加えたものになる。

$$[K]\{X_s\} = [C_b]\{\dot{V}_c\} \quad (17)$$

### 3. 動的応答解析

不規則振動解析によって式(16.a)の動的応答値を求める。本研究では、付加減衰を含む減衰項のモード間の連成が無視できることを示し、一般化座標変換によって式(16.a)が独立な線形微分方程式に分解できることから、不規則振動論の手法に則って式(16.a)の動的応答が求められることを示す。

変位ベクトル $\{X\}$ を、式(20)に示す規準化したモードマトリックス $[\Psi]$ と式(19)の関係を用いて、一般化座標 $\{\phi\}$ へ変換すると、式(16.a)は式(18)のようになる。

$$\{\ddot{\phi}\} + [\cdot \cdot 2\zeta\omega \cdot \cdot]\{\dot{\phi}\} + [\cdot \cdot \omega^2 \cdot \cdot]\{\phi\} = [\Psi]^T \{\bar{P}\} \quad (18)$$

$$\{X\} = [\Psi]\{\phi\} \quad (19)$$

$$[\Psi]^T [M + C_A][\Psi] = [I] \quad (20)$$

$$[\cdot \cdot \omega^2 \cdot \cdot] = [\Psi]^T [K][\Psi] \quad (21)$$

$[I]$ は単位マトリックス、 $\zeta$ は減衰係数、 $\omega$ は固有振動数であり、 $\{\bar{P}\}$ は潮流の効果を含む等価線形化された波力を表わしている。

一方、減衰マトリックスは、以後に示す検討により対角化マトリックスとして扱うことにした。式(16.a)における減衰マトリックスは、一般化座標変換により、次のようになる。

$$[C_o] = [\Psi]^T [\tilde{C}][\Psi] \quad (22)$$

一般化座標上の減衰マトリックス $[C_o]$ は対称マトリッ

クスではあるが、対角マトリックスではないのでモード間の連成が生じる。一般に、減衰が連成する場合は、複素モード解析により解を求めることができる。しかし、本研究では、モード減衰を対角化する際に生じる誤差の二乗平均値を最小化し、モード減衰係数の最適値を定めることで、減衰マトリックスを非連成化する。これより、一般化座標上の減衰項は、各モード毎に次のように表わすことができる。

$$[C_o]\{\dot{\phi}\} = [C^*]\{\dot{\phi}\} + \{\alpha\} \quad (23)$$

$[C^*]$  : 最適化された対角減衰マトリックス  
 $\{\alpha\}$  : 対角化に伴う誤差ベクトル

一般項  $C_{ij}^*$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) の最適値を決定するために、誤差の二乗平均値  $\alpha_j^2$  の最小値を検討する。

$$\left\langle \frac{\partial \alpha_j^2}{\partial C_{ij}^*} \right\rangle = \left\langle 2 \left( \sum_{k=1}^n C_{ok} \dot{\phi}_k - C_{ij}^* \dot{\phi}_j \right) \cdot (-\dot{\phi}_j) \right\rangle = 0 \quad (24)$$

式(24)を解いて、 $C_{ij}^*$  が次のように求められる。

$$C_{ij}^* = C_{Oij} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \frac{C_{Ok} \langle \dot{\phi}_k \dot{\phi}_j \rangle}{\langle \dot{\phi}_j^2 \rangle} \quad (25)$$

式(25)より、最適化の過程で、誤差ベクトル  $\{\alpha\}$  に関する項が除去されていることが分かる。これより、次の近似関係を得る。

$$[C_o]\{\dot{\phi}\} \equiv [C^*]\{\dot{\phi}\} \quad (26)$$

このことは、波と潮流が同時に作用する場合でも、減衰がモード間で連成することの影響は小さく、一般化座標上の減衰マトリックスを対角マトリックスとして扱ってもよいことを示している。これは、Yamada らが示した<sup>6)</sup>、波力が作用する海洋構造物の場合に、波による付加減衰を含む減衰マトリックスを対角マトリックスとして扱っても、海洋構造物の動的応答値に及ぼす影響は少ないという結果と一致する。

また、 $[C^*]$  は、モーダルマトリックス  $[\Psi]$  を用いて、次式のように変換できるとした。

$$[\Psi]^T [C^*] [\Psi] = [\cdot 2\zeta \omega \cdot \cdot] \quad (27)$$

これまでの検討により、潮流と波を受ける海洋構造物

の運動方程式が、一般化座標変換によって、自由度の数に相当する独立した線形微分方程式に分解できることが分かったので、海洋構造物の動的応答値を、不規則振動論の手法に則って求めることができる。これより、海洋構造物の変位の共分散マトリックス  $E[\{X\}\{X\}^T]$  が、次のように求められる。

$$E[\{X\}\{X\}^T] = \int_{-\infty}^{\infty} [\Psi] [\cdot \cdot H^*(\omega) \cdot \cdot] [\Psi] [S_{FF}(\omega)] [\Psi]^T [\cdot \cdot H(\omega) \cdot \cdot] [\Psi]^T d\omega \quad (28. a)$$

$$[\cdot \cdot H(\omega) \cdot \cdot] = [\cdot \cdot \omega^2 - \omega_i^2 + 2i\zeta_i \omega_i \omega \cdot \cdot]^{-1},$$

$$[\cdot \cdot H^*(\omega) \cdot \cdot] = [\cdot \cdot H(-\omega) \cdot \cdot] \quad (28. b)$$

式(28. a)の右辺中の  $[S_{FF}(\omega)]$  は、潮流の効果を含む等価線形化された波力による外力のパワースペクトルマトリックスであり、左辺の対角項の正の平方根が rms 応答変位である。外力のパワースペクトルマトリックスは次のように求めた。

$$[S_{FF}(\omega)] = \int_{-\infty}^{\infty} [R_{FF}(\tau)] e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (29)$$

$$[R_{FF}(\tau)] = \left\langle \{\bar{F}(t)\} \{\bar{F}(t+\tau)\}^T \right\rangle \quad (30)$$

ここで、 $[R_{FF}(\tau)]$  は相関マトリックスであり、相関マトリックスの一般項は、潮流の効果を含む等価線形化された波力を用いて次のように表わすことができる。

$$\bar{P}_i(t) = C_{Mi}' \bar{V}_{oi}(t) + \bar{C}_{Di} V_{oi}(t) \quad (31)$$

$$R_{\bar{P}\bar{P}_j}(\tau) = C_{Mi}' C_{Mj}' R_{\bar{V}_{oi}\bar{V}_{oj}}(\tau) + \bar{C}_{Di} \bar{C}_{Dj} R_{V_{oi}V_{oj}}(\tau) + C_{Mi}' \bar{C}_{Dj} R_{\bar{V}_{oi}V_{oj}}(\tau) + \bar{C}_{Di} C_{Mj}' R_{V_{oi}V_{oj}}(\tau) \quad (32)$$

本研究では、水粒子の速度と加速度を微小振幅波理論を用いて表わす。微小振幅波理論によれば、任意の水深  $y_i$  における水粒子の速度と加速度を、潮流による波の変形を考慮した海面上昇量  $\eta^*(t)$  を用いて次のように表わすことができる。座標系の定義は、図-6に示す。

$$\dot{V}_{oi}(t) = \omega \frac{\cosh \kappa y_i}{\sinh \kappa h} \eta^*(t) \quad i // x \quad (33. a)$$

$$\ddot{V}_{oi}(t) = \omega^2 \frac{\cosh \kappa y_i}{\sinh \kappa h} \eta^*(t) \quad i // x \quad (33. b)$$

$$\dot{V}_{oi}(t) = \omega \frac{\sinh \kappa y_i}{\sinh \kappa h} \eta^*(t) \quad i // y \quad (33. c)$$

$$\ddot{V}_{oi}(t) = \omega^2 \frac{\sinh \kappa y_i}{\sinh \kappa h} \eta^*(t) \quad i // y \quad (33. d)$$

ここで、 $i//x$  は、添字  $i$  で識別されるの水粒子の速度ベクトルの方向が  $x$  軸に平行であることを示し、 $h$  は対象海域の水深である。

また、微小振幅波理論で表した水粒子の速度と加速度の相関係数には次のような関係がある<sup>6)</sup>。

$$R_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(-\tau) = R_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\tau) \quad (34)$$

これらより、波力と潮流力による外力のパワースペクトルマトリックスの一般項を、次のように表わすことができる。

$$S_{\bar{F}\bar{F}}(\omega) = C'_{Mi}C'_{Mj}S_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\omega) + \bar{C}_{Di}\bar{C}_{Dj}S_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\omega) \quad (35. a)$$

ここで、

$$S_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\omega) = \omega^2 \frac{\cosh \kappa y_i \cosh \kappa y_j}{\sinh^2 \kappa h} S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad \begin{matrix} i//x \\ j//x \end{matrix} \quad (35. b)$$

$$S_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\omega) = \omega^2 \frac{i \cosh \kappa y_i \sinh \kappa y_j}{\sinh^2 \kappa h} S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad \begin{matrix} i//x \\ j//y \end{matrix} \quad (35. c)$$

$$S_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\omega) = \omega^2 \frac{-i \sinh \kappa y_i \cosh \kappa y_j}{\sinh^2 \kappa h} S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad \begin{matrix} i//y \\ j//x \end{matrix} \quad (35. d)$$

$$S_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\omega) = \omega^2 \frac{\sinh \kappa y_i \sinh \kappa y_j}{\sinh^2 \kappa h} S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad \begin{matrix} i//y \\ j//y \end{matrix} \quad (35. e)$$

$$S_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\omega) = \omega^2 S_{\dot{v}_oi\dot{v}_oj}(\omega) \quad (35. f)$$

$S_{\eta\eta}^*(\omega)$  : 潮流による波の変形を考慮した海面上昇量の変動を表すパワースペクトル密度関数  
(以下、波の修正パワースペクトル密度関数)

これらのことから、波力と潮流力によるパワースペクトル密度関数は、慣性力のパワースペクトル密度関数と等価線形化された抗力のパワースペクトル密度関数の和で与えられることが分かる。また、波の修正パワースペクトル密度関数は潮流による波の変形効果を表す関数と海面上昇量の変動を示すパワースペクトル密度関数との積として与えられる<sup>1)</sup>。

$$S_{\eta\eta}^*(\omega) = C(\omega)S_{\eta\eta}(\omega) \quad (36. a)$$

$$C(\omega) = \frac{4}{\left[1 + \left(1 + \frac{4V_c^2\omega}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \left[\left(1 + \frac{4V_c^2\omega}{g}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(1 + \frac{4V_c^2\omega}{g}\right)\right]} \quad (36. b)$$

$S_{\eta\eta}(\omega)$  : 海面上昇量の変動を示すパワースペクトル密度関数

ただし、 $1 + 4V_c^2\omega/g < 0$  となる領域では波が砕けて存在しなくなることを表わすカットオフ振動数が存在する。

また、潮流の流速  $V_c = 0$  のときに、 $S_{\eta\eta}^*(\omega) = S_{\eta\eta}(\omega)$  と

なることから、式(36)の波の修正パワースペクトル密度関数は潮流の有無に関らず成立つ一般的な表示方法である。

## 4. 解析結果と考察

### (1) パワースペクトル密度関数に及ぼす潮流の影響

海面上昇量の変動、水粒子の速度と加速度のパワースペクトル密度関数と潮流の流速との関係を示したものが図-1～図-3 である。本研究で用いた波のパワースペクトル密度関数は、式(37)で表わされる Bretschneider 型である<sup>7)</sup>。波浪条件を表わすパラメータである平均波高： $\bar{H}$  (m)、平均周期： $\bar{T}$  (s)の組合せを $(\bar{H}, \bar{T}) = (7.0, 11.7)$  とし、潮流の流速の範囲を $-3.0\text{m/s} \sim 3.0\text{m/s}$  とした。

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \left(\frac{A}{\omega^5}\right) \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right) \quad (37. a)$$

$$A = 4210 \left(\frac{\bar{H}}{\bar{T}^2}\right)^2, \quad B = \frac{1052}{\bar{T}^4} \quad (37. b)$$

また、水粒子の速度と加速度のパワースペクトル密度関数は、次式に基づいて海面位置で求めた。

$$\text{速度} : S_{aa}(\omega) = \omega^2 S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad (38)$$

$$\text{加速度} : S_{aa}(\omega) = \omega^4 S_{\eta\eta}^*(\omega) \quad (39)$$

図-1 より、潮流の流速が負値の場合、パワースペクトルのピーク値が上がり、高い振動数を有する波を多く含むようになることが分かる。これは、負の流速によって波の形状が鋭くなることを高い振動数を有する波を重ね合せて表わしているためである。一方、潮流の流速が正值の場合には、パワースペクトルのピーク値が下がり、高い振動数を有する波が少なくなっていることが分かる。これは、正の流速によって波の形状が緩やかになることを表わしているためである。

図-2 より、水粒子の流速のパワースペクトル密度関数は、波の修正パワースペクトル密度関数が示す性質をほぼそのまま受け継いでいることが分かる。潮流の流速が負値の場合、パワースペクトルのピーク値が上がり、高い振動数を有する速度成分を多く含むようになり、流速が正值の場合には、パワースペクトルのピーク値が下がり、高い振動数を有する速度成分が少なくなっていることが分かる。しかし、負の流速が大きくなると、パワースペクトルに明確なピークが現れなくなり、高い振動数の速度成分をより多く重ね合せようとする途中で、カットオフ振動数を迎え、パワースペクトルが途切れた形状

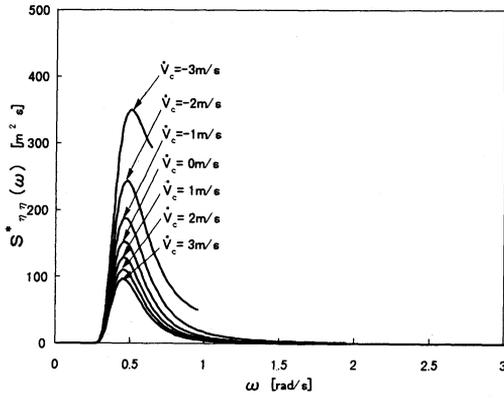


図-1 波高のパワースペクトル

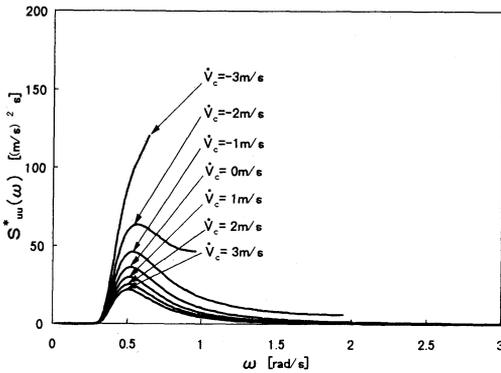


図-2 水粒子速度のパワースペクトル

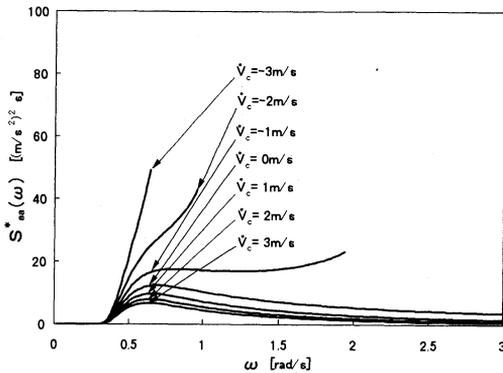


図-3 水粒子加速度のパワースペクトル

となることが分かる。

図-3 より、水粒子の加速度のパワースペクトル密度関数は、水粒子の速度のパワースペクトル密度関数が示す傾向と同じ傾向にあることが分かる。ただし、潮流の流速が負値の場合には、高い振動数を有する加速度成分が多く含まれていく傾向が更に強まり、その影響が低い流速から発現していることが分かる。

## (2) 等価線形化抗力と慣性力に及ぼす潮流の影響

式(31)に示す等価線形化抗力と慣性力に及ぼす潮流の流速の影響を、それぞれの力の rms 値を用いて検討した結果を図-4～図-5に示す。また、波浪条件の違いに対する潮流の影響も調べるために、波浪条件を  $(\bar{H}, \bar{T}) = (3.0, 7.6), (5.0, 9.9), (7.0, 11.7)$  の3種類とし、潮流の流速の範囲を  $-3.0\text{m/s} \sim 3.0\text{m/s}$  とした。ただし、波浪条件毎の潮流の流速の影響の違いを明らかにするために、次に示す指標を定義して検討を行った。

等価線形化抗力の場合：

$$\delta_{Drag} = \frac{F_{Drag}^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, \dot{V}_c)}{F_{Drag}^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, 0)} = \frac{4 \left\{ \sigma_{\dot{V}_c}^2 z(\dot{V}_c) + |\dot{V}_c| z(\dot{V}_c) \right\} \sigma_{\dot{V}_c}}{\sqrt{\frac{8}{\pi} \sigma_{\dot{V}_c}^2}} \quad (40. a)$$

$$\sigma_{\dot{V}_c}^2 = \int_0^\infty \omega^2 S_{\eta\eta}^*(\omega) d\omega \quad (40. b)$$

$$\sigma_{\dot{V}_c}^2 = \int_0^\infty \omega^2 S_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad (40. c)$$

慣性力の場合：

$$\delta_{Inertia} = \frac{F_{Inertia}^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, \dot{V}_c)}{F_{Inertia}^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, 0)} = \frac{\sigma_{\dot{V}_c}}{\sigma_{\dot{V}_c}} \quad (41. a)$$

$$\sigma_{\dot{V}_c}^2 = \int_0^\infty \omega^4 S_{\eta\eta}^*(\omega) d\omega \quad (41. b)$$

$$\sigma_{\dot{V}_c}^2 = \int_0^\infty \omega^4 S_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad (41. c)$$

$F_{Drag}^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, \dot{V}_c)$  は、平均波高  $\bar{H}$ 、平均周期  $\bar{T}$ 、潮流の流速  $\dot{V}_c$  の場合の等価線形化抗力の rms 値であり、 $F_{Drag}^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, 0)$  は、同じ波浪条件で潮流がない場合の等価線形化抗力の rms 値である。また、 $F_{Inertia}^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, \dot{V}_c)$ 、 $F_{Inertia}^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, 0)$  は同じく慣性力の rms 値である。

ただし、これらの値は海面位置で求めた。図-4 と図-5の横軸は、潮流の流速であり、縦軸はそれぞれ式(40)、式(41)で定義した指標である。

図-4 より、等価線形化抗力は、波浪条件とは無関係に、潮流の流速の変化に対して、ほぼ同じ傾向を示すことが分かる。ただし、 $\delta_{Drag}$  がピークとなる時の負の流速の値は、平均波高が低い波ほど小さいことが分かる。このことは、負の流速の場合には、水粒子の速度のパワースペクトル密度関数の全体が大きくなり、平均パワーを上げる効果があるが、平均波高の低い波では、カットオフ振動数の影響が小さな流速から発現するために、等価線形化抗力全体のパワーが小さな流速から下がり始めると考えられる。また、平均波高が低い波ほど  $\delta_{Drag}$  のピー

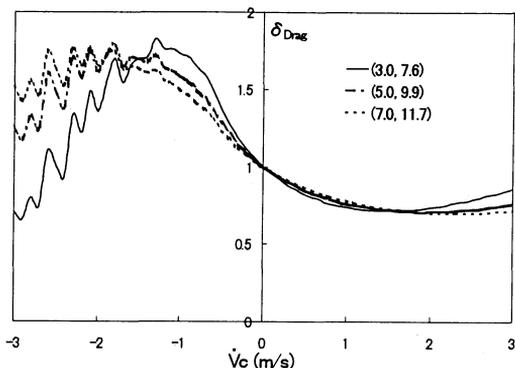


図-4 rms 等価線形化抗力と潮流の流速との関係

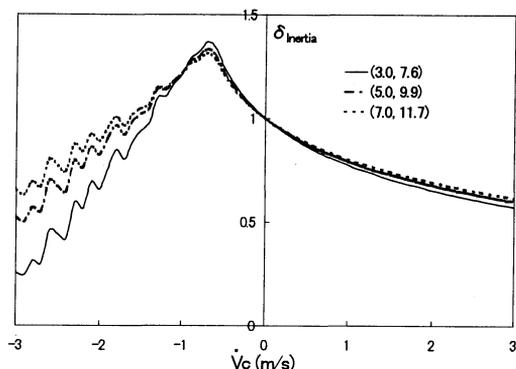


図-5 rms 慣性力と潮流の流速との関係

クの前後の曲線の勾配が急であることから、等価線形化抗力に及ぼす潮流の影響は、平均波高が低い波ほど大きいことが分かる。

一方、図-5より、慣性力についても、潮流の流速が及ぼす影響は、波浪条件に関わらず、ほぼ同じ傾向であることが分かる。また、 $\delta_{inertia}$  が波浪条件に関わらず、潮流の流速が $-0.7\text{m/s}$  付近でピーク値を示すことから、潮流の流速が負値の場合に、水粒子加速度のパワースペクトル密度関数の平均パワーを押し上げる効果は、波浪条件に関わらずほぼ一定であることが分かる。これは、負の潮流が高い振動数の水粒子の加速度成分を増加させる影響と、カットオフ振動数が平均パワーの減少に及ぼす影響が、波の状態に関わらず、潮流の流速毎にほぼ一定になっているからと考えられる。また実際には、負値の流速を有する潮流の影響により、波高が高くなり波は砕けていくが、その中に慣性力に影響を及ぼす振動数を有する波が含まれることが、流速 $-0.7\text{m/s}$  を境に顕著になると考えられる。そして、平均波高が低い波ほど $\delta_{inertia}$  のピークの前後の曲線の勾配が急であることから、慣性力に及ぼす潮流の影響は平均波高が低い波ほど大きいことが分かる。

### (3) 海洋構造物の動的応答に及ぼす潮流の影響

図-6に示す海洋構造物の解析モデルを用いて、潮流の流速が海洋構造物の動的応答に及ぼす影響について検討を行った。対象にした海洋構造物は鋼製で、柱、横梁、斜材は円形断面であり、直径はそれぞれ、 $3\text{m}$ 、 $3\text{m}$ 、 $1.5\text{m}$ 、板厚はそれぞれ、 $30\text{mm}$ 、 $30\text{mm}$ 、 $15\text{mm}$ であり、海面上のデッキ部分に相当する横梁の剛性は十分に高く、かつデッキの質量として $2000\text{t}$ を均等に見込んでいる。解析モデルの一次の固有周期は $1.82$ 秒であり、検討に用いた波の平均周期とは十分に離れている。解析に用いた質量係数 $K_M$ と抗力係数 $K_D$ は、それぞれ $2.0$ 、 $1.0$ である。

波浪条件を $(\bar{H}, \bar{T}) = (3.0, 7.6)$ 、潮流の流速の範囲を $-3.0\text{m/s} \sim 3.0\text{m/s}$ とした場合の、解析モデルの左柱上端の節点Aの応答変位スペクトルを図-7に示す。図-7より、潮流の流速が負値の場合には、応答変位スペクトルのピーク値は大きくなるが、流速毎のピーク値の差は波高のパワースペクトルのそれよりもかなり大きいことが分かる。これは、水粒子の速度、加速度のパワースペクトルが鋭く立上っていることに起因すると考えられる。一方、潮流の流速が正値の場合には、応答変位スペクトルのピーク値は小さくなるが、波高のパワースペクトルのように流速毎に小さくなるのではなく、順序が逆転しているものがあることが分かる。これは、波力と付加減衰力の釣合いによるものと考えられる。この様に、潮流の流速は、海洋構造物の応答スペクトルに大きな影響を与えることが分かる。

また、波浪条件を $(\bar{H}, \bar{T}) = (3.0, 7.6)$ 、 $(5.0, 9.9)$ 、 $(7.0, 11.7)$ 、潮流の流速の範囲を $-3.0\text{m/s} \sim 3.0\text{m/s}$ として、解析モデルの左柱上端の節点Aの応答変位のrms値に着目し、4.2節での検討と同様の指標を次のように定義して、潮流の流速の影響について検討した。尚、首藤によれば<sup>9)</sup>、本研究で用いた水深と波浪条件は、微小振幅理論が適用可能な範囲である。

$$\delta_{Disp} = \frac{X^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, \dot{V}_c)}{X^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, 0)} \quad (42)$$

$X^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, \dot{V}_c)$ は、平均波高 $\bar{H}$ 、平均周期 $\bar{T}$ 、潮流の流速 $\dot{V}_c$ の場合の着目点の応答変位のrms値であり、 $X^{rms}(\bar{H}, \bar{T}, 0)$ は、同じ波浪条件で潮流がない場合の着目点の応答変位のrms値である。結果を図-8に示す。

図-8より、潮流の流速が正値の場合には、潮流の流速の変化に対して、海洋構造物の応答値は、波浪条件に関わらずほぼ同じ傾向を示すことが分かる。これは等価線形抗力や慣性力のrms値が示す傾向と同じである。また、潮流の流速が $-0.7\text{m/s}$ 付近で $\delta_{Disp}$ がピークを示す

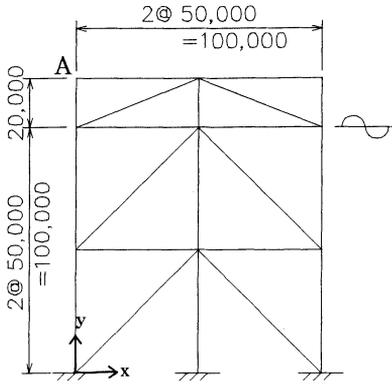


図-6 解析モデル図 (寸法の単位: mm)

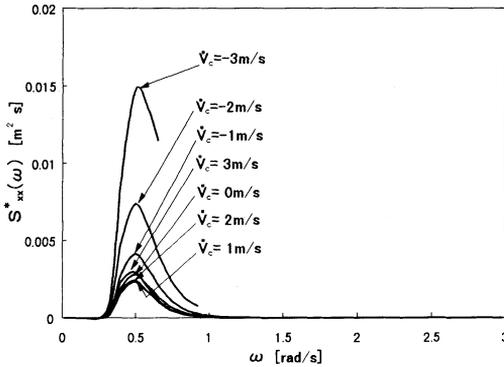


図-7 応答変位スペクトルと潮流の流速との関係

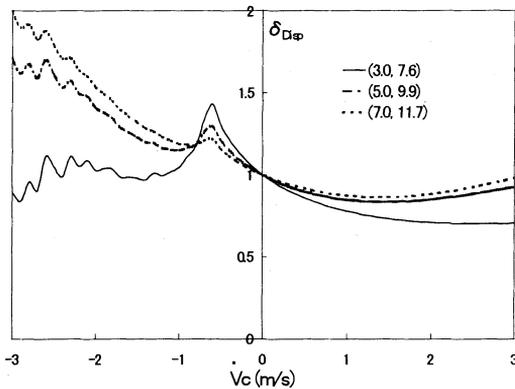


図-8 rms 応答変位と潮流の流速との関係

ことは、慣性力の rms 値が示す傾向と一致する。これは、この付近の潮流の流速の範囲では、慣性力が海洋構造物の応答に及ぼす影響が大きく、(2)節に示したように、流速-0.7m/s を境に慣性力に影響を及ぼす振動数を有する波が砕けていくため、このようなピークが生じると考えられる。一方、平均波高の高い波では、負の流速が大きくなるほど応答が大きくなるが、これは、平均波高の

高い波ほど水粒子の速度と加速度のパワースペクトルが、低振動数領域で鋭く立ち上がることに起因していると考えられる。また、平均波高が低い波ほど  $\delta_{D_{top}}$  のピークの前後の曲線の勾配が急であることから、動的応答値に及ぼす潮流の影響は平均波高が低い波ほど大きいことが分かる。

また、潮流の流速が負値の場合の応答が、流速が0の場合の応答の1.5倍以上となる場合もあり、構造設計時には潮流の影響を十分に考慮しなければならないと考えられる。

以上のことより、潮流の存在は、海洋構造物の動的応答値に大きな影響を及ぼすので、海洋構造物の動的応答解析に潮流の影響を考慮することが、不可欠であることが分かる。

## 6. おわりに

本研究で得られた結果を次に要約する。

- 1) 潮流と波を同時に受ける海洋構造物の運動方程式を導き、外力が潮流の流速、波による水粒子速度と構造物の応答速度が連成する非線形な抗力と、波による水粒子加速度による慣性力から成ることを示した。
- 2) 潮流の流速を一定値とし、水粒子の運動と海洋構造物の動的応答にはエルゴード性があり、その出現確率が平均値0の正規分布に従うと仮定して、非線形抗力の等価線形化を行い、線形化した運動方程式を示した。本研究で示した潮流の効果を含む等価線形化された波力と運動方程式は、潮流の有無に関わらず成立つ一般的な表示方法であることを示した。
- 3) 潮流の流速が負値の場合には、水粒子速度、加速度のパワースペクトル密度関数は鋭く立ち上がり、カットオフ振動数の影響でパワースペクトル密度関数が途切れたような形になること、平均波高が低い波ほど、等価線形化抗力や慣性力に及ぼす潮流の影響が大きいことを示した。
- 4) 潮流の存在は、海洋構造物の動的応答値に大きな影響を及ぼすので、海洋構造物の動的応答解析に潮流の影響を考慮することが不可欠であることを示した。

## 付録

式(13. a)の時間平均に関する計算は、積分範囲を工夫して絶対値記号をはずすことにより、次のように計算できる。

$$\begin{aligned} & \langle \dot{r}_j (\dot{V}_{\sigma_j} + \dot{r}_j) | \dot{V}_{\sigma_j} + \dot{r}_j \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{-\dot{V}_{\sigma_j}} -\dot{r}_j (\dot{V}_{\sigma_j} + \dot{r}_j)^2 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j + \int_{-\dot{V}_{\sigma_j}}^{\infty} \dot{r}_j (\dot{V}_{\sigma_j} + \dot{r}_j)^2 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j \end{aligned} \quad (\text{A. 1})$$

ここで、 $\dot{r}_j$  の出現確率が、平均値 0 の正規分布に従うことから、関数  $z$  を次のように与える。

$$z(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\dot{r}_j}}} \exp\left[\frac{-t^2}{2\sigma_{\dot{r}_j}^2}\right] \quad (\text{A. 2})$$

これより、式(A. 1)中の $\dot{r}_j$ の1次、2次、3次モーメントに関する項が、次のように計算できる。

$$\int_{-\infty}^{-\dot{V}_{\sigma_j}} \dot{r}_j z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = -\sigma_{\dot{r}_j}^2 z(-\dot{V}_{\sigma_j}) \quad (\text{A. 3a})$$

$$\int_{-\dot{V}_{\sigma_j}}^{\infty} \dot{r}_j z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(-\dot{V}_{\sigma_j}) \quad (\text{A. 3b})$$

$$\int_{-\infty}^{-\dot{V}_{\sigma_j}} \dot{r}_j^2 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = \dot{V}_{\sigma_j} \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(-\dot{V}_{\sigma_j}) + \sigma_{\dot{r}_j}^2 \int_{-\infty}^{-\dot{V}_{\sigma_j}} z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j \quad (\text{A. 4a})$$

$$\int_{-\dot{V}_{\sigma_j}}^{\infty} \dot{r}_j^2 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = -\dot{V}_{\sigma_j} \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(-\dot{V}_{\sigma_j}) + \sigma_{\dot{r}_j}^2 \int_{-\dot{V}_{\sigma_j}}^{\infty} z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j \quad (\text{A. 4b})$$

$$\int_{-\infty}^{-\dot{V}_{\sigma_j}} \dot{r}_j^3 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = -\dot{V}_{\sigma_j}^2 \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(-\dot{V}_{\sigma_j}) - 2\sigma_{\dot{r}_j}^4 z(-\dot{V}_{\sigma_j}) \quad (\text{A. 5a})$$

$$\int_{-\dot{V}_{\sigma_j}}^{\infty} \dot{r}_j^3 z(\dot{r}_j) d\dot{r}_j = \dot{V}_{\sigma_j}^2 \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(-\dot{V}_{\sigma_j}) + 2\sigma_{\dot{r}_j}^4 z(-\dot{V}_{\sigma_j}) \quad (\text{A. 5b})$$

式(A. 1)に式(A. 3)～(A. 5)を代入して次式を得る。

$$\begin{aligned} & \langle \dot{r}_j (\dot{V}_{\sigma_j} + \dot{r}_j) | \dot{V}_{\sigma_j} + \dot{r}_j \rangle \\ &= 4\sigma_{\dot{r}_j}^2 \left\{ \sigma_{\dot{r}_j}^2 z(\dot{V}_{\sigma_j}) + |\dot{V}_{\sigma_j}| z(\dot{V}_{\sigma_j}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A. 6})$$

ここで、 $z(-t) = z(t)$ であり、

$$Z(\dot{V}_{\sigma_j}) = \int_0^{\dot{V}_{\sigma_j}} z(t) dt \quad (\text{A. 7})$$

である。

また、式(A. 6)の右辺第2項の潮流の流速の項の絶対値は、等価線形化された抗力の大きさは、潮流の流れの方向とは無関係に、その強度にのみ依存することを示している。

## 参考文献

- 1) Huang, N. E., Chen, D. T., Tung, C. C. and Smith, J. R. : Interactions between steady non-uniform currents and gravity waves with applications for current measurements, *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 2, pp. 420-431, 1972.
- 2) Kawano, K., Venkataramana, K., Hashimoto, T. and Taniguchi, T. : Dynamic response analysis of semi float type offshore platform, *Proceedings of 7<sup>th</sup> (1997) International Offshore and Polar Engineering Conference*, pp. 485-492, 1997.
- 3) Malhotra, A. K. and Penzien, J. : Nondeterministic analysis of offshore structures, *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of ASCE, EM6*, pp. 985-1003, 1970.
- 4) Tung, C. C. and Huang, N. E. : Combined effects of current and waves on fluid force, *Ocean Engineering*, Vol. 2, pp. 183-193, 1973.
- 5) Borgman, L. E. : Spectral analysis of ocean wave forces on piling, *Journal of the Waterways and Harbors Division, Proceedings of ASCE, WW2*, pp. 129-156, 1967.
- 6) Yamada, Y. and Kawano, K. : Seismic response analysis of non proportional damping system due to response spectrum method, *Journal of Structural Engineering/ Earthquake Engineering, JSCE*, Vol. 4, pp. 213-222, 1987.
- 7) Bretschneider, C. L. : Sea motion and wave forecasting, *Handbook of Ocean and Underwater Engineering*, McGraw-Hill, 1969.
- 8) 首藤伸夫 : 非線形長波の変形, 水路幅, 水深の変化する場合, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 57-64, 1974.

(1999. 12. 24 受付)

# NONDETERMINISTIC ANALYSIS OF FIXED-TYPE OFFSHORE STRUCTURES WITH WAVE-CURRENT-STRUCTURE INTERACTION

Tomoyo TANIGUCHI and Kenji KAWANO

This paper provides general theory of nondeterministic analysis of offshore structures subjected to the wave and the current simultaneously. The equations of motion are derived and nonlinear drag force in hydrodynamic force is presented. The dynamic wave forces and the structural response to them are assumed to have zero-mean, Gaussian characteristics when suitably linearized. The linearization on the drag force with current velocity is carried out using the least square method. The damping on the generalized coordinate is diagonalized and the structural responses are calculated by the random vibration approach. It is suggested that the current velocity has significant contributions on the wave force evaluation and the dynamic response of the offshore structures.