大学生の数学基礎力－鳥取大学の数クラスについて－

A Grounding in Mathematics of Some Classes in Tottori University

後藤 和雄　(Kazuo Goto)

概 要

講義している微分積分の 1 年生クラスを対象に，4 月の第 1 回目の講義時間中に 80 分をかけて，高校教科書の例題からなるテスト問題（22 問から 29 問）を答えのみ解答してもらった。それらを纏め，正答数の得点分布および正答率を表にした。その結果，数学 III までを履修していても，数学基礎力および数学 III の基礎（微分積分）が危うい学生が多いことが分かった。答のみ求める高校レベルの穴埋め方式の基礎問題の平均得点では大きな差が見られないが，期末で行った記述式のテストでは（得点分布は記述していないが），学科間に大きな違いがあることも分かった。後半では，数学教育においてなぜ厳密な証明が必要であるのか，をポリアと高木貞治などを引用し，教養に必要であるということを論じた。

1　はじめに

この論文は，2012 年 9 月 19 日（水）に，日本数学会秋季大会において，第 15 回「工学基礎教育研究集会」での依頼講演「数学基礎力の実態と，大学で習得を目指す知識と能力」の発表を発展させたものである。世話人からの言葉：「最近，工学部において数学者による数学教育の重要性が理解されない中，大学での数学教育の目的を示してほしい。大学の教科書と称して高等の数学 III レベルの教科書が氾濫する中で，高校数学と大学数学との違い（達成能力および教育法の違い）や応用力の養成などについて，本来あるべき大学数学教育とはどうあるべきか，について話をしてほしい。」に動機づけられ，発表の機会を得た。講演では，講義で使用している「初歩からの微分積分」[5] が，問題に対する解答を詳しく，また定理などの証明を厳密に与えている理由を述べた。ポリアや高木貞治が述べていることが，その根拠の一つである。「厳密な証明がなぜ必要であるか」ということと教養との関連も講演で述べた。

1996 年の大学教員を対象とした「大学基礎教育アンケート」[6] で，(1) 読解・表現などの国語力　(2) 抽象的・論理的思考力　(3) 知識に対する意欲や忍耐力といった，ごく基本的な能力が学生の間で低下しつつある，という現実が浮き彫りになった，と公表している。2011 年の提言 [6] では，日本数学会が大学生の数学の基礎的な素養と論理的な思考力の実態を把握するために実施した「大学生数学基礎調査」の結果で，(1) 論理を正確に解釈する能力に問題　(2) 論理を整理された形で記述する力が不足，という指摘をしている。それらの基礎力の一つが，基本的な計算力である。

この論文の動機は，上記と以下のことから，実態を知りたいと考えたからである。

春および秋に開催される日本数学会学会中に開かれる「工学系数学基礎教育研究会」で以前から入学生の数学の基礎力が低下している，と言われており，さまざまな取り組みがさまざまな大学で行われている。さらに，九州大学の数学基礎学力調査実施委員会が2011年3月に報告した，九州大学新入学生数学基礎力調査，平成21年度　九州大学教育研究プロジェクト・研究拠点形成プロジェクト，学力低下問題に対応するための新入学生数学基礎学力調査 報告書 [3] を見たからである。調査結果の一部を引用すると，以下のとおりである。

> 高校教科書の「問」レベルの問題を20題出題し，80分で解答する。2題だけひねりを入れてある。教科書基本問題事項の定着度と運用の正確性を見ており，数理的センスや論理的思考力などは測っていない。
>
> ミスを考慮しても80％以上の正答を期待したい。正答率60％以下の受験生は高校の数学教科書の基本レベルの知識習得が不十分と見てよい。
>
> 正答率60％以下の層が理系入学者のほぼ25–30％あり，学科によっては50％前後にのぼる。この層は長期的に増加傾向にある。90％以上の正答の上位層が期待するよりもかなり薄い。
>
> 「ゆとり教育」による学力低下の影響は，2006年からの90％以上の正答の上位層の激減とその定着という形で現れている。2009年度には10％にまで減少した。
>
> ほんの少しの工夫が必要な問題や計算量が若干多い問題の正答率が他より低くなる傾向が顕著である。知識の脆弱化が進んでいる。
>
> 高校基本レベルの定着が十分でない層が増えていること，また，上位層が薄いことが憂慮される。九州地区トップ層の実態であることや科目としての数学の特性を考慮すると，事態は深刻である。「教科書程度のことはきちんと理解しており，その上にどの程度高度なことを習得しているかで合否が決まる」という古典的な九大入学生像はもはや必ずしもあてはまらない。
>
> 新入学生の学力は全体として現在のカリキュラムが想定している学力より低く，基礎・専門教育で要求される学力とのミスマッチが起きていると思われる。講義を十分に消化できず,「棒暗記・試験後即忘却」のプロセスを繰り返しながらただ試験だけを乗り切り，知識が積み重なっていかない学生も多いものと思われる。
>
> 「ゆとり教育」以降の高校生の気質として，解答のみを性急に欲しがり，原理や根拠などにあまり興味がなく，与えられたことのみを無批判・無検証かつ他の知識との有機的なつながりを考えずに受け入れるという傾向が日本全国，学力の高低に関係なく見られるようである。

2　調査方法と対象

テスト問題はこの論文の最後のページに載せてある。数研出版の「新編　数学Ｉ，数学Ａ，数学II, 数学Ｂ，数学III」(高校の教科書）の中の例題から抜き出して，順に並べた。問題10だけは食塩の問題（中学校レベル）を入れた。問題解答欄には，高校で数学IIIを，学習したか，学習しなかった，のどちらかに○をつけるように指示した。

九州大学で調査した問題は公表されていないので，分からない。しかし，高校の教科書の「問い」レベルの問題だと言われているので，最後に付けている問題よりは，難しいと思われる。

数学 III までの学習者は問題 29 番まで，数学 II・数学 B までの学習者は 22 番まで，80 分で解答するように指示した。80 分でほとんどの学生が解答を終えていた。

表 1（1 page 後），表 2（2 page 後）での A，B，C，D の意味は次のとおりである。A は工学部のある学科で入試には数学 III・数学 C まで課されている。B は農学部で数学 II・数学 B までを学習を前提としたクラスである。数学 III までを学習しているものが多い。他のクラスには数学 I・数学 A を前提とした微分積分の講義もあるが，数学 III を学習している学生も履修している。C は医学部の生命系である。この学科は，今年から入試に数学 III・数学 C まで課したので，数学 III をほとんどの学生が学習している。D は農学部の医学系である。入試に数学は課していないが，多くの他大学の入試では数学 III・数学 C までを課しているので，数学 III・数学 C まで学習している学生は多い。A，B，C，D ともセンター試験は数学 II・数学 B を課している。

纏めると，A は工学部のある学科の，B 1 は農学部の学科で数学 III を学習した，B 2 は農学部の学科で数学 II・数学 B まで学習した，C は医学部の生命系の学科，D 1 は農学部の医学系学科で数学 III を学習した，D 2 は農学部の医学系学科で数学 II・数学 B まで学習した，クラスである。

3　結果

得点分布は表 1 であり，各問題のクラスごとの正答率は表 2 である。

各問題において，70 % 以上の正解を最低限必要だと見なす。基本統計量は以下の表である。

基本統計量

クラス	人数	平均 $\bar{x}$	標本標準偏差 s	中央値	満点	得点率
A	66	19.36	5.04	20	29	66.8 %
B 1	32	19.8	5.21	20	29	68.3 %
B 2	18	16	5.27	17.5	22	72.7 %
C	34	22.88	4.33	24	29	78.9 %
D 1	23	21.43	3.17	21	29	73.9 %
D 2	12	19.25	1.42	20	22	87.5 %

A クラスでは個別入試に数学 III・数学 C までを課して筆記試験を行っている。しかし，問題番号 5, 11, 14, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29 番が解答率 70 % 以下であり，25 番の問題では正解率 4.5 % でありほとんどの学生が解答を 0 か 1，または空欄である。基礎的な事柄の，理解および身に付いていない事項は次の，三角関数，式の分数計算，点と直線との距離，指数関数，ベクトルのなす角，数列，逆関数，極限の計算，積分，面積である。さらに，$\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}$ の意味と計算については，微分積分をする上でしっかり理解していなければならない事項が身に付いていない。リメディアル教育が必要だと思われるが，補習授業を選択する学生が少ないのが，実態である。互いに比べて，自分は大丈夫だと考えて，基礎学力が不足している事実を多くの学生は認識していない。

表 1: 得点分布，29 点満点，数学 III なしは 22 点満点

得点	A	B 1	B 2	C	D 1	D 2
29				3		
28		2				
27		1		4	1	
26	3	2		4	2	
25	2	2		3	2	
24	7	3		4	1	
23	3	2		2	1	
22	10	1	1	3	4	
21	7	1	3	2	3	1
20	7	4	2	3	4	6
19	9	1	1	1	1	3
18	2	2	2	1	2	
17	3	2	2		1	1
16	2	2	1	1		1
15	1	2		1		
14	4		1	1	1	
13	1	1				
12		3	2	1		
11	1					
10	2					
9		1	1			
8						
7			1			
6						
5						
4			1			
3						
2						
1	1					
0	1					
人数	66	32	18	34	23	12

ただし，B 1 (数学 III)，B 2 (数学 III なし)，D 1 (数学 III)，D 2 (数学 III なし)

表 2: 29 番までの正答率 (%)。数学 III なしは 22 番まで。空白の正答率は 100 %

問題番号	A (%) 正答率	B 1	B 2	C	D 1	D 2
1	88	97	89	91		92
2	91	78	83	94		
3	86	94	83	94		
4	70	69	56	83	78	83
5	64	66	61	68	83	75
6	77	81	78	88	87	92
7	90	97	94		91	
8	82	88	94	91	87	
9	91	94	89	85	96	83
10	83	97			96	
11	65	16	56	88	91	75
12	76	69	82	82	65	
13	82	84	82	97	91	
14	56	69	56	65	65	92
15	62	66	56	71	78	75
16	59	75	56	82	70	58
17	44	59	61	68	52	67
18	85	94	67			92
19	70	75	82	94	78	83
20	76	72	78	88	87	92
21	67	62	61	71	83	92
22	62	16	61	79	87	83
23	56	41		62	57	
24	42	31		62	26	
25	4.5	9.3		24	8.7	
26	82	72		91	74	
27	45	38		62	43	
28	58	19		26	17	
29	61	53		85	52	

ただし，B 1 (数学 III)，B 2 (数学 III なし)，D 1 (数学 III)，D 2 (数学 III なし)

Ｂ１クラスは数学 III を高校で履修している。正答率 70 ％未満の問題番号は，4, 5, 11, 12, 14, 15, 17, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29 である。三角関数，式の分数計算，数列，逆関数，極限の計算，積分である。数学 III の内容の基礎的な部分のほとんどが理解・習得されていない。

Ｂ２クラスは数学 II・数学Ｂまで高校で履修している。正答率 70 ％未満の問題番号は，4, 5, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 21, 22 である。式を計算して２次方程式の解を求める，三角関数，式の分数計算，点と直線の距離，指数および対数の計算，ベクトルのなす角度，数列である。計算を間違えていて，計算力がないことが，解答から読み取れる。

Ｃクラスは今年度から数学 III・数学Ｃまでの筆記式の個別学力検査が課された。正答率 70 ％未満の問題番号は，5, 14, 17, 23, 24, 25, 27, 28 である。三角関数，点と直線の距離，指数計算，逆関数，極限，積分計算である。他のクラスと比べて，正答率はよい。

Ｄ１クラスは数学 III を高校で履修している。正答率 70 ％未満の問題番号は，12, 14, 17, 23, 24, 25, 27, 28, 29 である。３次方程式，点と直線の距離，指数計算，逆関数，極限，積分計算，面積である。

Ｄ２クラスは数学 II・数学Ｂまで高校で履修している。正答率 70 ％未満の問題番号は，16, 17 であり，三角関数の不等式，指数計算である。数学に自信がある学生が選択しているクラスのようである。期末の記述試験を見ると，高校で数学 III を不履修でも，それまでの数学基礎力があれば成績はよい。

すべてのクラスで，$\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$ に関する問題の正答率は極めて悪い。微積分をする上で，大切なもので，これを使って，答えを出すのである。なぜ，ラジアンで計算するかの意味を知るためにも重要な問題である。しかし，聞くところによれば，旧帝大レベルでもできない学生が，これほどではないが，多いようである。

問題 28 の間違いの割合は,（Ａ，Ｂ１，Ｄ１，Ｃ）＝(46 人/66 人中, 26/32, 19/23, 25/34) あり，そのうち答えを $\log(x^2-3)$ と誤答したものは（正解は絶対値を付けた $\log|x^2-3|$ である），(16 名，12，6，7) である。しかし，簡単な２次関数と対数関数との合成関数の微分を知っているか，または簡単な置換積分をすれば求まるが，不正解な学生も多い。

高校の数学基礎学力の確認のために調査をしてみたが，これほどの結果を今回，予想していなかった。数学を教えている全国の大学教員が「何かがおかしい」[4] と言っていることを改めて確認した。

数学 III を履修して，得点が 23 点以上の割合について，Ａは $15/66=23$ ％，Ｂ１は $12/32=38$ ％，Ｃは $20/34=59$ ％，Ｄ１は $7/23=30$ ％である。数学 III を履修していないもので 18 点以上の割合について，Ｂ２は $9/18=50$ ％，Ｄ２は $10/12=83$ ％である。

Ｄは入試に数学 III は課していないが，他大学の入試では数学 III・数学Ｃまで課して個別入試を課していることで，高校で数学 III・数学Ｃを学習している学生が多いので，得点が高くなっている，と考えられる。

数学 III までを学習していても，それまでの数学の基礎力が備わっていないこと，および数学 III の教科書の例題で学習する，基礎的事項についても理解できていないことが分かった。学生は個別学力試験で筆記試験対策をして，記述式解答の基礎力を付けているものと期待するが，実態はそうではなく，基礎力が乏しく，記述式問題に弱い学生がＡ，Ｂのクラスには多い。

また，自分の知っていることは易しいと思う。しかし，少し考える事柄・概念・少し長い解答の問題や自分の知らない事柄が出てくると難しいと感じ，記憶で対処できないものについては極端に難しいと感じているようだ。抽象的に考える訓練ができていなくて，目に見えるものしか捉えようとしない。国立教育政策研究所が2006年から2010年度の4回分の調査を分析し，「数式が何を意味しているのかが分からない」，「筋道を立てて考えを書けない」という生徒が多い結果を得ている。これらは学生にも当てはまることである。

さらに，学生自身は，他の学生が自分と同じ状態（レベル）であると知ると安心し，基礎的な力が付いていない，と自覚していないようである。高校で学習したので理解・習得した，と思う学生もいる。計算力も含め，しっかりした基礎学力を付けていないと，学年が進み，数式や数学的素養が必要な専門科目の理解・習得は困難が予想される。理解しないで，ただ単位を取るために，試験問題とその解答を暗記している現状を危惧する。

各学科において，基本統計量を見てみると，平均点や中央値などの数値には大きな違いはない。しかし，期末の記述式テストの成績（省略）を比較してみると，大きな違いがある。正確に解答が記述できているのは，医学科の生命系の学科Ｃと農学部の医学系学科Ｄであり，試験はよくでき得点も高い学生が多い。記述試験によって，数学の能力は正確に測れる。

4　なぜ厳密な証明が必要か，論理的思考力

厳密な証明が必要だという言葉は，ポリヤ著「いかにして問題をとくか」の p. 159 [9] に次のように述べられている。

> 料理本的体系　われわれは証明の効能をのべたが，あらゆる証明を一律にやらなければならないといっているわけではない。反対にそんなことは到底不可能な場合がある。たとえば工科の学生に微積分を教えるような場合がそれである。
>
> 微分積分を現代的な厳密さでやろうとすると，それはかなりむずかしくてややこしいものになる。（いわゆるイプシロン・デルタ式証明！）しかし，技術者はそれを応用するために学ぶのであり，長い証明にとりくんだり，ややこしい手続きをのみこむだけの時間と訓練，さらには興味を持ち合わせていない。そこで証明などすべてやめにしたくなるのである。そうすればこれはすべてを料理本的水準まで引き下げる結果になる。
>
> 料理の本は材料と調理の方法をくわしくのべてあるがその処方の証明や理由をかいてはいない。プディングの何よりの確かな証明はそれをたべてみることである（The proof of the pudding is in the eating）。料理本はその目的を完全に果たしている。処方がちゃんとかいてあって，憶えている必要はないから何ら論理的又は記憶術的体系を必要としないのである。
>
> それにも拘らず微分積分の教科書や著者や，大学の助手が余り料理本的方法をやりすぎては，かえって目的にそぐわないことになろう。もし証明なしに結果だけを教えるならば，そのような理由のないやり方は理解されないであろう。理由なしに法則を提出するならば，関連のない法則は，はじめから忘れられてしまう。数学の証明はプディングと同じわけにはいかないのである。もしあらゆる推理がさえぎられてしまえば，微分積分の課程はじきに理解しにくい知識のばらばらな目録になってしまうのである。

不完全な証明　厄介すぎる証明と料理本のレベルとのどちらをとるかというと，矛盾を解決するいちばんよい方法は，不完全な証明をうまく利用することである。（中略）しかし不完全な証明は適当な場処で上手につかえば役にたつ。その目的は完全な証明の代わりをすること（それは不可能である）ではなくて，書いてあることに興味と関連性をもたせることである。（中略）

p.161–162　不完全な証明を推奨することはつつしまなければならない。それを用いるには２～３の制約の下に行われるべきである。まず不完全な証明は何等かの方法で不完全であることを断っておく必要がある。第２に著者や教師は自身で完全な証明を心得ていなければ，それをやってはならないということである。

不完全な証明を上手にやることは決してやさしいことではないことを付加えなければならない。

p.156–157　平面幾何学の基礎を学ぶことは厳密な証明がどんなものであるかを知るのによいことである。（中略）

このような証明を教室で教わらなかった学生は学校と教師に文句をいってしかるべきである。 大切なこととそうでないことの区別は大切である。幾何学の個々の事実を学ばなかったからといって，それは大した損失ではない。そんなことは後の生活で何の役にも立たないかもしれない。しかし幾何学の証明というものを学ばなかったとしたら，真実というもののいちばん簡単で，いちんばんよい実例をみのがし，厳格な推理というものを知る機会を逃したことになる。このような考えなしには，現代の生活で彼に襲いかかるあらゆるものごとを判断する基準をもちえないからである。

一言でいえば，一般教育が学生に直感的にみとめられる真実と，論理的な推理とを与えることを目的とするならば，それは幾何学的な証明に席を設けておくべきである。

以上が，ポリアからの引用である。

高木貞治（1950 年 10 月 10 日放送）[8]（数学教育について）は，次のように

昔は，論理的の訓練というものをやっていてだいぶまあ，おもにその方が主だったのだと思いますけどね。あまり，どうも今，実用的，というても，本当に実用的にならないと思うのですけど，ただ教わったことだけしか分からないというのですね。… 実用的というのは，つまり融通が利かないということ，習ったことだけしか分からないようでは，どうせ忘れてしまうのだからあまり実用にならない。頭の訓練という方はね，いろいろ説はあるが，うまくいけば残るわけですからね。どちらにしても極端はいけない。

と，論理的訓練としての数学の重要性を述べている。実用的（すなわち応用というもの）および，ただ教わるだけのものは融通が利かないとも述べている。

以上を纏めると，厳密な証明法を学ぶことは，論理的な訓練ができ，それがいろいろな未知な経験に遭遇した場合に，物事の正しい判断ができる基礎となる。

5　数学的思考力と教養

教養としての数学的思考力を付けるためには，厳密な証明と記述問題が必要である。計算や技術のみを教えるのはよくない。理由は上記４と以下による。井上成美（最後の海軍大将）[1] が戦争中

に兵学校校長を務めたとき,「学士か丁稚かといい」,「兵学校は丁稚教育の場所ではない」と教養教育重視の方針を貫いた。先には，鈴木貫太郎が兵学校校長のとき,「厳しい規律の中においても，明朗さを失わせず，幅広い教養をもたせるような教育方針」で教育した。彼らは，将来の海軍，あるいは国家の舵取りを担うポテンシャルを学生に身に付けさせることを目的としていた。ちなみに，士官学校で数学を教えるようにした最初の人は，ナポレオンである。

単に「数学の技法の丁稚教育」ではなく，数学的思考力のポテンシャルをもつ学生の養成を目的とする，教養教育としての数学，すなわち，数学的事実の論理的関連性や，厳密な証明を通しての論理的推論が正確にできる能力を，学生が身に付ける。卒業して，何らかの問題に直面したとき，論理的に判断するときに，この思考法が役に立つ。

以上を纏める。繰り返しになるが，ポリヤも幾何学の証明のところで述べているように，ものごとを判断する場合に必要な教養としての数学的思考力を付けるために，厳密な証明と記述問題が必要である。単に，計算や技術のみを教える「数学の技法の丁稚教育」ではなく，数学的思考力のポテンシャルをもつ人材の養成を目的とする，教養教育としての数学，すなわち数学的事実の論理的関連性や，厳密な証明を通して論理的推論が正確にできる能力を身につける。さらに，抽象論に耐えられる思考力の基礎を養う。自分の頭で考え，それを論理的に説明（証明）する力を付ける。国の将来（命）を救う意味で，人材教育の基礎としての，数学基礎力の育成は重要である。

参考文献

[1] 生出寿著，反戦大将　井上成美，徳間書店，1987，井上校長の教育改革の項

[2] 梶原健司，大学新入生の数学の学力–九州大学新入学生数学基礎学力調査の結果より，科学，pp.1134–1137，岩波書店

[3] 九州大学の数学基礎学力調査実施委員会，九州大学新入学生数学基礎力調査，平成 21 年度
九州大学教育研究プロジェクト・研究拠点形成プロジェクト，学力低下問題に対応するための新入学生数学基礎学力調査　報告書，2011 年 3 月

[4] 第 14 回工学系数学基礎教育研究会（東京理科大学，2012.3.27）国立大学 46 校，私立大学４６校のアンケート

[5] 後藤和雄 小島政利，初歩からの微分積分，共立出版，2005

[6] 「大学生数学基本調査」及び日本数学会からの提言，
http://mathsoc.jp/comm/kyoiku/chousa2011

[7] 大学生数学基本調査及び日本数学会からの提言，
http://mathsoc.jp/comm/kyoiku/cyousa2011
2011 年 4 月から 7 月にかけての全国の大学生 7000 人を対象の調査（数学的素養と論理力）

[8] 高木貞治，NHK 第一放送「朝の訪問　高木貞治」，
http://mathsoc.jp/meeting/takagi50/dvd_takagi.html

[9] ポリア著 柿内賢信訳，いかにして問題をとくか，丸善，1975
G. Polya, How to solve it: A new aspect of mathematical method(Princeton Science Library), Princeton University Press, 2004.

e-mail address :goto@uec.tottori-u.ac.jp

問題

以下の問いに答え，別紙に答えのみを書け。ただし，高校で数学 III を学習していない学生は 22 番まで答えよ。解答用紙に高校で数学 III を学習したかどうかのチェック欄があります。可能ならば 23 番以降の問いにも挑戦してください。

1. 次の式を計算せよ。 $(6x^3-3x-4)+(5+8x^2+2x-x^3)+2(x-4x^2-3)$
2. 次の方程式を解け。 $|3x-2|=4$
3. 次の不等式を解け。 $x^2-10x+21 \geqq 0$
4. 次の 2 次方程式の解を求めよ。 $2(x+1)^2=4-5(x+1)$
5. $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。$\cos\theta=-\dfrac{1}{3}$ のとき $\tan\theta$ の値を求めよ。
6. △ＡＢＣにおいて，$b=3,\ c=5,\ \mathrm{A}=120^\circ$ であるとき，辺ＢＣの長さを求めよ。
7. 5 人の男子から 2 人，4 人の女子から 2 人を選んで 4 人の組を作るとき何通りの組が作れるか。
8. Ａの袋には青玉 3 個と白玉 2 個，Ｂの袋には青玉 2 個と白玉 4 個が入っている。Ａ，Ｂの袋から 1 個ずつ玉を取り出すとき，同じ色の玉を取り出す確率を求めよ。
9. 命題「$x=3 \Longrightarrow x^2=9$」とする。$x=3$ は $x^2=9$ であるための何条件であるか。
10. 食塩 25 グラムに水 100 グラムを加えるとき，何％の食塩水ができるか。
11. $\dfrac{2}{x^2-1}-\dfrac{1}{x^2+x}$ を計算せよ。
12. 3 次方程式 $x^3-4x^2+8=0$ を解け。
13. 2 次方程式 $x^2-4x+5=0$ の 2 つの解を $\alpha,\ \beta$ とするとき，$\alpha^2+\beta^2$ の値を計算せよ。
14. 点 $(1,\ -2)$ と直線 $3x+4y+4=0$ の距離を求めよ。
15. $\cos\theta+\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin^3\theta+\cos^3\theta$ の値を求めよ。
16. $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ のとき，不等式 $\cos\theta \leqq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解け。
17. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1} < \left(\dfrac{1}{9}\right)^{x}$ を解け。
18. $\log_8 16$ の値を求めよ。
19. $y=-x^3+3x^2 \quad (-1 \leqq x \leqq 4)$ の最小値を求めよ。
20. 放物線 $y=x^2-4$ と x 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。
21. 次の 2 つのベクトル $\overrightarrow{a}=(1,\ 2),\quad \overrightarrow{b}=(-1,\ 3)$ のなす角を求めよ。
22. $a_1=1,\quad a_{n+1}=3a_n+4$ で定められる数列 a_n の一般項を求めよ。
23. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ の逆関数を求めよ。
24. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)$ の値を求めよ。
25. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\sin\frac{\pi}{6n}$ の値を求めよ。
26. $y=\log(2x+3)$ を微分せよ。
27. $\displaystyle\int \sqrt{3x+2}\,dx$ を求めよ。
28. $\displaystyle\int \frac{2x}{x^2-3}\,dx$ を求めよ。
29. 曲線 $y=x(x+2)^2$ と x 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。