

問いの生成を軸とした探究型学習(2学年) ～多様な解法を許容する一次関数～

小出 智栄子

鳥取大学附属中学校 数学科

E-mail: koide_ci@tottori-u.ac.jp

Chieko KOIDE (Tottori University Junior High School): Inquiry based learning (2nd grade) centering on generation of questions. ~A liner function that allows various solutions~

要旨 - 本研究の目的は、生徒の主体的な学びの実現に向けて具体的な方策を提案することである。研究の視座としておいた SRP (‘Study and Research Paths’)では多様な解法が表出する問いが必要になる。先行研究より一次関数単元では多様な解法が表出する問いについて検討がなされていないことが分かった。本研究では、ATD を基にしたプラクセオロジー分析を用いて、一次関数単元における多様な解法を生み出す問いを設定し授業実践を行った。そこから明らかになった問いの条件と、主体的な学びを実現する際に必要な教師の態度について報告する。さらに、実践後の生徒の変容について追記する。

キーワード ATD, SRP, 多様な解法, 一次関数, QA マップ

Abstract — The aim of this study is to propose concrete measures for the realization of independent learning by students. In SRP (‘Study and Research Paths’), which was set as a research perspective, it is necessary to ask questions that express various solutions. From the previous research, it was found that the linear function unit did not consider the questions expressed by various solution method. IN this study, using praxeology analysis based on ATD, we set up questions to generate various solution methods in the linear function unit and conducted a lesson. And the conditions of the question that became clear from there. I will report on the teachers attitude necessary to realize independent learning. In addition, I will add the transformation of the students after the practice.

Key words — ATD, SRP, various solutions, A liner function, QA map

1. はじめに

1.1 研究のねらい

本校では、『自ら問い続ける』生徒の育成のために『問いの生成を軸とした探究型学習』をテーマに実践を重ね、今年が5年目になる。これまでに Chevallard が提案する教授人間学理論 (Anthropological Theory of the Didactic 以下、ATD)の範疇にある世界探究パラダイムに基づいた学習論‘Study and Research Paths’(以下、SRP)とよばれる探究活動を参考にして授業設計・実践を行い、その成果を報告している。世界探究パラダイムは未知の事柄に対しても自ら問い続け、新たな知を生み出す科学者のような態度を目ざした

ものであり本校の目ざすところと合致している。何を学ぶのかは学習者の必要によって決まり、インターネットをはじめ、使えるものは何でも使う主体的な探究である。これまでの研究の結果、教師が用意する教材・教具によって生徒の反応が大きく変わることや、単元を貫く大きなテーマをSRPによって生み出すことができることなどを明らかにしてきた。生徒の探究が広がるほど、教科横断型の授業になったり、複数時間実践になったりと現行の教育課程にあっていない部分も多くある。本年度はこれまでの研究で得た知見を日常の授業改善に生かし、世界探究パラダイムへシフトすることをねらいとする。

1.2 問題の所在

SRP では、最初の問いを大事にしており、多様な解や多様な解法を生み出すことができるように設定する。そこで多様な解法を生み出す学習について先行研究をあたった。

多様な解法を見つけ出す授業について古藤(1992)は、こどもの多様な考えを「独立的な多様性、序列可能な多様性、統合可能な多様性、構造可能な多様性」の4つに分類している。その上で、「どのような比較検討させるかを明確にしておくことが大切」であり、「独立的な多様性では妥当性の検討、序列可能な多様性では有効性の検討、統合可能な多様性では有効性・関連性の検討、構造可能な多様性では関連性の検討」をすることが望まれると述べている。上嶋・竹村(2009)は、「多様な考え方」は、課題を追求し、よりよい数学的価値を生むという前提のものであり、それを集団で「どう練り上げていくか」という手続きは不可欠なものである」と言っている。または、「多様な考え方を互いに根拠やその帰結として結び付けられたり」、「互いに比較検討される展開が予想されたり」、「新たな考え方を生み出す手掛かり」として捉えられる」と主張している。このように、多様な解法を扱う授業において、問いについての議論よりも練り上げ場面についての研究が多数見られた。

また、小田切・渡部(2017)は、一次関数を用いた事象の数理的考察を行い、解法の種類を見直す中で、「日本の中学校数学科の教科書の問題は、基本的な計算・公式・手順を問うような既存のストラテジーを利用できる問題が中心である。また、問題文中に解決プランが示されている場合もある。すなわち問題表象の形成が必要な問題、そして多様な解法が可能な問題が、数学の教科書にはあまり設定されていない」としている。ここで、一次関数単元においての多様な解法を扱う事例について先行研究を調べてみたところ、CiNii(5月30日 多様な考え方・一次関数)では0件、Jstage(5月31日 多様な考え方・一次関数)でも10件に留まった。他領域では複数の報告がなされているものの、関数領域における報告が少なく、具体的な実践例がないことが分かった。

一方で、多様な解を認めるオープンエンドの実

践は多数あった。人口と戸数・乗用車の保有台数(新井 2005)、桜の開花予想(峰野 2017)(葛原・田中 2020)やCO₂増加(加納 2019)(新井 2020)など実践数は増加傾向にあり、特に統計領域と関連付けたものが多い。これらオープンエンドの実践では生徒によって異なる解が出るものの、その違いは収集したデータの違いやデータのまとめ方の違いに依存しており、生徒が行うタスクは同じものが想定されている。

これらの先行研究より、一次関数領域では多様な解法が表出する問いが設定されていないことが分かる。これがオープンエンドの授業設計に偏っている原因であると考えられる。しかしながら、なぜ一次関数において多様な考えが表出しないのか、いかなる条件や制約があるのかという分析はなされていない。

また、これまでの本校のSRP実践には練り上げ場面での課題が残されている。従来の問題解決学習と異なる練り上げの方向性を探ることも視野に入れて取り組む必要がある。そして探究的な学習を想定した場合、教師はコーディネーターのような役割を果たしながら、どのような条件や制約のもと、どのような練り上げをするべきなのかについて明らかにしたい。

1.3. 研究課題の設定

本研究での課題は以下の通りである。

RQ1: 一次関数単元において、学習者の問いの生成を軸とした探究型学習を設計するとき、多様な解法を生む問いの条件とは何か。

RQ2: それぞれの解法にどんな価値を見出すことができるか。

RQ3: 生徒の問いを軸とした探究型学習における練り上げの在り方とはいかなるものか。

2. 研究の方法

2.1. 研究に用いる理論的枠組み ATD

本研究では、探究的な学習に関わる理論的枠組みとしてATDを用いる。

ATDはChevallardが発表した教授学的転置理論の登場により生まれた新たな方法である。(c.f.宮川 2009) ATDは教授パラダイムやブ

ラクセオロジー (praxéologie) という概念を用いて記述する。

2.2. ATD の視点から－SRP－

SRP は、世界探究パラダイムに基づく教授行為や学習行為をヘルバルト図式によって定式化したものである。

SRP には次の特徴がある。

①問いと答えの往還があること

学習者は、より多くの $Q_1, Q_2 \dots$ (サブクエスチョン) を生成する力ある問い Q_0 (イニシャルクエスチョン) を起点として、それに対する回答 A^p を得る。

② A^p は自分で生み出した納得解であること

調べたらどこかに明示してあるような答えでなく、存在理由を伴って新たな知を創造する。

また、 $Q_1, Q_2 \dots$ についても同様に納得解を得る。

③学習者はインターネットなど何でも利用する。

道具だけでなく、既習の知識も使う。したがって他領域や他教科につながる知識や技術も表出する。

このような探究過程を経る SRP は次のような 2 つの種類がある。

オープンな SRP:

(探究の方向を事前に決めずに進む)

目的づけられた SRP:

(何らかの教えるべき対象が存在し、それが探究の過程で生じるように設定した SRP)

SRP の分析ツールであるプラクセオロジーは、人間の行為の背景となる知を理論的側面 (logos) と実践的側面 (praxis) に分けてモデル化したものである。さらに細かく分けると下記の表 1 のようになる。(c.f. 宮川 2009)

表 1 プラクセオロジーの要素

宮川 (2009) より作成

実践的側面 (praxis)		理論的側面 (logos)	
T	T	Θ	Θ
少なくとも 1 つ上のタスク (t) を含むタスクタイプ	上のタスクを成し遂げることが可能にする方法・テクニック	テクニックを正当化し、理解できるようにする。テクニックを生成するテクノロジー	そのテクノロジーを正当化し、理解できるようにするセオリー

分析ツールの 2 つ目として QA マップがある。QA マップは Q_0 に対する A^p までの問いと回答の往還をアプリアリ分析するために図にまとめたものである。探究の過程で表出する知識やプロセスを記述し、事前に探究を予想するものである。これによって Q_0 の妥当性を検証することができる。授業後には、生徒がどのルート of 探究をたどったか、あるいはたどらなかったかなど授業の評価として生かすこともできる。

2.3. 研究の手順

本研究は一次関数単元においての SRP とする。また、日々の授業実践に生きるように目的づけられた SRP を選択して計画する。

対象は鳥取大学附属中学校 2 年生、授業実施は 2022 年 7 月 2 日予定とする。

(1) 元問題分析と検討

(2) 授業プランの作成

(3) 授業実践と分析

(4) 今後の課題

3. 元問題とその分析

3.1. QA マップの作成

まず元問題を 2009 年度から本校で使用した実践教科書「関数と方程式 II 一次関数と方程式」(溝口・山本他) より取り出した。

【問】

下の図のように、座標平面上に $\triangle ABC$ があり、辺 AB は y 軸に平行で、

$$\text{直線 AC : } 6x - 15y + 25 = 0$$

$$\text{直線 BC : } 18x - 30y + 5 = 0$$

いま、 $AB=2$ のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

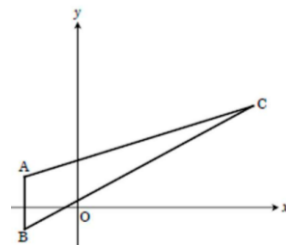


図 1 元問題

この研究はグラフを問題解決の手段として捉えた提案である。この中で方程式は必要を伴って生み出されるため、この研究も目的づけられた SRP

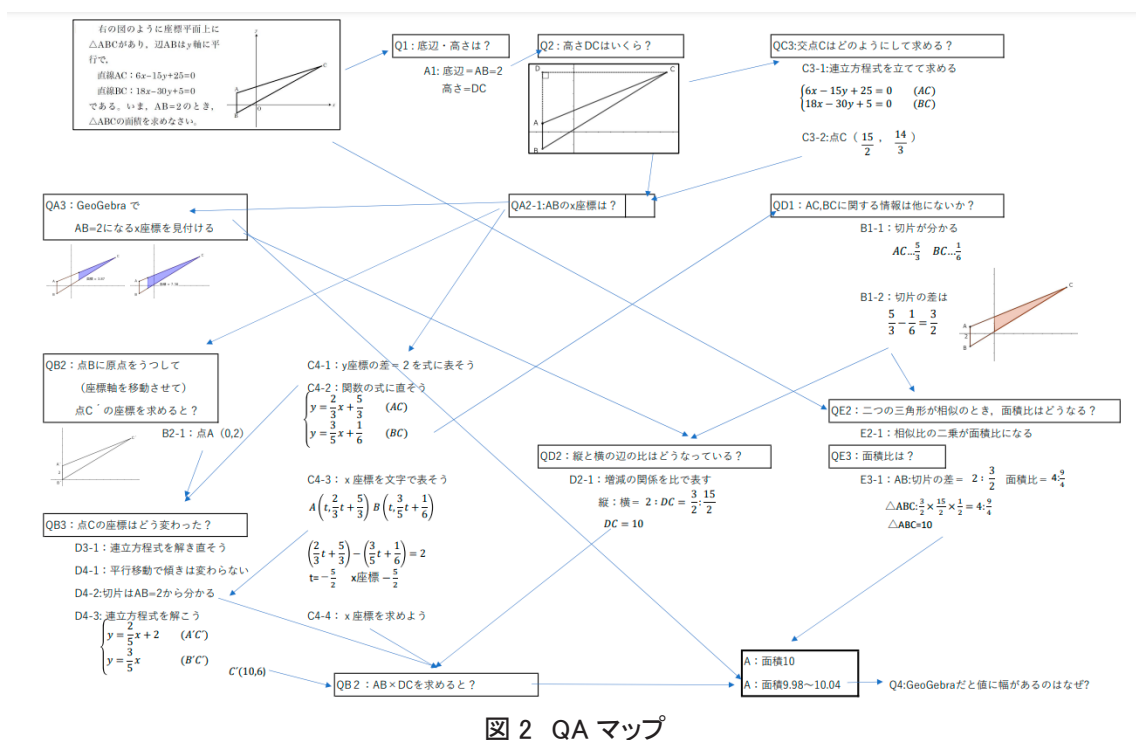


図2 QAマップ

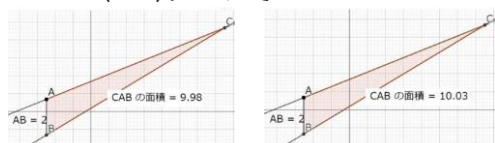
の一例として考えられる。また、方程式の問題が領域を超えて関数によって解決されることを提案したものである。この実践教科書の中から一次関数の単元内の知識や技能、考え方が集約されており、かつ、一つの解法しか掲載されていない問題を元問題として進める。

この問題についてまず、どこまで探究が広がるかQAマップを作成して問題の見直しを行った。(図2)QAマップの通り、この問題で考えられる探究ルートはA～Eの5種類である。実践教科書の中で取り扱われた解法はそのうちCのルートであることが分かった。

3.2. 解法のプラクセオロジー分析

QAマップで出た解法A～Eを $\tau A \sim \tau E$ として表し、プラクセオロジー分析を行った。

3.2.1 τA (ICT)について

図3 τA (ICT)の様子

τA はGeoGebraでy軸に平行な線分ABを作り、

移動させながらAB=2になる瞬間を探す動的な解法である。今までの実践の中では、ICTで得られた解答を鵜呑みにする生徒が多かったが、GeoGebraは数値を丸めて表示するため、面積が1つに定まらない。平行移動のイメージや発想を得ることができた上で、さらに式や座標を用いて考えを進める必要が生まれる。

表2 τA (ICT)分析

T	τA (ICT)	θ	Θ
DCの長さを求める	GeoGebraで AB=2になるx座標を見付ける	一次関数 y軸//AB	代数

τA を実現しようとする、以下のようなテクニックが必要になる。このうち、○がつく技術は、該当授業までに表出する見込みがなく、生徒自身が生み出さなければならない技術である。

- ・式を入力してグラフを作成する
- ・面積を表示する
- 平行な線を引く
- 線分の長さを表示する
- 線分上の点を使って多角形を作る

3.2.2 τB (座標軸の移動) について

τB は点 B が原点になるように座標軸を移動する解法である。一次関数の単元にはおさまらないが、生徒は中学 1 年生の学習である図形の移動を想起すると期待できる。

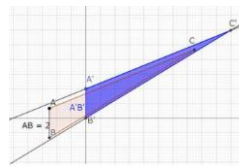


図 4
 τB (座標軸の移動) の様子

表 3 τB (座標軸の移動) 分析

T	τB (座標軸の移動)	θ	Θ
DC の長さを求める	座標軸を移動して、点 C の座標を求める	一次関数 y 軸 // AB	代数

3.2.3 τC (方程式)

τC は、 $AB=2$ を表す方程式を立てるために、点 A と点 B の x 座標を文字でおき方程式を立てる解法であり、実践教科書で扱われた解法である。

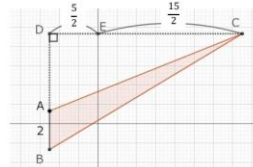


図 5 τC (方程式) の様子

表 4 τC (方程式) 分析

T	τC (方程式)	θ	Θ
DC の長さを求める	点 A と点 B の y 座標の差 $= 2$ を方程式で表して x 座標を求める	一次関数 y 軸 // AB	代数

3.2.4 τD (座標の比)

τD は、 $\triangle ABC$ と y 軸より右側部分の三角形は拡大縮小の関係にあることを用いた解法である。

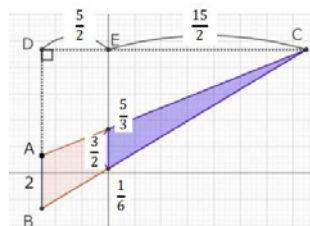


図 6 τD (座標の比)
 τE (相似比・面積比) の様子

表 5 τD (座標の比) 分析

T	τD (座標の比)	θ	Θ
DC の長さを求める	x 座標の差、 y 座標の差を比で表して DC の長さを求める	一次関数 y 軸 // AB 相似な図形の辺の比はすべて等しい	代数 ユークリッド幾何学

3.2.5 τE (相似比・面積比)

τE は、 τD 同様に三角形の拡大縮小の関係に注目するもので、図の様子も同じだと考えられる。相似比と面積比の関係はいかなるものかというサブクエスチョンから生まれる解法である。

表 6 τE (相似比・面積比) 分析

T	τE (座標の比)	θ	Θ
$\triangle ABC$ の面積を求める	相似比を二乗して面積比を求める	図形の相似 面積比は相似比の二乗である y 軸 // AB	ユークリッド幾何学

プラクセオロジー分析より実践部分 (T/ τ) について、 $\tau A \sim \tau D$ はタスクが同じだが、理論部分 (θ/Θ) で代数とユークリッド幾何学に分かれており、1 つの Q・1 つのタスク T から、領域の異なる多様な解法が生まれることが分かる。実践教科書で扱われた解法が τC (方程式) のみであったのは、それ以外の解法が一次関数単元を超えた発想であったからである。

従来の授業では教育課程に依存し、領域を超えた解法や未習部分を含む解法は扱わない。それゆえにそれらの解法を教師側が想定してすらしていないことが多い。しかし、テクニック θ に一次関数を含んでいるため、授業中に解法やサブクエスチョンとして表出する可能性がある。

領域や単元を超えた発想を生徒が生み出した場合、それをどのように扱うのかは教師の選択であるが、生徒の主体的な学びを保障するためには教師はそのような発想を許容する態度を持っているべきである。生徒が新たな知を生み出した瞬間こそが、生徒が科学者のような探究姿勢をもっており、SRP の目ざす姿である。教師がそれを許容する態度を持つことが生徒の探究を実現する一助になると考える。

特に τD と τE が θ に含む図形の相似が中学校 3 年生内容ではあるものの、小学校課程の拡大と縮小の学習経験を基にして表出すると期待できる。

以上より、この問いは多様な解決を生み出す力と、新たな知を生み出す可能性を含んでいる問題であると判断し、 Q_0 として採用する。この問題にお

いて、多様な解法が生まれる条件はすべての τ に含まれている $\theta:y$ 軸//ABであると判断した。

また、目的づけられたSRPによって生み出される新たな知を「座標平面上での傾きや切片の意味理解する」とし、グラフや座標、線分間の距離といった関連の知識を統合することを目指す。

4. 授業プラン作成

4.1.1 予想される τ に対する支援計画

支援に関連して、ATDでは教師の存在は生徒に影響を及ぼすミリューの一つであるとされている。また、教師と生徒の間には教授学的契約が存在し、生徒は教師の期待に応えようと動こうとする。そのため、SRPでは教師の支援については、生徒の発想を固定化したり、方向づけたりしない言葉を選ぶ必要があると考える。QAマップ(図1)で辿る経路を確認し、より多くの解法に繋がるサブクエスチョンやアンサーを選び出して表7のように設定した。

表7 支援計画

τA	τB	τC	τD	τE
ABを動かす方法は？		関数の式で表すと分かることは？		
GeoGebra の 使い方				

4.1.2 プレ授業を通しての支援計画変更

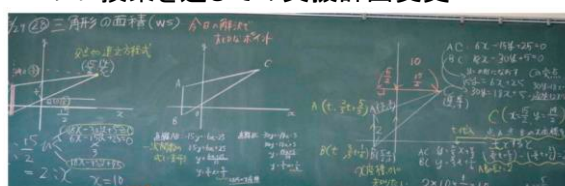
				
τ ICT	τ 座標軸の移動	$\tau AB=2$	τ 座標の比	τ 相似比面積比
平行線を引くことに苦労した。ほとんどの生徒に ICT の使い方を支援をした。	発想なし 支援の言葉も発せず	4 名 板書右部分 1 人の生徒から広がった	板書左部分 複数名の発想を黒板で共有して引き出した	発想なし

図7 プレ授業1回目の板書と解答分類

Q_0 を提示した後、サブクエスチョン Q_2 「高さDCはいくら？」から後の問いがワークシートに表出せず、行うべきタスクや A° にたどり着かない生徒が多かった。それぞれの τ に枝分かれするための見通しを立てさせる必要があると判断した。

しかし、 Q_2 をたどった後すぐに、 τA と他の τ が枝分かれすることを考えると、教師が介入して見通しを立てることは避けるべきである。授業の最初に自分の探究の経路を言語化して、タスクを明確にする時間を設けることとした。

また、 τA を進む生徒が、ICTに執着してしまい新たな問いの生成をできなかった。したがって、 τA を全体で共有するタイミングを早めることで、状況を動的に捉えさせることにした。これによって、 τA が全体への支援として機能し、「 $\theta:y$ 軸//ABに注目すると何が分かる？」という問いを生み、 $\tau B \sim \tau E$ の解法に繋がると期待する。

4.2 指導計画とICT利用の可能性

指導計画を立てるとともに、各授業でICT利用の可能性を確認した。ここでは、ICTの利用を数学的な利用に限って記載した。(図8)

指導計画 (全13時)			
第1節 一次関数とグラフ		必要性がある ICT	
1項 一次関数	①タクシーの料金 米子までタクシーで行くと何円かかる？	・原点を通らないグラフ ・比例部分と定数の和の形の関数がある	・インターネット検索
2項 一次関数の値の変化	②③様々な関数の変化の割合を考える 反比例(歯車) 一次関数(音の速さ) 二次関数(自由落下) についての表から、変化の割合を求める	・関数の種類と変化の割合の違い ・変化の割合と平均を関連付ける ・グラフの形と変化の割合の関係を考える	・点をプロットする ・式を入力してグラフをかく ・二点を通る直線をかく
3項 一次関数のグラフ	④⑤レポート 一次関数のグラフと比例のグラフの共通点、相違点は何か。 グラフのかき方	・aやbが異なる場合のグラフの形 ・平行になる場合のグラフの式 ・垂直関係になる場合のグラフの式 ・用語「右上がり」「右下がり」 ・グラフのかき方 ・x軸、y軸に平行なグラフ	・インターネット検索 ・スライダーで数値を変えながらグラフの形をみる
4項 一次関数の式を求めること	⑥二点の座標が分かっているグラフの式を求める ⑦グラフから切片が読み取れないグラフの式を求める	・傾きを求める (変化の割合を求めた後、切片を求める) ・連立方程式を立てる ・拡大と縮小でグラフを捉える	・インターネット検索
第2節 一次関数と方程式			
1項 方程式とグラフ	⑧⑨動点P、Qが長方形ABCDの辺上を動くとき、PQ//DCになるのは何秒後か。	・交点を連立方程式で求めること ・変域のあるグラフ、式 ・方程式のグラフ	・方程式のグラフを作る
2項 連立方程式とグラフ			
第3節 一次関数の利用			
	⑩中線が1点で交わることを座標で表す	・中点の座標 ・2点の座標から式を求める ・グラフの交点の座標を求める ・座標の意味を考える	・多角形の作図 ・中点をとる ・二点を通る直線の式を求める
本時	⑪三角形の面積を求める	・座標を文字でおき方程式を立てる ・座標軸を動かして面積を求める ・相似の考え方でグラフを捉える	・面積を表示する ・長さを表示する ・線分上の点を使って多角形を作る ・平行な線を引く
	⑫⑬	・一次関数とみなす ・統計分野と統合する	

図8 指導計画とICT利用の可能性

5. 授業実践と分析

5.1 授業実践

対象:鳥取大学附属中学校2年

期日:2022年7月2日

問いと図のみを書いたワークシートを配布して、すぐに問題解決の方針をメモするように指示した。最初の机間指導時に、方針を記入できていない8

人に支援し、対話によって何がしたいのかを確認して書かせた。ここで全員が Q₂:「高さ DC はいくら？」を通してることが分かった。

まず、 τA の 5 人は、線分 AB を動かすことができず、そのうち 3 人が方針を変えた。残り 2 人に対して GeoGebra の使い方を支援し、作図によって面積が 10 であるらしいと見通しが立てられた。

タブレットをテレビに繋いで τA の説明をさせた。この説明を基にした対話により、 A° が 10 になるらしいことと、 y 軸//AB に注目すること、動的にとらえることのよさを確認した。

どの生徒も班やペアで考えを共有していた。20 分経過時点で、ワークシートに $\tau B \cdot C \cdot D$ が表出したので、それぞれの解法の生徒を指名して板書させた。

教師から、「解決プランと解決方法を見て回りましたが、全員が AB を底辺として、高さにあたる長さを求めようとしていましたね。」と Q₂ の確認をしてから生徒に説明をさせていった。各説明に対して、教師が τ のキーワードや θ を次のように板書し、問いを解決するためのテクニックを整理していった。

$\tau D: \tau$ のキーワード「比」

$\tau C: \tau$ のキーワード「 A_y 座標 - 2 = B_y 座標」

θ 「AB// y 軸なので」

$\tau B: \tau$ のキーワード「AC 移動・BC 移動」

最後に、AB を底辺とした等積変形を用いた解法プランを立てた生徒を指名して説明をさせた。

まとめは、 θ を意識させるため教師が『今日の解決のポイントをまとめよう』と指示をして、ワークシートを回収した。8 割以上の生徒が「AB// y 軸」と記入しており、教師が板書した θ を書き写しているか、感想を書いて終わる生徒も多かった。

5.2 授業後 研究協議会より

参観者からの意見を列記する。

- ・単元や教科を超えたものを許容する授業者の選択・態度は分かった。
- ・問いの生成が、授業の中では可視化されていない。
- ・領域や単元にこだわらない生徒の様子は現れていたが、生徒が生成した問いが顕在化していない。
- ・教師の授業観が制約になっているのではないか。
- ・始めに生徒が立てた問いを表して、問いが共有できる対象になることが必要。
- ・サブクエスチョンや「なぜそう考えたのか？」を整理する必要がある。
- ・問いを共有することを大切にすれば、教室で、みんなで知識を作ったと実感できる。例えば τB では、「面積を簡単にするには？」など、生徒の持つ問いによって解法が整理できる。
- ・練り上げは、問いを手がかりにして練り上げるとよいのではないか。「どうしてこの解法で進んだのか？」
- ・SRP でどんな知識が生まれたのか見えにくい。
- ・SRP の個人探究をするのは、問題解決型の学習の枠では難しい。
- ・QA マップを作ること問いの広がり分かるのは良い。
- ・子どもたちの問いで学びを組み立てるといふ経験を積むことが必要。

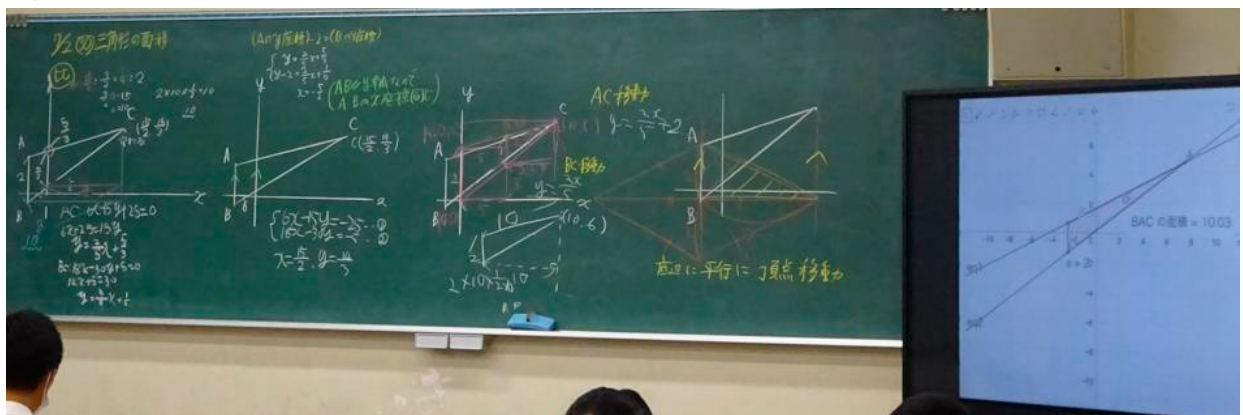


図 9 実際の板書

- ・問いの形で支援をし、問いで整理する．問いを認識させ、問いを残す習慣を作る．ノートにも板書にも問いを残す工夫が必要である．
- ・グルーピングの方法があれば、似ている問いを持つ人同士で集まって考えさせたい．ジグソー法ではなく、問いでグループを組めば、共同研究をするような姿勢が養われるのではないかな．
- ・ τB として発表した生徒の解法は τB とは異なるものだったのではないかな．

5.3 結果と分析

表 8 対象学級における解法と人数

τ ICT	τ 座標軸の移動	$\tau AB=2$	τ 座標の比	τ 相似比面積比
5人いたが3人諦めたので2人 A° の後、取り組み始める生徒もいた．	3人	16人 話し合いで発想を共有した班が2つ	14人	発想なし

授業の最初にプランを書かせる指示が有効に働いており、生徒が目ざすタスクTを教師が理解しやすくなり、予定していた支援をしやすかった．また、 τA を早いタイミングで紹介したことで三角形の面積の変化を動的に見ている発言も聞こえた．

τE は表出しなかったものの、 $\tau A \sim \tau D$ が早く表出した Q_0 は多様な解法を生む問いであることが分かった．

図10は、 τB (座標軸の移動)として発表させたものである．直線を移動させた図と、移動後のグラフの式が書かれており、想定していた図4(τB の様子)であると判断して取り上げた．しかし、授業後の検討会で、生徒の説明を振り返ったところ、 τB ではなく別の解法であることが分かった．

図10を分析すると次のようになる．

Q_0 : 面積を求めよう(図1)

Q_1 : 底辺と高さは?

Q_2 : 高さDCはいくら?

Q_{A2-1} : ABの x 座標は?

$Q_{\alpha 2}$: 変化の割合の差は?

$A_{\alpha 2}$: x が5増えるにしたがって1ずつ差が減る

$Q_{\alpha 3}$: 差2が0になるには x はいくつ増える?

$A_{\alpha 3}$: x は10増える

$A_{\alpha 4}$: $DC=10$

Q_{B2} : $AB \times DC$ を求めると?

$A^\circ: 10$

α で記したものは、授業前に準備したQAマップ(図2)に記載できていなかった問いと答えの往還である．

さらにこれを、プラクセオロジー分析すると、次の表9になる． τ は変化の割合と二直線間の距離の関係についての考察である．これも傾きや切片の見方を充実させることに繋がっているため、目的づけられたSRPの対象として適っている．

表9 $\tau \alpha$ (新しい解法)分析

T	$\tau \alpha$	θ	Θ
DCの長さを求める	変化の割合を使って二直線の距離の変化を表す	一次関数 y 軸//AB	代数

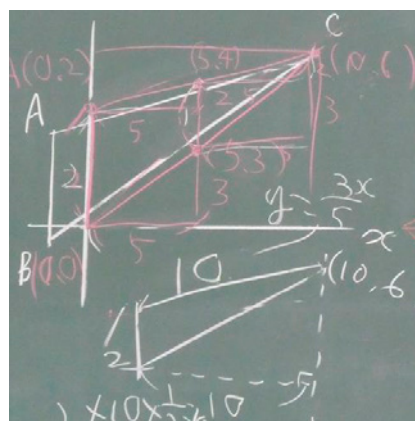


図 10 τB として授業で取り上げた板書

QAマップが全ての探究を表すことができていなかったと判断できる．発表した生徒は、グラフを移動した後に着想したが、発表時には座標軸を消して説明しているため、最終的には座標軸の位置を問題にしていないことが分かる．この生徒が発表しているときに、他の生徒が、「どうして、そんなの思いつく?」と発言している．また、ワークシートに「○○くんのように、面白い方法を見つけられる人はすごい」と感想を書いている生徒もいた．本授業では、練り上げを全体で行う際、授業者が生徒の発表に対し τ のキーワードを板書したが、これでは問いを強調できておらず、次の探究を行う際に他の生徒が探究に進むための手掛かりを練り上げで獲得することができていない．やはり、従

来の問題解決学習と同様の、 τ や θ を整理する練り上げの方向は探究学習の練り上げとしては不適切であることが明確になった。



図 11 τ A 生徒の様子



図 12 τ B $\rightarrow$ A $\rightarrow$ の後、
 τ A に戻って取り組む様子

6. 本研究のまとめ

RQ1: 一次関数単元において、学習者の問いの生成を軸とした探究型学習を設計するとき、多様な解法が生まれる問いの条件とは何か。に対する結論

3.2.ブラクセオロジー分析より、問いのタスク T に AB//y 軸が含まれることが条件である。

ただし、領域や単元を超えた発想を教師が許容する態度が授業の制約に含まれる。

一般的な条件を導き出すことが望ましいが、今回の実践では至らなかった。

RQ2:それぞれの解法にどんな価値を見出すことができるか。に対する結論

3.2.ブラクセオロジー分析に記したテクノロジー (θ) がそれぞれの解法に対応する価値である。授業後に注目した生徒の発想 (図 10) も AB//y 軸がテクノロジー (θ) に含まれている。

RQ3:生徒の問いを軸とした探究型学習における

練り上げの在り方はいかなるものか。に対する結論

問い方を学ぶことが練り上げの目的の一つとして有効なのではないかと考える。従来の問題解決のように、一般化や統合化をしていくだけでなく、問いを整理することで探究の姿勢を意識づけることもできるようになる。具体的には、次のようなものが考えられる。

θ/θ 「なぜ、その発想に至ったのか？」

τ , θ 「どのような要素に注目していたの？」

T「どうしてその方法をとうろうと思ったの？」

着想に至るきっかけや問いの立て方を全体で確認する時間を取ることが必要であると考えられる。ただし、そのような練り上げを経験させていない生徒がそれを言語化することは難しいと思われるので実践を繰り返す必要がある。

本授業後も領域や単元、時には教科を超えた発想が出てくることが増えてきた。教師がそれを許容する態度が生徒の探究を保障することに繋がっていると感じている。時には、その発想を検証したり、論証したりする必要も生まれ、広い探究に繋がっている。ただし、各授業には授業のねらいがあるので、それが薄れてしまわぬように、どこまで広げて取り上げるかの判断は必要である。

図 12 はある生徒の日記である。『最近、知識をつけようとして勉強するのではなく、勉強を楽しむ過程で副産物として知識がついてくるというイメージがあります。ぼくの数学とか、まさにそんな感じかなと思います』とあった。授業のみでなく、自ら進んで数学に触れたり、ふと湧いた疑問に自ら向き合ったりする姿勢が見られるようになっている。

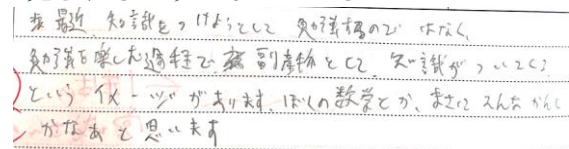


図 12 生徒日記 (2022.10.28)

6.1. 今後の課題

実践授業では、授業者自身も「問いを問う」ということに慣れておらず、通常の問題解決同様の練り上げに向かってしまっている。生徒だけでなく教師自身の意識を変える必要と慣れるまでの実践の必要を感じる。さらに、練り上げを変更した場合の影響についてはまだ不明瞭である。とりわけ、 $T/t/\theta/\Theta$ のいずれについて注目して問うのか、あるいは他の視点で問うべきか、更なる研究が必要である。

参考文献

新井仁(2005)「事象を読み取る力を高める関数領域の指導のあり方に関する研究～グラフを問題解決の道具として～」日本数学教育学会誌第 87 号
 新井仁(2010)「統計資料を取り入れた数学的モデリングの教材開発」数学教育論文発表会論文集
 上嶋剛, 武村康彦(2009)「多様な解決をどう練り上げていくか」鳥取大学数学教育研究
 小田切歩, 渡部優貴(2017)「数学授業での共同開発過程における解法の関連性の検討に通じた

個人の知識の関連付けの促進ー一次関数を用いた事象の数理的考察に焦点を当ててー」教授学習研究第 13 巻第 2 号

加納博之(2019)「数学で地球温暖化の問題を考えてみよう～2 年 関数の学習を通して～」国立大学法人三重大学教育学部附属中学校

黒崎東洋郎(2019)「算数科における真正へのアプローチ CUN 課題の発見へのアプローチ」岡山大学算数・数学教育学会誌第 26 号

葛原秀人, 田中義久(2020)「「一次関数とみる」ことの困難性の解消をし応じた授業構成とその実践」

弘前大学教育学部研究紀要クロスロード第 24 号

古藤怜, 新潟算数教育研究会(1992)「多様な考えの生かし方 まとめ方」東洋館出版社

溝口達也・山本靖他(2013)「関数と方程式Ⅱ 1 次関数と連立方程式」鳥取大学数学教育学研究室

峰野宏祐(2017)「変数を生成・選択する活動を軸にした「桜の開花予想」の指導と再考」日本数学教育学会誌第 99 巻第 9 号

宮川健(2009)「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格～わが国における「学」としての数学教育研究をめざして～」