

問いの生成を軸とした探究型学習(3学年) ～身の回りの事象から関数関係を見出す授業の実践～

岡 孝治

鳥取大学附属中学校 数学科

E-mail: oka_kj@tottori-u.ac.jp

OKA Koji (Tottori University Junior High School): Inquiry-based learning centering on generating questions. (3rd grad) - Practicing classes to discover functional relationships from everyday events -

要旨 — 本研究では、従来行ってきた問題解決型の学習に加え、より自由度のある探究型学習を実現するために、SRP (Study and Research Paths) と呼ばれる学習過程を参考にして授業設計・実践を行い、その成果と課題を分析した。最初の問い Q_0 から生まれた問いの広がりを予測し図にまとめた QA マップを作り、 Q_0 の吟味や、授業後の生徒の活動の分析を行った。その結果、身の回りの事象から関数関係を見だし、自分の思考を振り返りながら、より良い解決法を探究しようとする姿が見られた。

キーワード — 探究型学習, 問いの生成, SRP, QA マップ

Abstract. In this study, lesson design is based on the learning process called SRP (Study and Research Paths) in order to realize more flexible inquiry-type learning in the statistical field, which is regarded as important in the new course of study. Practiced and analyzed the results and issues. We predicted the spread of the questions that were born from the first question Q_0 , created a QA map that was summarized in a diagram, examined Q_0 , and analyzed the activities of the students after class. As a result, they found functional relationships from the events around them, looked back on their thoughts, and tried to find better solutions.

Key words — Inquiry-based learning, generating questions, SRP, QA map

1. はじめに

1.1. これまでの研究について

本校の数学科では、生徒の主体的な学びを促すために問題解決学習に取り組んできた。そして、ここ数年では、生徒の探究を、教師の考える授業の枠組みの範囲内に制限せず、より自由なものにするために「問いの生成を軸とした探究型学習」をテーマとして授業研究を行ってきた。先行研究より、教授人間学理論 ATD (Anthropological Theory of the Didactic) における世界探究パラダイムに基づいた SRP (Study and Research Paths) と呼ばれる探究活動を参考にし、授業設計・実践を行ってきた。この世界探究パラダイムとは、学習者が科学者の態度とされている探究の態度となることを目指すという考え方である。この教授・学習の過程を定式化したものが SRP であり、何を学ぶかは学習者による必

然性によって決まっていくものであるとされている。問題やそれを解決する道具、学習すべき内容など、授業者がすべて設定した中で進められる探究活動ではなく、インターネットをはじめ使えるものは何でも使い、必要なものは必要に応じて学習するといった研究者のような探究活動のことである。この SRP の構造として、次のような段階が見られる。数多くの問いを生み出し、より多くの知識に出会えるような生成的な強い力をもった一つの問い Q_0 (イニシャルクエスチョン) から始まる。この問いに答えるために、考察を繰り返す、いくつかの関連する問い Q_1, Q_2, \dots (サブクエスチョン) が生じる。これらのサブクエスチョンに答えるための回答も生じる。これを繰り返すことで、 Q_0 に対する最終的な自分なりの回答 A_0 を作り上げていく。荻原(2018)は Q_0 に対する最終的な回答 A_0 までの経路を分析するために図に

まとめている。この図を本研究では QA マップとし、授業設計の際に生徒の探究の広がり把握したり、授業後の分析などに用いていく。以上をふまえ、探究型学習の実現に向けて、この SRP を導入した授業設計を考えていく。

1.2. 今回の研究について

学習指導要領の中では、改訂の趣旨として「数学的活動を生かした指導の一層の充実」が示され、日常生活や社会の事象に関わる事象と、数学の事象に関わる過程の 2 つの問題発見・過程が重視されているとある。今回の研究では、単元の中で「関数 $y = ax^2$ 」の単元の振り子の教材に注目することとする。多くの教科書で、単元の活用場面で扱われることが多いものであるが、取り扱い方としては、以下のようになっている。

「周期が x 秒の振り子の長さを y m とすると、およそ $y = \frac{1}{4}x^2$ という関係があります。

(問 1) 周期が 1 秒である振り子をつくるには、振り子の長さを何 m にすればよいですか。

(問 2) 次のような振り子の周期は何秒になりますか。(1) 1m (2) 4m」(啓林館)

「1 往復するのに x 秒かかる振り子の長さを y m とすると、次の関係があります。 $y = \frac{1}{4}x^2$

(問 1) 1 往復するのに 4 秒かかる振り子の長さを求めなさい。

(問 2) 長さ 1m の振り子が、1 往復するのにかかる時間を求めなさい。」(東京書籍)

などがあるが、振り子の長さや周期との間に 2 次関数の関係があることが初めから示された問題となっている。これらの問題を解くことで式を利用して問題を解決していく力をつけていくことはできるが、身の回りの事象を数学の問題としてとらえ、関数関係を見出していき経験は不十分であると考えられる。そこで、今回は実際に振り子の実験を通して、関数関係に注目させていくような授業を考えていく。今回の授業では、探究の場面に SRP を取り入れた活動を行う。

ATD では、探究がどこに行くか事前に決めずに進める SRP を“オープンな SRP”、何らかの教えるべき対象が存在し、それが探究の過程で生じるように設計した SRP を“目的づけられた SRP”と

している。本研究では、後者の“目的づけられた SRP”を考え、その対象は「身の回りの事象から関数関係を見出し、問題を解決すること」である。今回は、単元の活用場面で SRP の授業を行うため、身の回りの事象の中で、これまでの既習の関数との関連を見出せないか、利用できないかという視点で問題を解決していくことが期待される。自分達が実際に実験をして得られた値をもとにするため、その考えが正しいのか、他にも適した関数がないのかというような場面も生まれることが予想できる。また、自分が必要だと考える新たな知識・技能を獲得しようとし、その真偽を確かめるために、理由や根拠を求めていくような探究の姿勢が生まれることを期待している。

2. 授業の実際

2.1. 授業について

本時の授業は、関数に関わる教材「ハイジのブランコの長さ」(松尾, 墓川, 2010)を扱い、2時間構成で実施する。「アルプスの少女ハイジ」に出てくる大きなブランコの長さを求めるものである。ハイジがブランコにのっている映像から、「ブランコの長さはどのくらいだろうか?」と生徒に問い、ブランコの運動を振り子の運動とみなすことで、ひもの長さを求めるためにはどんな値が必要なのかを実験を通して考えさせる。実験で得られた値をもとに、ブランコの長さを求めるためにはどのように考えればよいかを考えさせる。身近にある事象を関数としてとらえ、数学によって問題を解決することができるということを実感させていきたい。また、できあがった値ではなく、実験した値を用いることで探究の場面で、自分なりの結論を出した後に、それを批判的に考察し、よりよい結論はないかというような自らの思考を振り返り、問い返していくような場面が生まれることにも期待していきたい。

2.2. 振り子の実験について

映像を見て、ブランコの長さを求める方法を生徒に自由に考えてもらう。その中で、ブランコを振り子とみなして考える方法を取り上げる。振り子の学習は小学校で学習しており、学習内容を思い出させながら全体で進めていき、ブランコの長さが変わることで何がかわるのかを考えさせる。長さの違う 2 種類の振り子を振ることでその違いに注目

させる。生徒からは振れ幅や揺れる速さなどの発言ができることが予想される。次に振れ幅を同じにする実験を行うことで、揺れる速さが違うことに注目させる。ここで、揺れる速さを一往復するのにかかる時間を周期として表し、考えることにする。今度は全体の前で、重さの違う振り子、振れ幅の違う振り子を振ることで、重さと振れ幅は周期に関係がないことを確認する。周期に関係しているのは振り子の長さのみということに注目させ、ひもの長

さと周期との関係を実験によって調べる活動を行う。長さの違うひものついた振り子 (0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0 [m]) を使って周期を計測する。実験の手順については、誤差が出ないように10往復から平均を出し、1/10秒まで周期を求める。今回は、2時間授業構成であるため、グループ毎に分担しながら、クラスとしての結果をまとめることとする。なお、探究の中で、再度、実験の必要性があれば、いつでも実験できるように準備しておく。

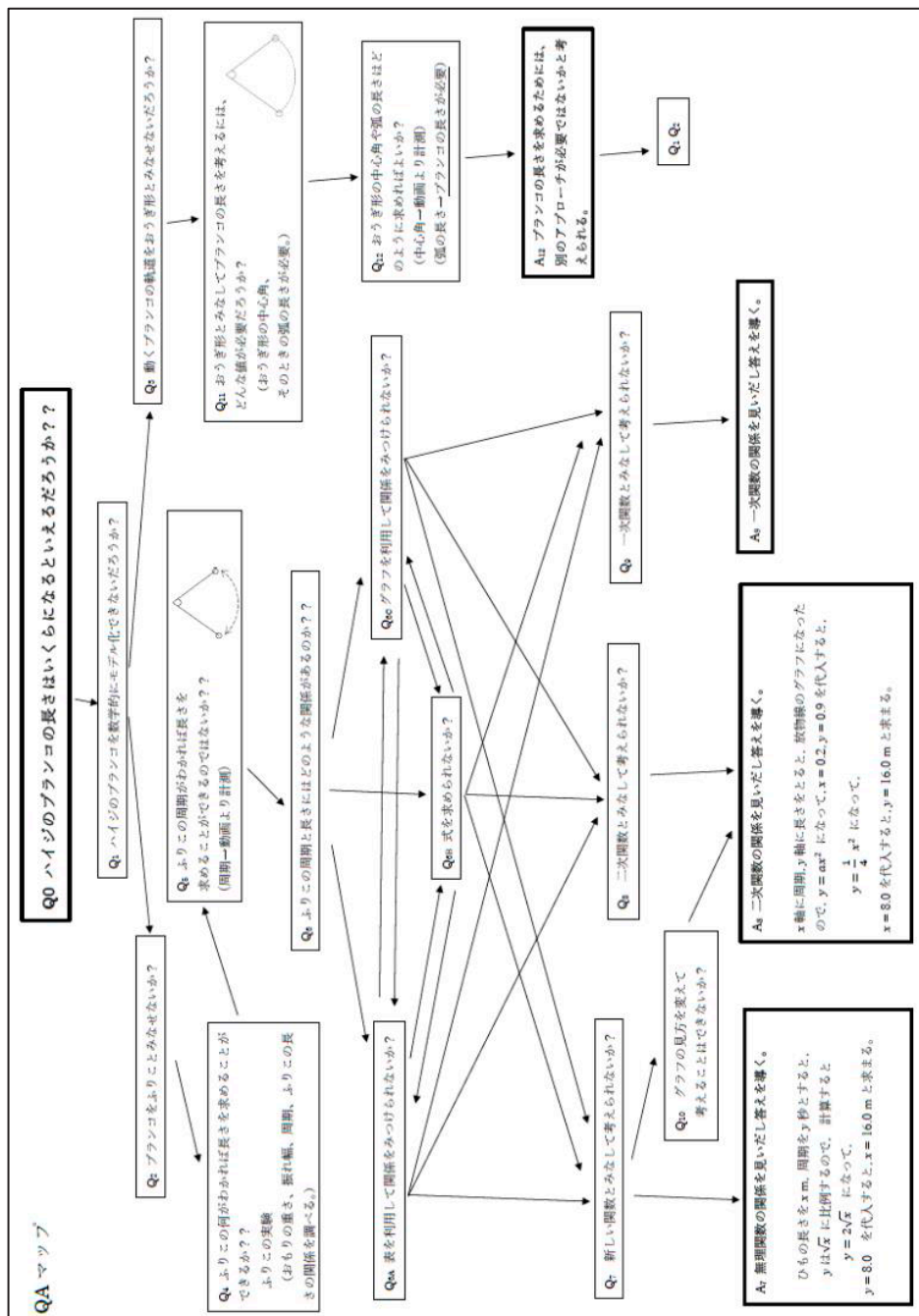


図 1 QA マップ

2.3. QAマップについて

図1に示すようなQAマップを授業設計の際につくり、探究の広がりや予想・把握し、授業後に実際の生徒の活動と照らし合わせ、Q₀の妥当性を検証するのに用いていく。

QAマップでは、Q₀の「ハイジのブランコの長さはいくらになるといえるだろうか？」に対して、ブランコ全体を振り子とみなす考え方Q₂か、おうぎ形とみなす考え方Q₃が出てくるのではないかと予測した。Q₂では、振り子のひもの長さや関係のある値を考へることや実験を通して、周期との関係性に繋がっていく。そして、振り子のひもの長さや周期との関係について考へていく。関係を調べていく手段として、表や式やグラフを用いて関数を見出していく。Q_{6A}～Q_{6C}のそれぞれのルートには互いに関連があり、ルート間での往還も予想される。この往還を通して、どのような関数になるのかを考へていく。グラフにおいて、横軸をひもの長さ、縦軸を周期にすると、今まで学習していない無理関数のグラフの形となる。インターネット等で新しい知識を獲得していくことが予想される(Q₇)。一方で、今までに学習した関数で考へていく場合には、横軸と縦軸を入れかえることで放物線のグラフが現れ、二次関数として考へることもできるようになる(Q₁₀)。また、一次関数とみなして考へていくようなQ₉のような問いも出てくるのではないかと予想される。

3. 授業実践とその分析

3.1. 授業実践について

令和4年の10月に、3年生4クラス137人を対象にして、2時間構成で実践した。

第1時 問題発見→実験→探究(個人探究)

第1時の授業では、ハイジがブランコをこぐ映像を見せ、「ハイジのブランコの長さはいくらになるといえるだろうか？」という問いについて考へた(図2)。「どのように考へればよいだろうか？」と問うと、生徒からは振り子やおうぎ形を考へるというアイデアが出てきた。全体での生徒たちとのやりとりの中で、振り子について考へてみたいという意見から、振り子の実験に繋げていった(図3)。実験結果は表1のようになった。この結果をもとに、振り子のひもの長さや周期にどんな関係

があるのか？という問いを探究していく。一人一人にタブレットを準備し、インターネットや振り子の実験道具など必要なものはすべて使ってよいSRPを取り入れた活動を行った。



図2 問題提示の場面



図3 振り子の実験の場面

表1 振り子の実験結果
(①ひもの長さ[m], ②周期[秒])

クラスA

①	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
②	0.9	1.3	1.6	1.8	1.9	2.3	2.4	2.5	2.7	2.8

クラスB

①	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
②	0.9	1.3	1.6	1.8	2.0	2.3	2.4	2.6	2.8	3.0

クラスC

①	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
②	0.9	1.3	1.5	1.7	2.1	2.2	2.3	2.5	2.7	2.8

クラスD

①	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
②	0.9	1.2	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.7	2.9

個人での探究では、実験結果をもとに表やグラフ

を作って、2つの数量の関係を考えている生徒がほとんどだった。

第2時 探究(グループ探究)→発表

第2時では、第1時で行った個人探究をもとにしながら、グループでの探究の時間をとった(図4)。振り子の関係を自分なりに見つけ出そうとしている場面が多く見られた。今まで学習してきたように、実験で変えた条件である値であるひもの長さを横軸に、得られた値である周期を縦軸とすると、グラフに二次関数とは違った関数が現れ、関係を見つけ出すのに困っている生徒も多く見られた。グループ間でその困り感を共有しながら、新しい見方を考え、問題を解決しようとする場面が見られた。探究後は、いくつかのグループに考えを発表してもらった(図5)。発表後は、ワークシートに自分の探究の振り返りや自他の結論や根拠を比較させ、記述させた。

3.2. QAマップによる分析について

生徒の活動の様子や、ワークシートを確認すると、生徒が自分なりに考えて、結論を出すために主体的に活動を進めることができていたと思われる。



図4 班で話し合いの場面



図5 発表の場面

生徒の探究については、事前にQAマップで考えていたように、振り子と周期の関係について、 $Q_{6A} \sim Q_{6C}$ を関連付けながら、関数関係を見出そうとする生徒が多かったように思われる。また、表やグラフから式を立てようとしたとき、二次関数とは違った関数が現れ、関係性をみつけるのにかなり苦戦していた様子があった。インターネット等を参考にしたり、数学ソフトであるGeoGebraなどを用いたりして、問題を解決している様子があった。生徒のワークシートを見ると、図6では、表を利用し、数量の変化に注目して関係を見つけている。グループでの話し合いを通して、視点を変えて、横軸と縦軸の数量を入れ替えることで二次関数の関係が見出せることに気が付いたグループもいくつかあった。そして、 Q_9 のように、実験の値を1次関数とみなして考えている生徒も見られた。一度結論を出した後も、他により良い方法はないかと自分の思考の過程を振り返ったり、実験値は正しいのかと再度自分達で実験に取り組んでみたりするなど、自分たちの探究を振り返るような場面も多く生まれていたと思われる。図7, 8では、グラフを用いて、それぞれ複数の関数で考え、より良い考え方を探究している。そして、今回の探究の流れとしては、ブランコを振り子として考える流れになっていたため少数となってしまったが、 $Q_3 \rightarrow Q_{11} \rightarrow Q_{12}$ で考えようとしている生徒も見られた。探究の途中で、 A_{12} のように、ブランコの長さを別のアプローチで考えていくことが必要だということに気が付き、探究の方向性を変えて考えていた。振り子とみなす考え方でブランコの長さを考えた後、もう一度、おうぎ形の考え方に戻って、弧の長さを計算し、ハイジのブランコをこぐ速度についても自分たちで新たな問いを作り、それについて探究しようとしていたグループも見られた。

3.3. 授業全体の分析について

1) Q_0 (イニシャルクエスチョン)について

今回の Q_0 は、「ハイジのブランコの長さはいくらになるといえるだろうか?」であり、目的づけられたSRPの活動を取り入れた授業構成であった。2時間構成での授業であり、実験も含めた活動であったため、 Q_0 の提示から、振り子の実験までの流れは生徒たちとのやり取りを通して全体で進めた。

実際に、生徒に自由度のある探究活動はQ6 からとなっており、QAマップ全体の中の一部を焦点化した探究活動になっていたと考えられる。決められた値ではなく、実験を取り入れることで、その結果の真偽を考えたり、自分の活動を振り返る場面も多く見られたので、今後は生徒自身から生まれた問いから、必要だと考える実験なども考えさせていけるようなSRPの授業展開も考えてみたいと思う。

2) ミリューについて

世界探究パラダイムに基づくSRPでは、授業者はミリュー(学習者が何らかの働きかけをすればそれに対し何らかの情報や反発を与えるもの)の一つとされており、生徒の問いが繋がらない場合に支援が必要であると考えている。授業の中では、関数関係を見いだす場面において、生徒のつまづきが多いことが予想されたため、「今まで学習した関数にはどんなものがあったか?」、「関係性を上手く表せるのはどんな関数だろうか?」など問い、答えを出すためのヒントとしてではなく、Q7, Q8, Q10 のような問いを生ませるような支援を状況に応じて行った。また、SRPでは、学習者が探究を行う際には、インターネットや本などの使えるものは何でも使ってよいとされている。1人1台のタブレットを準備し、インターネットの使用をはじめ、数学のソフトであるGeoGebra の使用も可とした。今回の探究では、インターネットを利用した新しい知識の獲得よりも、GeoGebra などを用いて試行錯誤しながら関係性を考えている生徒が多かったと思われる。

3) 生徒の振り返りより

図9の生徒の振り返りから、身近な事象の中にある関数についての驚きや面白さについて多数の感想が確認できた。また、問題解決の際に、他の事象についても関数関係を見出せないかという視点を持って考えることや、一つの考え方だけでなく、色々な見方で考えることが大切であるというような記述も見られた。

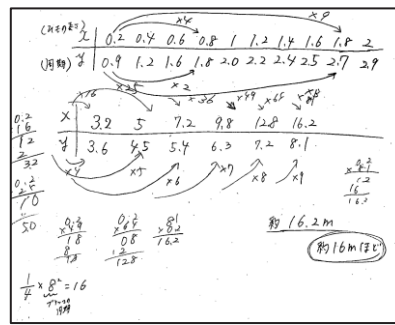


図6 生徒のワークシート①

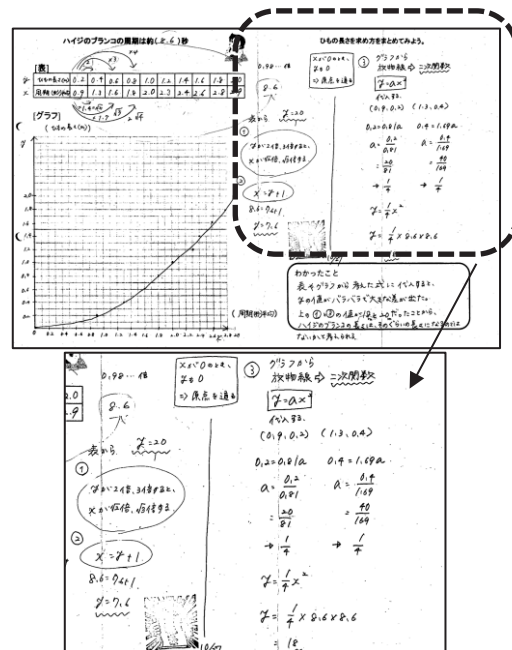


図7 生徒のワークシート②

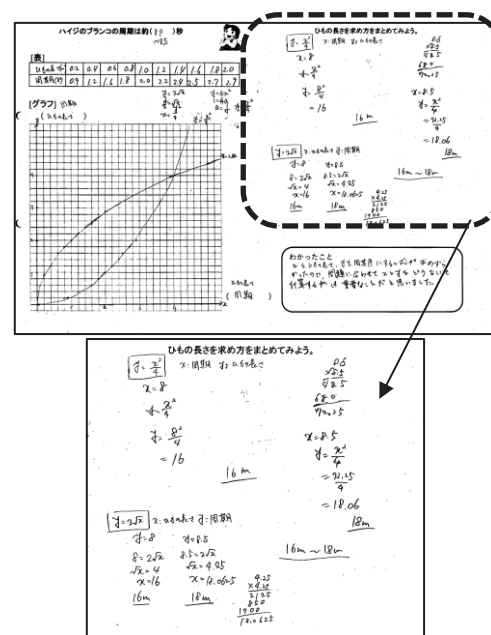


図8 生徒のワークシート③

わかったこと
教科書の「振り子の式」は振り子の長さと同じで書いた
geogebra が使った方が求めるのは難しかった。図1のようが教科書
線に沿って求めるとかきながらとて難しかった。xとyは
並べたら簡単にできるとは思っていたが、考えもつらかった。
この方向の教科書のグラフには、早く求めることができた。

わかったこと
二次関数を使うことで、長さを求める方法
に幅が広がった。思っていたより、振り子の二次関数
には深い理解が必要があることが分かった。
振り子の振り、不規則に数字が増
えていくものは二次関数ではなかった。
よりかと思っていた。

わかったこと
xとyをそれぞれ何にするかによって、グラフが
立てられる式が変わることを分かった。同じ問題
でも何種類も答えがでてきて、おもしろいけれど
おもしろかった。

わかったこと
二次関数で振り子の軸に代わって値、y軸に代
わった値と決めた。今回のように、逆で解
くと式が出て振り子の関係性がわかって、少
し楽になりました。この考えはともなう、振り子の二次
関数で振り子の考えは、振り子の長さで振り
子の長さを決める。

わかったこと
実際に中学生でもできる解き方でハイジのフ
ランコの長さを求めるのは面白かった。フ
ランコの長さかとも長く驚きました。

わかったこと
表やグラフにとらわれず、どちらをxとyにするかを求め
たいこと、グラフの形などから判断する必要があると思
いました。比例定数が求められると、2通りの方法で長さが
求められたので、他にも方法があるかもしれないと思
いました。

図9 生徒の振り返り

4. おわりに

今回、研究したSRPを従来の数学授業の中で導入していくために、授業時間数や評価などをふまえて、探究全体の一部を切り取り、授業で取り扱うこととした。近年では、各学校でICT環境が整い、

1人1台の端末の使用が可能となり、生徒の自由な探究を保障しやすくなっている。年間の学習計画を組み立て、どこにSRPの授業を設定するのかを考えていけば、現在の学校現場でも実現は可能ではないかと思われる。

本稿は、関数に関わる教材「ハイジのブランコの長さ」(松尾, 基川, 2010)を扱って、SRPの理論をもとにした探究型学習の授業設計・実践を行った。現在の教科書の多くは、二次関数の活用で、式を利用して問題を解決していくことが重視されているが、身の回りの事象から問題を発見し、数学の問題としてとらえ、関数関係を見出すような活動ができないかと考えた。与えられた振り子の式ではなく、実験によって得られた関係から、自ら関数関係を見出す授業が実現できたと思われる。活動の中や振り返りの記述の中にも、生徒が自分の思考の過程を振り返って、批判的な考察を行い、よりよいものを生み出そうとする姿勢が確認できた。これからも日々の授業の教材や発問について見直し、問いの生成を軸とした探究型学習の実現のための研究を引き続き行っていきたいと思います。

参考文献

宮川健, 濱中裕明, 大滝孝治 (2016)「世界探究パラダイムに基づくSRPにおける論証活動(1) 理論的考察を通して」, 全国数学教育学会誌『数学教育研究』, 22(2), 25-36.

濱中裕明, 大滝孝治, 宮川健 (2016)「世界探究パラダイムに基づくSRPにおける論証活動(2) 電卓を用いた実践を通して」, 全国数学教育学会誌『数学教育研究』, 22(2), 59-72.

荻原友裕 (2018)『「重心」の知の構成に関する研究 教授人間学理論を視座として』, 鳥取大学数学教育研究, 第20巻, Vol. 20, No. 2

松尾吉陽, 基川裕美(2010), 「2次関数の活用における授業設計—振り子の実験を取り入れた授業を通して—」, 東京学芸大学附属学校 研究紀要 第37集, 109-118

文部科学省(2018)「中学校学習指導要領 数学編」, 日本文教出版