相互作用に着目した「比較・検討」段階の授業構想とその実践的検討

数学科教育教室　笹　田　昭　三
高　木　政　寛*
数学科教育教室　矢　部　敏　昭

Shozo SASADA, Masahiro TAKAKI* and Toshiaki YABE

は じ め に

算数・数学科の問題解決指導では、授業がいくつかの学習段階に区分されて展開していくが，とりわけ，自力解決に委ねる段階と教師と子ども，あるいは子ども同士による集団で高めあう段階が重要であると考えられている。しかしながら，著者らが実践したり，見聞したりする多くの経験をふり返ってみても，集団で解決する段階が豊かに展開された例は極めて少ない。問題を工夫し，自力解決の時間を十分とって子ども達に考えさせ，多様な解決ができるようにするところまでは比較的よく実践され，成功もしている。しかし，その後，子ども達の考えをどのように生かし，高めていくかということになると，これは実際には難しく，教師の力量によるところとされている。

自力解決を主とする段階を問題解決指導の前半部分とし，集団による解決の段階（この部分を以下「比較・検討」段階と呼ぶことにする）を後半部分とすれば，問題解決の指導では，上述のように後半部分の授業構成が難しく，その展開もうまくいかない。著者らの現場での経験（実践・観察）を踏まえながら，その失敗の原因を探ってみると次のような実態が浮かび上がる。

① 自力解決の過程で用いられた子ども達の考えのうち教師の意図にあったものだけを発表させて終わる。

② 一応子どもに発表させるが，その直後「みんなよく考えたね。でも，……君の考えがいいから，この考え（やり方）でやってみましょう。」あるいは，「今日は，時間が足りないね。いろいろな考えがでたけれど……君の考えでするといいね。」などといって，他の考えは無視して授業を終わる。

③ 誤答や素朴な解き方（どちらかというとレベルの低い考え）を発表させておいて，教師はそれらの考えに対して何の解釈も加えずに，「もっと他に考えた人はありませんか。」などと，教師の意図にあった考えが出るまで子どもに問いかけ，やっと出ると「これはよい考えですね。」といって授業のまとめをして終わる。

④ いろいろな考えを発表させ，「どの考えがいいでしょう。」と聞き，教師の意図している考えと

＊鳥取県船岡町立船岡小学校教諭
Department of Mathematics Education, Faculty of Education, Tottori University
＊Funaoka Elementary School, Tottori Prefecture

違っていれば，「ほんとにそれでいいかな。」などといってさらに問いかけて，教師の考えに誘導する。

これらに共通することは，教師が意図した方向に授業を進めていくことに気をうばわれ，あまりにも結論を急ぎすぎている。つまり，ゆとりがないということである。このゆとりがないことの根拠には，一つに，子ども達の思考・論理に対する教師の洞察力と把握力が欠けている点があり，もう一つに，算数・数学の学習における集団の相互作用の重要性と「比較・検討」段階における相互作用の位置付けについて，教師が確かな認識を持っていないことが挙げられよう。

「比較・検討」段階は，自力解決の過程で生み出された子どものさまざまな考えや解決のし方の中から「よりよい考え」「よりよい解決」をみんなで見つけ出していく過程であり，子どもの自主的で協力的な活動が望まれる場である。つまり，数学的な価値の自主的・協力的な追究段階であり，また，子どもの思考を深め，高めるという算数・数学の授業の中で最も大切な段階でもあると考える。このような「比較・検討」段階にふさわしい子ども達の主体的，協力的な学習活動を展開していくためには，どうしてもそれらの活動を促す教師の援助活動が必要であり，また「比較・検討」段階における授業構想を明確にしておくことが重要である。

本研究では，発問･応答過程に見られる相互作用に着目し，子ども達の追究活動がより深まる「比較・検討」段階の学習の場の構成を追求した。相互作用を「コミュニケーション」と「ネゴシエーション」の２つに分け[(1)]，この２つの概念を「比較･検討」段階に位置づけることによって，その段階の授業構想を確立した。また，「共有プロセス」の概念[(2)]を援用して，「比較･検討」段階における授業の記述と分析のための枠組みを構成した。さらに，これらの考えにもとづいた授業の計画と実践を行い，「共有プロセス」の枠組みを活用しての実践的検討を行った。

Ⅰ．算数・数学の授業における集団解決の重要性

問題解決の過程を①問題の理解（問題意識・問題把握）②解決計画の開発③計画の実行④比較・検討⑤適用・発展の段階で考えることにすると，とりわけ①②③⑤は子ども一人ひとりの自力解決の場であり，④は教師と子ども，子ども同士の間でよりよいものを追求していく集団解決の場といえよう。集団解決の場は，子ども一人ひとりが自力解決の場で得た考えを出し合い，それをもとにして話し合う場である。つまり，一人ひとりの考えを比較・検討し，数学的な価値を追求する場である。このような「比較･検討」段階の集団解決（「練り上げ」と表現されることもある）の重要性を心理学や人間関係の育成の面から考えてみたい。

１．心理学的立場からの集団解決の重要性

スケンプは，生徒相互間における討論のもたらす利益を「数学学習の心理学」の中で述べている[(3)]。第一に自分の思考を単に伝達するという行為が，思考過程を明確にする助けとなっている。つまり，言語による適切な記号化（口頭で述べる，あるいは説明する）やその他の記号による記号化によって自分の思考過程を意識化するというのである。第二に討論には，単なる発語思考以上の価値として「他の人々の考え方と自分の考え方とを関係付ける因子がある。」ことを指摘している。つまり，自分の考えを他者に話すことによって，「自分のシェマと他者のシェマの違いがどこにあるかを悟る（「他者の視点から物を見る」）能力をもたらし，そのギャップをうめるにはどんな説明が必要となるかも知らせてくれる。」第三にお互いに思考の内容を高め合うというのが討論のもたらす利点であ

る。さらに興味深いことは，「書く」ことに言及している点である。討論の過程では，黙って相手の考えに耳を傾けることや紙と鉛筆つまり「書く」ことが，後になってアイデアを再検討するのに役立つこと，また，簡単に意見を話すために助けになるというのである。これは，「書く」ことが，討論を活発にし，意義あるものとするために大切な役割を演じているということである。

以上のことから考えると，スケンプは，次のような子どもの活動を引き起こす契機としての討論の重要性を述べているものといえよう。

① 自分の考えた筋道を反省したり評価したりする活動

② 自分と同じ考えや似ている考えを比較しながらいつでも使えるように一般化していく活動

③ 相違点を探すことで問題意識を持ち，それぞれの考えを検討していく活動

④ お互いの考えをよりよい考えへと高め合っていく活動

このような思考の伝達や討論の重要性について，ピアジェもまた，次のように述べ，子どもの論理の発達にとって社会的相互作用が絶対必要であると主張している。

「他人との思考のやり取り及び協力なくしては，個人は彼の操作を一団にして密着した一つの全体とすることは決してないであろう。」[(4)]

また，ピアジェの構成主義の立場をとるC．カミイも次のように述べている。「論理一数学的領域においては，観点の衝突が，子供の推理力をしだいに高次のレベルへと高めるのに役立つのである。それ故に，仲間との相互作用が最大限に尊重されるべきである。」[(5)]

構成主義の立場では，本来，知識の獲得過程においてそれほど伝達に重きをおいてない。しかし，子どもの理解や論理の発達においては，集団による思考の交流が重要であり，不可欠であるとしている。これら心理学の立場から得られた集団解決の重要性に関する考え方は，子どもの理解という面から「比較・検討」段階の展開に貴重な示唆を与えてくれるものである。

2．集団解決としての「比較・検討」段階の重要性

(1) 望ましい人間関係の形成としての「比較・検討」段階

算数科の指導では，算数の知識，技能に関する文化遺産の効率的な伝達及び創造性の育成と同時に人間教育の立場から，共同学習での望ましい人間関係の形成をねらっている。自力解決の場では，一人ひとりの子どもの程度の差こそあれ，子ども達は自分なりの考えを持ち，問題を解決しようと活動を行っている。しかし，一人で考えることだけでは，その解決は必ずしも十分とはいえない。算数の授業の場を通して，お互いがいろいろな考えや意見を自由に出しあって議論し，それらの考えを生かし，よりよい解決方法を学級のみんなで協力し合いながら創り上げていくことが大切になってくる。集団の解決は個性的な一人ひとりの子ども達による協力的かつ相補的な交流のよさを生かした学習活動である。

コープランド（R. W. Copeland）はピアジェの社会的相互作用の必要性についての文を引用する中で，“協力”について次のようにふれている。

「“協力”ということばは注目に値するものである。競争よりむしろ学習過程における協力に強調がおかれるべきである。」[(6)]

集団解決としての「比較・検討」段階は，子ども達の協力的な学習によって成り立ち，望ましい人間関係形成の場としても重要な意味を持っているといえる。

(2) 数学的な態度・考え方の育成の場としての「比較・検討」段階の重要性

集団解決の場では主にどのような数学的な考え方・態度が働くことになるのであろうか。自力解

決する過程で類推や帰納によって答えを求め，その後友達の考えを聞いて演繹的に考え直したり，よりよい解決の方法を見つけるために一般化したり，個々別々の解決の仕方を同じものとして統合したりする活動の場が，「比較・検討」段階＝集団解決の場となる。

このことを踏まえて，特に「比較・検討」段階とかかわりの深い数学的な考え方・数学的な態度を片桐重男氏の分類[7]を参考にして整理してみると次のようになる。

数 学 的 な 態 度	数学的な考え方
○筋道のたった行動をしようとする。	演繹的な考え方
○内容を簡潔明確に表現しようとする。	
（目的に照らして，適切なものをさがそうとする）	一般化の考え方
○よりよいものを求めようとする。	統合的な考え方
（思考や労力を節約しようとすること）	発展的な考え方
（よりまとまったすっきりしたものにしようとすること）	
（異なった新しいものを求めようとすること）	
（より確実なものを求めようとすること）	
（より美しいものを求めようとすること）	

集団解決の利点を生かした「比較・検討」段階は，以上のような数学的な態度・考え方の育成の場としても重要である。

II．相互作用に着目した「比較・検討」段階の授業構想

イギリスのコッククロフト（W. H. Cockcroht）レポートでは「どの段階においても，算数・数学の指導では，１つの要素として教師と子ども，子ども同士の討論がある。」[8]と述べ，算数・数学の授業での討論の重要性を挙げている。また，ピリエーとシュワルツェンベルガーらは算数・数学での討論（Mathematical discussion）を次のように概念規定している。[9]

① 意図をもった会話であること。
② 討論の内容が数学的な内容，あるいはその過程によって現れてきた事柄であること。
③ 話し合いが参加している児童・生徒にとって有益であること。また，その中で，児童・生徒による本質的な貢献があること。
④ 相互作用があること。

ここで強調されていることは，数学的内容の理解に関わる相互作用である。この相互作用に着目して，「比較・検討」段階の授業を構想することとした。

１．授業における相互作用

算数・数学の授業の中で，とりわけ「比較・検討」段階は，教師と子ども，子ども同士が各個人の知識や経験に基づいて創りあげた意味やアイディアを理解し合い，発展させることが中心になる。子ども自らが考え出した解決の方法や結果などの妥当性・有効性についての検討は，他者（教師，

子ども）との意見交換（討論）によって明らかにされ，さらに発展していくことが多い。

一般的に相互作用は，二人もしくはそれ以上の人が，互いに自分自身の経験・知識をもとにして，他者の行為や知識・経験などを解釈し，さらに他者へ働きかけることと捉えることができる。つまり，授業の中での相互作用は，他者（教師，子ども）の行動を自分なりに理解することと，さらに自分の行動がそのことによって変容することをもたらす過程である。実際，授業を見るとき，教師と子どもが自分自身の経験・知識を考慮しながらお互いに文脈を作り，それぞれがお互いに働きかけを行っている。すなわち，教師と子ども，子ども同者は発問・応答といった直接的な関わりはもちろん，間接的にも関わりながら相互作用を行っていることになる。問題解決の過程で，自らの考えを変容，発展させるために必要かつ有効な場としての「比較・検討」段階は，こうした相互作用の繰り返しの総体として考えることができる。したがって，この相互作用という視点から授業を考察することが，子ども達の主体的な活動を促す授業を構想することに役立つと考える。

2．「比較・検討」段階の授業構想

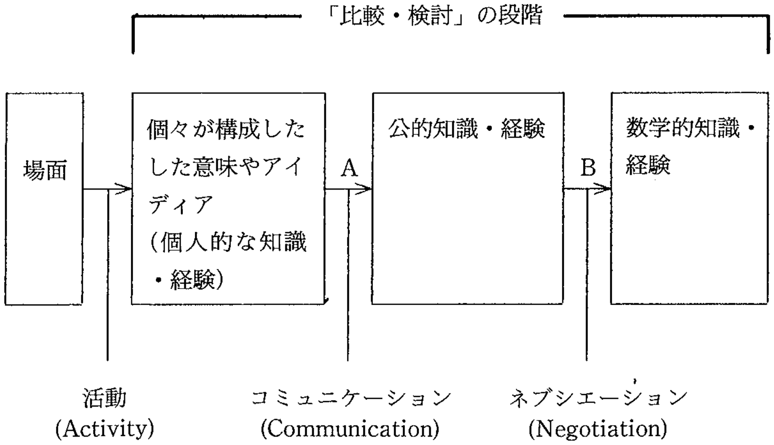
構成主義の立場に立つ研究者達は，学級における教師と子ども，子ども同者の相互作用を重視しているが，この考えに通じるビショップ(A. J. Bishop)は相互作用の方法として，活動(Activity)，コミュニケーション(Communication)及び，ネゴシエーション(Negotiation)を取り上げている。[10]

コミュニケーションとは個々の子どもがお互いに自分の持つアイディアや意味，解決の方法などを説明したり，解釈したりすることによって，それらを共有する相互作用の方法であり思考の交流ともいえる。また，ネゴシエーションは，共有された意味やアイディアをさらに発展させる相互作用の方法であり，教師と子ども，子ども同士の間で行われるやり取りではあるが，ある目標に向かって相互に関わり合うことを強調しているものである。そして，教師が適切に授業をコントロールすれば，教師と子ども，子ども同士のネゴシエーションを助けることができると主張している。つまり，教師がコミュニケーションを制限するようなことがあれば，意味やアイディアの共有もできず，もちろん，ネゴシエーションも起こり得ないという意味で，教師の授業に対する構えの一つとして言及しているとも受け取れる。

さて，以上のようなビショップがいう「コミュニケーション」と「ネゴシエーション」という概念は，授業における相互作用を考える上でも，「比較・検討」段階の授業構想を確立する上でも極めて重要な概念であるといえる。また，人間が，主体的活動で個人的な経験・知識を生み，またそれを他者との交流の中で公的な経験・知識に広げ，さらに科学的な経験・知識に高めていくという学習プロセスでは，ビショップのいう「活動」「コミュニケーション」「ネゴシエーション」が基本的かつ重要な役割を果たしているのである。

「比較・検討」の段階が重要だといわれながら，実際には，算数・数学の授業の多くはこの段階が実に貧弱に展開されている。その原因の多くは，ビショップがいうこの２つの概念が教師によって明確に意識され，区別されていないことからくるものと考えられる。つまり，授業の中における話し合い活動が，「コミュニケーション」と「ネゴシエーション」の混在により，その適切な順次性と交流の成熟がなされていないということである。

そこで，授業における有効な相互作用を生むため，ビショップの考えを援用し，これを「比較・検討」段階に位置づけ，次の図式で示されるような「比較・検討」段階の授業構想を立てた。



また，指導のあり方の一方策として，「比較・検討」段階を２つのステップに分け，Ａを「相手をわかる場」，Ｂを「よりよい解決方法を見つける場」とした。

「比較・検討」段階の学習が有効かつ意味あるものにするためには，Ａ→Ｂの順次性と各ステップＡ，Ｂにおける交流活動がそれぞれの意味で成熟していることが重要である。これらについては，３で論述する。

３．「比較・検討」段階における話し合いの観点と留意点

「比較・検討」段階での授業を展開していく上で，次の２つのステップにわけて指導を行うことを考えた。

比較・検討
- 相手をわかる場（それぞれの児童の考えを検討する：考えの確かさや根拠の確認と理解）
- よりよい解決方法を見つける場（ある観点から児童の考えの相互関係を検討する：よさの追求）

(1)　相手をわかる場での話し合いの留意点

相手をわかる場では自力解決したことの発表を聞き，質問をすることでそれぞれの考えを理解することになる。このとき，整合性ともいうべき立場から児童の解決が論理的に筋道立っているかを調べる（検討する）ことになる。指導にあたっての留意点をBishopとGoffreeの「基本原則」（詳しくは(3)に述べている）を参考にして次のように考えた。

【留意点】
・どのような考えも認める。
・自分の考えを図や絵などを使って説明する。（確かめる）
・自分の解決のもとになっている考えや特色を話す。

・もとになっている考えに矛盾や誤りはないか検討する。(質問する)
・意見とそれを言った人とを切り離して考える。

(2)　よりよい解決方法を見つける場での話し合いの観点と指導上の留意点

よりよい解決方法を見つける場は，児童相互に認められた考えや修正された考えを，それぞれの観点と関係付けながら検討を加えていく場であり，よさの追求をしていく場でもある。したがって，関係付ける観点はよさを追求する活動（数学的な態度）を起こすものでなくてはならないだろう。その意味で次のような観点と留意点を挙げた。

【関係付ける観点】
・わかりやすいもの（明確性）………より確実なものを求めようとすること
・より簡単なもの（簡潔性）………思考や労力を節約しようとすること
・広く使えるもの（一般性，発展性）
　（他の場合でも考えがあてはまる）
　（いつでも使える）

【指導上の留意点】
・出された考えの相互の関係を吟味する。(共通点，相違点)
・例を挙げて説明する。
　（類似な例，身近な例，あてはまらない・成立しない例，特殊な例）

(3)　ネゴシエーションのための基本原則

算数・数学の指導にネゴシエーションを取り入れるために学級での話し合いのルールと同様なネゴシエーションのための「基本原則」について，BishopとGoffreeはつぎのように述べている。[11]

①自分の意見をみんなに述べよ。
②他の人にも意見を述べる機会を与えよ。
③他の人の意見を尊重せよ。
④もしだれかの理解ができなければ質問せよ。
⑤もしある意見が何らかの点で不適切であると感じたら，異議を唱えよ。
⑥自分の意見について理由を述べよ。
⑦意見とそれをいった人と切り離して考えるようにせよ。

さらに，上の「基本原則」に加えて，次の「指導方略」を与えている。

①質問をし，質問を求めること。
②理由を述べ，理由を尋ねること。
③明快にし，明快にすることを要求すること。
④類似なことを上げ，類似なことを挙げるように求めること。
⑤記述し，記述するよう求めること。
⑥説明し，説明するよう求めること。
⑦例を挙げ，例を挙げるように求めること。

算数・数学の問題を解決しようとするとき，教師や子どもがこれらの「基本原則」「指導方略」を意識し活動することは，数学的な経験・知識への発展の機会をより生じさせることになる。子ども達にこれらのことを習慣化させる意味でも指導上考慮しておく必要がある。

III.「比較・検討」段階における相互作用と共有プロセスの枠組み

IIでは，学習における社会的相互作用の重要性に着目して，「比較・検討」段階の授業のあり方を考察した。この章では，学習における相互作用を分析し，「共有」「共有プロセス」という概念を導入することによって，「比較・検討」段階における授業を記述し，分析するための枠組みを考える。

1．相互作用と共有の概念

最初は子ども一人ひとりの個人的な経験・知識であっても，教室の中で教師と子ども，子ども同士のやり取りを通して，共通に認められた公的な経験・知識が得られる。そして，それをもとにしながら，また新しい何らかの共通な知識や経験を子どもが創り出す。このような授業の場合，それが途中であろうと終わりであろうと，子ども達は，相互作用によってお互いにある程度共通な経験や知識を獲得する。教師もまた，授業の目標達成とともに，子ども達との間に共通の何かを捉えているのである。お互いの経験や知識にもとづいて判断し，共通の経験や知識を創りながら，さらによりよいものへと発展させている。熊谷氏は，この過程においてお互いの共通の理解に着目する共有の概念を重要視している。そしてまた，この共通の知識・経験をつくりだす過程において，共有するということは「次の相互作用を行うことが可能となるような基盤を確立することである。」(12)と捉え，相互作用を分析している。つまり，共有することを相互作用の相として，授業を考察する枠組みを考えているのである。

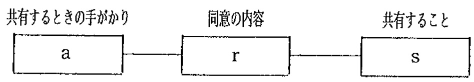
このように，教師と子ども，子ども同士の相互作用を共有の繰り返しとして捉え，分析の枠組みを考えることは，子ども達が，討論によって数学的な経験・知識へと高めていく授業を構成し，創造していく上で，発問や教材分析等の教師の授業に関わる行動に重要な示唆を与えてくれるものと考える。

2．共有プロセスによる授業分析の枠組み

(1)　共有プロセスの単位について

熊谷氏は論文の中で，共有プロセスという概念を導入することによって授業の基本モデルを構成し，それをもとに授業の分析，修正を行っている。共有プロセスを，共有が成立するまでの教師と子ども，子ども同士の相互作用として捉え，次の３つの要素で表し，図１のように表現している。(13)共有しようと目指しているものを「共有すること；ｓ」共有することに関係付けられている経験・知識を「同意の内容；ｒ」そして，子ども自身の経験・知識，またはそれらを得る活動が「共有するときの手がかり；ａ」である。例えば，「問題解決場面であれば，ある問題が提示され解決がなされることを想定すると，問題の解決の結果が共有することとなり，解決の方法が同意の内容，そして，個々の子どもが問題へ最初にとり組んだときの経験・知識が共有するときの手がかりとなる」(14)としている。そして，算数・数学の授業では，このような共有プロセスを通して，同意の内容や共有することの関係が変容し，公的そして，数学的経験・知識へと変容していくと考えている。

（図１）

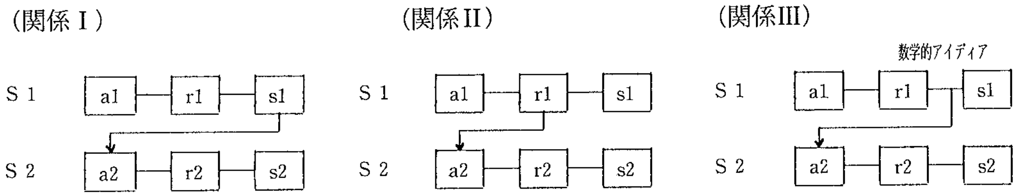


(2)　共有プロセスの関係と分類

熊谷氏は，授業を記述する中で，共有プロセスを次のように問題構築プロセスと問題解決プロセスとに分類し，以下の図のように表している。[15]

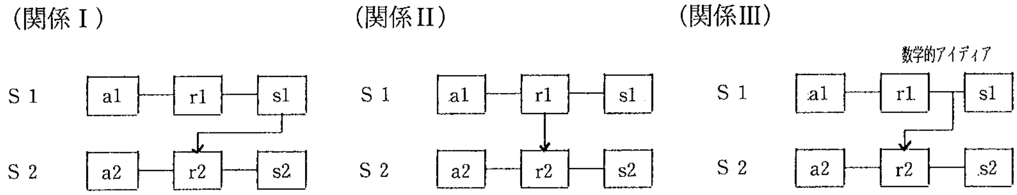
①　問題構築プロセス

先行する共有プロセスがすぐ後に続く共有プロセスの共有する手がかりに影響を及ぼす場合の類型を問題構築プロセスと呼び，先行する共有プロセスはすぐ後ろに続く共有プロセスで問題を作り出すという働きをしている。



②　問題解決プロセス

先行する共有プロセスが，後に続く共有プロセスの内容に影響を及ぼしている場合の類型を問題解決プロセスと呼び，先行する共有プロセスが後に続く共有プロセスにおける問題解決に貢献している。



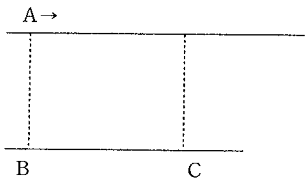
Ⅳ．共有プロセスによる「比較・検討」段階の実践的検討

実際に授業（船岡小学校5年2組23名）を行い，共有プロセスの枠組みで「比較・検討」段階を記述し考察して，その修正モデルを作成した。

【単元と授業の内容】

単元：面積（三角形の面積）　5年

問題　ＢＣを一定にして点Ａを図のようにＢＣに平行に動かすことによってできる三角形の面積を求める。



（第1時）　一般三角形の求積を考えるために特殊化した直角三角形で考えてみる。

（第2時）　直角三角形の求積の仕方で他の三角形の面積も求めることができるか，それぞれで三角形をつくり検討する。

1．共有のプロセスを使った「比較・検討」段階の計画とその視点

授業前に次のような視点で「比較・検討」段階の計画を立てた。

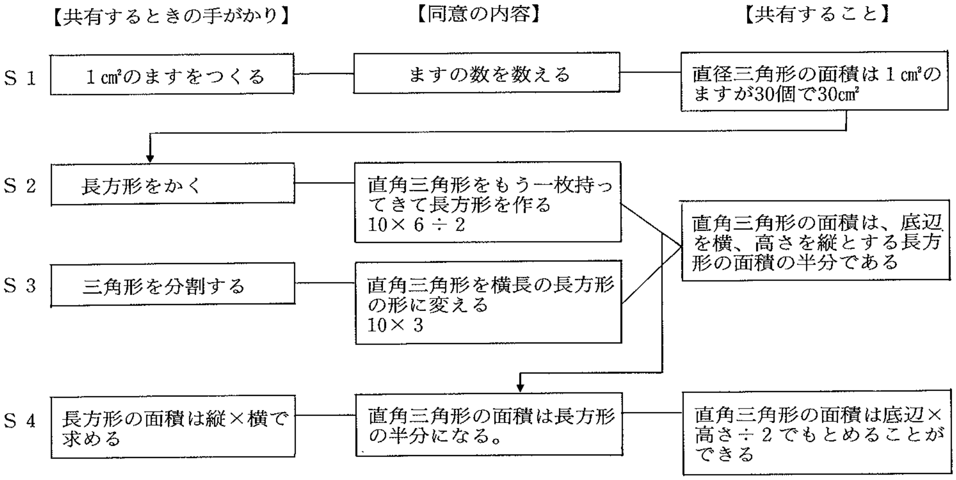
・共有することは，教師と子どもあるいは子ども同士が共有しようと目指しているものであるから，計画の段階では，授業の目標とそれを達成する段階の目標とを加味して計画を立てた。

・問題構築プロセスの関係Ｓ１，Ｓ２，次に問題解決のプロセスの関係Ｓ３，Ｓ４を考慮して計画を試みた。

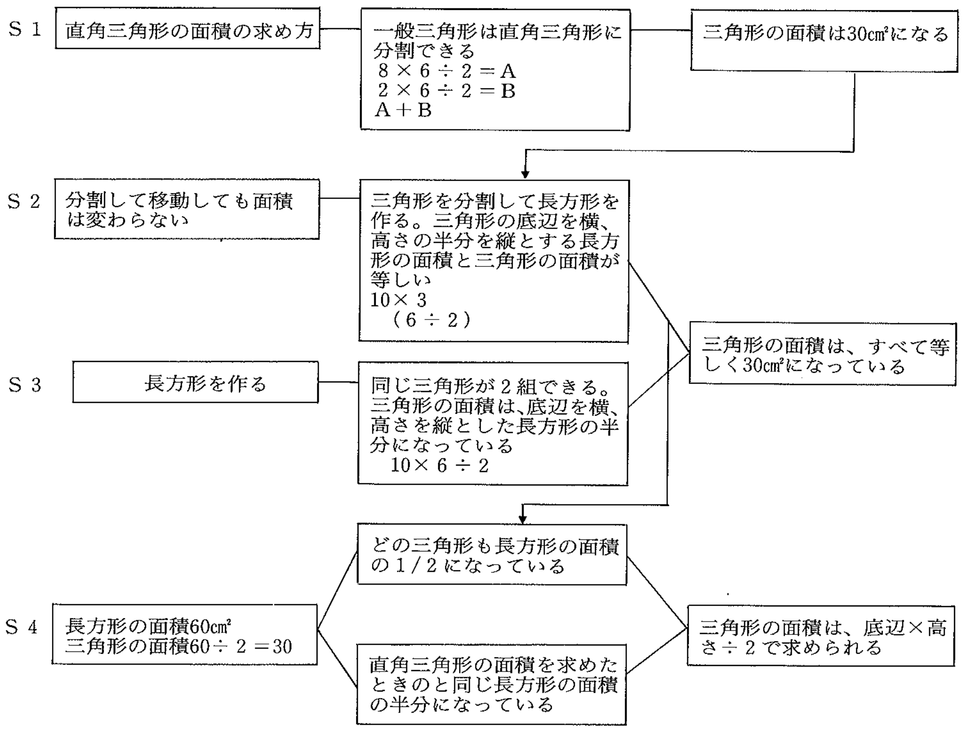
・第２時においては「直角三角形の求積方法が一般三角形でも使えるか。」の検討であるために問題解決のプロセスの繰り返しと考え，その枠組みで記述し計画を立てた。

授業前のモデル（三角形の面積）

【第１時】



【第２時】



２．第１時の共有プロセスによる授業の記述と考察

１での共有プロセスに従い実際に授業を行い，そのプロトコールをもとにして共有プロセスの記述を行った。さらに授業の考察も行った。

次に示すのは，点Aを移動してできた直角三角形の面積を求める問題で，自力解決後の「比較・検討」段階のプロトコールとその相互作用の様相を共有プロセスを用いて表した図である。

(1)　第１時のプロトコール

授業記録（12/７）；船岡小学校５年２組

【自力解決後の話し合い】

T；久典くんが困っていたので，そのことから話しを進めてみたいと思います。

C；ここは，ちゃんと四角になっているけれど，ここはちゃんと四角になっていないから数えれるところと数えれないところがあって，困りました。

T；久典君はどんな考えをしたのだろうか。

C；久典君は，ますを数えてその数を数えようとしたんです。

T；ますと言うのは何ですか。

C；１㎠です。

T；困ったのは，なぜですか。

C；数えられないから。

C；下は四角になっているけれど，上のほうが中途半端になってしまって数えるのがうまくできない。

C；全部がま四角の正方形だったらいいんだけれど，ま四角になっていない。

T；和也君はそこで考えたんです。では，和也くんの考えを聞きましょう。

C；説明します。(画用紙にかいた図で)ま四角になるようにかんがえてみて，それが全部で60個あったから直角三角形の面積を）60㎠としました。

C；質問があります。

C；それは四角形の面積ではないですか。

C；この問題は，三角形の面積を求めるんだから，長方形の面積ではいけないと思います。60㎠は長方形の面積です。

C；和也君は，この三角形の問題なのに，くっつけて三角形を２つかいて四角形にしている。だから，数が大きくなってしまって本当の三角形になっていない。この三角形の面積は同じだから，それを全部合わせて60とでたんならこれを２で割ったら，これだけ（直角三角形の面積）の面積がでてくるから，60÷２＝30で答えは30㎠になります。

T：これではできないから，全部出してみよう，数えられるようにしてみようとしたのですね。１㎠の正方形をもとにして考えようとしていることは素晴らしい考えですね。

T；でも，このようにして考えると，いちいち１㎠のますを作らないと大変ですね。もっと簡単に求められる方法はないかを考えてみたいと思います。

（指名して，説明を聞く）

C；ぼくは，最初にこの三角形と同じ三角形を考えて，長方形を作って，その面積は６×10で60㎠として，三角形の面積はその半分だから，２で割って30㎠としました。

T：青木くんの考えを代わりに説明してください。

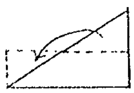
C；ほんとうは，この直角三角形を求めたんだから，長方形の半分にしています。

いいですか。

C；いいです。

T；他の考えを聞いてみてほしいんだけれど。２人で一度にでてくるからよく見て考えて質問してください。

C；この三角形のままでは，計算しにくいからこの三角形を半分に分けて，さらに長方形にしようと思って，こうして，回して長方形にして，長方形が出きたら，後は公式を使えばいいので，ここは６cmになって，これの半分だから３cm，だから３×10で30㎠としました。



T；三角形のままでは面積がでないから，長方形に形を変えてみようと考えたんですね。

T：では，あづささんの考えはどうかな。聞いてみましょう。

C；どうせ，半分になるんだったら，わたしも初めに，長方形の面積を10×６で60とだして，その半分を知りたいんだから，60÷２で30㎠としました。

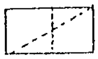
C；もう一度説明してください。

C；このようにでどうせ半分になるんだから，でもいいから，ここでもいいと思って，60÷２で30としました。

C；それじゃあ，長方形になっているんじゃあないですか。今は，三角形だのに，この考えは，四角形を考えているから問題が違うと思います。

C；直角三角形も半分なら，この長方形も半分だから，これでもいい。

T；直角三角形とこの半分の長方形と比べると，等しければ長方形の面積の半分でいいことになる。では，この２つは面積が等しいだろうか。



C；沈黙

C；じゃあ説明しようか。図を使って，この三角形の部分を切って持ってくると，長方形になる。

T；この縦は

C；６cm

T；よこは

C；10cmの半分だから５cm

T；面積は

C；６×５で30㎠

T；やっぱり半分になっていますね。

T；こんなふうにして考えてくると，直角三角形の面積は，何を使っていますか。

C；長方形です。

T；公式を作るとどうなりますか。

C；長方形÷２でいい。

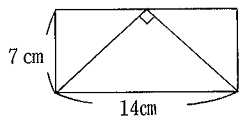
T；どんな直角三角形でもこの公式で出るだろうか。自分で直角三角形をかいて，面積を求めてみよう。

(2) 第1時「比較・検討」段階の共有プロセスによる記述

「三角形の面積（5年)」授業の記述

	【共有するときの手がかり】	【同意の内容】	【共有すること】
S 1	三角形の中に1cm²のますをつくる	ますの数を数える	直角三角形の面積は1cm²のますが30個で30cm²
S 2	長方形にすると1cm²のますがならぶ	長方形にできるますを数えて半分にする	長方形では1cm²のますが60個、直角三角形はその半分で30個で30cm²
S 3	長方形をかく	直角三角形をもう一枚持ってきて長方形を作る 10×6÷2	直角三角形の面積は、長方形の面積の半分になっている
S 4	三角形を分割する	直角三角形を横長の長方形の形に変える 10×3 直角三角形を縦長の長方形の形に変える 5×6	直角三角形の面積は、底辺をよこ、高さを縦とする長方形の面積の半分に等しい
S 5	6×10÷2で直角三角形の面積は求められる	直角三角形の面積は長方形をもとにして、その面積を半分にするば求められる	直角三角形の面積はたて×よこでもとめることができる

各自が自由に直角三角形を作って面積を求める



の三角形の面積は何cm²か。(M児の疑問)

S 6	直角三角形の求積公式	直角三角形に分割してそりぞれの面積を求める方法	直角三角形の面積は49cm²
S 7	長方形に変形する	直角三角形の面積は49cm² 直角三角形の面積は長方形の半分	直角三角形の面積は7×14÷2で49cm²となる

(3)　第1時「比較・検討」段階の授業の考察

・S1の共有プロセスの単位の不成立

1㎠のますを作るという既習の経験を使い，直角三角形の面積が30㎠であることを共有しようと目指しているが，「ます目を数えることは困難だ」ということで結局は共有されずに終わっている。しかし，操作が複雑であるとか，難しいとかの困難に直面したために，次の問題構築へと進んだと考えることができる。つまり，困難さに直面したことで，長方形を考えることに気付き，倍積変形のアイディアが生み出されたと考えられる。

・教材の内容とレディネス

S4では，同意の内容の2つとも子どもによって説明されているものの共有されたかどうかについては疑問が残る。それは，説明だけで，子ども達の間で議論がされていない点である。また，子どもの発言「今は、三角形なのにその考え方は四角形を考えているからおかしい。」にみられるように，面積の保存性の素地ができていなかったことが原因であったとも考えられる。この単元にいたるまでに，共有の手がかりとして，「分割，移動しても面積は変わらない」という面積の保存性についての経験が必要である。

・「思考の困難さ」からくる問題構築のプロセス

S1とS2の関係が問題構築プロセスであるのは，解決が複雑であったり，困難であったりする場合に，新たな手がかりを模索しようとした結果である。

このように，問題解決が不十分であったためにその後では，新たに問題を構築する必要が起こったものと考えられる。そして，S2の同意の内容はS3の同意の内容「直角三角形をもう一枚持ってきて長方形を作る」に影響を与え，S3の共有プロセスを成立させることになったと考えられる。思考が行き詰まったり矛盾が起きたりすることによって，問題構築プロセスそして問題解決プロセスへとつながった。

・共有することの変容

「共有すること」を考えてみると，「比較・検討」段階での学習の進み方を捉えることができる。最初は，「方眼」を使うことから「倍積変形・等積変形」のアイディアを使い「直角三角形の面積が長方形の半分である」ことを発見し，さらに，公式へと発展させ一般化をはかっている。このように，子ども達の思考の数学的な経験・知識への変容をみることができる。しかし，S5は，ほとんどが教師の手によって誘導的に進められ，S4からの影響はあまり無かったと考えてもよい。子ども同士のやり取りによってS5が成立するためには，何らかの教師の関わりが必要になってくるものと考える。

・教師の発問の内容とその時期

S3からS4への関係は，教師の「他の考えを聞いてみて欲しい」という指示的な発問によって展開している。また，ここで共有がされたかどうかについては，前述したが，S5の共有プロセスが成立するためには，教師の発問が大切な役目を果たしていると考えられる。ここでは，S3とS4を「似ている考えは」といった，個々の考えの関連性を検討する発問が必要となってくるだろう。そして，そのことによって，もう一度全体をふり返る活動を子ども達自らが行っていれば，子ども同士の力で「直角三角形の面積は長方形の半分である」ことに気付いただろう。子どもの自主的な活動を促すためには教師の発問がどうしても必要になってくる。

3．修正モデルの構成とその視点

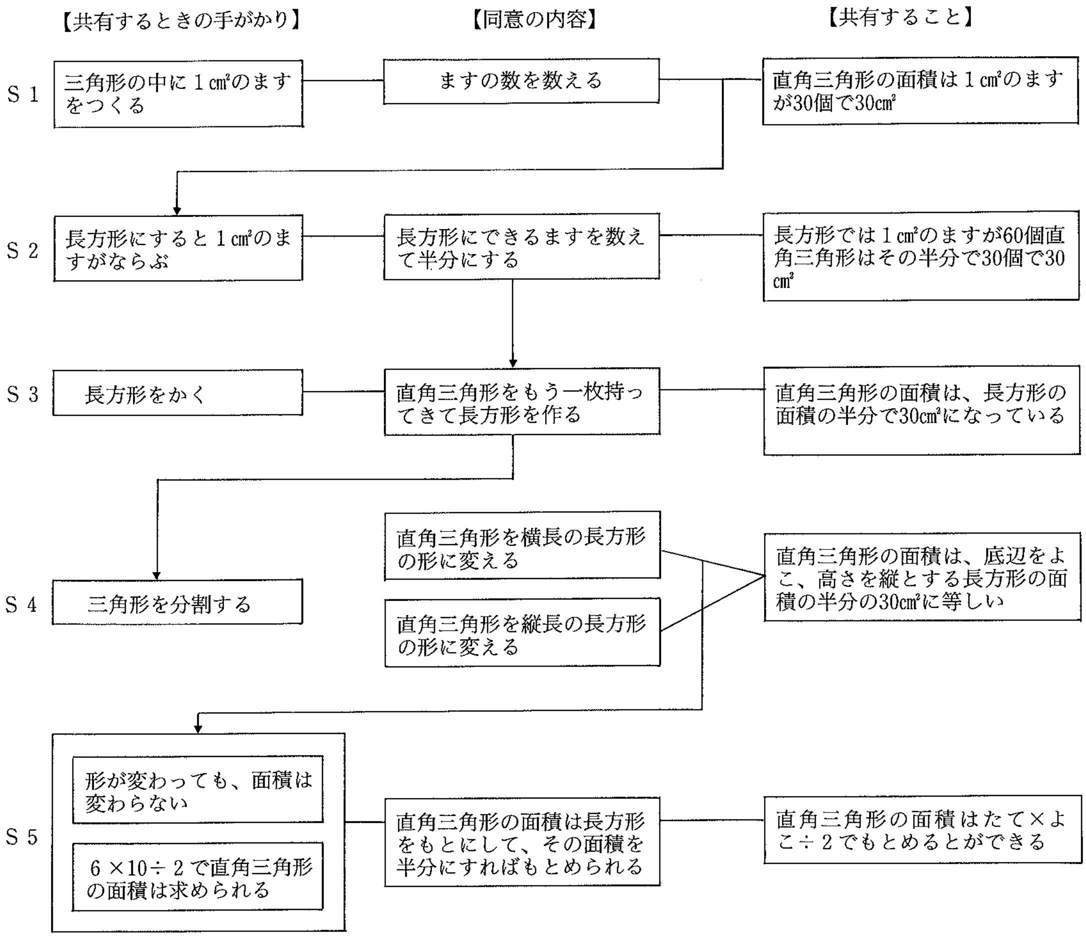
授業の記述の考察を基に共有プロセスの枠組みの修正を行った。

・子ども達の既習の経験である「面積の保存性」についての理解は，5年生のこの面積の授業にいたるまでに認識されていなければならない重要な概念であることがわかった。このことを考慮にいれて，修正モデルを作成する。

・教師の関わり方について，発問を考えながら共有プロセスを修正する。

授業の修正モデル（三角形の面積（5年））

【第1時】



《参考》

4．第2時のプロトコールと共有プロセスの記述

第1時と同様に授業分析の考察と授業モデルの修正を行っているが，ここでは第2時のプロトコールと共有プロセスによる記述のみを示すことにする。

T；みんなのかいた三角形の面積は長方形の半分になっているだろうか。

C；ぼくは，直角三角形のときのように折ってしようとしたけれど，合わなかったのでここのところを切って合わせてみたら，もとの三角形に重なって２枚できました。だから長方形の半分になります。

T；じゃあ，式を作ってみようか。

C；10×６÷２

T；答えも30で60㎠の半分ですね。

T；もう一人，幸栄さんの考えを聞いてみましょう。

C；わたしは，ここの所に高さをかいて，半分に切って，半分から上を下にもってきて長方形の形にしました。

C；真ん中に線をひいてここの三角形をもってきたら(図を動かして説明をする）長方形になります。

T；計算で確かめてみましょう。

C；10×３＝30

C；３×10＝30で60㎠の半分になっています。

T；確かに計算をしても長方形の半分になっていることがわかりますね。

T：もう一人，形の違う三角形で説明してもらいます。

C；わたしは，久典君と同じ考えで，三角形で２つできたので，やっぱり長方形の半分になりました。

T；ところで，先生も考えつかなかったことを青木君が考えています。聞いてみましょう。

C；この三角形の面積を求めようとして，ここに線を引いて四角形を作って，ここを切って持ってきて，長方形にしてから長方形の面積を求めて半分にしました。

T；青木君は，この三角形を考えたんだね。

C；（ほとんどの子ども達がわからない。）

T；考えてみたいですか。

C；はい

C；この三角形のままでは計算しにくいから，平行四辺形にして，平行四辺形のここが余分でいらないから，このすき間に持ってきてたら正確な長方形ができる。この長方形は，６×10で60㎠それを２でわらないと三角形の面積にならないから，60÷２で30㎠になった。

C；三角形のままでは面積がでないので，長方形にしているんだと思います。

C；はしを切ってもうまく長方形にはならないと思います。

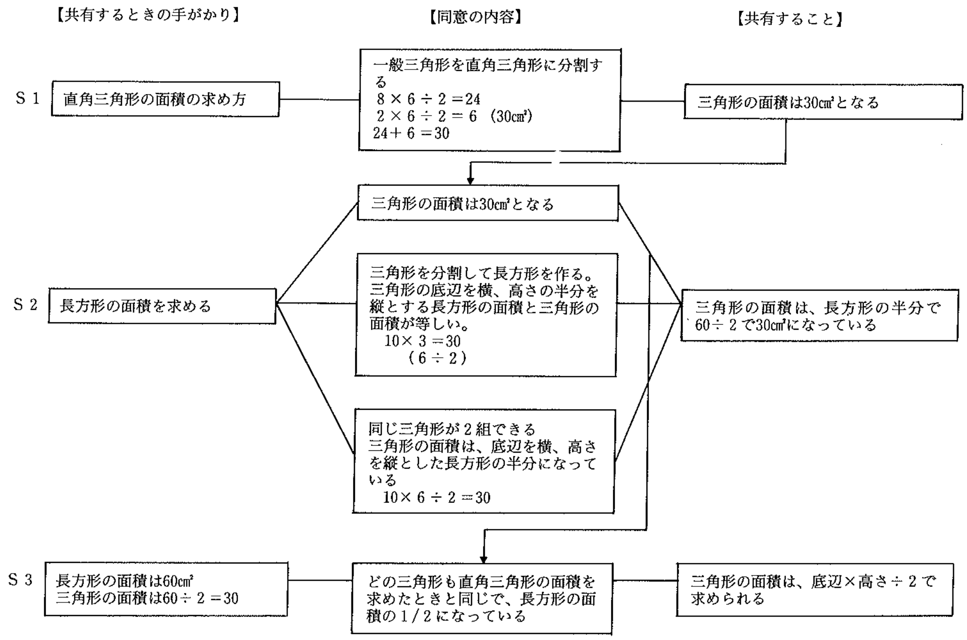
T；切って確かめてみようか。(切って移動してみる。)

T；どの考えを見ても，三角形の面積は長方形の半分になっていますね。底辺と高さを使って公式が作れないだろうか。

C；底辺×高さ÷２

T；長方形の面積もたてとよこの長さを使って表していたけれど，三角形の面積も底辺と高さを使って表すことができます。これからは，この公式を使って，三角形の面積を求めていくと便利ですね。

〈第２時の共有プロセスによる記述〉



5．まとめ

・共有プロセスを考えることによって，子どものアイディアをもとにした授業を構成することが可能になる。

・共有することを授業の目標との関連で組み立てていくときに，発問の内容やその時期についての示唆が得られた。

・教師と子ども，子ども同士がどのように相互作用をしているかを考察することによって，場当たり的であった「比較・検討」段階を計画的に扱うことができる。例えば，前述した教師が指導上配慮しなくてはならない発問についてのみならず，子どもの理解を記述することで，教材を扱う上でのレディネスについても示唆を与えてくれる。

・しかし，記述がかなり複雑であり，今後，簡素化する方法を考える必要がある。

V．共有プロセスを使った協力的な学習の実践的検討

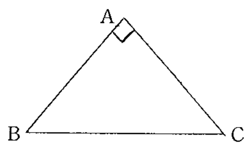
第1時の導入問題の解決後,「問題で扱った直角三角形とは形の異なった他の直角三角形でも，その面積は長方形の½で求められるだろうか。」の問いに対して，子ども自らが問題を作り確かめる活動を行った。教室の中で，一人の子どもが自分の作った直角三角形の面積が求められなくて悩んでいたとき，席を隣にする子ども達がその解決に加わった。隣の子ども達はそれぞれ自分の直角三角形について解決していた。自然発生的に生まれた子ども同士の協力的な学習である。この状況を共有プロセスの枠組みを使って記述することを試みた。子ども同士の相互作用を個々の子どもの立場で検討することで，その子どもの思考の進展する様相，また，その契機となるものが指摘できると考えたからである。

1．３人の話し合いの状況とその記録

以下の記述は，授業後に３人の話し合いの様子をインタビューして記録したものである。

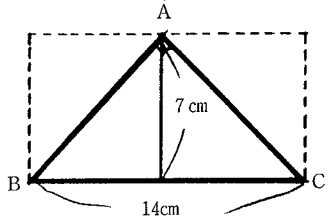
〔M児の疑問の起こりとその経緯〕

M児：とにかくどんな直角三角形でも長方形の半分で面積がでると思った。先生が授業の初めに点Aを動かしたので，どこかで直角三角形ができるような気がした。ちょうどそばに直角三角形の定規があったので，それを使って直角三角形をかいて考えてみた。(右図)



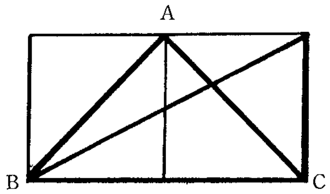
M児は自分の作った直角三角形の面積がいくらになるのか解決できないで困っていた。そこへ隣の席のS児，Y児が加わって話し合いが始まった。(自然発生的な３人のグループでの話し合い)

M児：



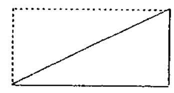
点Aから高さを引いて測ったら７cmだった。底辺は14cmだった。つぎに，かいた図を回してみた。けれども分からない。その後，長方形（点線）を作ってみた。
(隣の席のS児が相談にのった。その時点でのS児は図Aの考えで自分の作った三角形の面積を求めている)

S児：



こうしたら，今日やった直角三角形になるんじゃあないか。

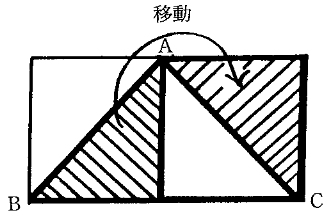
図A



30×3＝90　90÷２＝45
答え　45cm²

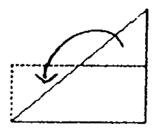
M児：なんでそれでいいだあ。直角三角形でも形がちがうけえ，いけんじゃあないか。

S児：

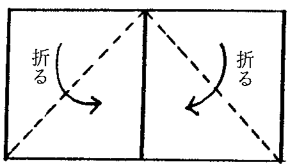


だったら，半分になればいいから，半分になるような図にしてみたら。ここの所をこっちに持ってきたら，なんかしらんけど半分になっとるが。これでいいじゃないか。

図B



M児：持ってきてもいいだか。
S児：いいじゃあないか。直角三角形のとき，平木君は（右図Bを示し）こうして切って持ってきとったがあ。
S児：



わからんか。それじゃあ。こうしてみたら。（図のように折って説明をした。）ここを折ってみたら，ちょうどいい具合いに重なるし，長方形の半分でいいじゃあないか。（急に思いついたように）そうだ，切ってみようか。
（Ｓ児は，自分で用紙を取りに行って，切ることを実行し，直角三角形が２枚できたと言って，自分のノートに張り付けた。）
M児：（首をかしげて，やっぱりわからない様子）何だかごちゃごちゃになってわからんようになった。
（Ｙ児がその２人の様子を見て，話に加わった。）
Ｙ児：面積を出すんだろ。長さはわかっとるし，計算で出してみたらいいんじゃないか。
（３人は自分のところで個々に計算してみて，また話し合いが再開された。）
Ｓ児：式を書かずに筆算をプリントの隅にして49cm²と求めた。

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times\ 7 \\ \hline 98 \end{array} \qquad 2\,\overline{)\,98}^{\;49}$$

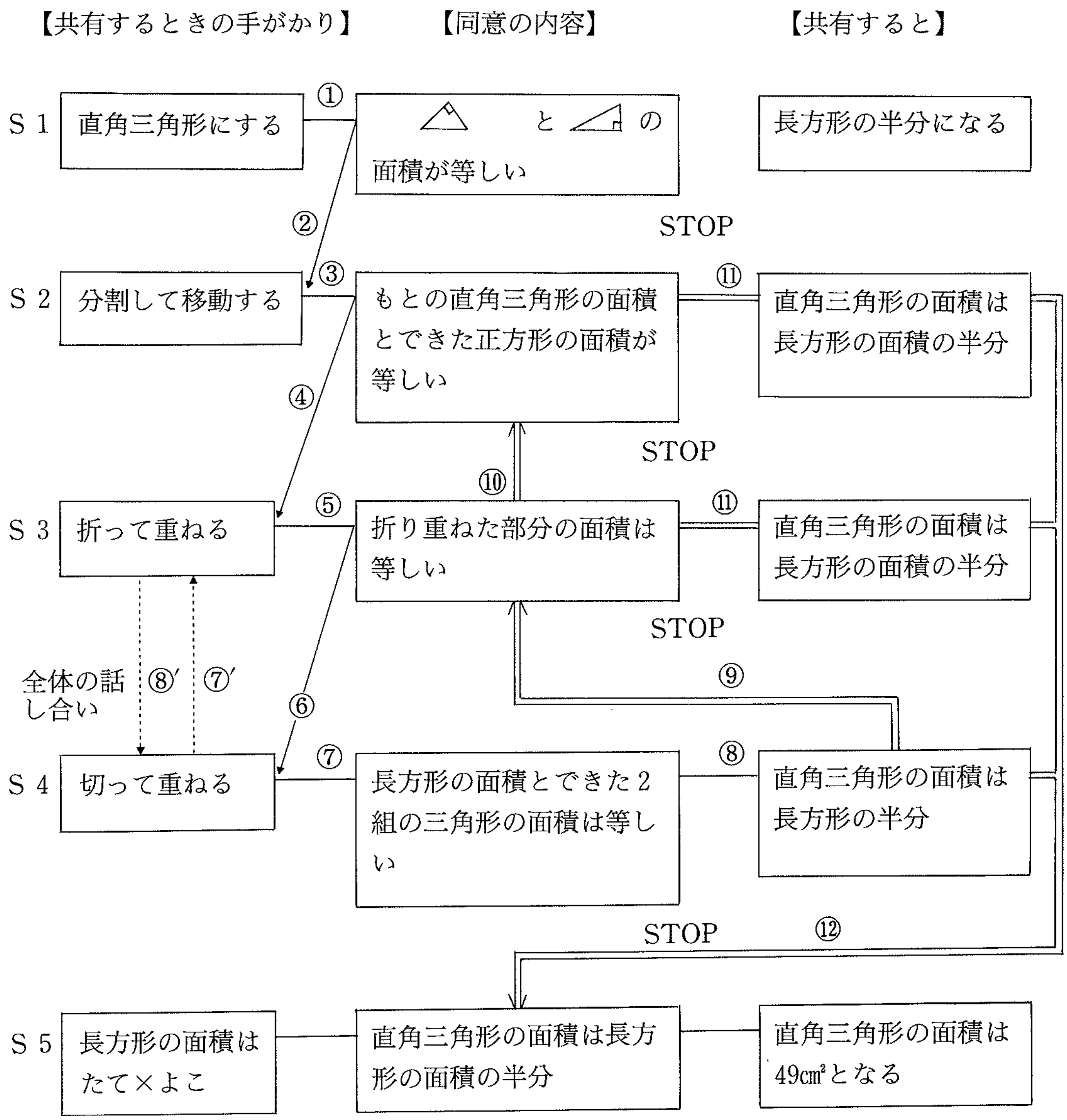
M児：やっぱりできない。
Ｙ児：７×14で98になった。
（その後，一斉での授業が始まり，話し合いは途中で終わった。）

クラス全体の場でこのM児の直角三角形を取り上げ，この直角三角形も長方形の半分であり，しかも面積は49cm²であることの理解をはかることにした。そして，その授業後，ノートで確認してみるとＳ児，M児，Ｙ児の３人とも解決に至っていた。

2．共有プロセスによる記述とその考察

M児の思考が不連続であるので，インタビューして記述し，グループ（最初は2人で後から1人加わった)の話し合いでの相互作用の様相を，共有プロセスの枠組みを使って図解し分析を試みた。図解にあたっては，M児の思考過程に視点をあてて行った。また，図中の数字は，M児の思考の進展を表し，＝は理解が進んだ状況を表している。ＳＴＯＰは，同意内容が共有されないことを示す。

《共有プロセスの単位による話し合いの記述》



《考察》

① M児の思考の不連続性

M児の理解の過程に視点をあてて，この共有プロセスの枠組みで考えてみると，この場は熊谷氏の一般的な枠組みから外れる例となった。グループの話し合いでは，M児は同意しきれず半信半疑の状態でS児から示される手がかりだけを受け入れている。結局，３人の話し合いの場面では，M児は解決できなかった。しかし，全体の場で，もう一度説明を聞くことで，直角三角形の面積が長方形の面積の半分であることを理解し，問題を解決する過程をたどっている。後になって，以前理解できなかったことの全貌が見えてくるといった理解の進展である。外面的には，思考が不連続のように見える状況であるといってもよい。

② M児の内面における理解の実態

M児がS児の説明を理解し，問題を解決していく過程は，必ずしも外面的には連続的に思考が進展しているようには見えない。むしろ，拒否，拒否そして突然わかるといった不連続のように見える。しかし，M児の内面では，連綿と（連続的に）理解のための諸条件を整えているのである。それが，②④⑥である。M児は，S児と対話する中で，その諸条件を整えていき，その結果，全体の話し合いによって，今まで拒否していたことを全て理解したのである。このことは，子どもの内面で起こっている理解の実態を示しているといえる。

③ 共有プロセスの成立しなかった原因

共有プロセスの単位が成立しなかった原因は，１つには，面積の既習経験の不足にあると考えられる。M児の疑問「直角三角形でも形が違うから面積は等しくない。」「切って持ってきてもいいのか。」に見られるように，共有するための手がかりを納得いかずに拒否しているのは，形が違っても面積は保存されること，すなわち，分割，移動に関する面積の保存性の素地が豊かでなかったことにある。また，S児が共にコミュニケーションするための努力を行っているにもかかわらず，一致点を見つけ出すことができなかったのは，あくまでもS児が自分の解決方法を説明したにすぎず，S児の働きがM児自身の思考につながっていかなかったからである。しかし，M児がS４まで進んでこれたのは，S児の存在によるところが大きく，これはまさに相互作用によるものである。

④ S児の思考の進展

３人（実質は２人）の自然発生的な話し合いをさらにS児の立場で分析することができる。S児からすれば，この状況は自分の考えを相手（M児）に説明する状況である。S児はこの状況の中で，M児の課題を新たな自分の課題として解決方法を一緒に考え，説明しながらその課題の解決に自分自身で至っている。ここでは，S児はM児の「何でそれでもいいだあ。直角三角形でも形が違うけえ，いけんじゃあないか。」「切って持ってきてもいいだか。」といった質問や疑問によって，自分の思考をふり返ることを行っている。M児に説明をしながら，共に考えるといった状況が，M児の思考を高める結果につながったといえる。まさに，２人の子ども同士の相互作用が，S児の思考の進展に寄与している。

３．まとめ

① M児がS児と行ったS３，S４の活動が，その後の全体の話し合いの中で，M児が理解するための経験となった。言い換えれば，S児のS３，S４の説明をするといった活動がなかったならば，全体で話し合いを行ったとしても，M児は理解できないままで終わったと考えられる。それは，M児の「何だか，ごちゃごちゃになってわからんようになった。」の発言からもうかがわれる。

② 全体の話し合いの中で，M児自身が問題の理解に至るまでの過程をみると，数学的な経験の必要性とともに，学習者の思考が自らの考える筋道に位置付けられてはじめて，理解へ進むことがわかる。子ども自らが活動し，それを自らがふり返る（反省する）ことによって，数学的知識は構成されるというピアジェやスケンプの考えをここにみることができる。
③ M児の疑問は，S児の疑問にもなり，さらに，S児はこの問題に対する理解をいっそう深めることができた。もし，この問題が，S児にとっての問題意識になっていなければ，２人のこのような相互作用は起こり得なかったと考えられる。
④ M児の「聞く」という活動は，一見受動的な行為のように見えるが，実は，この活動を通して他者（S児）のシェマを自分のシェマと結合させようと試みている心的な能動的行為であり，M児の発した数々の疑問は，心の中での矛盾や葛藤の現れと考えることができる。そうした準備があったからこそ，全体の場でふり返ることによって理解が進展したと考えられる。

VI．まとめと今後の課題

本稿では，算数・数学の授業における「比較・検討」段階が，場当たり的な扱いになりがちであった反省に立ち，その授業構想を確立するとともに，共有プロセスの概念を使い授業分析とその考察を行った。「比較・検討」段階での教師と子ども，子ども同士の学習の流れを記述することによって，授業を計画的に構成する手がかりを得ることができたと考える。また，共有プロセスの中で，子どもの思考の様相をさらに「共有」の概念を使い記述することで子どもの理解の進展を捉えることができた。その結果，次のような結論を得た。

１．研究のまとめ

(1) プロトコールを手がかりとした共有プロセスの記述は，子ども達の交流活動を捉えるのに有効であった。しかし，プロトコールにあらわれない部分での子どもの理解の形成過程を分析していかなければならない。そのために，授業後のインタビューなどを活用しながら共有プロセスの記述を試みる必要がある。
(2) 共有プロセスの枠組で記述された「共有すること」を検討することによって，S１，S２……へと「共有すること」が段階的に数学的な価値へと変容していく過程を捉えることができた。したがって，共有プロセスによる記述は，数学的な考え方の育成や算数・数学のよさの感得などを図る授業研究において有効な授業評価法になり得るものと考える。
(3) 共有プロセスの成立しない原因を探ることによって，「既習経験としてどのようなことが必要か，また，足りなかったか。」などの子ども達の学習に関するレディネスを考えることができ，教材の配列や展開に役立てることができた。また，「子ども同士で生産的な活動をするためにはどのような手だてが必要か」など教師が行うべき手だて，つまり，とりわけ発問の内容や時期についても，共有プロセスの枠組みによる授業記述は，授業者に多くの示唆を与えるものとなった。

次の３項目は，小集団の交流活動を共有プロセスの枠で記述することによって得られた知見である。

(4) 共有プロセス内の個々の子どもの理解の進展状況を「共有」の概念を用い記述することで，２人の相互作用の様相を明らかにすることができた。その意味で共有プロセスの枠組は，表面には見えない子どもの内面で起きている理解の進展の様子を把握する１つの手段となり得た。

(5)　協力的な学習（２人）においては，「聞く」という活動が決して受動的な活動ではなく，仲間の考えを理解する準備としての能動的な活動であることが確認できた。しかし，その活動を起こすためには全体の場でふり返るなどのなんらかの機会が必要である。
(6)　２人のやり取りを通して「共有する」ことが成立するには，相手の疑問に応える活動を実際に行うことが必要である。このような活動によって，２人の思考が一層深まったり高まったりする思考の進展が見られ，その確認ができた。ステップＢは数学的な経験・知識への変容過程の基礎的な段階として位置付ける必要がある。

２．今後の課題

(1)　共有プロセスの枠組みで授業を構成し記述することは,教師にとって手間のかかる作業である。手軽に記述する方法を考えたい。
(2)　学級全体の一連の思考の変容の様子と並行して,個々の子どもの思考の変容の様子についても，今後その把握のし方とともに考えていかなければならない。そのためには，今回のような自然発生的に生まれたグループによる協力的な学習の中での個々の子どもの思考の変容についてさらに検討を加え，そこでの相互作用を分析していく必要があると思われる。
　特に，(1)については早急に取り組みたいと考えている。

引用・参考文献

(1)　A. J. Bishopによる。本論文p. 5 参照。
(2)　熊谷光一氏による。本論文pp 8 ～ 9 参照。
(3)　R. R. スケンプ著，藤永保，銀林浩訳，『数学学習の心理学』，新曜社，1973，pp. 107～108
(4)　R. W. コープランド著，佐藤俊太郎訳，『ピアジェを算数教育にどう生かすか』，明治図書，1976，p. 69
(5)　C. カミイ他著，平林一栄監訳，『子どもと新しい算数』，北大路書房，1987，p. 45
(6)　前掲(2)，p. 69
(7)　片桐重男著，『数学的な考え方と具体化』，明治図書，1988，p. 73
片桐重男著，『問題解決過程と発問分析』，明治図書，1988，pp. 128～186
(8)　W. H. Cockcroft, Mathematics counts, HMSO, 1982, p. 71
(9)　Pirie & Schwarzenberger "Mathematics Discussion and Mathematical Understanding", Educational Studies in Mathematics 19, 1988, pp. 458～461
(10)　A. J. Bishop, "The Social Construction of Meaning a Significant Development for Mathematics Education?", For the Learning of Mathematics, No.5, Vol.1, Feb., 1985, pp24～28
(11)　小山正孝，「社会的構成としての算数・数学の学習―教室の組織化と力動性」，『新しい算数研究』，東洋館出版社，№233，1990，pp. 58～61
A. J. Bishop and F. Goffree "Classroom Organisation and Dynamics" in B. Christiansen, A. G. Howson, M. Otte (eds) "Perspectives on Mathematics Education", D. Reidel. P. C, 1986, pp. 309～365
(12)　熊谷光一，「算数・数学の授業における共有プロセスに関する考察」，数学教育学論究，vol. 5，別冊，1989，p. 8
(13)　前掲(10)，pp. 9 ～10
(14)　前掲(10)，p. 10
(15)　前掲(10)，pp. 13～18

〈その他の参考文献〉

①　National Council of Teachers of Mathematics, "Curriculum and Evaluation Standards for School

Mathematics", 1989, pp. 26～28, pp. 78～80, pp. 140～142
② 熊谷光一,「数学的活動を重視した授業における発問—応答過程に関する考察—共有プロセスを手がかりにして」, 筑波数学教育研究, Vol. 6, 1987, pp. 35～44
③ 杉山吉茂,「多様な解決をみんなで練り上げる指導」,『新しい算数研究』, 東洋館出版社, 1987, №191, pp. 2～5
④ 佐藤俊太郎編著,『よさを味わう算数授業の創造』, 東洋館出版社, 1988
⑤ 伊藤説朗,「問題解決と個に応じる指導」,『新算数指導の実践と進展のためのポイント』, 東洋館出版社, p. 197
⑥ 佐伯　胖,「子どもの納得世界を探る」,『すぐれた授業とはなにか』(授業の認知科学), 東京大学出版会, 1989, pp. 49～109
⑦ 古藤怜他著,『算数科　多様な考えの生かし方まとめ方』, 東洋館出版社　1990
⑧ 文部省,『小学校指導書　算数編』, 東洋館出版社　1989
⑨ 教科書,『新改訂　算数　5年下』, 啓林館, 1990

(1991年 4 月20日受理)